



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

SIMULAÇÃO DE PERFILAGEM  
ELÉTRICA (SISTEMA NORMAL E  
LATERAL) EM POÇOS DIRECIONAIS  
ATRAVÉS DE CAMADAS NÃO  
HOMOGÊNEAS

ALÃ DE CERQUEIRA DAMASCENO

SALVADOR – BAHIA  
JUNHO – 2017

Simulação de perfilagem elétrica (sistema normal e lateral) em poços  
direcionais através de camadas não homogêneas

por

ALÃ DE CERQUEIRA DAMASCENO

Orientador: Prof. Dr. Hédison Kiuity Sato

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA  
DO  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

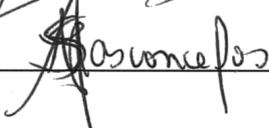
COMISSÃO EXAMINADORA



Dr. Hédison Kiuity Sato



Dr. Joelson da Conceição Batista



Dra. Suzan Sousa de Vasconcelos

DATA DA APROVAÇÃO: 02/junho/2017

*"A Matemática é a única linguagem  
que temos em comum com a  
natureza."*

Stephen Hawking

# Resumo

Simulou-se perfilagens elétricas em poços com os sistemas normal e lateral considerando poços direcionais, que atravessam o semiespaço formado por camadas horizontais cujas resistividades apresentam variações exponenciais com a profundidade, conforme parâmetros do modelo de resistividade. Considerou-se poços direcionais retilíneos e com trajetórias exponenciais admitindo-se algumas inclinações. No que se refere aos valores da resistividade aparente, os resultados obtidos confirmam a relevância da relação entre a dimensão da ferramenta de perfilagem com a espessura da camada percorrida, além de aspectos como os contrastes de resistividade e a inclinação da ferramenta. A utilização de programação em Python mostrou-se efetiva, com o aproveitamento da codificação de subprogramas feitos na linguagem Fortran.

# Abstract

It was simulated electric well logging using the normal and lateral systems through directional wells, crossing a horizontally layered half space, where the layer resistivities are exponential functions of depth, according to model parameters. Directional wells with recilinear or exponential trajectories were considered, with different inclinations. In relation to the apparent resistivity values, the results confirm the relevance of ratio between the electric tool size and the layer thickness, besides aspects such as the resistivity contrasts and the tool inclination. The use of Python programming language showed to be an effective technique, allowing the use of subprograms written in Fortran language.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>Introdução</b>	<b>8</b>
<b>1 Solução analítica para o modelo de camadas horizontais e avaliação numérica</b>	<b>10</b>
1.1 Equação diferencial e solução . . . . .	11
1.1.1 Solução integral da equação diferencial . . . . .	13
1.1.2 Condições de contorno . . . . .	14
1.2 Solução para o problema de $n$ camadas . . . . .	16
1.3 Transformada de Hankel e filtros de Anderson . . . . .	17
<b>2 Medida de resistividade aparente <math>\rho_a</math></b>	<b>19</b>
2.1 Dispositivos Galvânicos . . . . .	19
2.2 Fundamentação Básica . . . . .	19
2.3 Sistemas Multieletrodos . . . . .	20
2.3.1 Sistema normal . . . . .	20
2.3.2 Sistema Lateral . . . . .	21
<b>3 Simulações da perfilagem direcional</b>	<b>24</b>
3.1 Modelos de poço direcional . . . . .	25
3.2 Simulações com o Sistema Normal . . . . .	26
3.2.1 Simulação com poços direcionados . . . . .	26
3.2.2 Efeitos na interface . . . . .	29
3.2.3 Efeito da espessura . . . . .	33
3.3 Simulações com o Sistema Lateral . . . . .	34
3.3.1 Efeitos na interface . . . . .	35
3.3.2 Efeito da espessura . . . . .	41
<b>Conclusões</b>	<b>44</b>
<b>Referências</b>	<b>45</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>47</b>
<b>A Expressões <math>g_i</math>, <math>r_i</math>, <math>G_i</math> e <math>R_i</math></b>	<b>48</b>

# Lista de Figuras

1.1	Simulação de perfilagem elétrica em poço direcional . . . . .	10
1.2	Funções de Bessel de 1ª espécie, $J_0(\lambda r)$ , e 2ª espécie, $Y_0(\lambda r)$ . . . . .	13
1.3	Superfície cilíndrica envolvendo a fonte de corrente. . . . .	15
1.4	Filtros digitais de $J_0$ e $J_1$ . . . . .	18
2.1	Sistema Normal . . . . .	21
2.2	Sistema Lateral . . . . .	22
2.3	Leitura da $\rho_a$ na transição de camadas com o Sistema Lateral 18' 8" (Adap. Guyod (1954)) . . . . .	23
3.1	Modelos de resistividade em profundidades (Sato, 2000). . . . .	24
3.2	Resistividade aparente com o Sistema Normal de 16" e 64" . . . . .	25
3.3	Trajetoárias de poços direcionais. . . . .	26
3.4	Trajetoária retilínea SN através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1 . . . . .	27
3.5	Trajetoária exponencial SN através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1 . . . . .	27
3.6	Desvio da resistividade aparente em trajetórias retilíneas, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SN . . . . .	28
3.7	Desvio da resistividade aparente em trajetórias exponenciais, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SN . . . . .	28
3.8	Esquemática perfilagem SN em trajetória inclinada . . . . .	29
3.9	Perfilagens com diferentes contrastes de resistividade e inclinações da direção da ferramenta . . . . .	30
3.10	Trajetoárias retilíneas SN . . . . .	31
3.11	Esquemática do afastamento vertical do sistema normal da interface. . . . .	32
3.12	Resistividade aparente SN paralelo à interface . . . . .	32
3.13	Efeito da espessura - Sistema Normal . . . . .	33
3.14	Efeito da espessura quando a resistividade da camada intercalada é resistiva ou condutora com espessura ( $e$ ) da segunda camada variável. . . . .	34
3.15	Resultado da $\rho_a$ do sistema lateral. . . . .	35
3.16	Resultado da $\rho_a$ do sistema lateral com espessuras dez vezes maiores. . . . .	35
3.17	Trajetoária retilínea SL através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1. . . . .	36
3.18	Trajetoária exponencial SL através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1. . . . .	36
3.19	Desvio da resistividade aparente em trajetórias retilíneas, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SL. . . . .	37
3.20	Desvio da resistividade aparente em trajetórias exponenciais, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SL. . . . .	38

---

3.21	Esquema de perfilagem com o sistema lateral . . . . .	38
3.22	Trajétória retilínea SL. . . . .	39
3.23	Perfilagem SL com contraste $\rho_2/\rho_1 = 0.1, 0.2, 2.0$ . . . . .	40
3.24	Esquemática do afastamento vertical do sistema lateral da interface. . . . .	41
3.25	Resistividade aparente do SL paralelo à interface. . . . .	41
3.26	Efeito da espessura ( $e$ ), Sistema Lateral, adotando valores proporcionais ao tamanho da ferramenta ( $L$ ). . . . .	42
3.27	Efeito da espessura quando a resistividade da camada intercalada é resistiva ou condutora, e espessuras ( $e$ ) variáveis - SL. . . . .	43

# Introdução

A geofísica de exploração estuda corpos e estruturas geológicas caracterizadas por contrastes de propriedades físicas com o meio envolvente. As medidas geofísicas são diversas quanto à sua natureza pois são determinadas pelo fenômeno físico envolvido. A forma espacial como são feitas as medições geofísicas caracterizam, então, os métodos aéreos, subsuperficiais marinhos e terrestres. Entre os últimos encontram-se as sondagens que fazem as medidas de algum fenômeno físico dentro das rochas, tanto de origem natural como artificial. De uma forma geral, os métodos geofísicos são considerados métodos indiretos (Braga, 2016). A escolha da técnica ou técnicas para se localizar determinado tipo de alvo (corpos ou estruturas) depende da sua natureza física e geométrica em relação à rocha encaixante (Telford et al., 1976).

A ação de campos eletromagnéticos em rochas satisfaz as equações de Maxwell e os campos elétrico, magnético e densidade de corrente elétrica são acoplados por relações constitutivas. Em meios homogêneos, isotrópicos e lineares definem-se as propriedades físicas: a resistividade elétrica ( $\rho$ ), a permissividade dielétrica ( $\epsilon$ ), e a permeabilidade magnética ( $\mu$ ). Em geral, nas rochas e nas condições normais da superfície da Terra, a maior variação relativa ocorre com a resistividade elétrica e, portanto, termina por ser o parâmetro físico mais frequentemente utilizado na exploração geofísica, aplicados em questões de fortes anseios sociais (abastecimento de água, etc.), à avaliação do armazenamento de reservatórios devido as relações existentes entre a resistividade e a porosidade do meio, bem como sua dependência com o conteúdo de sais dissolvidos (Lima, 2014). Associado à diversidade da utilização do método, adiciona-se o baixo custo de operacionalização relativo aos demais métodos geofísicos existentes.

Além dos parâmetros eletromagnéticos ( $\rho$ ,  $\epsilon$  e  $\mu$ ) obtidos segundo o método eletromagnético aplicado (eletrorresistividade, polarização induzida, potencial espontâneo, eletromagnéticos e radar de penetração no solo), os procedimentos de campo são importantes, e, portanto, devem ser definidas as técnicas de investigação e o arranjo de desenvolvimento, que para o presente estudo caracteriza-se na perfilagem elétrica, com eletrodos dispostos em um sistema normal e sistema lateral em poços direcionais.

Na indústria do petróleo, o acesso aos reservatórios pode ficar comprometido por problemas espaciais, sendo necessário operações de desvios em poços previamente perfurados, permitindo exploração terrestre de reservas em áreas urbanas ou de proteção ambiental. Esta técnica permite que, a partir de uma única plataforma, seja possível atingir pontos em ambientes de difícil acesso, alterando-se a direção de perfuração convenientemente, visando a maximização de recuperação de óleo ou gás de reservatórios (Coelho et al., 2009). Além disso, alvos cada vez mais distantes da sonda de perfuração têm sido alcançados, sendo este ponto objeto de análise por engenheiros e pesquisadores devido aos esforços de torque e arrasto sobre a coluna de perfuração e processo de limpeza do poço, que promovem o acúmulo de cascalho e conseqüente aumento desses esforços (Coelho et al., 2009).

---

Os poços de desenvolvimento têm adotado, como padrão, as perfurações direcionais de poços com grandes inclinações, e até mesmo ângulos próximos de  $0^\circ$ , tomando o eixo horizontal como referência, os denominados poços horizontais. É possível, assim, aproveitar a maior exposição dos reservatórios, atuando em zonas fraturadas ou de maior escoamento dos fluídos de interesse, gerando o aumento na eficiência e na economicidade da recuperação de hidrocarbonetos (Coelho et al., 2009).

Alguns autores adotam o eixo vertical como referência, desta forma, ângulos próximos de  $90^\circ$  caracterizam poços horizontais. Entretanto, neste trabalho é adotado o eixo horizontal, portanto, sem comprometer a análise.

Pretende-se com este trabalho generalizar o método desenvolvido por Sato (2000), simulando uma perfilagem elétrica, obtendo-se a resistividade aparente ( $\rho_a$ ), admitindo o deslocamento simultâneo da fonte de corrente e do ponto de observação ao longo de poços direcionais, no modelo de camadas não homogêneas, cujas resistividades variam exponencialmente com a profundidade.

Foram utilizados códigos, desenvolvidos em Fortran, fornecidos pelo Orientador, para obtenção do potencial elétrico, adotando os filtros de Anderson (1975) como técnica para resolver a solução integral da equação diferencial, denominada transformada de Hankel. Para desenvolvimento da análise usou-se a interoperacionalidade de Python (Python, 2017) e Fortran, com o `f2py` (SciPy, 2017), sendo as figuras geradas com o pacote `matplotlib` do Python (Matplotlib, 2017), e o programa `Inkscape` (Inkscape, 2017) para criação e tratamento de imagens utilizadas.

O trabalho segue dividido em três capítulos: o primeiro descreve a solução analítica para o modelo de camadas horizontais e avaliação numérica, o segundo, a medida de resistividade aparente em perfilagens de poços com o sistema de eletrodos e arranjo adotado, e o terceiro, promove a discussão das simulações de perfilagem direcional, onde os resultados são avaliados.

# Capítulo 1

## Solução analítica para o modelo de camadas horizontais e avaliação numérica

Conforme ilustrado na Figura 1.1, a solução generalizada para o potencial elétrico, com a fonte de corrente pontual, ambos posicionados em qualquer local em camadas condutoras, cujas resistividades variam exponencialmente com a profundidade, separadas por interfaces horizontais encontra-se em Sato (2000).

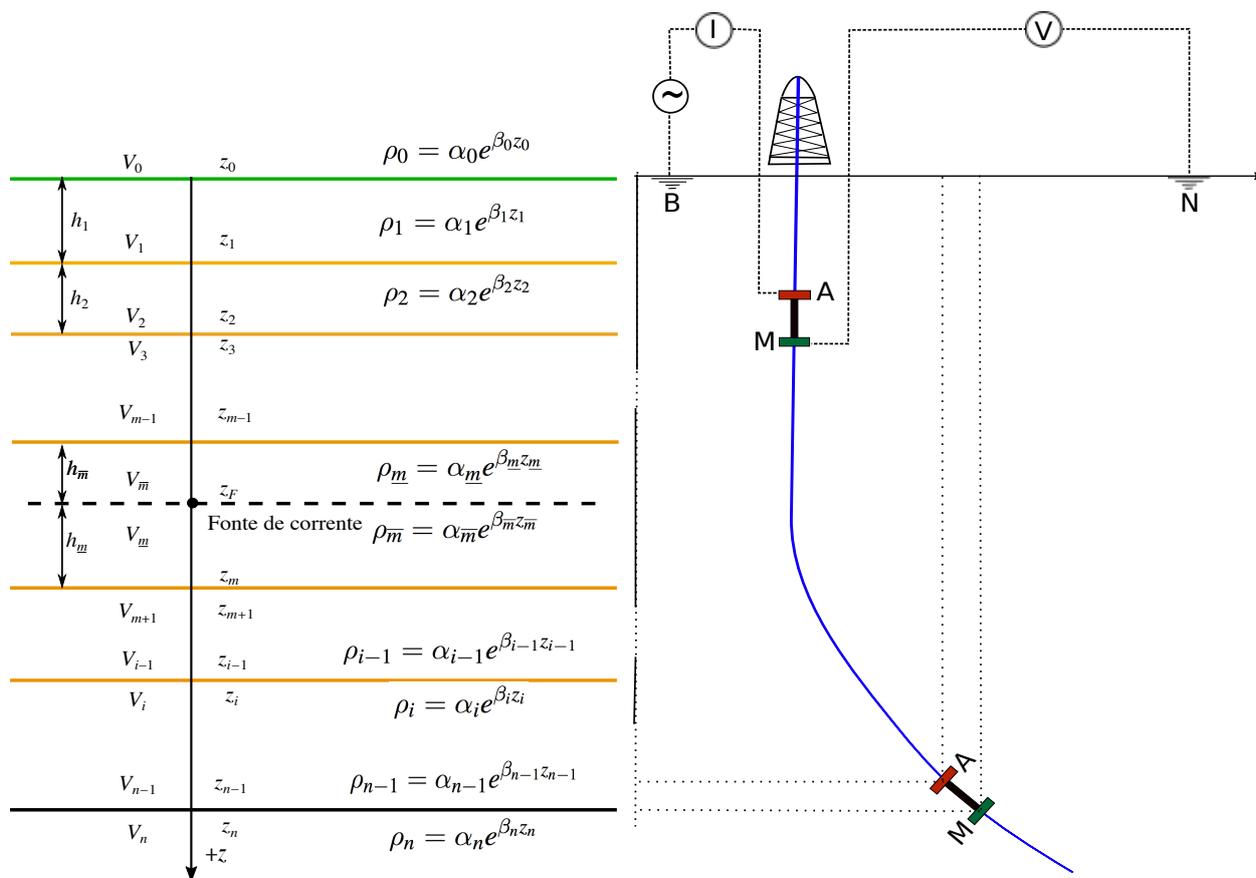


Figura 1.1: Simulação de perfilagem elétrica em poço direcional

Considerando coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , o eixo  $z$  é perpendicular aos planos em

subsuperfície ( $z = z_0, z = z_1, \dots, z = z_{n-1}$ ), a fonte de corrente com intensidade  $I$ , localizada em  $(0, z_F)$ , na  $m$ -ésima camada, um observador localizado em  $(r, \theta, z)$  e a resistividade elétrica obedecendo a equação abaixo:

$$\frac{1}{\sigma_i} = \rho_i = \alpha_i e^{\beta_i z}, \quad (1.1)$$

onde  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são constantes características da camada  $i$ .

## 1.1 Equação diferencial e solução

Por se tratar de um fenômeno elétrico estacionário, o campo elétrico  $\mathbf{e}$  pode ser derivado de uma função escalar  $V$  segundo

$$\mathbf{e} = -\nabla V. \quad (1.2)$$

Por se tratar de um meio condutor, a lei de Ohm estabelece que

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}. \quad (1.3)$$

onde  $\mathbf{j}$  é a densidade de corrente elétrica.

Supondo que não existem fontes elétricas,  $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ . Fazendo uso das equações anteriores, se tem

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma \nabla V) &= 0, \\ \nabla \sigma \cdot \nabla V + \sigma \nabla^2 V &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Considerando as coordenadas cilíndricas, os operadores contidos na equação anterior são dados por

$$\nabla \sigma_i = \frac{\partial \sigma_i}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_i}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{\partial \sigma_i}{\partial z} \mathbf{u}_z, \quad (1.5)$$

$$\nabla V_i = \frac{\partial V_i}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_i}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{\partial V_i}{\partial z} \mathbf{u}_z, \quad (1.6)$$

$$\nabla^2 V_i = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_i}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2}. \quad (1.7)$$

Devido a simetria cilíndrica, o potencial elétrico não depende de  $\theta$ , ou seja  $V(r, z)$ . Desta forma, a equação 1.4 é reescrita como

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma_i} \left[ \frac{\partial \sigma_i}{\partial z} \frac{\partial V_i}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_i}{\partial r} \frac{\partial V_i}{\partial r} \right] = 0. \quad (1.8)$$

Supondo que a condutividade é função apenas da coordenada  $z$ , chega-se a:

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial \sigma_i}{\partial z} \frac{\partial V_i}{\partial z} = 0. \quad (1.9)$$

Considerando, então, o modelo de condutividade dado pela equação 1.1,

$$\frac{d\sigma_i}{dz} = -(\beta_i/\alpha_i) e^{-\beta_i z} = -\beta_i \sigma_i,$$

a equação 1.9 é reescrita como

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} - \beta_i \frac{\partial V_i}{\partial z} = 0. \quad (1.10)$$

Adotando-se o método da separação de variáveis, a equação pode ser escrita como produto de duas funções, ou seja,

$$V_i(r, z) = R_i(r) Z_i(z). \quad (1.11)$$

Dessa forma a equação anterior é reescrita como

$$Z_i \frac{d^2 R_i}{dr^2} + Z_i \frac{1}{r} \frac{dR_i}{dr} + R_i \frac{d^2 Z_i}{dz^2} - \beta_i R_i \frac{dZ_i}{dz} = 0. \quad (1.12)$$

Dividindo por  $R_i Z_i$ , tem-se

$$\underbrace{\frac{1}{R_i} \left( \frac{d^2 R_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_i}{dr} \right)}_{\text{função de } r} + \underbrace{\frac{1}{Z_i} \left( \frac{d^2 Z_i}{dz^2} - \beta_i \frac{dZ_i}{dz} \right)}_{\text{função de } z} = 0.$$

A primeira parcela indicada na equação anterior depende apenas de  $r$  e a segunda, apenas de  $z$ . Dessa maneira, são independentes e se pode igualá-las a constantes de valores opostos. No caso, a  $-\lambda^2$  e  $\lambda^2$  respectivamente. Assim, obtém-se

$$\frac{1}{R_i} \left( \frac{d^2 R_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_i}{dr} \right) = -\lambda^2, \quad (1.13)$$

$$\frac{1}{Z_i} \left( \frac{d^2 Z_i}{dz^2} - \beta_i \frac{dZ_i}{dz} \right) = \lambda^2. \quad (1.14)$$

A equação 1.14 é uma equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem e coeficientes constantes que pode ser reescrita como:

$$\frac{d^2 Z_i}{dz^2} - \beta_i \frac{dZ_i}{dz} - \lambda^2 Z_i = 0. \quad (1.15)$$

Supondo a solução  $Z_i(z) = C e^{\Gamma_i z}$ , a equação característica é:

$$\Gamma_i^2 - \beta_i \Gamma_i - \lambda^2 = 0 \quad (1.16)$$

cuja solução permite escrever que  $Z_i(z) = A_i e^{\Gamma_i^+ z} + B_i e^{\Gamma_i^- z}$ , onde:

$$\Gamma_i^+ = \left[ \beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + 4\lambda^2} \right] / 2 \text{ e} \quad (1.17)$$

$$\Gamma_i^- = \left[ \beta_i - \sqrt{\beta_i^2 + 4\lambda^2} \right] / 2. \quad (1.18)$$

Fazendo  $r = u/\lambda$  e  $R_i = \omega$  na equação 1.13, pode-se obter

$$u \frac{d}{du} \left( u \frac{d\omega}{du} \right) = -u^2 \omega, \quad (1.19)$$

que é um caso particular,  $\nu = 0$ , da Equação Diferencial de Bessel,

$$u \frac{d}{du} \left( u \frac{d\omega}{du} \right) + (u^2 - \nu^2) \omega = 0, \quad (1.20)$$

cujas soluções são as funções de Bessel de primeira espécie, de ordens  $-\nu$  e  $\nu$ , ou seja,  $J_{-\nu}(u)$  e  $J_\nu(u)$ , assim como suas combinações lineares,

$$Y_\nu(u) = (\sin \nu\pi)^{-1} [J_\nu(u) \cos \nu\pi - J_{-\nu}(u)], \quad (1.21)$$

$$H_\nu^{(1)} = J_\nu(u) + iY_\nu, \quad (1.22)$$

$$H_\nu^{(2)} = J_\nu(u) - iY_\nu. \quad (1.23)$$

A função  $Y_\nu(u)$  é uma função de Bessel de segunda espécie, ordem  $\nu$ , e as funções  $H_\nu^{(1)}$  e  $H_\nu^{(2)}$  são funções de Hankel de primeira e segunda espécie (Olver, 1972). Entretanto, para o caso  $\nu = 0$ , as soluções linearmente independentes a considerar são  $J_0(\lambda r)$  e  $Y_0(\lambda r)$ , ilustradas na Figura 1.2.

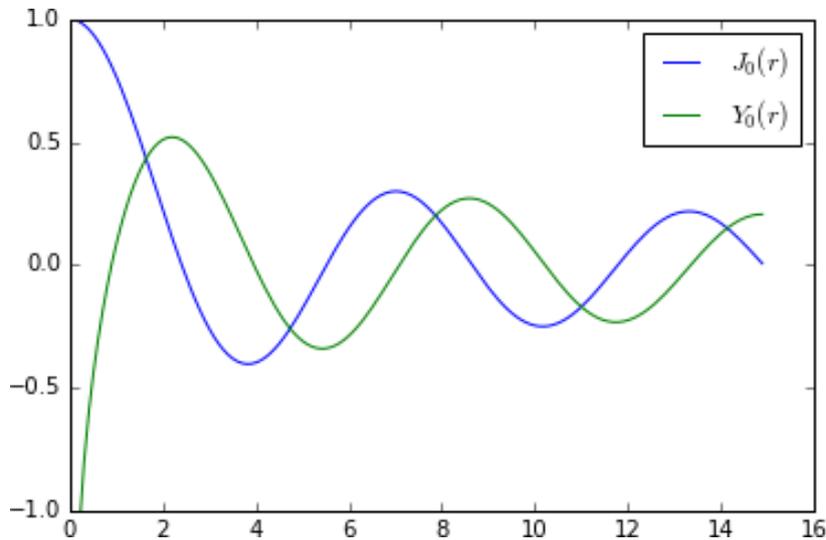


Figura 1.2: Funções de Bessel de 1ª espécie,  $J_0(\lambda r)$ , e 2ª espécie,  $Y_0(\lambda r)$

### 1.1.1 Solução integral da equação diferencial

Considerando a equação 1.11 e que, para cada  $\lambda$ , se tem uma solução, pode-se escrever que o potencial  $V_i(r, z)$  é dado por

$$V_i(r, z) = \int_0^\infty \left[ A_i(\lambda) e^{\Gamma_i^+ z} + B_i(\lambda) e^{\Gamma_i^- z} \right] \times \left[ C_i(\lambda) J_0(\lambda r) + D_i(\lambda) Y_0(\lambda r) \right] d\lambda. \quad (1.24)$$

A fim de garantir que a solução seja limitada quando  $r = 0$ , a função  $D_i(\lambda)$  deve ser anulada pois a função  $Y_0(\lambda r)$  diverge quando  $r \rightarrow 0$ . Assim, a equação 1.24 é reduzida a

$$V_i(r, z) = \int_0^\infty \left[ A_i(\lambda) e^{\Gamma_i^+ z} + B_i(\lambda) e^{\Gamma_i^- z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.25)$$

## 1.1.2 Condições de contorno

Conforme mostrado na Figura 1.1, a camada  $m$  que contém a fonte de corrente, é dividida em duas por um plano  $z = z_F$ . Dessa forma, o modelo completo passa a ter  $n + 2$  meios, numerados como  $0, 1, \dots, \overline{m}, \underline{m}, \dots, n - 1, n$ . Como cada meio  $i$  exige as funções  $A_i(\lambda)$  e  $B_i(\lambda)$ , são  $2n + 4$  funções de  $\lambda$  a determinar, exigindo o mesmo número de equações.

Seguindo Sato (2000), devem ser consideradas a continuidade do potencial elétrico e da densidade de corrente normal (ou conservação da carga elétrica) em cada interface, e a convergência a zero do potencial elétrico para  $z \rightarrow \pm\infty$ .

### Condições de contorno na interface ( $z = z_i$ )

As condições de continuidade do potencial elétrico  $V_i$  e do componente normal do vetor densidade de corrente  $\mathbf{j}_i$  devem ser satisfeitas, exceto na interface onde se localiza a fonte, que é tratado à parte,

- Continuidade do componente normal  $\mathbf{j}_i$  em  $z = z_i$

$$-\sigma_i \frac{\partial V_i}{\partial z} \Big|_{z=z_i} = -\sigma_{i+1} \frac{\partial V_{i+1}}{\partial z} \Big|_{z=z_i} \quad (1.26)$$

Assim, usando a equação 1.25, se obtém a equação

$$\begin{aligned} \sigma_i(z_i) \int_0^\infty \left[ A_i \Gamma_i^+ e^{\Gamma_i^+ z_i} + B_i \Gamma_i^- e^{\Gamma_i^- z_i} \right] J_0(\lambda r) d\lambda = \\ \sigma_{i+1}(z_i) \int_0^\infty \left[ A_{i+1} \Gamma_{i+1}^+ e^{\Gamma_{i+1}^+ z_i} + B_{i+1} \Gamma_{i+1}^- e^{\Gamma_{i+1}^- z_i} \right] J_0(\lambda r) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Esta equação deve ser satisfeita para qualquer  $r$ , obrigando que os integrandos sejam idênticos:

$$\begin{aligned} \sigma_i(z_i) \left[ A_i \Gamma_i^+ e^{\Gamma_i^+ z_i} + B_i \Gamma_i^- e^{\Gamma_i^- z_i} \right] = \\ \sigma_{i+1}(z_{i+1}) \left[ A_{i+1} \Gamma_{i+1}^+ e^{\Gamma_{i+1}^+ z_i} + B_{i+1} \Gamma_{i+1}^- e^{\Gamma_{i+1}^- z_i} \right] \end{aligned} \quad (1.28)$$

- Continuidade do potencial elétrico  $V_i$  em  $z = z_i$

$$V_i|_{z=z_i} = V_{i+1}|_{z=z_i}. \quad (1.29)$$

Similarmente, usando a equação 1.25, se obtém a equação

$$\int_0^\infty \left[ A_i e^{\Gamma_i^+ z_i} + B_i e^{\Gamma_i^- z_i} \right] J_0(\lambda r) d\lambda = \int_0^\infty \left[ A_{i+1} e^{\Gamma_{i+1}^+ z_i} + B_{i+1} e^{\Gamma_{i+1}^- z_i} \right] J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (1.30)$$

e como deve ser satisfeita para qualquer  $r$ , se tem

$$A_i e^{\Gamma_i^+ z_i} + B_i e^{\Gamma_i^- z_i} = A_{i+1} e^{\Gamma_{i+1}^+ z_i} + B_{i+1} e^{\Gamma_{i+1}^- z_i}. \quad (1.31)$$

### Convergência no infinito

A convergência quando  $z \rightarrow +\infty$  ou  $z \rightarrow -\infty$  significa que

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} V(r, z) = 0,$$

ou, mais precisamente,

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} V_0 = \lim_{z \rightarrow +\infty} V_n = 0.$$

Essas condições impõem que

$$B_0 = 0 \quad \text{e} \quad (1.32)$$

$$A_n = 0. \quad (1.33)$$

### Condições relativas a fonte

Conforme mostrado na Figura 1.1, a camada  $m$ , onde se localiza a fonte de corrente é dividida em duas camadas  $\bar{m}$  e  $\underline{m}$  pelo plano horizontal que contém a fonte em  $z = z_F$ . Assim, os potenciais elétricos  $V_{\bar{m}}$  e  $V_{\underline{m}}$  devem satisfazer a continuidade do potencial na interface artificial  $z = z_F$ , com exceção em  $r = 0$ , similar à da equação 1.31, ou seja

$$A_{\bar{m}} e^{\Gamma_{\bar{m}}^+ z_F} + B_{\bar{m}} e^{\Gamma_{\bar{m}}^- z_F} = A_{\underline{m}} e^{\Gamma_{\underline{m}}^+ z_F} + B_{\underline{m}} e^{\Gamma_{\underline{m}}^- z_F}. \quad (1.34)$$

Para que a conservação da carga seja satisfeita, o fluxo de corrente, através de uma superfície fechada  $S$  deve se igualar a corrente elétrica  $I$  emitida pela fonte, conforme a Figura 1.3, satisfazendo a continuidade da corrente elétrica. Sendo  $S$  uma superfície cilíndrica, de raio  $\xi$ ,

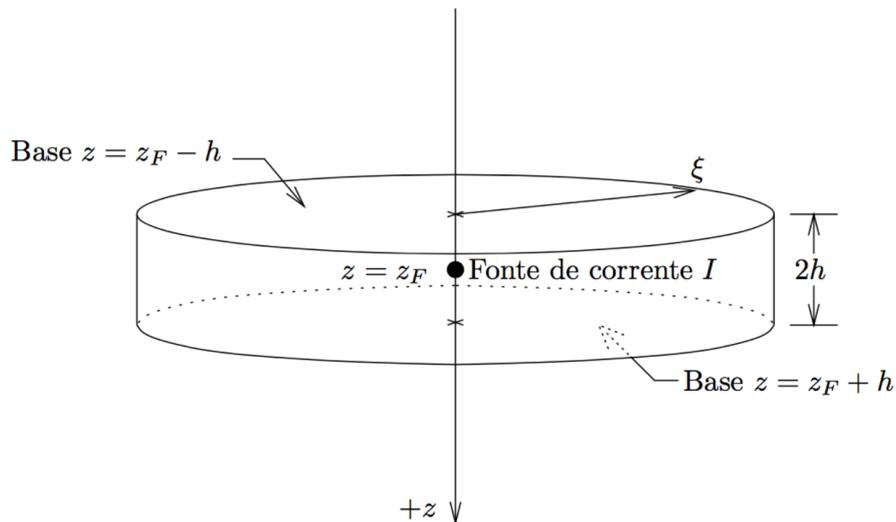


Figura 1.3: Superfície cilíndrica envolvendo a fonte de corrente.

altura  $2h$  e bases em  $z = z_F + h$  e  $z = z_F - h$ , tem-se que o fluxo de corrente é a composição do fluxo pelas bases e pela lateral cilíndrica de altura  $2h$ . Entretanto, essa contribuição lateral pode ser desconsiderada pois  $h \rightarrow 0$ .

Dessa maneira,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{\xi} \mathbf{j}_{\bar{m}} \Big|_{z=z_F-h} \cdot (-\hat{\mathbf{z}} r dr d\theta) + \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{\xi} \mathbf{j}_{\underline{m}} \Big|_{z=z_F+h} \cdot (\hat{\mathbf{z}} r dr d\theta) \right] = I \quad (1.35)$$

onde  $\hat{\mathbf{z}}$  é o vetor unitário da direção de  $+z$  e  $\mathbf{j}_i = -\sigma_i \mathbf{e}_i$ . Calculando  $\mathbf{j}_{\bar{m}}$  e  $\mathbf{j}_{\underline{m}}$ , usando as equações 1.2 e 1.25, integrando sobre  $\theta$  e  $r$ , obtém-se

$$\int_0^{\infty} \frac{2\pi\sigma_F}{I\lambda^{3/2}} \left\{ A_{\bar{m}}\Gamma_{\bar{m}}^+ e^{\Gamma_{\bar{m}}^+ z_F} + B_{\bar{m}}\Gamma_{\bar{m}}^- e^{\Gamma_{\bar{m}}^- z_F} - A_{\underline{m}}\Gamma_{\underline{m}}^+ e^{\Gamma_{\underline{m}}^+ z_F} - B_{\underline{m}}\Gamma_{\underline{m}}^- e^{\Gamma_{\underline{m}}^- z_F} \right\} (\xi\lambda)^{1/2} J_1(\xi\lambda) d\lambda = \xi^{-1/2}. \quad (1.36)$$

Essa última equação é uma transformada de Hankel tipo

$$\int_0^{\infty} f(\lambda)(\xi\lambda)^{1/2} J_1(\xi\lambda) d\lambda = \xi^{-1/2}, \quad (1.37)$$

com  $f(\lambda) = 1/\lambda^{-1/2}$  (Erdélyi, 1954). Sendo assim, obtém-se que

$$A_{\bar{m}}\Gamma_{\bar{m}}^+ e^{\Gamma_{\bar{m}}^+ z_F} + B_{\bar{m}}\Gamma_{\bar{m}}^- e^{\Gamma_{\bar{m}}^- z_F} - A_{\underline{m}}\Gamma_{\underline{m}}^+ e^{\Gamma_{\underline{m}}^+ z_F} - B_{\underline{m}}\Gamma_{\underline{m}}^- e^{\Gamma_{\underline{m}}^- z_F} = \frac{I\lambda}{2\pi\sigma_F}. \quad (1.38)$$

## 1.2 Solução para o problema de $n$ camadas

Reproduzindo as expressões obtidas por Sato (2000), o potencial elétrico  $V_i(r, z)$  em cada camada  $i$ , conforme esquematizado na Figura 1.1, subdivide-se em

- para  $z \leq z_F$ , ou seja, nas camadas  $0, 1, \dots, m-1, \bar{m}$ , é dado por

$$V_i(r, z) = \frac{-I}{2\pi\sigma_F} \int_0^{\infty} \frac{1 - g_i e^{-\Delta\Gamma_i(z-z_{i-1})}}{1 - g_i G_i e^{-\Delta\Gamma_i(z_i-z_{i-1})}} e^{-\Gamma_i^+(z_i-z)} R_i \frac{\lambda}{\Gamma_m^-} J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (1.39)$$

lembrando que  $z_i = z_F$  quando  $i = \bar{m}$ , enquanto,

- nos pontos  $z \geq z_F$ , ou seja, nas camadas  $\underline{m}, m+1, \dots, n-1, n$  é dado por

$$V_i(r, z) = \frac{I}{2\pi\sigma_F} \int_0^{\infty} \frac{1 - G_i e^{-\Delta\Gamma_i(z_i-z)}}{1 - g_i G_i e^{-\Delta\Gamma_i(z_i-z_{i-1})}} e^{\Gamma_i^-(z-z_{i-1})} r_i \frac{\lambda}{\Gamma_m^+} J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (1.40)$$

lembrando que  $z_{i-1} = z_F$  quando  $i = \underline{m}$ .

Nessas expressões,  $z$  é a profundidade do observador,  $z_F$ , a profundidade da fonte, as funções  $\Gamma_i^+$ ,  $\Gamma_i^-$ ,  $\Delta\Gamma_i$  e  $\sigma_F$  são dados por:

$$\Gamma_i^+ = [\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + 4\lambda^2}]/2, \quad (1.41)$$

$$\Gamma_i^- = [\beta_i - \sqrt{\beta_i^2 + 4\lambda^2}]/2, \quad (1.42)$$

$$\Delta\Gamma_i = \Gamma_i^+ - \Gamma_i^-, \quad (1.43)$$

$$1/\sigma_F = \alpha_m e^{(\beta_m z_F)}, \quad (1.44)$$

e as expressões para  $g_i$ ,  $G_i$ ,  $r_i$  e  $R_i$  encontram-se descritas no Apêndice A.

### 1.3 Transformada de Hankel e filtros de Anderson

As integrais do tipo

$$K(r) = \int_0^{\infty} k(\lambda) J_n(r\lambda) d\lambda, \quad r \geq 0, \quad (1.45)$$

são comuns em métodos elétricos e eletromagnéticos, envolvendo meios formados por camadas horizontais. A integral é uma transformada de Hankel (Erdélyi, 1954). Nessa expressão, a função  $K(r)$  é o campo ou potencial a uma distância  $r$ , em geral entre o transmissor e receptor,  $J_n$  é uma função de Bessel de primeira espécie, ordem  $n$ , e  $k(\lambda)$ , uma função contendo os parâmetros físicos (condutividades) e geométricos (espessuras) das camadas e posições do transmissor ( $z_F$ ) e do receptor ( $z$ ).

O uso de filtros digitais foi proposto por Ghosh (1971) para o cálculo da resistividade aparente e estendido para o caso eletromagnético por Koefoed et al. (1972). Na equação 1.45, a substituição das variáveis  $r$  e  $\lambda$  segundo

$$r = e^x \quad e \quad (1.46)$$

$$\lambda = e^{-y} \quad (1.47)$$

permite reescrevê-la como

$$e^x K(e^x) = \int_{-\infty}^{\infty} k(e^{-y}) [e^{x-y} J_n(e^{x-y})] dy. \quad (1.48)$$

Definindo-se

$$\begin{aligned} e^x K(e^x) &= g(x), \\ k(e^{-y}) &= f(y), \\ e^{x-y} J_n(e^{x-y}) &= s(x-y), \end{aligned}$$

obtém-se

$$g(x) = \int_0^{\infty} f(y) s(x-y) dy, \quad (1.49)$$

que se trata de uma convolução. Sob o ponto de vista de filtros, pode-se dizer que:

$g(x)$  – sinal de saída do filtro,

$f(y)$  – sinal de entrada, e

$s(y)$  – filtro ou função transferência do sistema.

Dessa forma, implementou-se a filtragem digital para a avaliação da equação 1.45.

Esta concepção foi minuciosamente estudada por Anderson (1975, 1979), tendo sido desenvolvidos os coeficientes para outras transformadas similares. Ele descobriu experimentalmente que a precisão do filtro é aprimorada usando filtros projetados a partir de integrais de convolução conhecidas com pares de função de entrada e saída. Além disso, os comprimentos de filtros reduzidos são possíveis ao convolver núcleos arbitrários com respostas de filtros de decaimento rápido.

Recorrendo ao teorema da convolução, a equação 1.49 é escrita como

$$G = FS \quad (1.50)$$

onde  $G = \mathcal{F}[g(x)]$ ,  $F = \mathcal{F}[f(y)]$  e  $S = \mathcal{F}[s(y)]$ , o que permite, em princípio, escrever

$$S = \frac{G}{F}. \quad (1.51)$$

Sendo, conhecidos pares de função  $f(x)$  e  $g(x)$  adequados, torna-se possível obter a função  $S$  e, conseqüentemente,  $\mathcal{F}^{-1}[S]$  é a resposta do filtro à entrada impulso.

Dada a necessidade finita do filtro, o truncamento adequado é feito supondo a amostragem de  $N$  pontos espaçados  $\Delta x$  e assim a frequência de Nyquist de  $1/2\Delta x$ . Esse processo é equivalente ao produto de  $s$  pela função  $\text{sinc}(x_i) = \sin(\pi x_i/\Delta x)/(\pi x_i/\Delta x)$  no domínio da frequência (Anderson, 1975), obtendo-se a resposta ao filtro, ou simplesmente, os pesos do filtro.

A aplicação dos pesos do filtro para uma função “kernel” específico é dada por uma soma de convolução

$$g(x) = \sum_{i=0}^n w_i f(x - a_i), \quad (1.52)$$

onde:

- $w_i$  – são os pesos do filtro,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,
- $x$  – parâmetro de transformação, e
- $a_i$  – posição de  $w_i$  na abscissa.

Deve-se, ainda, considerar conhecido o par de funções de entrada e saída (Anderson, 1975, tabela 1) e a resposta do filtro caracterizada como oscilante decrescente em ambas as direções do eixo da abscissa, com intervalo entre as amostras de  $\Delta x = \log(10)/12 \approx .20$ , reduzindo o erro de interpolação para valores menores que  $10^{-6}$ .

O projeto dos filtros foi concebido de modo que a operação de convolução possa ser aplicada a uma grande classe de transformações integrais tendo a mesma função de transferência do sistema. Este método também é útil por diminuir significativamente o tempo de computação. A precisão dos filtros é comparável à integração Gaussiana, desde que sejam utilizados parâmetros moderados e funções de “kernel” bem comportadas. Apenas o filtro de  $J_0$  da Figura 1.4 é utilizado neste trabalho.

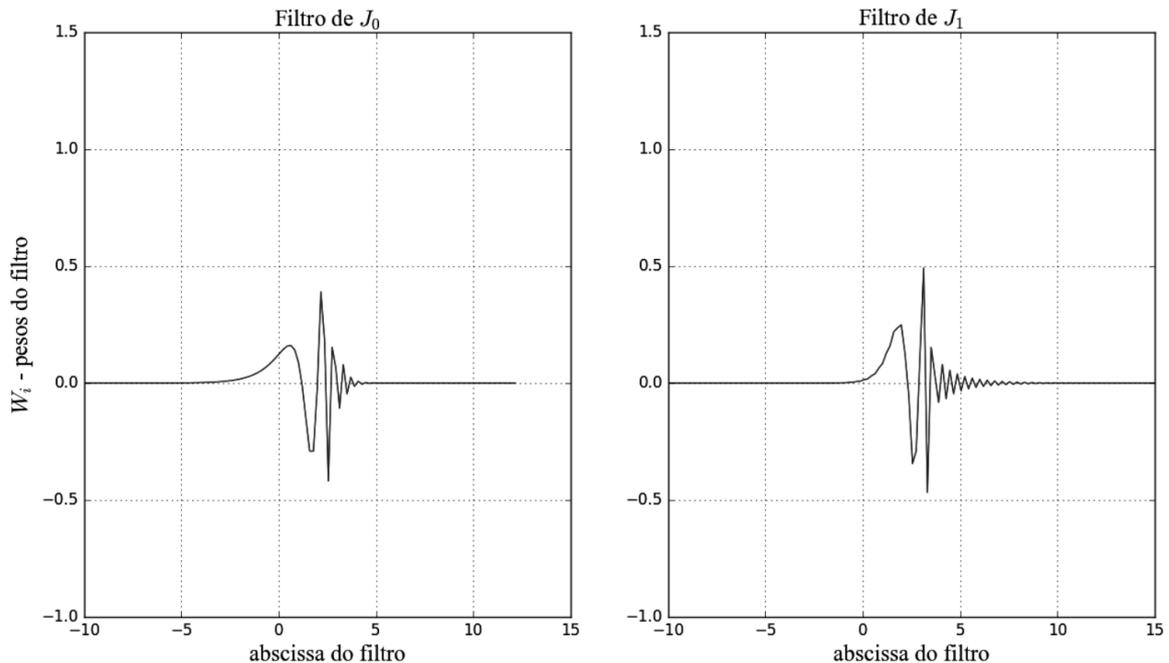


Figura 1.4: Filtros digitais de  $J_0$  e  $J_1$

# Capítulo 2

## Medida de resistividade aparente $\rho_a$

### 2.1 Dispositivos Galvânicos

Técnicas diversas são utilizadas para se obter a resistividade aparente  $\rho_a$ , todas possuindo um sistema básico em comum que considera a existência de pelo menos um eletrodo emissor e um outro, receptor de sinal dentro da formação geológica. Em perfis galvânicos, o eletrodo de corrente elétrica (A) é a fonte do sinal e o(s) eletrodo(s) de potencial (M, no sistema normal, sendo M e N no sistema lateral) o(s) receptor(es), certamente distanciados entre si.

Um aumento do espaçamento dos eletrodos melhora a profundidade de investigação e minimiza a interferência de elementos criados pelo poço de perfuração, tais como: lama, reboco, desmoronamentos e zona invadida, desconsiderados neste trabalho, aproximando a resistividade calculada ( $\rho_a$ ) da resistividade da formação. Entretanto, isso também compromete a resolução vertical do sistema, que se torna menos sensível a presença de camadas menos espessas (Serra, 1984).

Os sistemas de aquisição eletrorresistiva classificam-se em macro e microvolumétricos conforme a distância de separação dos eletrodos. Mantendo os mesmos princípios físicos, podem ainda ser classificados em mono e multieletródos, de acordo com a quantidade de eletrodos do arranjo (Nery, 2013).

### 2.2 Fundamentação Básica

A medida da resistividade da formação geológica considera basicamente a corrente  $I$  e a voltagem  $V$  medida pelo eletrodo M, distanciado  $r$  do eletrodo de corrente A (Ellis e Singer, 2007).

A relação entre o potencial  $V$  do ponto M com a corrente  $I$ , obedece as leis obtidas da eletrostática conforme se segue. Assim, considerando meios homogêneos, lineares e isotrópicos, o campo elétrico devido a uma carga elétrica  $q$ , pontual, é dado por

$$\mathbf{e}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.1)$$

onde  $\epsilon$  é a permissividade elétrica do meio, em [F/m], e  $\hat{\mathbf{r}}$ , em [m], é o vetor unitário na direção de  $\mathbf{r}$ . Assim, a partir da relação entre densidade de corrente elétrica e o campo elétrico dado por  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}$ , onde  $\sigma$ , em  $[\frac{1}{\Omega}] = [S]$ , é a condutividade elétrica, pode-se escrever a partir da equação 2.1,

$$\mathbf{j}(r) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.2)$$

Considerando-se uma superfície esférica  $S$  de raio  $R$ , que engloba a carga elétrica colocada em seu centro, o fluxo total de corrente através desta superfície é dada por

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sigma q}{4\pi\epsilon R^2} 4\pi R^2 = \frac{\sigma q}{\epsilon}. \quad (2.3)$$

Essa intensidade  $I$  de corrente é necessária para sustentar constante a carga elétrica  $q$ , ou,

$$q = \epsilon \rho I \quad (2.4)$$

onde  $\rho = 1/\sigma$  é a resistividade elétrica. Dessa forma, a equação 2.1 é reescrita como

$$\mathbf{e}(r) = \frac{\rho I}{4\pi r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.5)$$

Ainda, pode-se definir uma função escalar  $V$ , tal que  $\mathbf{e} = -\nabla V$ , admitindo-se a conservação do campo elétrico, e assim

$$V = \frac{\rho I}{4\pi r}. \quad (2.6)$$

Isolando-se o termo  $\rho$  desta última equação, obtém-se

$$\rho = 4\pi r \frac{V}{I}. \quad (2.7)$$

com a qual se poderia calcular a resistividade elétrica do espaço a partir do conhecimento de  $r$ ,  $V$  e  $I$ . Considerando que essa expressão também poder ser aplicada para qualquer outra situação, denomina-se a resistividade  $\rho$ , como resistividade aparente  $\rho_a$ . Assim,

$$\rho_a = 4\pi r \frac{V}{I} = k \frac{V}{I}, \quad (2.8)$$

onde  $k = 4\pi r$  é um valor referente à geometria do arranjo, conhecido como fator geométrico.

## 2.3 Sistemas Multieletrodos

Quatro eletrodos são, normalmente, utilizados: o sistema normal e o sistema lateral, representativos de configurações de sistemas desfocalizados. Esses dispositivos utilizam baixas frequências e em muitos casos, abaixo de 1 kHz (Ellis e Singer, 2007).

### 2.3.1 Sistema normal

Reconhecido como o dispositivo comercial mais antigo, o sistema normal (SN) possui o eletrodo de retorno B e o de medição N posicionados na superfície, enquanto os eletrodos A e M estão dentro do poço de perfuração, conforme esquematizado na Figura 2.1. Neste sistema, se mede a diferença de potencial entre os eletrodos em M e N, este último considerado no infinito, sendo que 90% está situado entre A e M (Nery, 2013).

Considerando a equação 2.6, o potencial no eletrodo M, considerando a fonte de corrente  $I$  em A, é dado por,

$$V_M = \frac{I\rho}{4\pi AM} \quad (2.9)$$

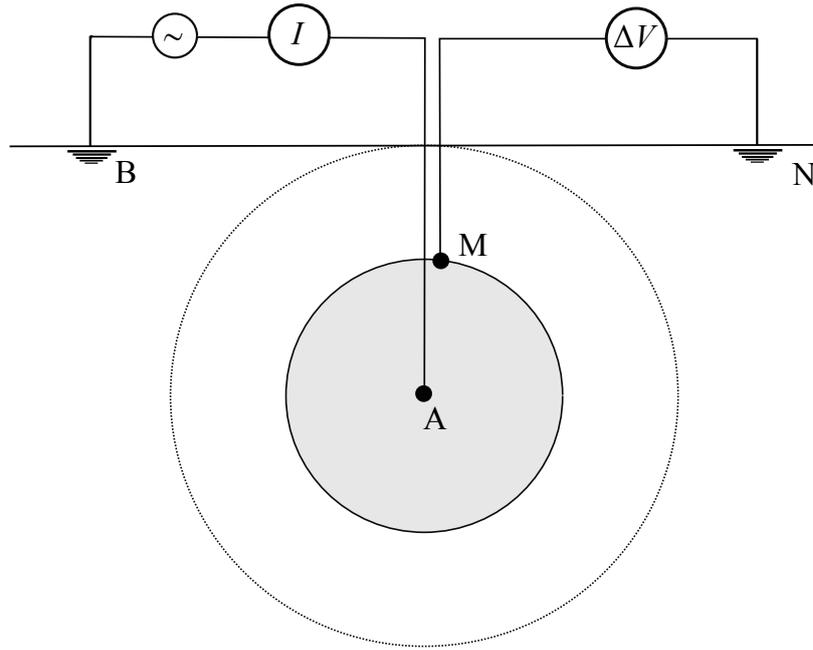


Figura 2.1: Sistema Normal

onde  $\overline{AM}$  é a distância entre os eletrodos A e M. Em termos da resistividade aparente, tomando  $L = \overline{AM}$ ,

$$\rho_a = 4\pi L \frac{V_M}{I}, \quad (2.10)$$

em que  $L$  é um parâmetro de dimensionalidade característico da ferramenta. O parâmetro  $L = 16''$  define o sistema normal curto (SN16), e  $L = 64''$ , o sistema normal longo (SN64). A resolução radial é da ordem da dimensão do espaçamento de  $L$ , medido do eixo da ferramenta e, para garantir que  $\rho_a$  seja mais próxima da resistividade  $\rho$  das camadas, suas espessuras devem possuir, no mínimo, o dobro de  $L$  (Nery, 2013).

O comportamento da resistividade aparente  $\rho_a$  é discutido em tópico mais a frente, onde se analisa os efeitos que ocorrem na interface, conforme geometria do arranjo de eletrodos.

### 2.3.2 Sistema Lateral

O Sistema Lateral (SL) possui os dois eletrodos de potencial M e N e o eletrodo de corrente A posicionados na sonda, enquanto que o eletrodo B, de retorno da corrente elétrica, fica disposto na superfície, conforme a Figura 2.2. Fixa-se a distância  $L$  de  $18' 8''$  entre A e o ponto médio entre os eletrodos M e N, estes separados de  $32''$ . Assim, tomando a equação 2.6, se tem os potenciais

$$V_M = \frac{\rho_a I}{4\pi L_1} \quad \text{e} \quad V_N = \frac{\rho_a I}{4\pi L_2} \quad (2.11)$$

onde  $L_1 = \overline{AM}$  e  $L_2 = \overline{AN}$ . Definindo  $V_{MN} = V_M - V_N$ , pode-se obter a expressão para a resistividade aparente

$$\rho_a = \frac{4\pi V_{MN}}{I \left( \frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right)} \quad (2.12)$$

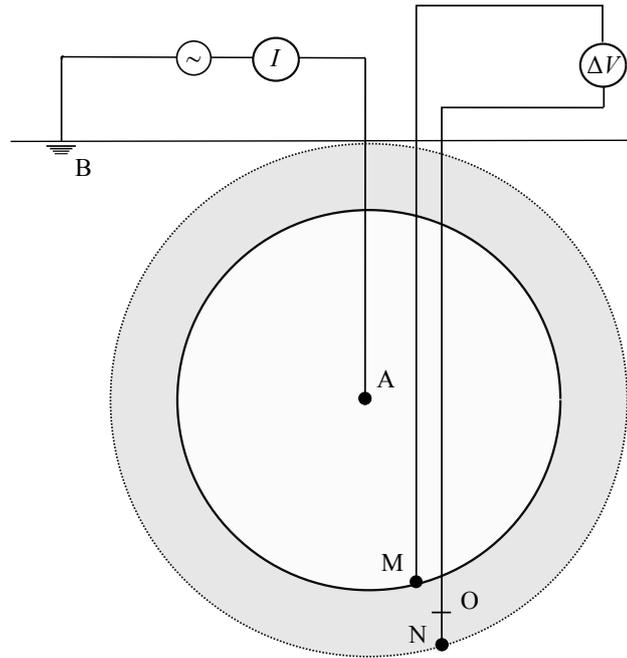


Figura 2.2: Sistema Lateral

A proximidade dos valores de  $\rho_a$  da resistividade da camada  $i$ , isto é,  $\rho_a \approx \rho_i$ , segue o mesmo princípio descrito para o sistema normal, ressaltando-se que a resolução radial correspondente à distância do eletrodo de corrente A ao ponto médio dos eletrodos de potencial (M e N).

A resposta da resistividade aparente na aproximação da interface tende a diminuir ou aumentar em decorrência da maior ou menor resistividade da camada seguinte, respectivamente. Isso deve-se à relação  $V \propto RI$ , onde  $R$  é a resistividade verdadeira da formação e  $I$  a corrente enviada ao poço, sendo ambos constantes. Entretanto, a intensidade do fluxo de corrente é alterada na aproximação da interface, modificando a magnitude de  $I$  e, conseqüentemente o  $V$  registrado no eletrodo. Dessa maneira, pela relação  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}$ , a passagem para o meio mais resistivo diminui o fluxo de corrente na direção dos eletrodos de potencial, reduzindo os valores de leitura de  $V_{MN}$ , diminuindo  $\rho_a$ . Por outro lado, a transição para o meio menos resistivo causa o efeito inverso, conforme ilustrado na Figura 2.3.

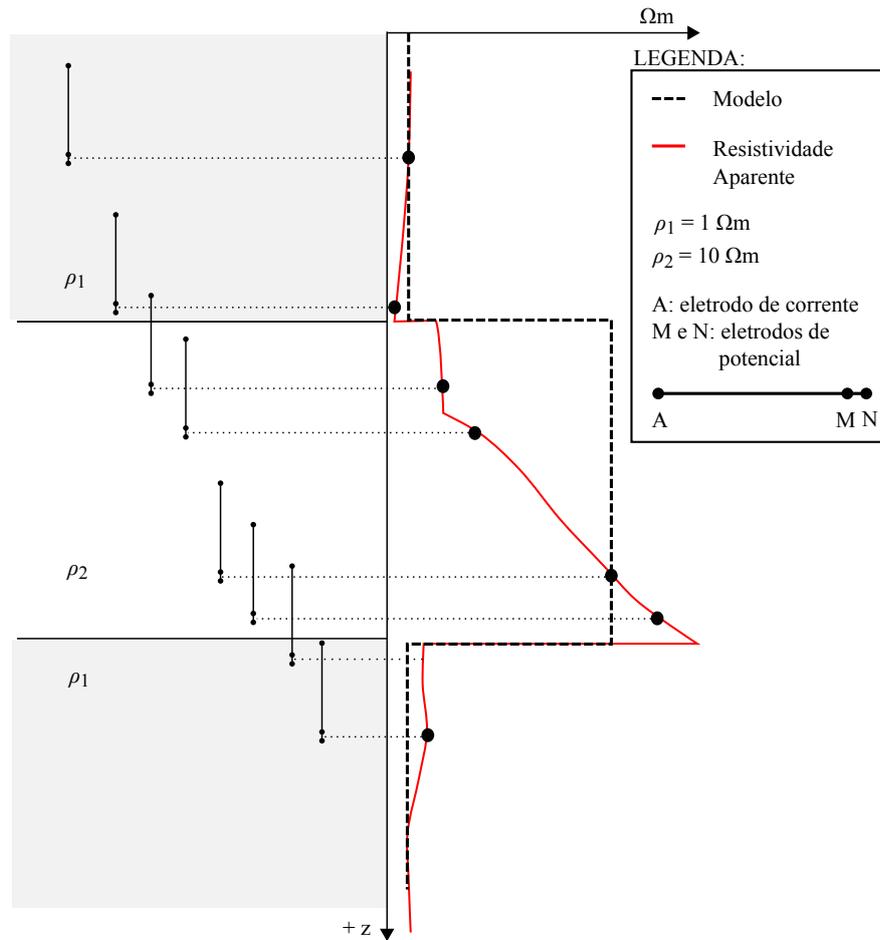


Figura 2.3: Leitura da  $\rho_a$  na transição de camadas com o Sistema Lateral 18' 8'' (Adap. Guyod (1954))

## Capítulo 3

### Simulações da perfilagem direcional

A seguir, encontram-se os resultados de diversos estudos com simulações de perfilagem elétrica com o Sistema Normal (SN) e com o Sistema Lateral (SL), através de camadas horizontais condutoras, homogêneas e heterogêneas, onde nestes casos a resistividade elétrica varia exponencialmente com a profundidade, conforme a equação 1.1. Os modelos geolétricos estudados são os mesmos contidos em Sato (2000), e estão representados na Figura 3.1.

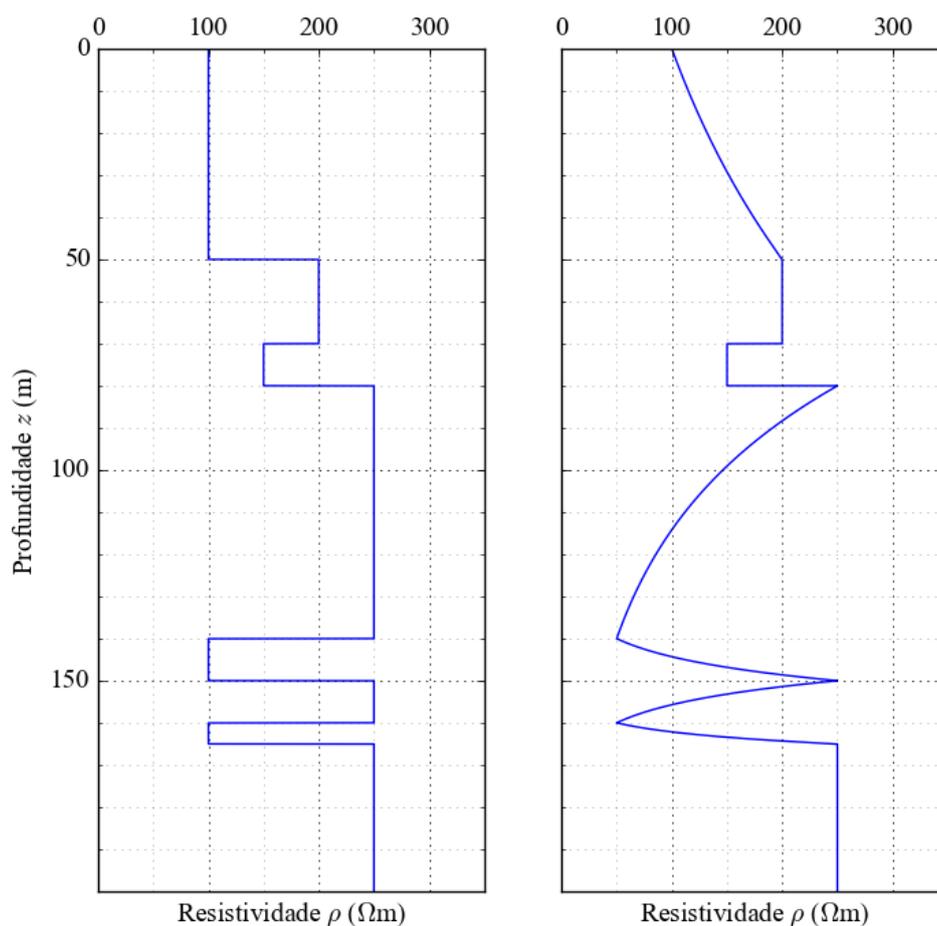


Figura 3.1: Modelos de resistividade em profundidades (Sato, 2000).

Inicialmente, a fim de validar os resultados dos programas de computador desenvolvidos no presente trabalho, foram feitas as simulações de perfilagens verticais com o SN de 16'' e

64'', nos modelos já citados. Os resultados obtidos estão representados na Figura 3.2 e elas reproduzem os resultados obtidos por aquele autor.

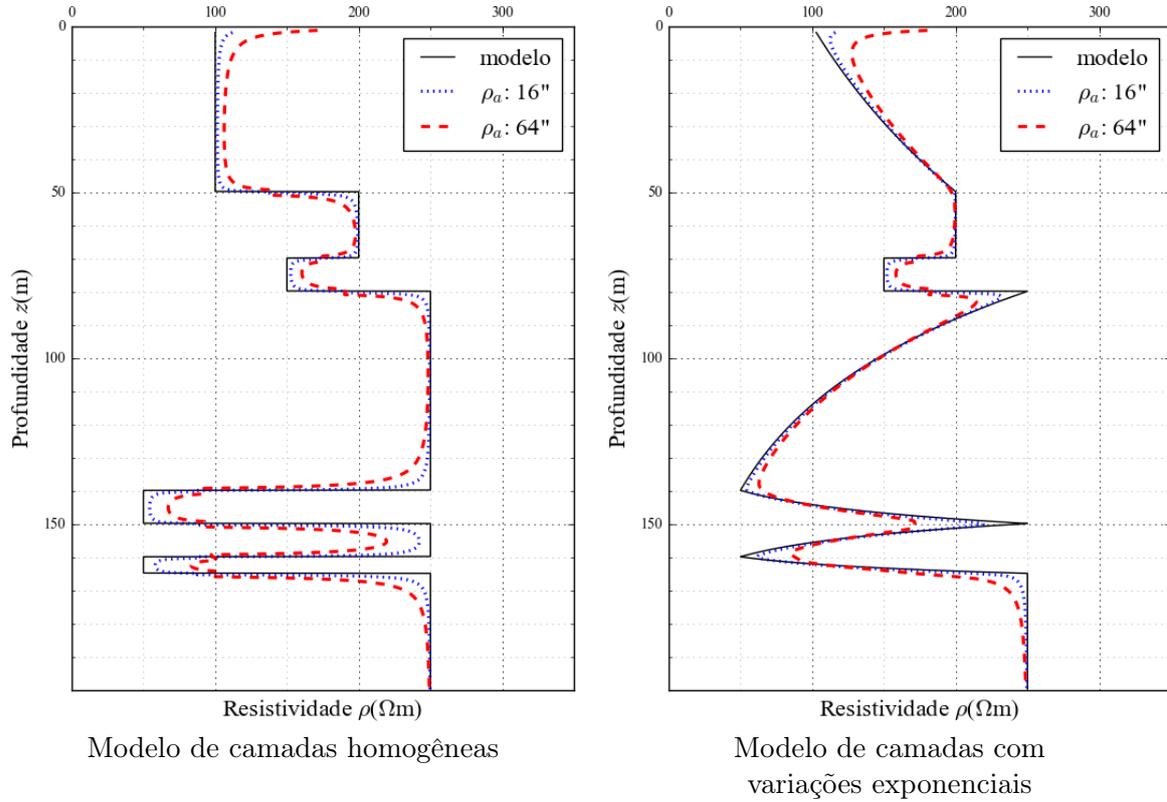


Figura 3.2: Resistividade aparente com o Sistema Normal de 16'' e 64''

A resistividade aparente obtida com o SN16 aproximasse melhor ao modelo de resistividade que as curvas obtidas com o SN64, devido ao menor afastamento dos eletrodos de corrente e de potencial, revelando que o SN16 possui maior resolução, permitindo detectar às heterogeneidades verticais presentes em um modelo cujas camadas sejam mais finas.

### 3.1 Modelos de poço direcional

Para simular uma perfilagem direcional, escolheu-se dois modelos de trajetórias a serem percorridas pela ferramenta, esquematizados na Figura 3.3.

Nos dois casos, supõe-se que, em cada ponto, a ferramenta estará tangente à trajetória, portanto inclinada, também. Assim, na trajetória retilínea, os pontos  $(x, y)$  seguem a equação da reta

$$z = \alpha x \quad (3.1)$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro.

No caso da trajetória exponencial, a equação é:

$$z = z_b(1 - e^{-\alpha x}), \quad (3.2)$$

onde  $\alpha$  e  $z_b$  são parâmetros, sendo  $z_b$  a profundidade para qual o poço tenderá de forma assintótica.

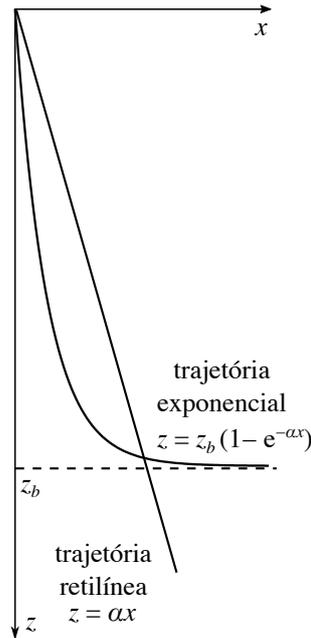


Figura 3.3: Trajetórias de poços direcionais.

O ângulo  $\theta$  do eixo da ferramenta (direção formada pelos eletrodos M e A no SN, ou M, N e A no SL) com a horizontal é dado por

$$\theta = \arctan(\alpha),$$

na trajetória retilínea, ou seja, constante, enquanto que, na trajetória exponencial, varia:

$$\theta = \arctan(\alpha z_b e^{-\alpha x}).$$

O modelo de trajetória exponencial permite fazer a simulação da perfilagem ao longo de um poço direcional que inicia em uma direção quase vertical e inclina-se cada vez mais com a profundidade até quase se horizontalizar a uma determinada profundidade, por exemplo, em uma camada contendo o reservatório de interesse.

## 3.2 Simulações com o Sistema Normal

As simulações apresentadas a seguir foram feitas com a ferramenta SN16, já que fenômenos similares a serem destacadas também são observados com o SN64.

### 3.2.1 Simulação com poços direcionados

As Figuras 3.4 e 3.5 representam, respectivamente, a resistividade aparente obtida usando trajetórias retilíneas e exponenciais, simulando perfilagens através do modelo de camadas homogêneas representado na Figura 3.1. As curvas de resistividade aparente foram feitas considerando a profundidade  $z$ , ponto médio de afastamento entre os eletrodos da ferramenta SN, como referência. Em ambos os percursos simulados, foram adotadas três inclinações iniciais de comportamentos expressivos da curva de resistividade aparente. Nota-se, na escala desses gráficos, a impossibilidade prática de se distinguir as curvas criadas com

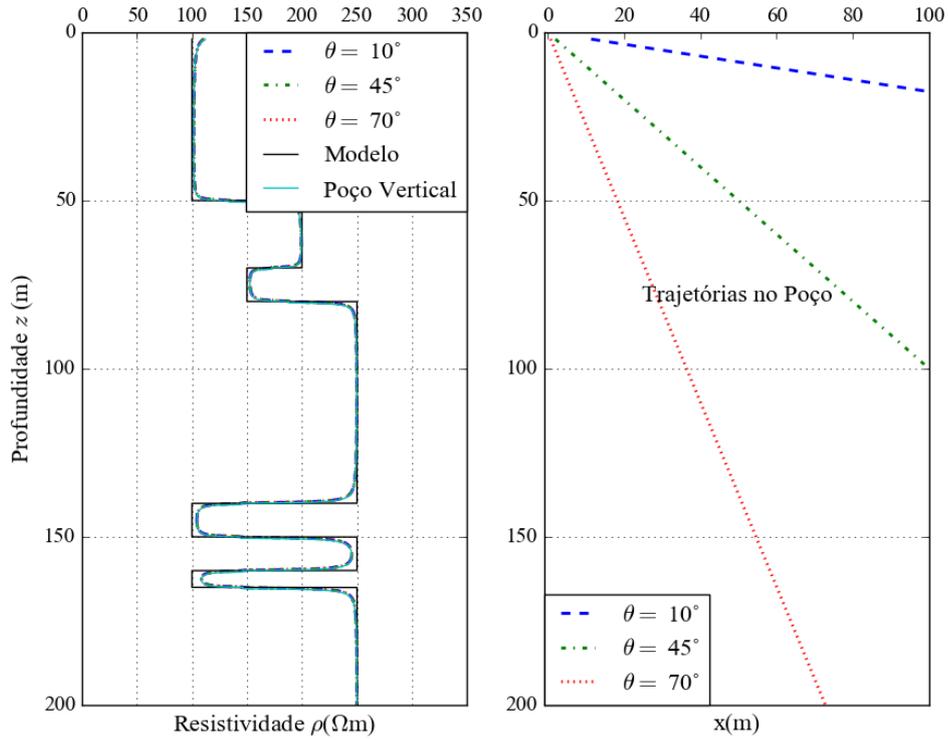


Figura 3.4: Trajetória retilínea SN através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1

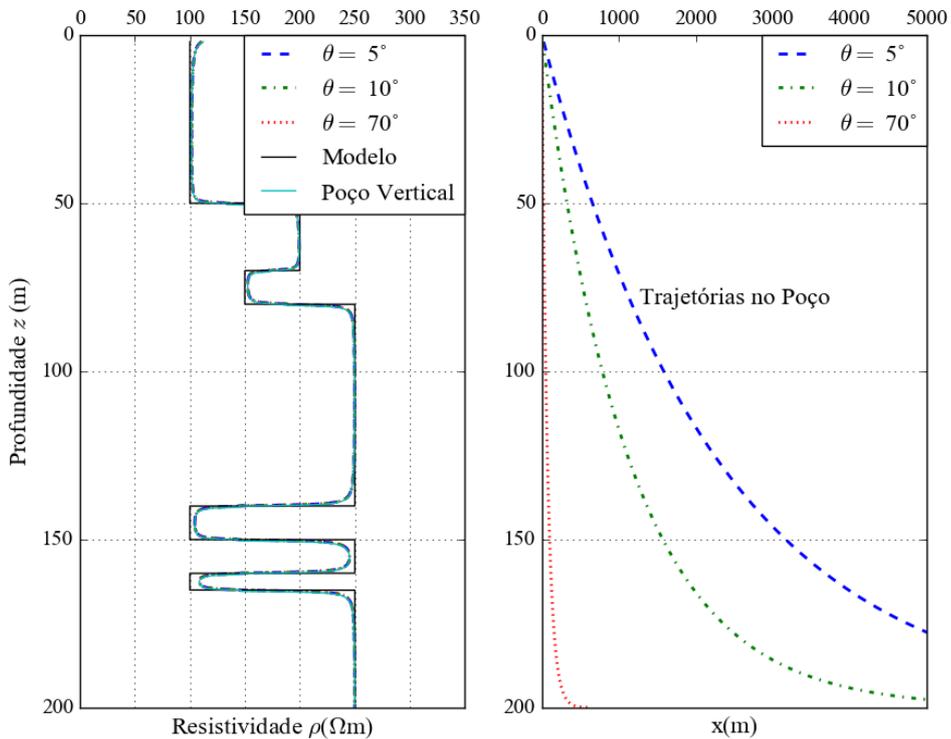


Figura 3.5: Trajetória exponencial SN através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1

as perfilagens em trajetórias inclinadas em relação à perfilagem vertical. Contudo, as diferenças existem e encontram-se ressaltadas na forma de desvios relativos, nas Figura 3.6 e

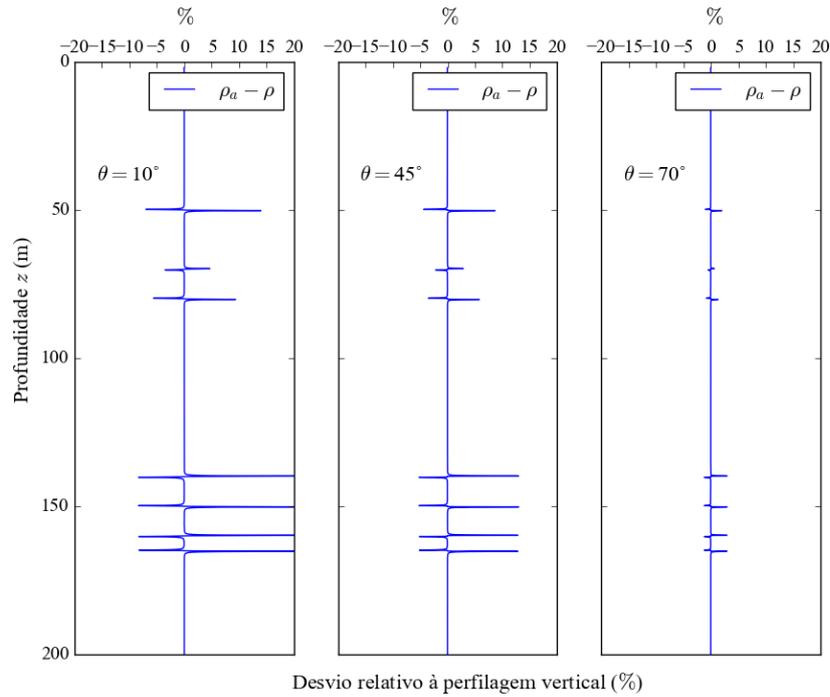


Figura 3.6: Desvio da resistividade aparente em trajetórias retilíneas, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SN

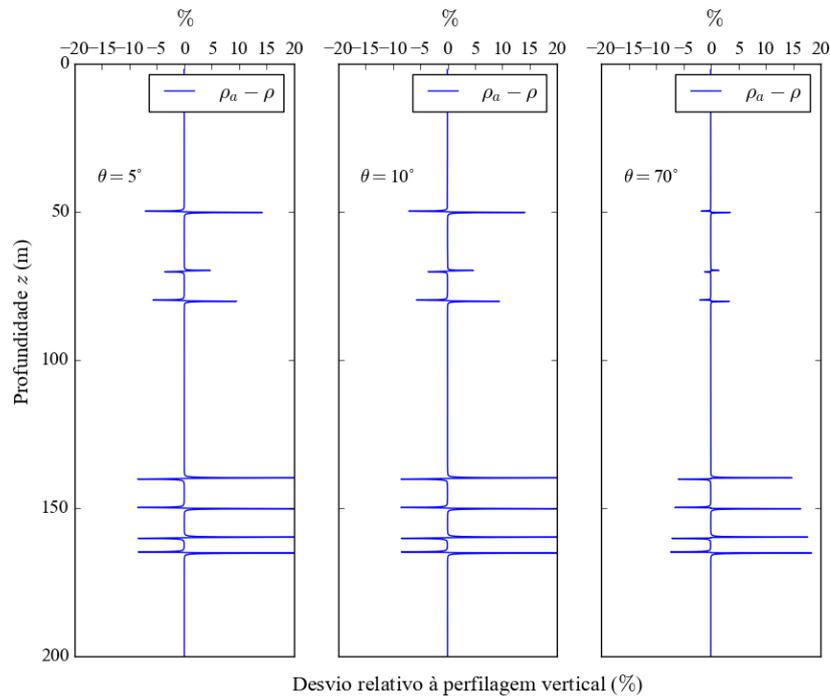


Figura 3.7: Desvio da resistividade aparente em trajetórias exponenciais, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SN

Figura 3.7. Comparando-se os desvios mostrados nessas duas figuras, fica evidenciado que eles acentuam-se quando a perfilagem é feita em poços mais horizontalizados (Figura 3.6), ou nos trechos mais horizontalizados do poço, que se destacam nas maiores profundidades do modelo exponencial de perfuração, representados na Figura 3.7. A razão do aumento do des-

vio relativo é devido à menor distância vertical entre os eletrodos da ferramenta, resultante da inclinação da ferramenta.

### 3.2.2 Efeitos na interface

Os desvios observados nas curvas decorrentes das direções utilizadas na simulação de perfilação serão analisadas adotando-se o modelo simplificado de duas camadas, de acordo com a Figura 3.8.

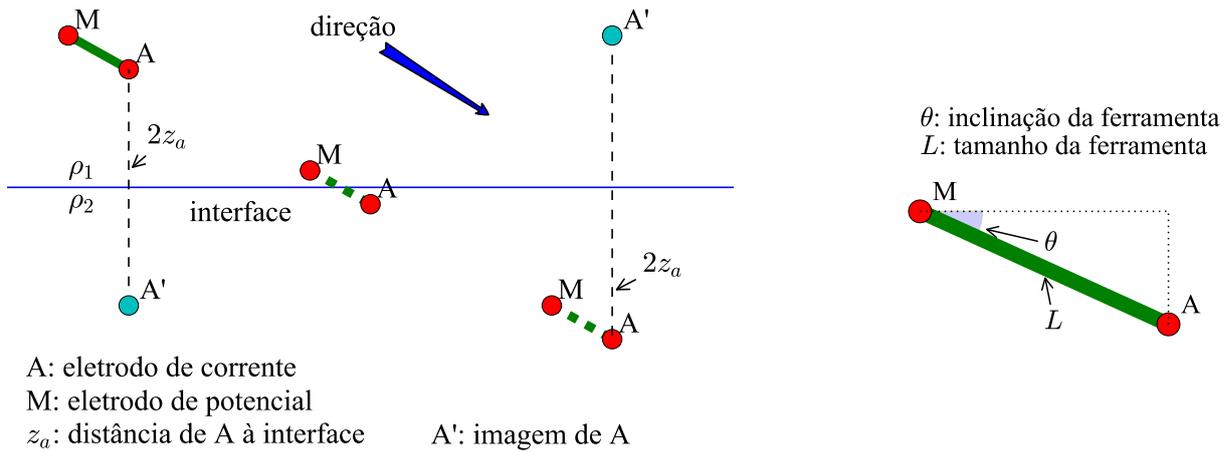


Figura 3.8: Esquematização perfilagem SN em trajetória inclinada

Usando a técnica do método das imagens, a resistividade aparente descrita pela equação 2.10, para as diferentes posições dos eletrodos de corrente e de potencial relativas a interface, conduz as seguintes expressões:

- Para os dois eletrodos (A e M) no meio 1:

$$\rho_a = \rho_1 \left( 1 + \frac{\kappa_{21}}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L + \sin \theta)^2}} \right) \quad (3.3)$$

- Para o eletrodo M no meio 1 e o eletrodo A no meio 2:

$$\rho_a = \rho_1 (1 + \kappa_{21}) \quad (3.4)$$

- Para os dois eletrodos (A e M) no meio 2:

$$\rho_a = \rho_2 \left( 1 - \frac{\kappa_{21}}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L - \sin \theta)^2}} \right) \quad (3.5)$$

sendo  $\kappa_{ij}$  o coeficiente de reflexão definido como  $\kappa_{ij} = (\rho_i - \rho_j)/(\rho_i + \rho_j)$ , onde  $i$  e  $j$  são índices das camadas.

Simulações feitas com três diferentes contrastes estão apresentadas na Figura 3.9. A resistividade aparente é influenciada pela resistividade da camada adjacente, na medida em que o arranjo de eletrodos se aproxima da superfície de separação das camadas, e o seu valor aumenta ou diminui, tendendo ao valor da resistividade da camada adjacente. A curva

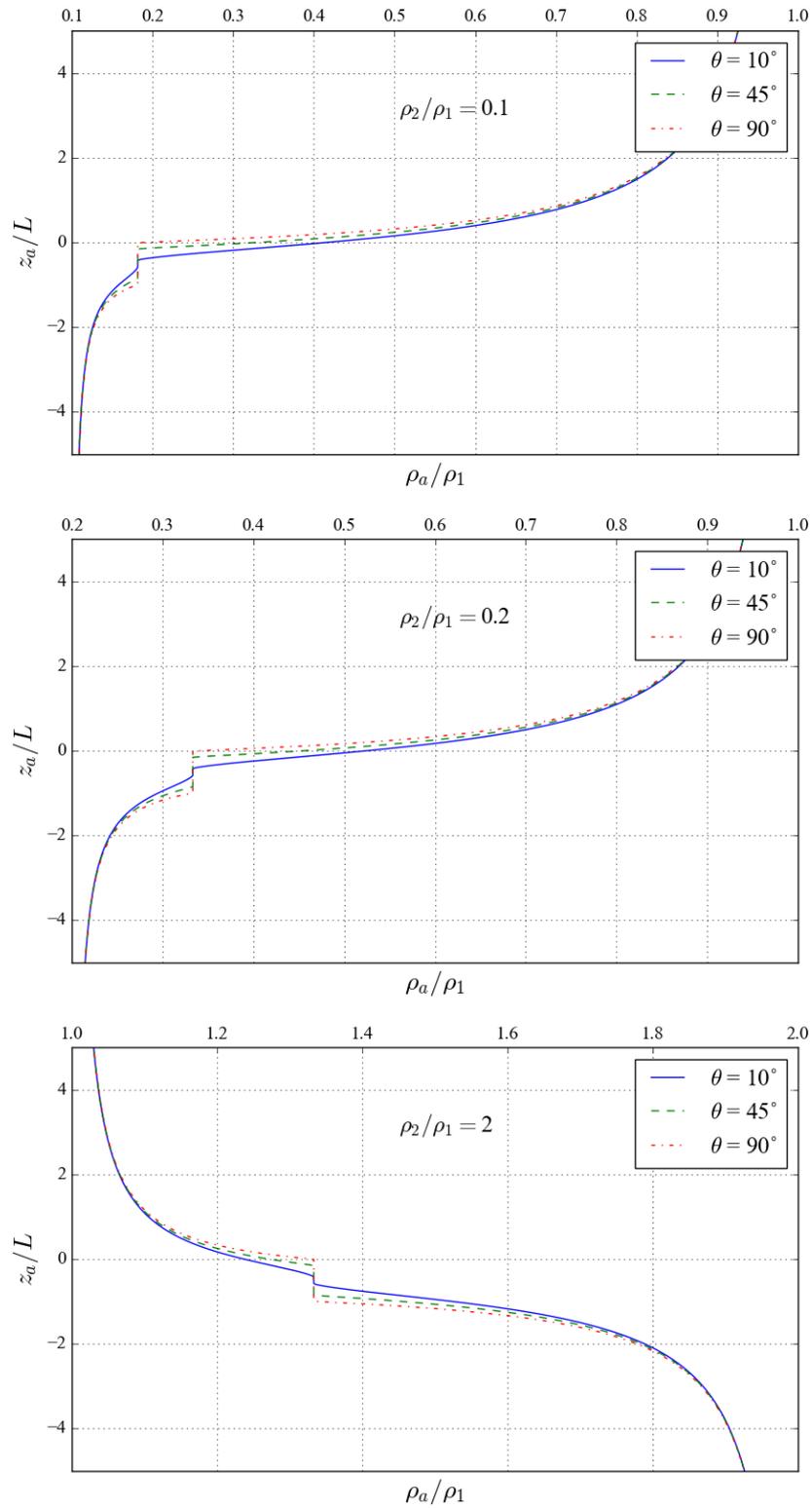


Figura 3.9: Perfilagens com diferentes contrastes de resistividade e inclinações da direção da ferramenta

de resistividade aparente é contínua e apresenta um valor constante nos pontos em que os eletrodos de potencial e de corrente encontram-se em lados opostos da interface. Nesse intervalo da perfilagem, o valor da resistividade aparente é dado conforme a equação 3.4, e

independe da inclinação  $\theta$  da ferramenta, porém esse ângulo afeta o intervalo vertical em que ocorre esse patamar, cujo valor é dado por  $L \sin \theta$ , evidenciado na simulação representada na Figura 3.10.

O patamar citado não é perceptível nas Figuras 3.4 e 3.5 devido tão somente à escala vertical, porém as diferenças só existem e aparecem de maneira bem localizada conforme mostrou a Figura 3.6.

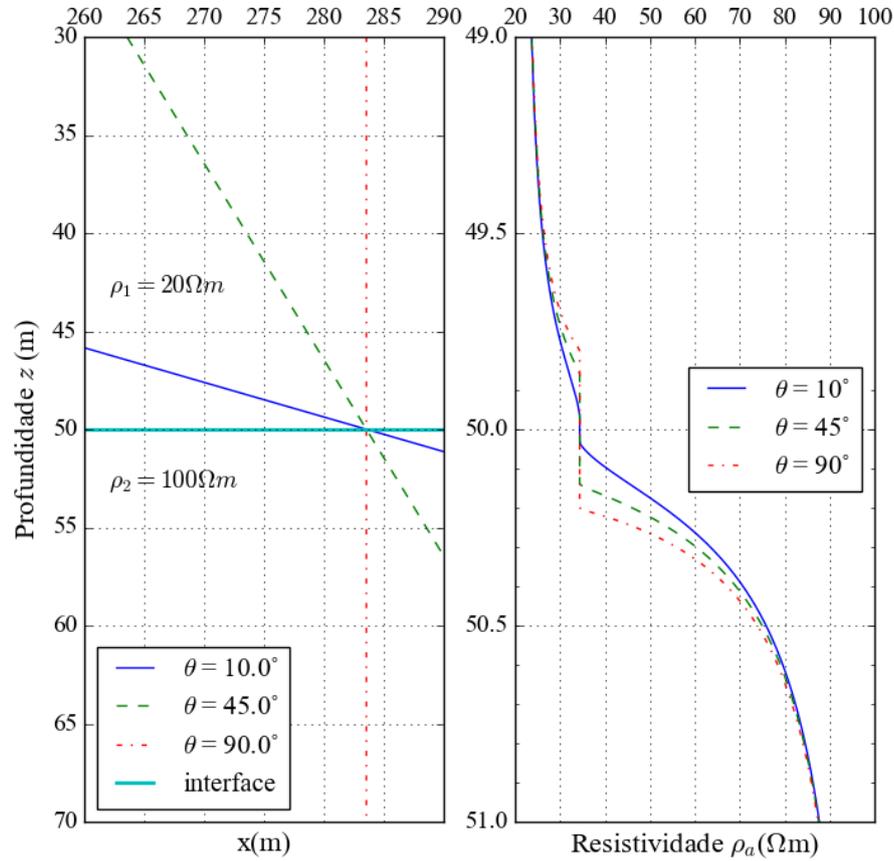


Figura 3.10: Trajetórias retilíneas SN

### Influência da camada adjacente

Supondo que a direção do poço é horizontal, o que equivale à situação em que o ângulo  $\theta = 0^\circ$ , e a ferramenta encontre-se no meio 1, Figura 3.11, a equação 3.3 fica reduzida a

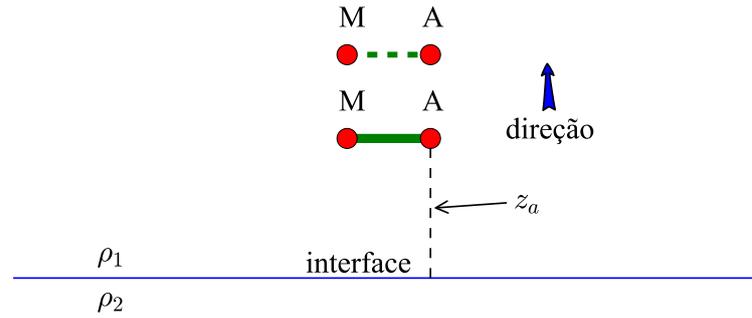
$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + \frac{\kappa_{21}}{\sqrt{1 + (2z_a/L)^2}}, \quad (3.6)$$

Alguns casos limites são interessantes de serem analisados. O primeiro é fazer  $z_a = 0$ , ou seja, colocar os dois eletrodos da ferramenta na interface. Nesse caso, obtém-se

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + \kappa_{21} = \frac{2\rho_2}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{2}{1 + \rho_1/\rho_2}. \quad (3.7)$$

Este resultado permite afirmar que

$$\lim_{\rho_2 \rightarrow \infty} \frac{\rho_a}{\rho_1} = 2, \quad (3.8)$$



A: eletrodo de corrente  
M: eletrodo de potencial  
 $z_a$ : distância de A à interface

Figura 3.11: Esquematização do afastamento vertical do sistema normal da interface.

ou seja, a resistividade aparente é limitada mesmo quando a resistividade da segunda camada tende ao infinito, e quando a razão  $z_a/L$  aumenta,  $\rho_a/\rho_1 \rightarrow 1$ . Estes resultados estão mostrados na Figura 3.12 para diferentes contrastes de  $\rho_2/\rho_1$ .

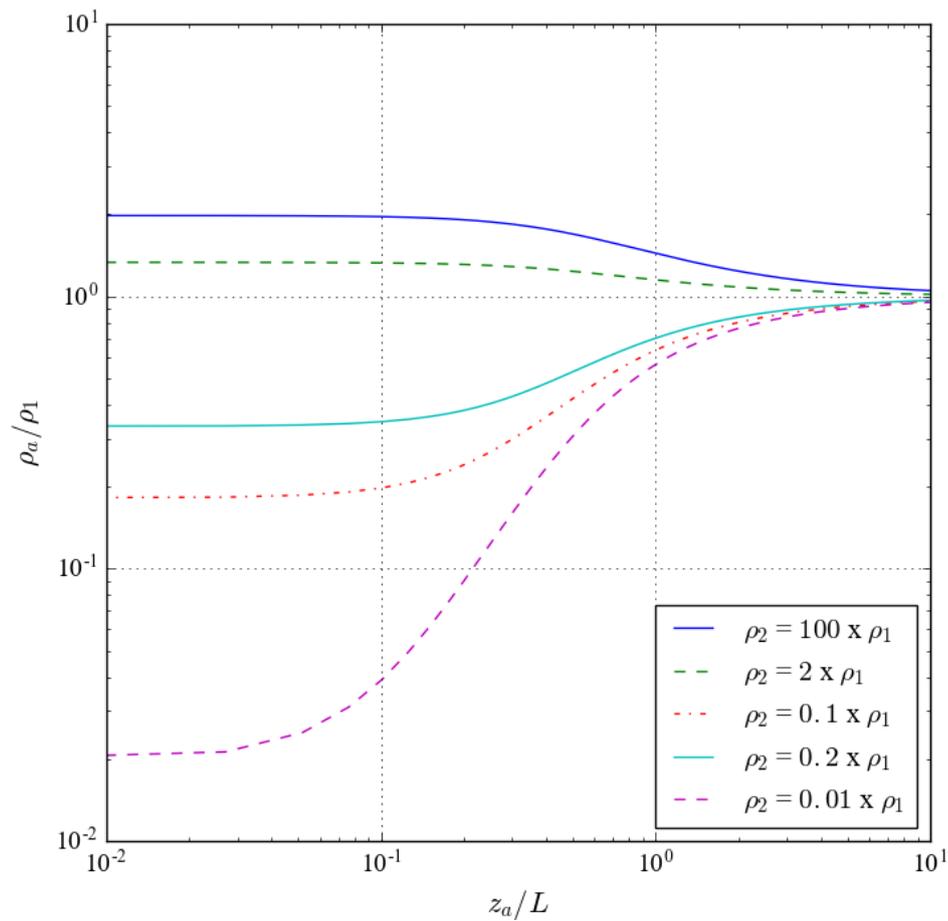


Figura 3.12: Resistividade aparente SN paralelo à interface

### 3.2.3 Efeito da espessura

A distorção das curvas de resistividade devido a espessura ( $e$ ) da camada, conforme discutido por Guyod (1954), influencia a aproximação da resistividade aparente à resistividade verdadeira da camada, sendo determinada pelo valor de  $L$ , consistindo na resolução vertical da ferramenta. Para esta análise, considerou-se o modelo de três camadas, adotando uma camada intermediária de resistividade diferente das camadas adjacentes, possibilitando dois casos de estudo.

A Figura 3.13 representa a resistividade aparente para duas situações em que  $\rho_1 = \rho_3$ , sendo a segunda camada de espessura variável por um fator de  $L$ . A Figura 3.13a refere-se ao caso em que  $\rho_2 > \rho_1$ , ou seja,  $\rho_1 = \rho_3 = 20 \Omega\text{m}$  e  $\rho_2 = 100 \Omega\text{m}$ , e a Figura 3.13b, caso  $\rho_2 < \rho_1$ , ou seja,  $\rho_1 = \rho_3 = 100 \Omega\text{m}$  e  $\rho_2 = 20 \Omega\text{m}$ . Nesses dois casos, as simulações indicam que as espessuras da ordem de grandeza da ferramenta ( $e \approx L$ ), ou menor, defletem pouco a curva de resistividade aparente, ou seja, os valores se afastam pouco daqueles da resistividade das camadas adjacentes, podendo ser imperceptível para camadas mais finas.

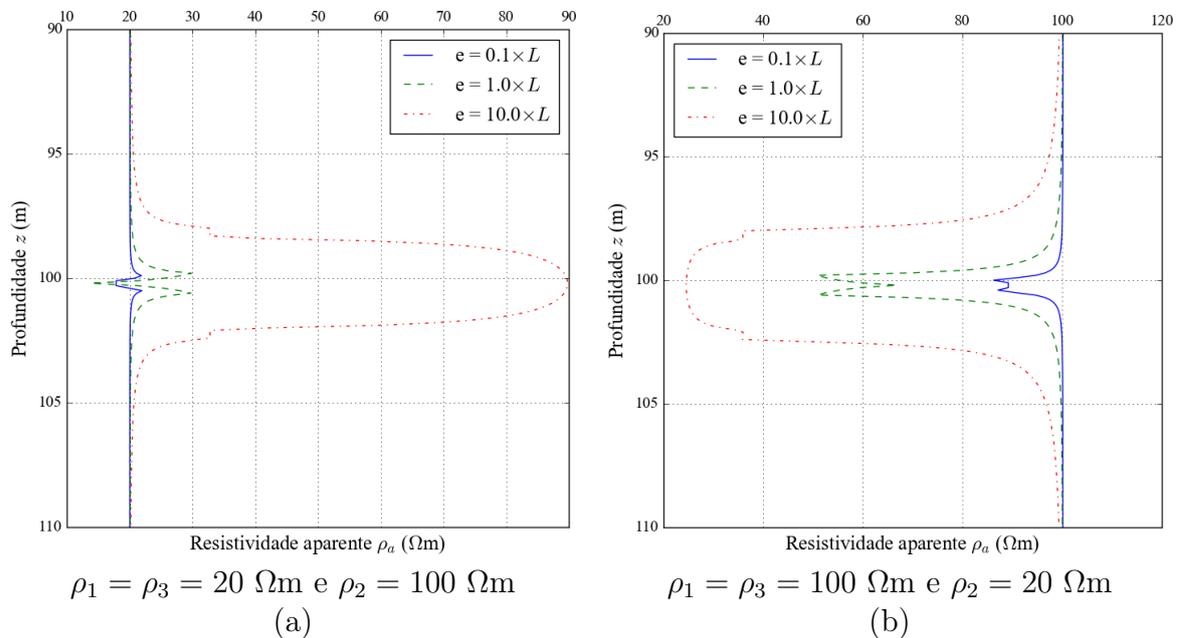


Figura 3.13: Efeito da espessura - Sistema Normal

Camadas menos espessas sofrem maior interferência das camadas adjacentes, afastando-se muito da resistividade verdadeira, sendo ainda mais contundente em meios mais resistivos ( $\rho_2 > \rho_1 = \rho_3$ ). Em ambos casos, a resistividade verdadeira da segunda camada não é alcançada mesmo para a maior espessura utilizada,  $e = 10L$ , sendo insuficiente para eliminar as influências das camadas circunvizinhas.

A Figura 3.14 contém simulações com três camadas em que  $\rho_1 = \rho_3 = 20 \Omega\text{m}$ , adotando-se contrastes recíprocos entre  $\rho_2$  e  $\rho_1$ , ou seja, a Figura 3.14a contém as simulações feitas com  $\rho_2/\rho_1 = 0,2$  e  $5$ , enquanto a Figura 3.14b, com  $\rho_2/\rho_1 = 0,1$  e  $10$ .

A resistividade aparente nunca alcança o valor da resistividade ( $\rho_2$ ) da camada intercalada. Nas situações em que  $\rho_2 < \rho_1$ , o valor mínimo da resistividade aparente mantém-se maior que  $\rho_2$ , ou o contrário, no caso em que  $\rho_2 > \rho_1$ . No caso em que  $\rho_2 < \rho_1$ , verifica-se que o valor mínimo da resistividade aparente se afasta do valor de  $\rho_2$  quando o contraste é maior, por exemplo, o valor mínimo de  $\rho_a = 1,23\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 0,2$  e  $\rho_a = 1,36\rho_2$  para

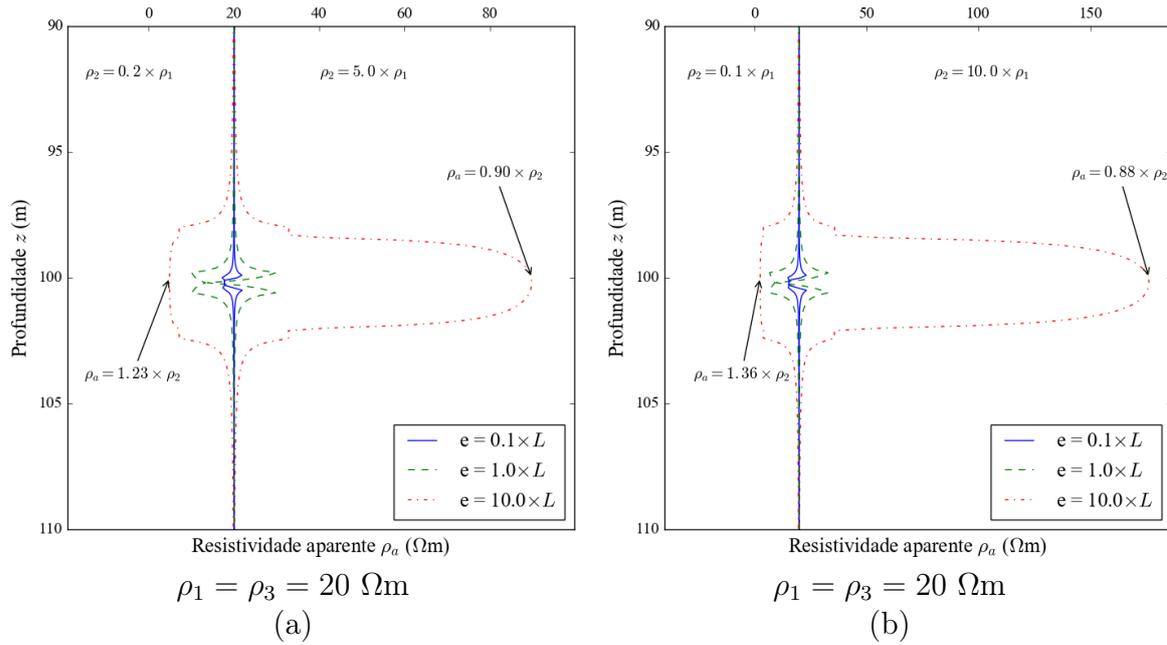


Figura 3.14: Efeito da espessura quando a resistividade da camada intercalada é resistiva ou condutora com espessura ( $e$ ) da segunda camada variável.

$\rho_2/\rho_1 = 0,1$ . Por outro lado, no caso em que  $\rho_2 > \rho_1$ , o valor máximo de  $\rho_a = 0,90\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 5$  e  $\rho_a = 0,88\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 10$ .

### 3.3 Simulações com o Sistema Lateral

Utilizando os modelos de camadas homogêneas ou com variações exponenciais, mostrados na Figura 3.1, a Figura 3.15 mostra as simulações de perfilagem vertical com a ferramenta SL. Devido à maior dimensão da ferramenta do SL em relação ao do SN, as curvas de resistividade aparente não se ajusta tão bem ao modelo de resistividade de camadas quanto o SN.

A fim de destacar a relevância das dimensões da ferramenta SL, foram feitas outras simulações com modelos cujas dimensões encontram-se decuplicadas em relação aos modelos mostrados na Figura 3.1. Os resultados são os perfis mostrados na Figura 3.16, ficando evidente, nessa escala, que a resistividade aparente acompanha o modelo.

A resistividade aparente resultante da perfilagem direcional também foi gerada, obtendo-se a Figura 3.17 e Figura 3.17, adotando-se, também, três ângulos iniciais, sendo constante ao longo do percurso para o caso retilíneo e decrescente e variável para a trajetória exponencial, alcançando a quase horizontalização no deslocamento.

Usando o modelo de camadas homogêneas, foram obtidos os desvios das simulações de perfilagens SL em poços retilíneos em relação à perfilagem vertical, cujos resultados estão na Figura 3.19 e na Figura 3.20, mostrando-se mais complexos quando comparados com os desvios calculados em relação às perfilagens SN, mostrados na Figura 3.6.

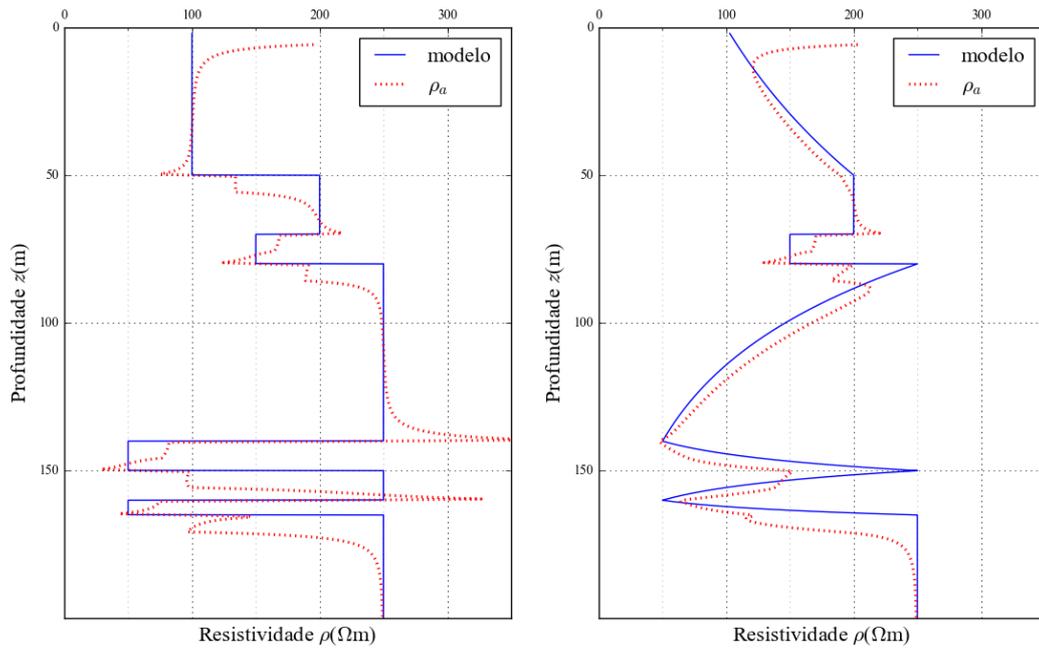


Figura 3.15: Resultado da  $\rho_a$  do sistema lateral.

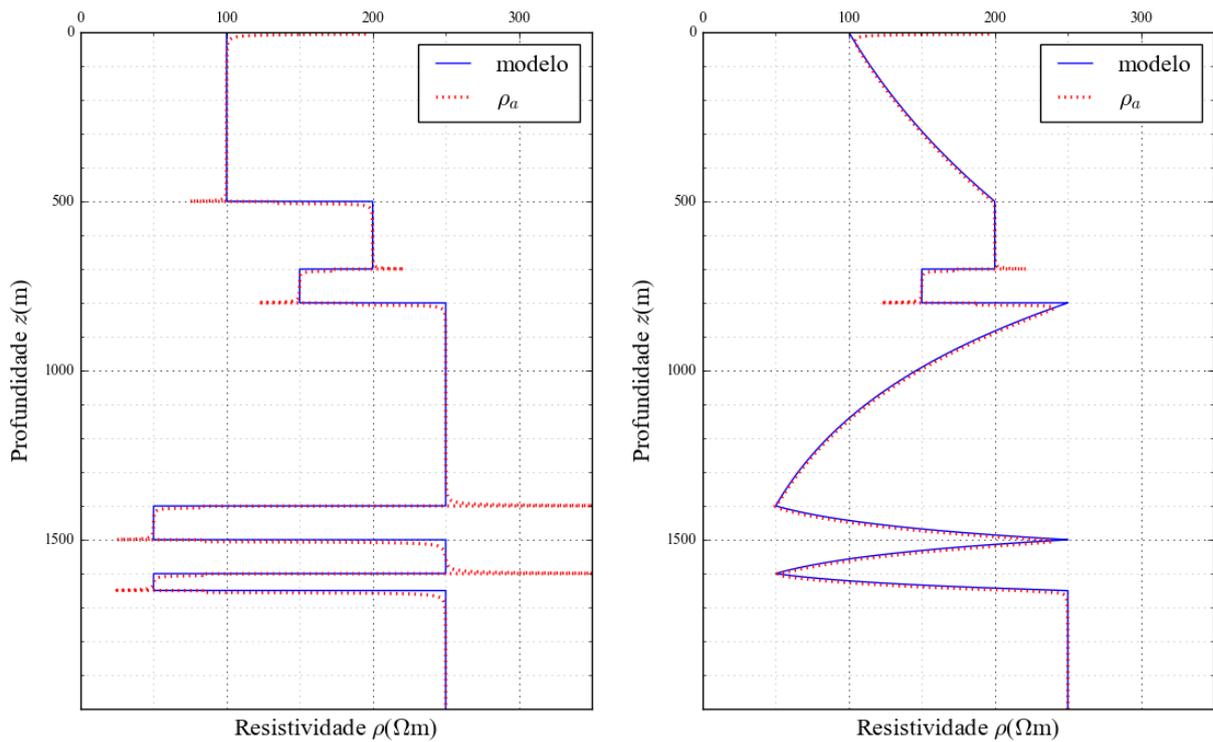


Figura 3.16: Resultado da  $\rho_a$  do sistema lateral com espessuras dez vezes maiores.

### 3.3.1 Efeitos na interface

Os desvios observados nas curvas decorrentes das direções utilizadas nas simulações de perfilagem SL serão analisadas adotando-se o modelo simplificado de dois meios, conforme a Figura 3.21. Tratam-se de quatro situações em que os eletrodos A, M e N podem-se dispor, relativamente, em torno da interface. Definindo  $u = L_1/L_2$  e lembrando que

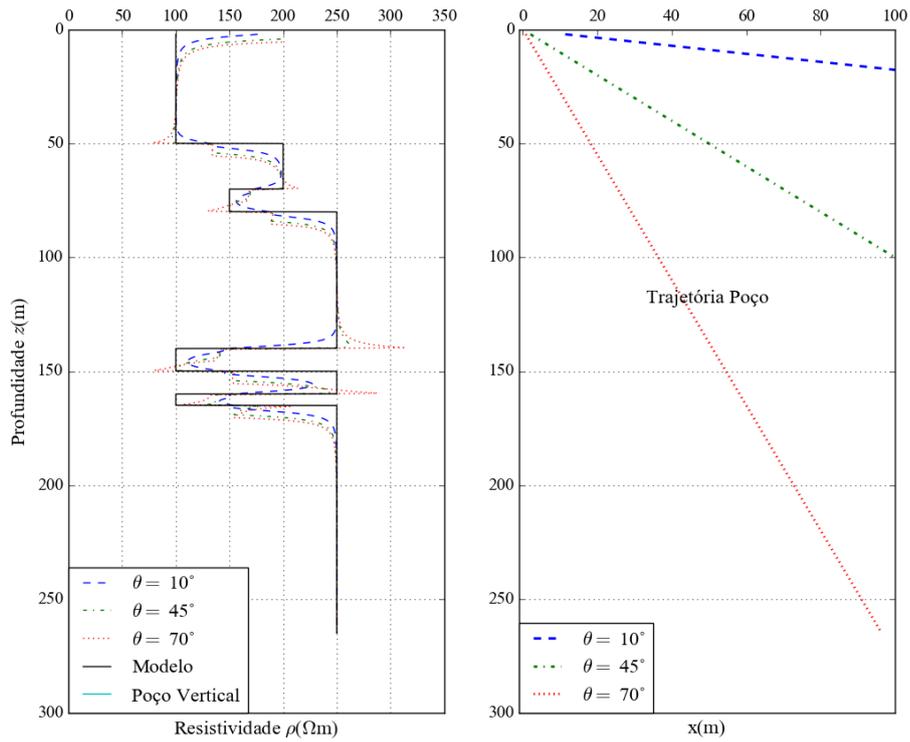


Figura 3.17: Trajetória retilínea SL através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1.

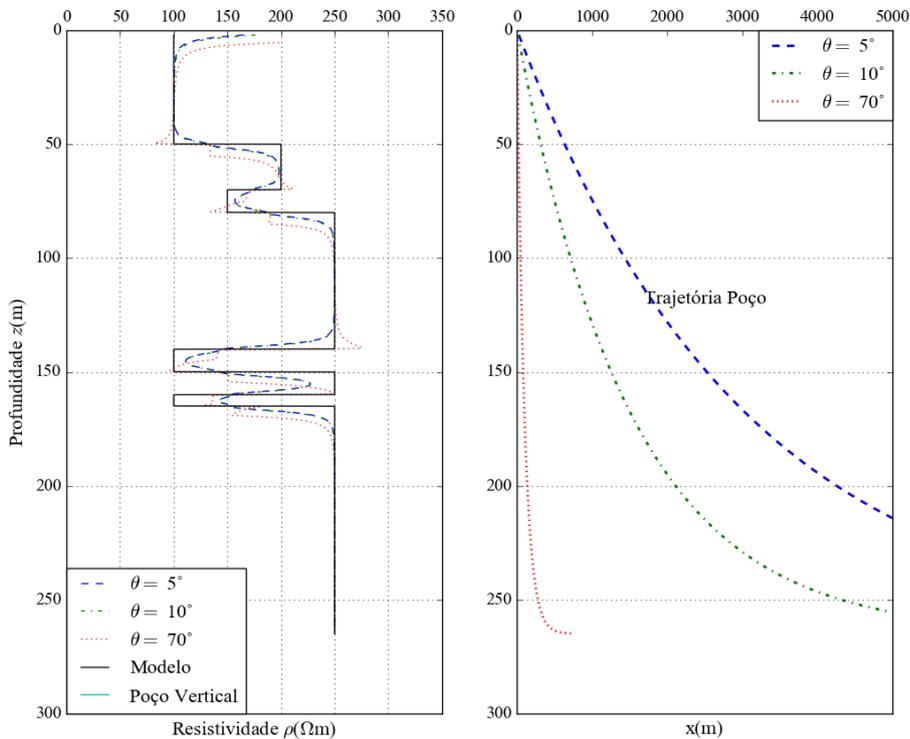


Figura 3.18: Trajetória exponencial SL através do modelo de camadas homogêneas da Figura 3.1.

$\rho_2/\rho_1 = (1 + k_{21})/(1 - k_{21})$ , a resistividade aparente é dada por:

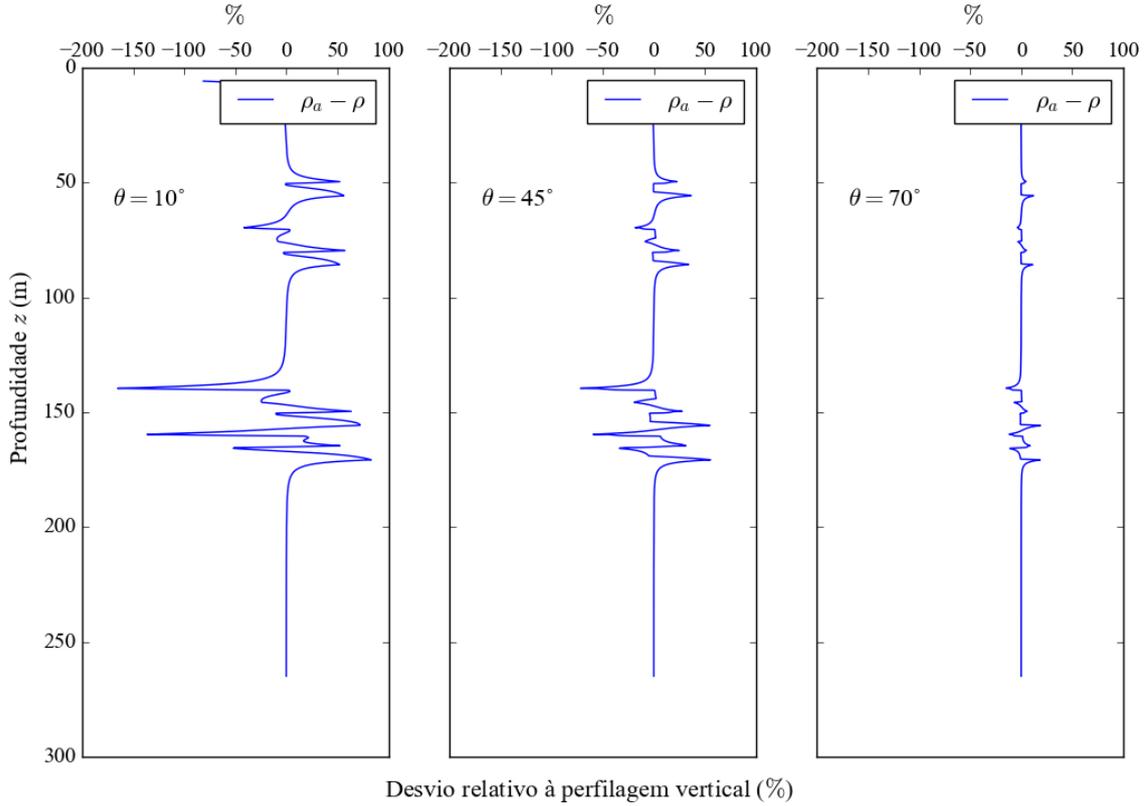


Figura 3.19: Desvio da resistividade aparente em trajetórias retílineas, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SL.

- Para os eletrodos A, M e N no meio 1:

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + k_{21} \left( \frac{1/(1-u)}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L_1 - \sin \theta)^2}} - \frac{u/(1-u)}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L_2 - \sin \theta)^2}} \right) \right] \quad (3.9)$$

- Para os eletrodos A e M no meio 1 e N no meio 2:

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + k_{21} \left( \frac{1/(1-u)}{\sqrt{(\cos \theta)^2 + (2z_a/L_1 - \sin \theta)^2}} - u/(1-u) \right) \right] \quad (3.10)$$

- Para o eletrodo A no meio 1 e os demais M e N no meio 2:

$$\rho_a = \rho_2 [1 - \kappa_{21}] \quad (3.11)$$

- Para os eletrodos A, M, N no meio 2:

$$\rho_a = \rho_2 \left[ 1 - k_{21} \left( \frac{1/(1-u)}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L_1 + \sin \theta)^2}} - \frac{u/(1-u)}{\sqrt{\cos^2 \theta + (2z_a/L_2 + \sin \theta)^2}} \right) \right]. \quad (3.12)$$

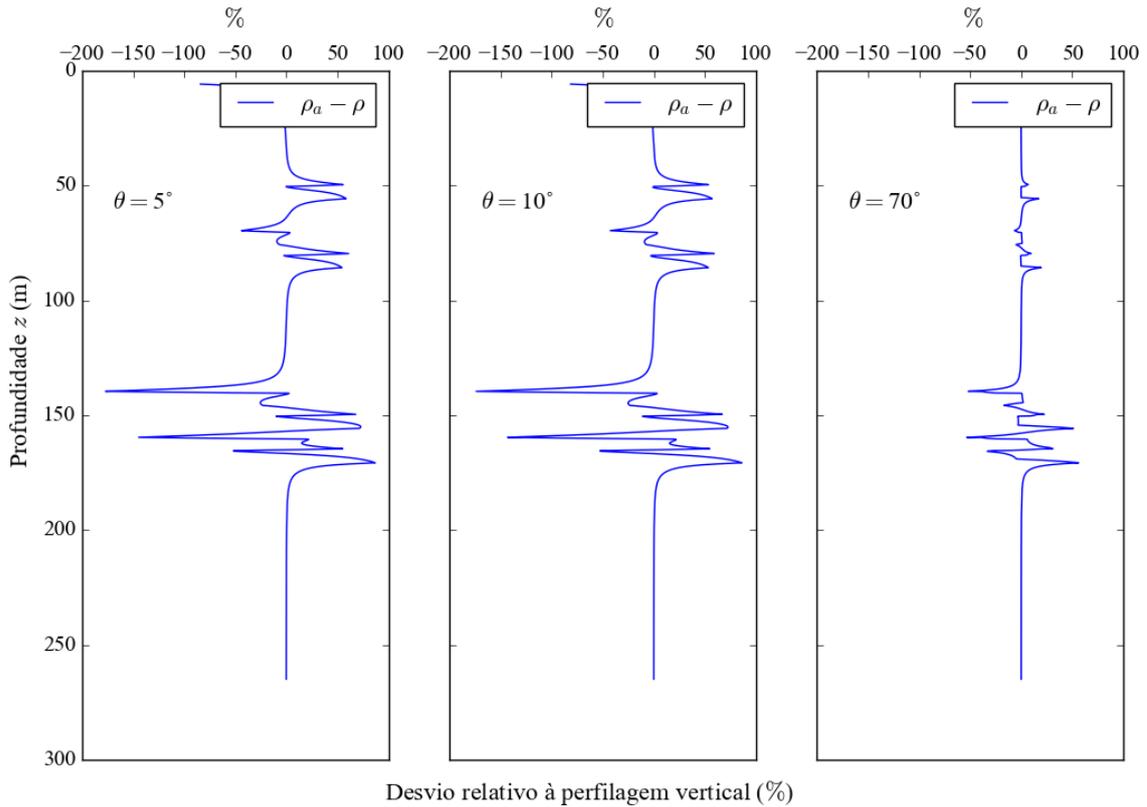


Figura 3.20: Desvio da resistividade aparente em trajetórias exponenciais, comparado ao obtido com a trajetória vertical – SL.

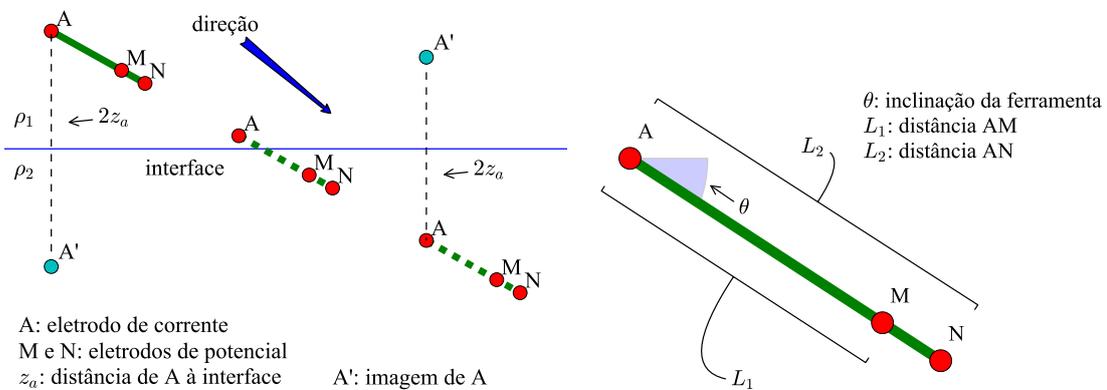


Figura 3.21: Esquema de perfilagem com o sistema lateral

A resistividade aparente obtida no SL atravessando a interface, representada na Figura 3.22, considera três ângulos de trajetórias retilíneas que se interceptam no mesmo ponto na interface. Nota-se que o intervalo em que  $\rho_a$  permanece constante trata do caso em que os eletrodos de potencial (M e N) e de corrente (A) estão em camadas distintas. Já o caso logo anterior a esse, quando o eletrodo M está na mesma camada do eletrodo A, coincide com trecho no qual a resistividade aparente volta a aumentar, em razão da fase de diminuição do fluxo de corrente na aproximação dos eletrodos potencial da segunda camada. Surge, então, o ponto de inflexão que marca a transição de M para a próxima camada.

Para uma situação de maior verticalização do SL a curva de resistividade aparente é mais suave, e o ponto de inflexão, descrito anteriormente, tende a não se formar, seja pela

questão de subamostragem, ou pela escala da imagem adotada que impede a percepção desse evento.

Assim como aconteceu no SN, no caso SL, as distorções da curva de resistividade aparente, relativas a perfilagem vertical, situam-se nas interfaces, conforme a Figura 3.19 e a Figura 3.20, e tendem a serem cada vez menores na medida em que se aproximam da verticalização ( $\theta \rightarrow 90^\circ$ ).

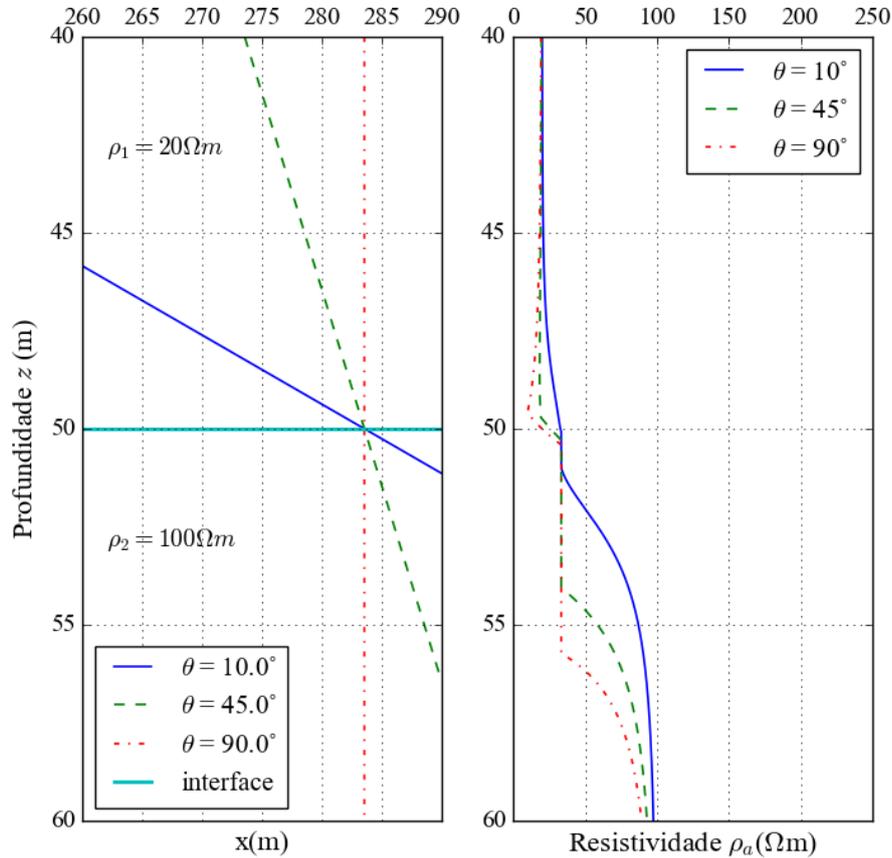


Figura 3.22: Trajetória retilínea SL.

A avaliação mais generalizada encontra-se na Figura 3.23, realizada adotando alguns contrastes de resistividades entre camadas, deixando as respostas independentes da influência da dimensão do SL, assim como da influência da camada sobreposta, normalizando a ordenada por  $L$  e a abscissa por  $\rho_1$ .

Nota-se uma divergência do valor da resistividade aparente em relação à resistividade da segunda camada, nos trechos verticais em que os três eletrodos estão na primeira camada, especialmente quando a direção da ferramenta é mais verticalizada. No caso em que a ferramenta encontra-se quase horizontalizada ( $\theta = 10^\circ$ ), a divergência citada não acontece, tornando-se difícil estabelecer, nas curvas, o ponto em que o eletrodo  $M$  encontra-se na interface.

### Influência da camada adjacente

Esse estudo é feito com base na equação 3.9, fazendo-se  $\theta = 0^\circ$ , reproduzindo a situação mostrada na Figura 3.24. Nesse caso, a resistividade aparente fica reduzida a

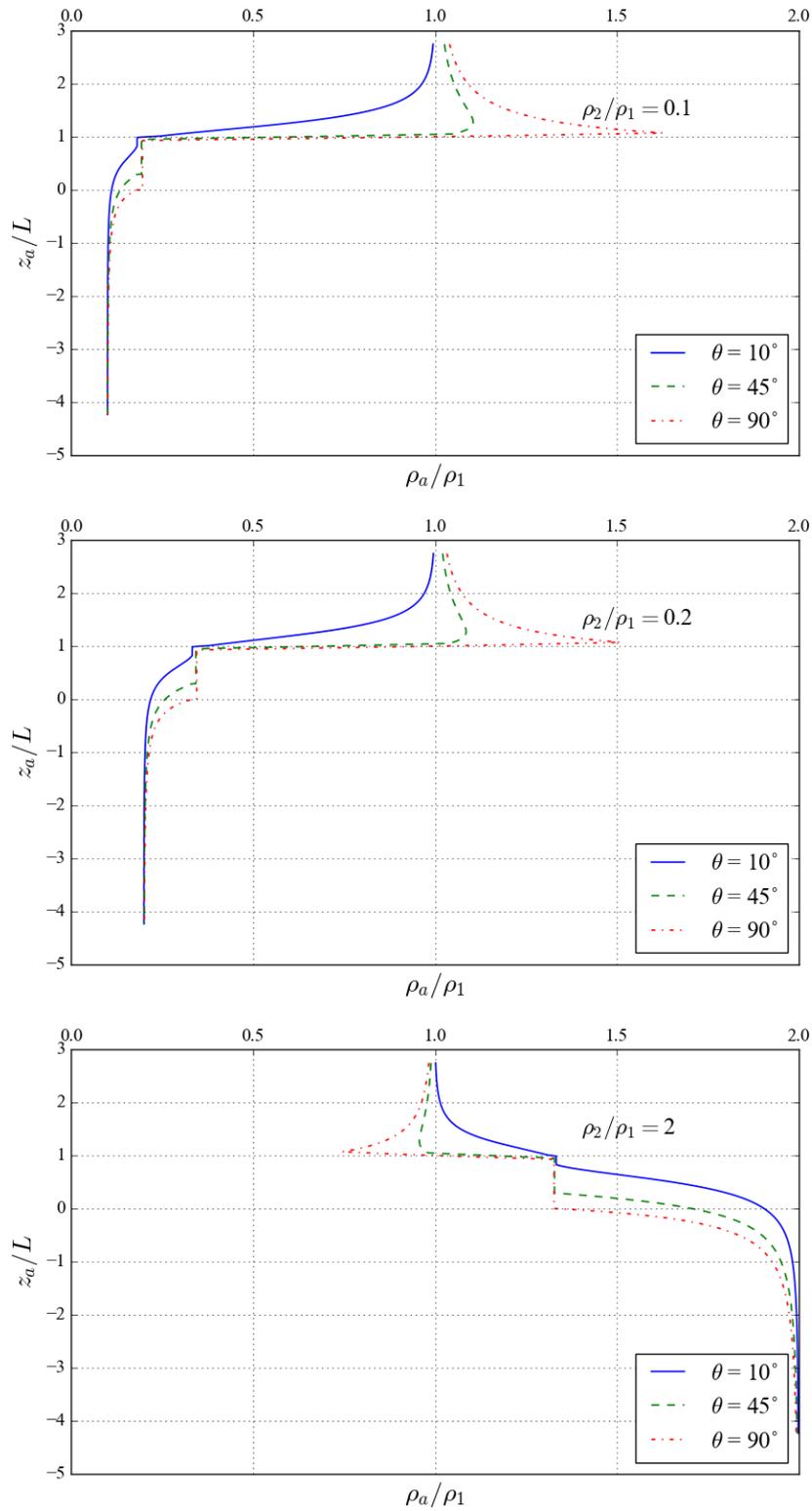
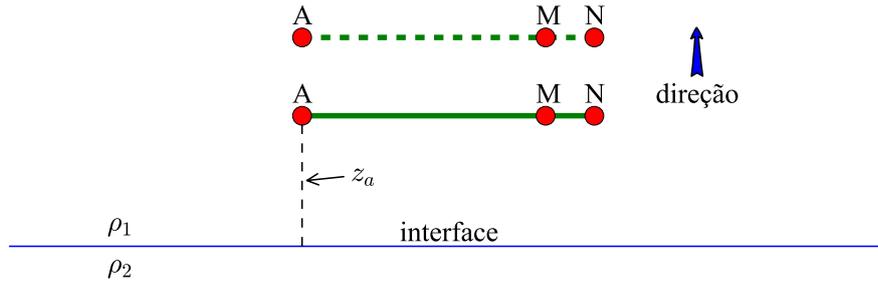


Figura 3.23: Perfilagem SL com contraste  $\rho_2/\rho_1 = 0.1, 0.2, 2.0$ .

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + k_{21} \left( \frac{1/(1-u)}{\sqrt{1 + (2z_a/L_1)^2}} - \frac{u/(1-u)}{\sqrt{1 + (2z_a/L_2)^2}} \right) \right]. \quad (3.13)$$



A: eletrodo de corrente  
M e N: eletrodos de potencial  
 $z_a$ : distância de A à interface

Figura 3.24: Esquemática do afastamento vertical do sistema lateral da interface.

Os resultados dessas simulações estão na Figura 3.25, mostrando um padrão de comportamento de  $\rho_a/\rho_1$  para diversos contrastes de resistividade das camadas. O limite assintótico

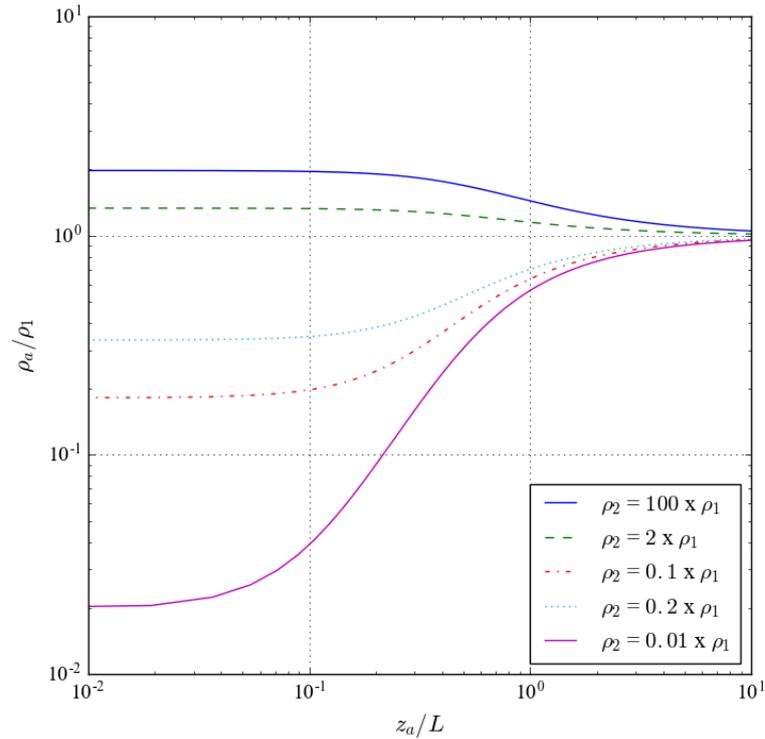


Figura 3.25: Resistividade aparente do SL paralelo à interface

para  $z_a = 0$  e  $\rho_2 \rightarrow \infty$  é idêntico ao caso SN, ou seja,

$$\lim_{\rho_2 \rightarrow \infty} \frac{\rho_a}{\rho_1} = 2.$$

### 3.3.2 Efeito da espessura

Na Figura 3.26, avalia-se o efeito da espessura da camada intermediária, para um modelo de três camadas, como fora feito para o sistema normal, Figura 3.13, e da mesma forma se

observa que  $\rho_a$  aproximasse melhor de  $\rho_2$  nos casos em que  $e = 10L$ , sendo  $L$  a distância do eletrodo A ao ponto médio dos eletrodos M e N.

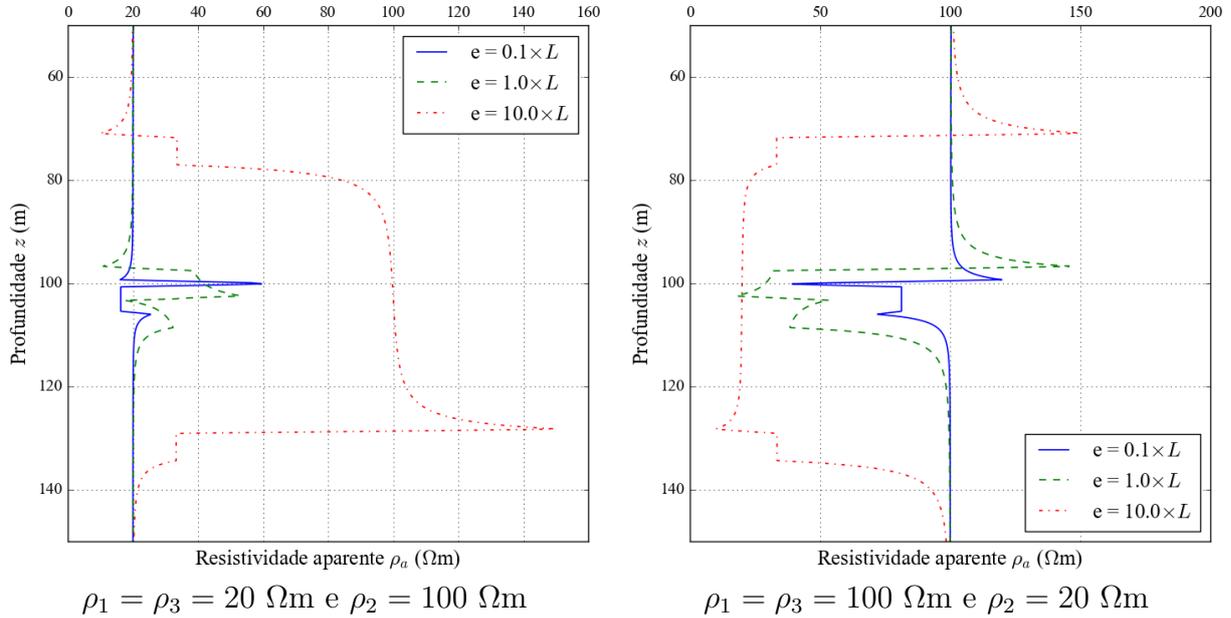


Figura 3.26: Efeito da espessura ( $e$ ), Sistema Lateral, adotando valores proporcionais ao tamanho da ferramenta ( $L$ ).

A simulação equivalente com o sistema lateral, que gerou a Figura 3.14, é apresentada na Figura 3.27. Ao contrário do que ocorre no Sistema Normal, no caso em que  $\rho_2 < \rho_1$ , o valor mínimo da resistividade aparente é menor que  $\rho_2$ , ou, para  $\rho_2 > \rho_1$ , o valor máximo de resistividade aparente é maior que  $\rho_2$ . Assim,  $\rho_a = 0,50\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 0,2$  e  $\rho_a = 0,39\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 0,1$ , já para  $\rho_2 > \rho_1$ , o valor máximo de  $\rho_a = 1,50\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 5$  e  $\rho_a = 1,61\rho_2$  para  $\rho_2/\rho_1 = 10$ .

O contraste da resistividade da camada intermediária em relação às adjacentes tem um efeito enfático sobre o valor da resistividade aparente. Quanto maior esse contraste, a curva de  $\rho_a$  mais se afasta da resistividade da camada intermediária. Além disso, a assimetria em relação aos valores das resistividades das camadas adjacentes está presente nas Figura 3.27a e 3.27b, comprovando o comportamento diferenciado de  $\rho_a$  para meios condutivos e resistivos.

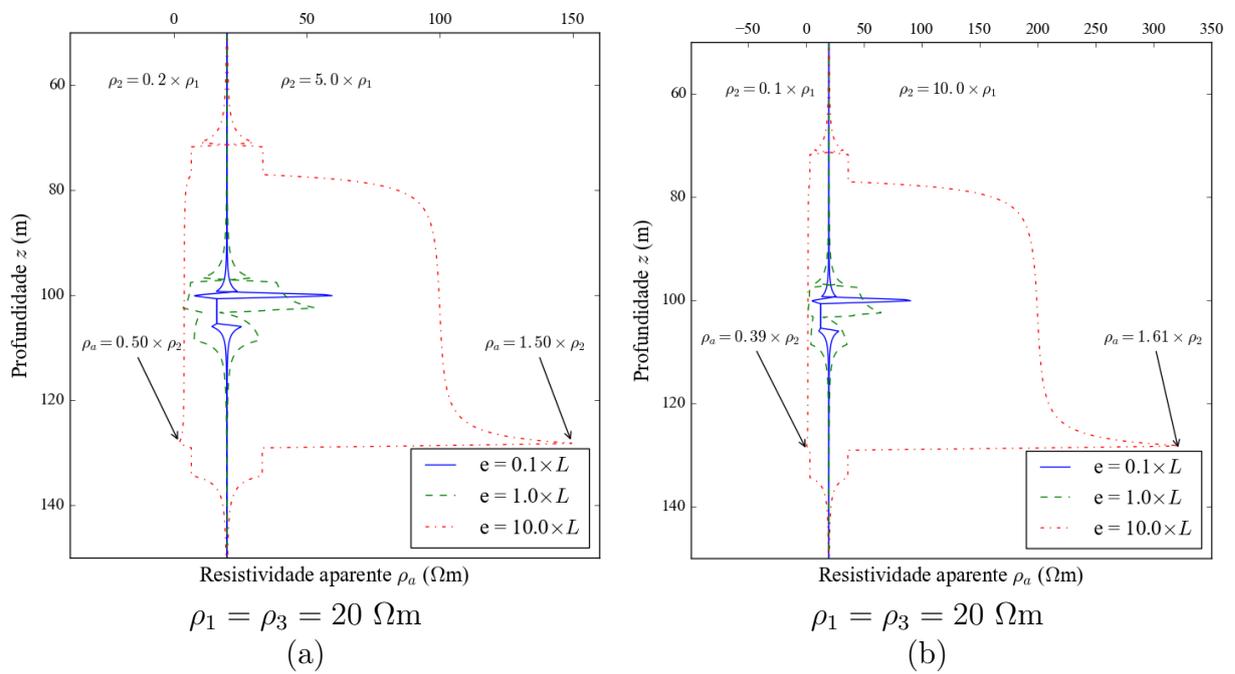


Figura 3.27: Efeito da espessura quando a resistividade da camada intercalada é resistiva ou condutora, e espessuras ( $e$ ) variáveis - SL.

# Conclusões

O estudo do comportamento da curva de resistividade aparente ( $\rho_a$ ) foi realizado em dois macrosistemas galvânicos (Normal e Lateral), ao longo de poços direcionais, distinguindo-se, os arranjos, pela quantidade e espaçamento entre eletrodos. As análises consideraram dois modelos de trajetórias: o retilíneo e o exponencial, com diferentes ângulos iniciais na superfície da terra.

Inicialmente, foram testados os programas de computador que condificam os algoritmos para a obtenção de  $\rho_a$  em multicamadas, reproduzindo-se resultados já conhecidos a fim de se verificar a confiabilidade de sua aplicação na perfilagem direcional. Apesar do programa incluir o modelo de variação exponencial da resistividade com a profundidade em cada camada, o modelo de camadas homogêneas foi preferido devido à sua simplicidade da forma em que as curvas de  $\rho_a$  se apresentam, facilitando a verificação das alterações das curvas de resistividade aparente comparados às que se obtém durante a perfilagem vertical.

Em ambos os sistemas, as curvas de  $\rho_a$  apenas se distinguem da gerada pela perfilagem vertical na passagem pelas interfaces, não constando nenhuma mudança na intracamada. Durante a travessia entre camadas, a resposta geométrica é constante por um trecho de espaço que corresponde ao componente vertical da dimensão da ferramenta, sendo menor nos percursos de menor inclinação.

Em relação às curvas de resistividade aparente obtidas com os Sistemas Normal e Lateral, estas se aproximam melhor aos valores das resistividades verdadeiras no Sistema Normal. No Sistema Lateral, é necessário que as espessuras das camadas sejam maiores ainda para que essa aproximação se verifique. Isso decorre do fato da dimensão da ferramenta do Sistema Lateral ser bem maior que a do Sistema Normal.

A inclinação da trajetória da perfilagem é, então, calculada através da curva de resistividade aparente no trecho que coincide com a transição de camadas, propondo mais um mecanismo de acompanhamento da perfuração, no processo conhecido como Logging While Drilling - LWD.

As análises realizadas permitiram verificar a influência de camadas adjacentes na resposta eletrorresistiva, avaliando-se o comportamento da curva de  $\rho_a$  ao se alterar a espessura e contraste de resistividade da camada alvo. Na simulação em que o eixo da ferramenta encontra-se paralelo à interface, avaliou-se, nos dois sistemas, o comportamento da resistividade aparente em função da distância da ferramenta à interface.

Assim, o método aqui aplicado possibilitou simulações com ferramentas elétricas mais modernas, conduzindo na construção de curvas sintéticas de resistividade para auxiliar nas atividades de interpretação de perfis, com menor custo computacional.

# Referências

- Anderson, W. L. (1975) Improved digital filters for evaluating fourier and hankel transform integrals, Rel. Téc., US Geological Survey.
- Anderson, W. L. (1979) Numerical integration of related Hankel Transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics*, **44**(7):1287–1305, doi: 10.1190/1.1441007.
- Braga, A. C. O. (2016) *Geofísica aplicada: métodos geoeletricos em hidrologia*, Oficina de Textos - São Paulo.
- Coelho, B. S.; Couto, P.; Gandelman, R. A. e Martins, A. L. (2009) Análise de torque em colunas de perfuração de poços direcionais e sua influência no monitoramento da limpeza dos poços, III ENAPHE-Encontro Nacional de Hidráulica de Poços, Campos do Jordão, SP.
- Ellis, D. V. e Singer, J. M. (2007) *Well Logging for Earth Scientists*, Springer Science & Business Media.
- Erdélyi, A. (1954) *Tables of Integral Transforms II*, McGraw-Hill.
- Ghosh, D. P. (1971) The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements, *Geoph. Prosp.*, **19**:192–217.
- Guyod, H. (1954) *Electrical Well Logging*, Gulf Publishing Company.
- Inkscape (2017) INKSCAPE Draw Freely, <https://inkscape.org/en/>, Acessado em 28-jan-2017.
- Koefoed, O.; Ghosh, D. P. e Polman, G. J. (1972) Computation of type curves for electromagnetic depth sounding with a horizontal transmitting coil by means of a digital linear filter, *Geoph. Prosp.*, **20**:406–420.
- Lima, O. A. L. (2014) *Propriedades Físicas das rochas - Bases da Geofísica Aplicada*, Sociedade Brasileira de Geofísica (SBGf) - Rio de Janeiro.
- Matplotlib (2017) Matplotlib, <http://matplotlib.org/>, Acessado em 28-jan-2017.
- Nery, G. G. (2013) *Perfilagem Geofísica em Poço Aberto*, Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro.
- Olver, F. W. J. (1972) Bessel functions of integer order, In: M. Abramowitz e I. A. Stegun, eds., *Handbook of mathematical functions*, cap. 9, pp. 355–433, Dover Publications.
- Python (2017) Python, <https://www.python.org/>, Acessado em 28-jan-2017.
- Sato, H. K. (2000) Potential field from a dc current source arbitrarily located in a nonuniform layered medium, *Geophysics*, **65**(6):1726–1732.
- SciPy (2017) F2PY Users Guide and Reference Manual, <https://docs.scipy.org/doc/numpy-dev/f2py/>, Acessado em 28-jan-2017.

- Serra, O. (1984) *Fundamentals of Well-log Interpretation: The acquisition of logging data, Developments in Sedimentology*, Elsevier.
- Telford, W. M.; Geldart, L. P.; Sheriff, R. E. e Keys, D. A. (1976) *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.

# Agradecimentos

Agradeço a Deus pela força, determinação e conhecimentos que permitiram a realização deste trabalho.

Agradeço a minha mãe, Noêmia, que sempre me apoiou e até hoje apoia em meus estudos, minha irmã Simone e ao meu pai Geminiano, todos modeladores de meu caráter.

Agradeço a minha noiva, Paloma, pelo companheismo e compreensão das horas de estudo.

Agradeço a Alex, primo e amigo, pela intermináveis discussões.

Agradeço ao professor Dr. Hédison K. Sato pela paciência e pelo empenho na orientação que tornou este trabalho possível, que também foi responsável por apresentar os conceitos essenciais da programação que levarei pelo resto da vida.

Agradeço à banca examinadora pela sugestões e correções que colaboraram para a finalização deste trabalho.

A todos os professores que participaram de minha formação, ainda que indiretamente através de discussões acadêmicas, e aos amigos pelo engrandecimento como pessoa.

# Apêndice A

## Expressões $g_i$ , $r_i$ , $G_i$ e $R_i$

Tendo por base Sato (2000), dois conjuntos de relações de recursão são descritos por:

1. No processo recursivo  $i = 0, 1, \dots, \bar{m}, \underline{m}, \dots, n$ , as relações são

$$g_i = \frac{1 - (\Gamma_i^+/\Gamma_{i-1}^+) s_{i,i-1} f_i}{1 - (\Gamma_i^-/\Gamma_{i-1}^+) s_{i,i-1} f_i}, \quad (\text{A.1})$$

$$r_i = r_{i-1} \exp(\Gamma_{i-1}^- h_{i-1}) \left[ \frac{1 - (\Gamma_{i-1}^-/\Gamma_{i-1}^+) f_i}{1 - (\Gamma_i^-/\Gamma_{i-1}^+) s_{i,i-1} f_i} \right], \quad (\text{A.2})$$

$$f_i = \frac{1 - g_{i-1} \exp(-\Delta\Gamma_{i-1} h_{i-1})}{1 - (\Gamma_{i-1}^-/\Gamma_{i-1}^+) g_{i-1} \exp(-\Delta\Gamma_{i-1} h_{i-1})}, \quad (\text{A.3})$$

onde  $s_{i,i-1} = \rho_{i-1}(z_{i-1})/\rho_i(z_{i-1})$ , e as seguintes particularidades:

- $g_0 = 0$ ,  $f_1 = 1$ ,
- quando  $i = \bar{m}$ ,  $\bar{m} - 1 = m - 1$ ,
- a equação A.2 é definida somente para  $i = \underline{m}, m + 1, \dots, n$ ,
- mas, quando  $i = \underline{m}$ ,

$$g_{\underline{m}} = \frac{1 - f_{\underline{m}}}{1 - (\Gamma_{\underline{m}}^-/\Gamma_{\underline{m}}^+) f_{\underline{m}}}, \quad (\text{A.4})$$

$$r_{\underline{m}} = \frac{f_{\underline{m}}}{1 - (\Gamma_{\underline{m}}^-/\Gamma_{\underline{m}}^+) f_{\underline{m}}}, \quad (\text{A.5})$$

$$f_{\underline{m}} = \frac{1 - g_{\bar{m}} \exp(-\Delta\Gamma_m h_{\bar{m}})}{1 - (\Gamma_{\underline{m}}^-/\Gamma_{\underline{m}}^+) g_{\bar{m}} \exp(-\Delta\Gamma_m h_{\bar{m}})}, \quad (\text{A.6})$$

onde  $h_{\bar{m}} = z_c - z_{m-1}$ , e

- quando  $i = m + 1$ ,  $h_m$  deve ser entendido como  $h_{\underline{m}} = z_m - z_c$  na expressão A.3.

2. No processo recursivo  $i = n, n-1, \dots, \underline{m}, \overline{m}, \dots, 1, 0$ , as relações são

$$G_i = \frac{1 - (\Gamma_i^- / \Gamma_{i+1}^-) S_{i,i+1} F_i}{1 - (\Gamma_i^+ / \Gamma_{i+1}^-) S_{i,i+1} F_i}, \quad (\text{A.7})$$

$$R_i = R_{i+1} \exp(-\Gamma_{i+1}^+ h_{i+1}) \left[ \frac{1 - (\Gamma_{i+1}^+ / \Gamma_{i+1}^-) F_i}{1 - (\Gamma_i^+ / \Gamma_{i+1}^-) S_{i,i+1} F_i} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$F_i = \frac{1 - G_{i+1} \exp(-\Delta\Gamma_{i+1} h_{i+1})}{1 - (\Gamma_{i+1}^+ / \Gamma_{i+1}^-) G_{i+1} \exp(-\Delta\Gamma_{i+1} h_{i+1})}, \quad (\text{A.9})$$

onde  $S_{i,i+1} = \rho_{i+1}(z_i) / \rho_i(z_i)$ , e as seguintes particularidades:

- $G_n = 0, F_{n-1} = 1$ ,
- quando  $i = \underline{m}, \underline{m} + 1 = m + 1$ ,
- a equação A.8 é definida somente para  $i = \overline{m}, m - 1, \dots, 0$ ,
- mas, quando  $i = \overline{m}$ ,

$$G_{\overline{m}} = \frac{1 - F_{\overline{m}}}{1 - (\Gamma_{\overline{m}}^+ / \Gamma_{\overline{m}}^-) F_{\overline{m}}}, \quad (\text{A.10})$$

$$R_{\overline{m}} = \frac{F_{\overline{m}}}{1 - (\Gamma_{\overline{m}}^+ / \Gamma_{\overline{m}}^-) F_{\overline{m}}}, \quad (\text{A.11})$$

$$F_{\overline{m}} = \frac{1 - G_{\underline{m}} \exp(-\Delta\Gamma_{\underline{m}} h_{\underline{m}})}{1 - (\Gamma_{\underline{m}}^+ / \Gamma_{\underline{m}}^-) G_{\underline{m}} \exp(-\Delta\Gamma_{\underline{m}} h_{\underline{m}})}, \quad (\text{A.12})$$

onde  $h_{\underline{m}} = z_m - z_c$ , e

- quando  $i = m - 1$ ,  $h_m$  deve ser entendido como  $h_{\overline{m}} = z_c - z_{m-1}$  na expressão A.9.