



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

CAMPOS DE TEMPOS DE TRÂNSITO OBTIDOS POR TRAÇAMENTO DE RAIOS SÍSMICOS EM CAMPOS DE VELOCIDADES COM PARAMETRIZAÇÃO POLINOMIAL

ANDRÉ EDUARDO CALAZANS MATOS DE SOUZA

SALVADOR – BAHIA

JUNHO – 2004



**Campos de tempos de trânsito obtidos por traçamento de raios sísmicos em
campos de velocidades com parametrização polinomial**

por

ANDRÉ EDUARDO CALAZANS MATOS DE SOUZA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

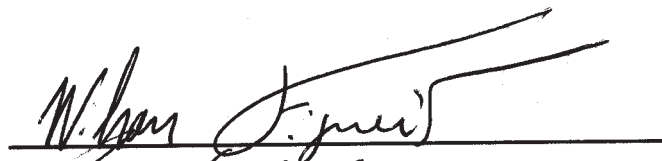
DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora



Dr. Wilson Mouzer Figueiró - Orientador



Dr. Rommel Melhor Mendes



Dr. Milton José Porsani

Data da aprovação: 03/06/2004

Dedico este trabalho aos meus pais,
meus irmãos e minha namorada, Bel

RESUMO

Neste trabalho são obtidos campos de raios sísmicos e campos de tempos de trânsito para modelos de campos bidimensionais e isotrópicos de velocidades sísmicas de ondas compressíveis parametrizados por funções polinomiais de duas variáveis. Tais funções são apresentadas com graus de liberdade crescentes visando representar modelos cada vez mais complexos. Em outras palavras: novos termos que são adicionados aos polinômios aumentam seus graus e, conseqüentemente, suas capacidades para representar modelos geológicos cada vez mais complicados. Aproximações para os vetores posição e vagarosidade obtidas através de suas expansões em série de Taylor de segunda ordem, permitem o traçamento de raios sísmicos visando obter o máximo de cobertura do modelo. Tal cobertura é determinada por um espaçamento angular regular na direção de partida do raio na fonte. Tempos de trânsito são calculados ao longo dos raios traçados e estendidos para todo o modelo através de técnicas interpoladoras. Foram consideradas cinco formas polinomiais para representação de campos de velocidades. As três primeiras foram usadas para representar campos genéricos de velocidades; a quarta e a quinta representaram uma dessas formas genéricas e, também, ajustaram-se a um modelo geológico de dobra anticlinal. A técnica de ajuste é aquela permitida pelo método de mínimos quadrados, cujos aspectos teóricos, básicos são também apresentados. Neste trabalho é feito um desenvolvimento teórico para o traçado do raio e cálculo dos tempos de trânsito sobre os raios. A partir desta base teórica foi implementado um programa computacional que foi utilizado ao longo de todo o trabalho com algumas modificações visando adaptá-los aos diferentes modelos.

ABSTRACT

In the present work, seismic ray and traveltimes fields are obtained for bidimensional and isotropic seismic velocity models of compressional waves parameterized by polynomial functions of two variables. Such functions are presented with an increasing degree of freedom in order to represent more and more complex models. In other words: new terms that are added to the polynomials increase their degrees and, consequently, their capabilities to represent more complicated geologic models. Taylor's series expansions of second order of position and slowness vector, allow a seismic numerical ray-tracing having by aim a maximum covering of the model, that is determined by regular angular spacing in the exit ray direction at the source. Traveltimes are calculated along the traced rays and extended to all the model by means of interpolation techniques. Five polynomial forms were considered to represent velocity fields. The three first forms were used to represent generic velocity fields; the fourth and fifth represent some generic form and, also, is adjusted to a geologic model of anticline fold. The used fitting technique is the least squares method, whose basic theoretical aspects are also presented. This work makes some theoretical developments to the seismic ray tracing and traveltimes calculation on such rays. An algorithm was created from this theoretical basis and it was used along all the work with some modifications that are asked by the different models.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
INTRODUÇÃO	x
CAPÍTULO 1 Fundamentos Teóricos	1
1.1 Equações do raio	1
1.2 Traçamento do raio	2
1.3 Cômputo do tempo de trânsito	2
CAPÍTULO 2 Definição dos Modelos Geofísicos	4
CAPÍTULO 3 Experimentos Numéricos	6
3.1 Traçado dos raios	6
3.2 Implementação do Algoritmo	7
CAPÍTULO 4 Aplicações Numéricas usando Modelos de Campo de Ve- locidades Parametrizado Polinomialmente	9
4.1 M_I : Modelo com variações lateral e vertical lineares	9
4.2 M_{II} : Modelo com variação lateral e vertical quadrática	13
4.3 M_{III} : Modelo com variações lateral e vertical quadráticas com termo cruzado do tipo xz	16
4.4 M_{IV-A} : Modelo com variação lateral cúbica, vertical quadrática e com termos cruzados do tipo xz e x^2z representando um campo de velocidades genérico .	19
4.5 M_{IV-B} : Modelo do tipo M_{IV-A} ajustado ao modelo geológico da dobra anticlinal	22
4.6 M_{V-A} : Modelo com variações lateral e vertical cúbicas com termos cruzados do tipo xz , x^2z e xz^2 , representando um campo de velocidade genérico . . .	26
4.7 M_{V-B} : Modelo do tipo M_{V-A} ajustado ao modelo geológico de dobra anticlinal	29
CAPÍTULO 5 Conclusões	32
Agradecimentos	33

Referências Bibliográficas	34
APÊNDICE A	35
A.1 Ajuste polinomial	35

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1	Fluxograma que representa o algoritmo que faz o traçamento de raio e o cômputo de tempos de trânsito para campos de velocidades sísmicas.	8
4.1	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_1(x, z) = 1,0 + 1,0x + 4,0z$	10
4.2	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$	10
4.3	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$	11
4.4	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$	11
4.5	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$	12
4.6	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_2(x, z) = 1,0 + 0,25x + 10,0z + 0,25x^2 - 6,0z^2$	13
4.7	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$	13
4.8	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$	14
4.9	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$	15
4.10	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$	15
4.11	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_3(x, z) = 1,0 + 3,25x + 9,3833z - 0,75x^2 - 4,333z^2 - 0,7xz$	16
4.12	Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$	16
4.13	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$	17
4.14	Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$	17
4.15	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$	18

4.16	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{4-A}(x, z) = 1,0 + 1,9786.x + 2,9744.z - 0,641.x^2 + 1,0.z^2 - 0,5769.xz + 0,0855.x^3 + 0,2564.x^2z$.	19
4.17	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.	20
4.18	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.	20
4.19	Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.	21
4.20	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.	21
4.21	Modelo geológico de uma estrutura anticlinal com afastamento horizontal de $3,0$ km e profundidade de $1,0$ km.	22
4.22	Modelo discretizado resultante do modelo geológico proposto.	22
4.23	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{4-B}(x, z) = 1,0 + 0,8622.x + 0,2834.z - 0,4694.x^2 + 3,0301.z^2 + 2,6483.xz + 0,0613.x^3 - 0,8846.x^2z$, obtida pelo ajuste de modelo do campo de velocidades V_4 ao modelo geológico da dobra anticlinal.	23
4.24	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.	23
4.25	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.	24
4.26	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.	25
4.27	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.	25
4.28	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{5-A}(x, z) = 1,0 + 1,723.x + 3,1485.z - 0,3605.x^2 + 0,1637.z^2 - 1,3013.xz + 0,0425.x^3 + 0,2376.x^2z + 0,2893.xz^2 + 0,7428.z^3$.	26
4.29	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.	27
4.30	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.	27
4.31	Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.	28
4.32	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.	28

4.33	Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{5-B}(x, z) = 1,2528 + 0,3652.x - 0,5339.z - 0,2436.x^2 + 4,6729.z^2 + 3,6842.xz + 0,0447.x^3 - 1,4034.x^2z + 0,5836.xz^2 - 1,812.z^3$, obtida pelo ajuste do campo de velocidade V_5 ao modelo geológico da dobra anticlinal.	29
4.34	Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 1,0 km$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$	30
4.35	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 km$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$	30
4.36	Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0 km$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$	31
4.37	Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 km$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$	31

INTRODUÇÃO

Existe um certo consenso entre os cientistas de que o raio sísmico, enquanto ente físico, tem sentido apenas no domínio das altas frequências, onde ele teria um caráter similar aos raios luminosos. Entretanto, apesar do raio não gozar do mesmo status de existência física conferido à onda, nada nos impede de traçar linhas perpendiculares, no caso isotrópico, às frentes de onda (isócronas). Tais linhas, vistas como raios, têm um caráter artificial, mas, sobre elas podemos calcular, dentre outras propriedades da onda, tempos de trânsito.

Obtenção de campos de tempos de trânsito em modelos de campos de velocidades sísmicas (que representam aspectos sísmicos de meios e modelos geológicos) são de grande utilidade em importantes domínios da sismica tais como: migração (MRT: migração reversa no tempo), inversão (tomografia sísmica), modelagem (geração de perfis de tempo de viagem em superfície e em poços), sismica teórica (resolução da equação de transporte) e etc. As equações das trajetória dos raios sísmicos resultam do princípio de Fermat aplicado à função dada pela integral da vagarosidade calculada ao longo de caminhos que conectam dois pontos do campo de velocidades e que assume valores que são tempos de trânsito da onda em sua viagem entre os mencionados pontos (Popov, 2002). Isto é, a trajetória, C , de um raio originado num ponto A e que chega num outro B , ambos pertencentes ao campo, é aquele que minimiza o funcional $t(C) = \int_C \frac{ds}{V}$, onde V é a velocidade, ds é o elemento de comprimento de arco e t é o tempo de trânsito.

Uma vez obtida a trajetória do raio, o tempo de trânsito é obtido ao longo dela. Resolver o problema de traçar raios conectando dois pontos de um modelo não é, em geral, uma tarefa trivial (o método paraxial é um exemplo de abordagem para a resolução deste problema; Figueiró & Madariaga, 2000). Entretanto, o traçamento de raios em modelos com um certo grau de complexidade é uma tarefa relativamente fácil quando comparada à simulação da propagação ondulatória nestes mesmos modelos, tendo, portanto, implicações no alto custo computacional da abordagem sísmica da onda comparativamente à abordagem do raio.

CAPÍTULO 1

Fundamentos Teóricos

Este capítulo mostra as formulações teóricas utilizadas para traçar raios sísmicos, para calcular o tempo de trânsito das ondas compressoriais ou ondas primárias (ondas p) e para definir modelos geofísicos usando parametrizações polinomiais dos campos de velocidades. Tais modelos representam meios geológicos isotrópicos (invariância de velocidade sísmica relativamente à direção), bidimensionais e heterogêneos (velocidade variando com a posição).

1.1 Equações do raio

A base teórica da qual partimos para a realização do traçamento de raios (nos campos de velocidades acústicas, $V(x, z)$, que representam meios isotrópicos bidimensionais, onde x representa uma posição horizontal na superfície de observação e z a profundidade) são as equações do raio (Červený, 1987) dadas por:

$$\frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} = \vec{P}(\tau) \quad (1.1)$$

e

$$\frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{V^2} \right], \quad (1.2)$$

onde $\vec{X}(\tau) = (x(\tau), z(\tau))$ é o vetor posição dos pontos da trajetória do raio; $\vec{P}(\tau)$ é o vetor tangente à trajetória do raio no ponto $(x(\tau), z(\tau))$ denominado vetor vagarosidade; $V = V(x, z)$ é a velocidade de propagação da onda compressional no ponto (x, z) do modelo sísmico adotado e τ é um parâmetro do caminho seguido pelo raio, definido por:

$$\tau = \int_0^t V^2 dt \quad (1.3)$$

com t sendo o tempo de trânsito medido ao longo do raio até o ponto $\vec{X}(\tau)$. O parâmetro τ não tem uma significação física direta, entretanto sua unidade no sistema internacional (SI) é $L^2.T^{-1}$.

1.2 Traçamento do raio

Os raios são traçados utilizando-se expansões em série de Taylor, com os seus dois primeiros termos, da trajetória do raio e do vetor vagarosidade com auxílio das equações do raio (1.1) e (1.2), tal como segue:

$$\vec{X}(\tau + \delta\tau) = \vec{X}(\tau) + \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} \cdot \delta\tau = \vec{X}(\tau) + \vec{P}(\tau) \cdot \delta\tau \quad (1.4)$$

e

$$\vec{P}(\tau + \delta\tau) = \vec{P}(\tau) + \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} \cdot \delta\tau = \vec{P}(\tau) + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{V^2(x, z)} \right] \cdot \delta\tau. \quad (1.5)$$

Ao final de cada passo do processo de construção da trajetória do raio, o vetor vagarosidade deve sofrer uma atualização adicional a fim de satisfazer a equação eiconal

$$\|\vec{P}\|_2 = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \frac{1}{V(x, z)}, \quad (1.6)$$

onde $\vec{P} = (P_1, P_2)$. Esta formulação contém todos os ingredientes necessários para a obtenção dos caminhos percorridos pelos raios, bem como um dos atributos do raio conhecido por tempo de trânsito calculado ao longo dos raios. Como as equações do raio são claras e explicitamente formuladas, então a implementação em código computacional do traçado do raio se dá de modo simples e elegante.

1.3 Cômputo do tempo de trânsito

Um método direto para calcular, numericamente, o tempo de trânsito é usar o próprio traçamento de raios no modelo. Isto é, o tempo em cada nó da poligonal que representa a trajetória é feito concomitantemente com o seu traçamento. Um feixe de raios origina-se de uma fonte na superfície e é traçado em subsuperfície. O raio sofre um encurvamento a medida que ele encontra variações na velocidade do modelo. O tempo gasto pelo raio para realizar a viagem ao longo da trajetória que conecta a posição da fonte, S , àquela de um ponto (x_{N+1}, z_{N+1}) situado sobre esta mesma trajetória é calculado numericamente e é dado por:

$$T(x_{N+1}, z_{N+1}) = \sum_{i=0}^N \frac{1}{V_i} \cdot \|\vec{X}_{i+1} - \vec{X}_i\|_2, \quad (1.7)$$

onde V_i é a velocidade com a qual o raio passa pelo ponto $\vec{X}_i = (x(i \cdot \delta\tau), z(i \cdot \delta\tau)) = (x_i, z_i)$, $N + 1$ é número de pequenos segmentos retilíneos que constitui a trajetória do raio de S até $\vec{X}_{N+1}$ e $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana, isto é $\|(x_1, x_2)\|_2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Logo, a expressão (1.7)

pode ser também escrita como:

$$T(x_{N+1}, z_{N+1}) = \sum_{i=0}^N \frac{1}{V_i} \cdot \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}. \quad (1.8)$$

Em termos de economia computacional, é interessante escrever (1.8) do seguinte modo:

$$T(x_{N+1}, z_{N+1}) = T(x_N, z_N) + \frac{1}{V_N} \sqrt{(x_{N+1} - x_N)^2 + (z_{N+1} - z_N)^2}, \quad (1.9)$$

supondo que $T(x_0, z_0) = 0$.

CAPÍTULO 2

Definição dos Modelos Geofísicos

Os modelos propostos visam representar campos de velocidades bidimensionais, heterogêneos e isotrópicos com um comprimento horizontal de $3,0 \text{ km}$ e uma profundidade de $1,0 \text{ km}$ e onde as velocidades assumem valores situados no intervalo que vai de $1,0 \text{ km/s}$ até $8,0 \text{ km/s}$. Através da resolução de sistemas lineares de equações, uma função polinomial é ajustada a alguns poucos pontos com valores típicos de velocidade de ondas compressãois em meios geológicos. Neste trabalho, foram consideradas 5 formas polinomiais para representação de campos de velocidades, a saber:

$$V_1(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z, \quad (2.1)$$

$$V_2(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{0,2}.z^2, \quad (2.2)$$

$$V_3(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{1,1}.xz + C_{0,2}.z^2, \quad (2.3)$$

$$V_4(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{1,1}.xz + C_{0,2}.z^2 + C_{3,0}.x^3 + C_{2,1}.x^2z \quad (2.4)$$

e

$$V_5(x, z) = \sum_{i+j=0}^3 C_{i,j}.x^i.z^j, \quad (2.5)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} V_5(x, z) = & C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{1,1}.xz + C_{0,2}.z^2 + \\ & + C_{3,0}.x^3 + C_{2,1}.x^2z + C_{1,2}.xz^2 + C_{0,3}.z^3. \end{aligned}$$

As três primeiras formas foram usadas para representar campos genéricos de velocidades; a quarta e a quinta representaram uma dessas formas genéricas e, também, ajustaram-se a um modelo geológico de dobra anticlinal. Uma grande motivação para a representação (parametrização) do campo de velocidades por uma função polinomial está no teorema da aproximação de Weierstrass (Kreyszig, 1999). Tal teorema nos diz que toda função contínua definida num conjunto fechado e limitado pode ser aproximada, com a acurácia desejada, por uma função polinomial. Uma grande vantagem desta parametrização é que polinômios podem ser facilmente derivados e integrados. Além disso, em problemas de inversão, são os coeficientes do polinômios os parâmetros a serem estimados. Uma dificuldade inerente a este

tipo de parametrização está no fato dos campos de velocidades serem, em grande número, descontínuos. Para se fazer frente a esse problema, considera-se as discontinuidades como pontos nos quais a velocidade apresenta um forte grau de variação.

CAPÍTULO 3

Experimentos Numéricos

Este trabalho tem como objetivo obter campos de tempos de trânsito através do traçamento de raios, com o emprego das equações do raio, em campos de velocidade parametrizados por polinômios. Tais campos de velocidades são genericamente construídos ou são ajustados através do método dos mínimos quadrados a um modelo geológico de dobra anticlinal dado. O trabalho foi dividido nas seguintes etapas: base teórica, parametrização dos campos de velocidade, obtenção dos campos de raios e, por fim, obtenção do campo de tempos.

3.1 Traçado dos raios

Para cada modelo foi fixada a posição da fonte na superfície de observação, em dois locais: um na posição $x = 1,0 \text{ km}$ e outro na posição $x = 2,0 \text{ km}$ sobre o eixo horizontal. As posições dos receptores não foram definidas, apesar do problema de traçamento de raios conectando dois pontos “two-points ray tracing problem” (Figueiró & Madariaga, 1999) ter uma conceituação simples, as partes matemática e computacional podem ser extremamente complexa e não foram implementadas neste trabalho. Para solucionar as equações apresentadas no capítulo anterior, devemos conhecer as condições iniciais que definirão o ponto de partida e a direção do raio, a saber: posição da fonte $\vec{S} = (x_0, z_0)$ e vetor vagarosidade $\vec{P} = (P_1, P_2)$, onde

$$P_1 = |\vec{P}| \cos(\theta) \quad (3.1)$$

e

$$P_2 = |\vec{P}| \sin(\theta), \quad (3.2)$$

sendo $|\vec{P}| = \frac{1}{v(x,z)} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$, θ o ângulo que $\vec{P}$ faz com a orientação positiva do eixo x , P_1 e P_2 são as componentes do vetor $\vec{P}$. Neste trabalho fizemos o ângulo θ de saída do raio da fonte variar de 5 a 175 graus, com incremento de 5 graus. O valor do passo, $\delta\tau$, do parâmetro τ foi fixado em $0,015 \text{ km}^2/\text{s}$.

O primeiro ponto do raio é $\vec{X}(0) = \vec{S} = (x_0, z_0)$ e $\vec{P}(0) = \frac{1}{v(x_0, z_0)}(\cos\theta, \sin\theta)$, onde θ é a direção de saída do raio na fonte. Logo, podemos escrever:

$$\vec{X}(\delta\tau) = \vec{X}(0) + \frac{d\vec{X}(0)}{d\tau} \cdot \delta\tau = \vec{X}(0) + \vec{P}(0) \cdot \delta\tau \quad (3.3)$$

e

$$\vec{P}(\delta\tau) = \vec{P}(0) + \frac{1}{2} \left[\vec{\nabla} \left(\frac{1}{v^2(x, z)} \right) \Big|_{\tau=0} \right] \cdot \delta\tau. \quad (3.4)$$

Sendo assim,

$$\vec{X}((n+1) \cdot \delta\tau) = \vec{X}(n \cdot \delta\tau) + \vec{P}(n \cdot \delta\tau) \cdot \delta\tau \quad (3.5)$$

e

$$\vec{P}((n+1) \cdot \delta\tau) = \vec{P}(n \cdot \delta\tau) + \frac{1}{2} \left[\vec{\nabla} \left(\frac{1}{v^2(x, z)} \right) \Big|_{\tau=n \cdot \delta\tau} \right] \cdot \delta\tau. \quad (3.6)$$

São estas duas últimas igualdades que nos permitem traçar o raio.

3.2 Implementação do Algoritmo

O algoritmo para o traçado dos raios e para o cálculo dos tempos de trânsito, pode ser visto de modo esquemático no fluxograma apresentado na Figura 3.1.

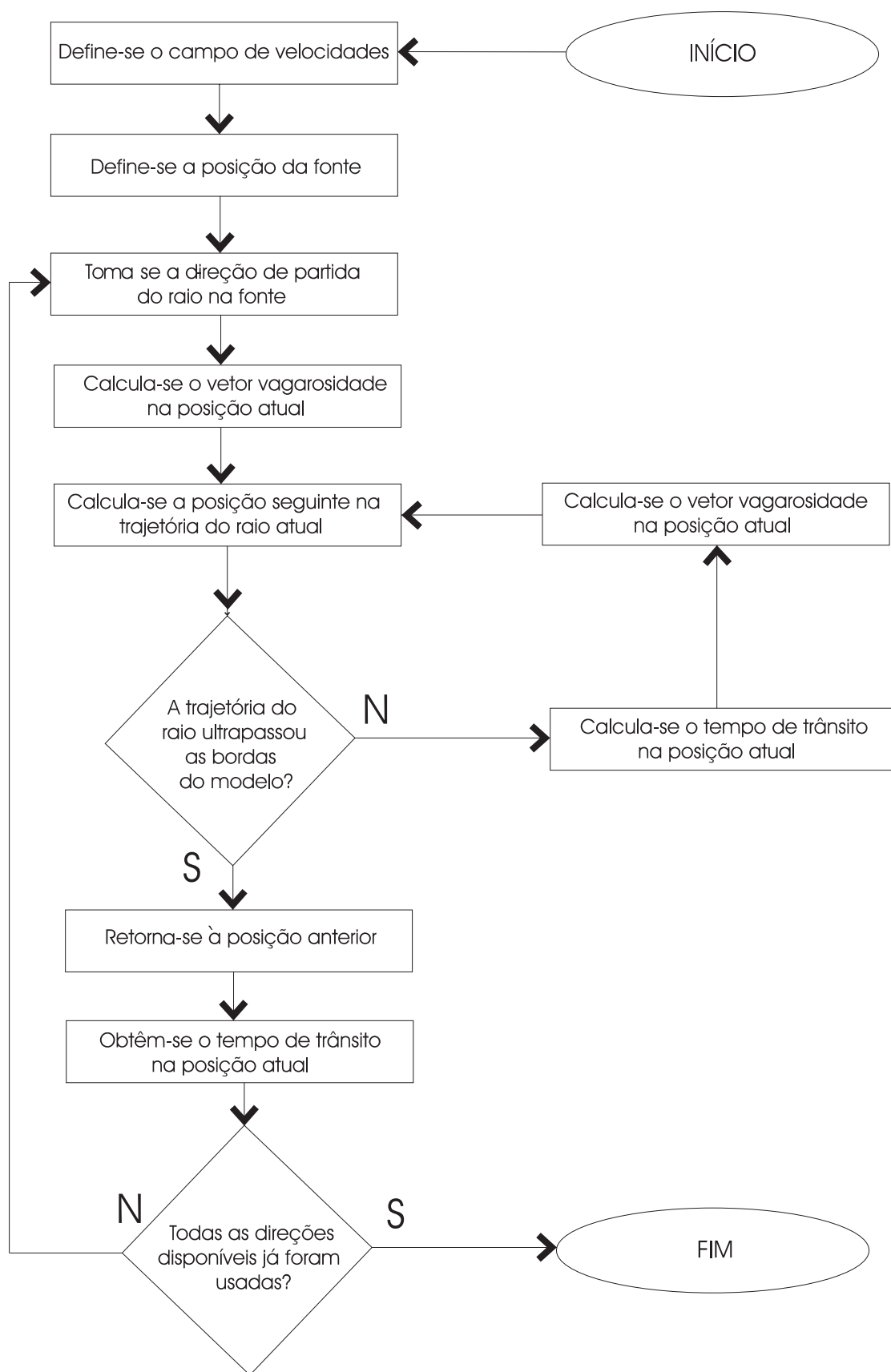


Figura 3.1: Fluxograma que representa o algoritmo que faz o traçamento de raio e o cômputo de tempos de trânsito para campos de velocidades sísmicas.

CAPÍTULO 4

Aplicações Numéricas usando Modelos de Campo de Velocidades Parametrizado Polinomialmente

Neste capítulo os resultados estão divididos segundo os modelos estudados e apresentados seguindo a ordem dentro da qual tais resultados foram obtidos, a saber: campo de velocidades; campo de raios para fonte localizada em $x = 1,0 \text{ km}$, campo de tempos relativo à fonte em $x = 1,0 \text{ km}$; campo de raios para fonte localizada em $x = 2,0 \text{ km}$; e campo de tempos relativo à fonte em $x = 2,0 \text{ km}$. Os tempos de trânsito são calculados ao longo dos raios traçados e são estendidos para todo o modelo através de técnicas interpoladoras, ou seja, os raios se propagam perpendicular às isócronas. Os resultados obtidos se apresentaram como esperado, tendo em vista que:

- Os campos de raios não desrespeitam as leis físicas que os regem;;
- As isócronas, curva que une pontos com o mesmo tempo de trânsito, tenderam a se deformar nas regiões de altas velocidades; isto é: as isócronas tendem a se alongar mais nas referidas regiões, onde elas avançam mais devido às altas velocidades adquirindo, portanto, uma forma não circular
- Os campos de velocidade ajustados ao modelo geológico sugerido conseguiram uma aproximação razoável deste último, sendo que o modelo com mais termos, o último, conseguiu se aproximar um pouco melhor.

4.1 M_I : Modelo com variações lateral e vertical lineares

A Figura 4.1 mostra um campo genérico de velocidades que pode ser interpretado geologicamente como um ambiente de camadas sedimentares planas e paralelas que sofreu uma rotação que resultou na produção de um sistema de camadas inclinadas.

O modelo M_I é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_1(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0} \cdot x + C_{0,1} \cdot z$. Sendo que foram atribuídos os seguintes valores para os coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$,

$$C_{1,0} = 1,0 \text{ s}^{-1} \text{ e } C_{0,1} = 4,0 \text{ s}^{-1}.$$

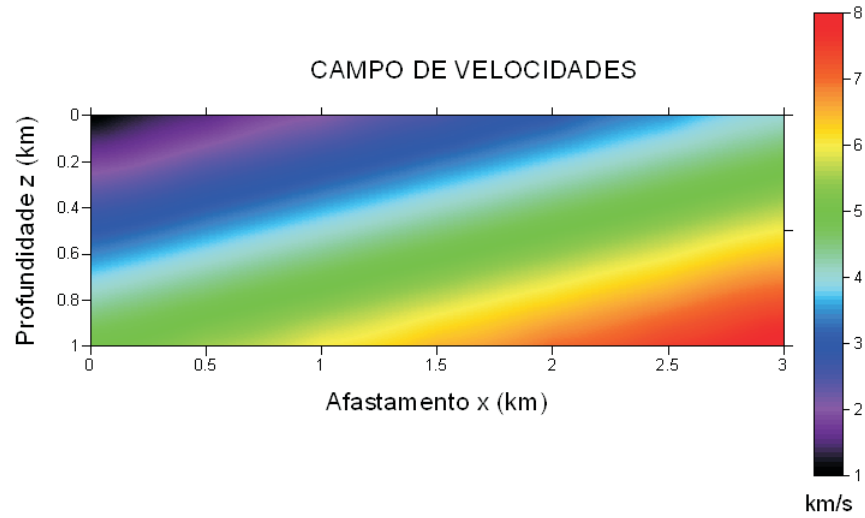


Figura 4.1: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_1(x, z) = 1,0 + 1,0.x + 4,0.z$.

Pode-se observar na Figura 4.2 que o raio, que parte da fonte numa direção quase perpendicular às interfaces das camadas, tende a ter uma trajetória retilínea, enquanto que os outros se encurvam mais facilmente. Este raio quase reto aparece em todos os campos de raios aqui estudados, ele parte da fonte segundo a direção do vetor gradiente

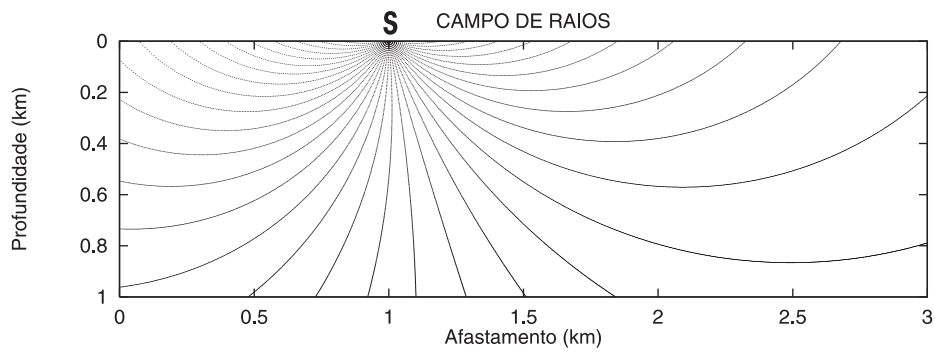


Figura 4.2: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$.

Na Figura 4.3, as isócronas tendem a apresentar maior deformação para direita e para baixo, pois elas tendem a se alongar mais nas regiões de velocidade mais altas.

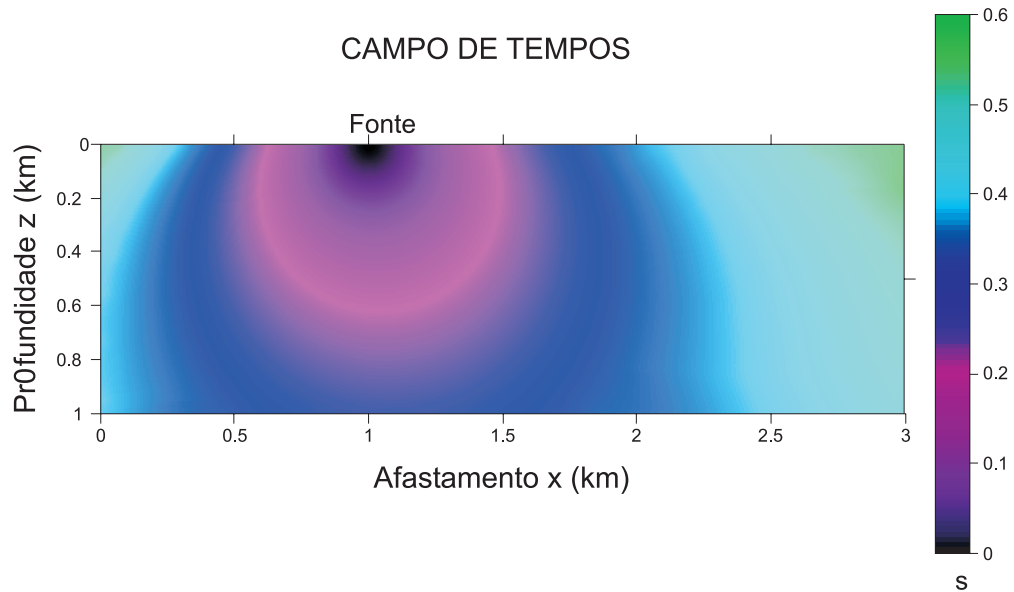


Figura 4.3: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$.

Na Figura 4.4, observa-se, também, o caráter quase retilíneo do raio quase perpendicular às camadas ou aquele raio cuja direção é a do gradiente do campo. Quanto mais os raios se afastam dessa direção mais facilmente se encurvam.

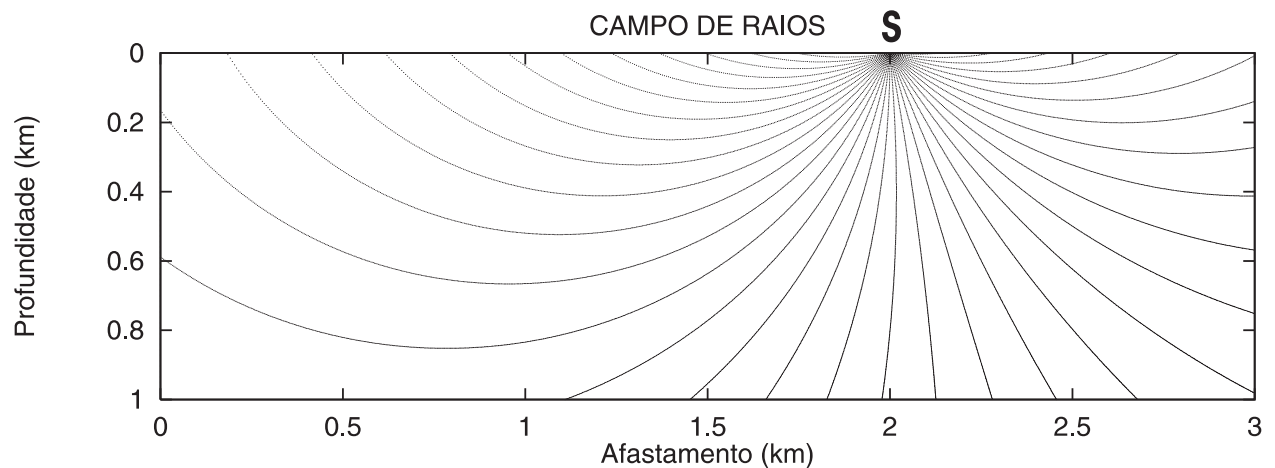


Figura 4.4: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$.

Observamos na Figura 4.5 que para fonte localizada em $x = 2,0 \text{ km}$, o raio percorre distâncias maiores que no caso em que a fonte está localizada em $x = 1,0 \text{ km}$ para um mesmo intervalo de tempo. Observe que o raio leva $0,3 \text{ s}$ para percorrer mais de $1,0 \text{ km}$, enquanto que para a fonte localizada em $x = 1,0 \text{ km}$, percorre entre $0,5$ a $0,7 \text{ km}$ no mesmo tempo. Isto é, fonte posicionada em $x = 2,0 \text{ km}$ está mais próxima das regiões de velocidades mais altas no modelo.

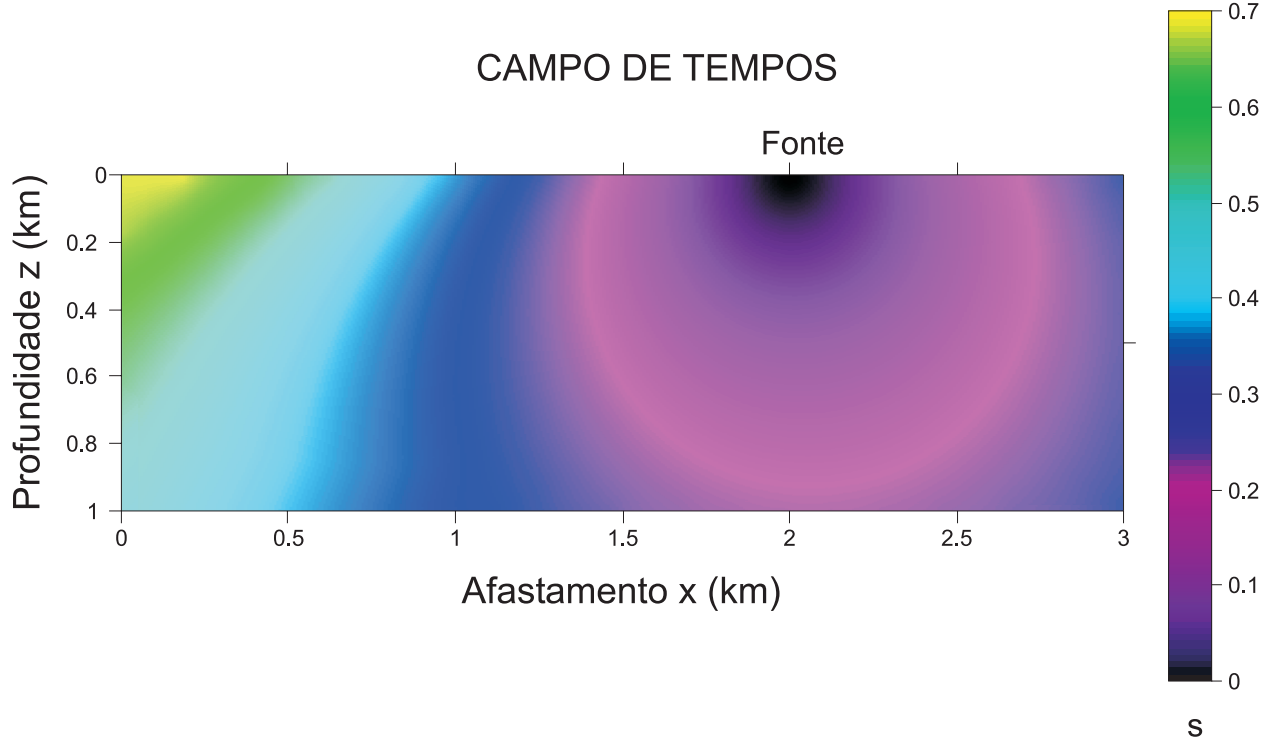


Figura 4.5: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_1(x, z)$.

Podemos observar nas Figuras 4.2 e 4.4 que o princípio da reversibilidade está sendo respeitado, pois um raio que parte de $x_s = 1,0 \text{ km}$ e chega um pouco depois de $x = 2,0 \text{ km}$, pode ser pensado como correspondente a um outro que parte de $x_s = 2,0 \text{ km}$ e chega um pouco antes de $x = 1,0 \text{ km}$.

4.2 M_{II} : Modelo com variação lateral e vertical quadrática

O modelo M_{II} é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_2(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{0,2}.z^2$.

Sendo que foram atribuídos os seguintes valores para os coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 0,25 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 10,0 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = 0,25 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{0,2} = -6,0 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$.

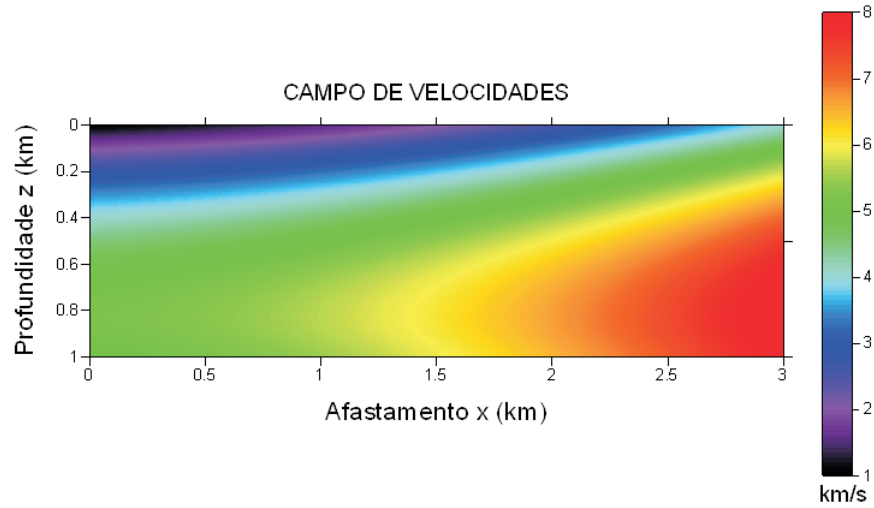


Figura 4.6: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_2(x, z) = 1,0 + 0,25.x + 10,0.z + 0,25.x^2 - 6,0.z^2$.

Este campo genérico de velocidades tem uma região de altas velocidades no lado direito inferior mostrada na Figura 4.6, que pode ser interpretado geologicamente como uma intrusão magmática responsável pela compressão das camadas superiores no lado direito do modelo.

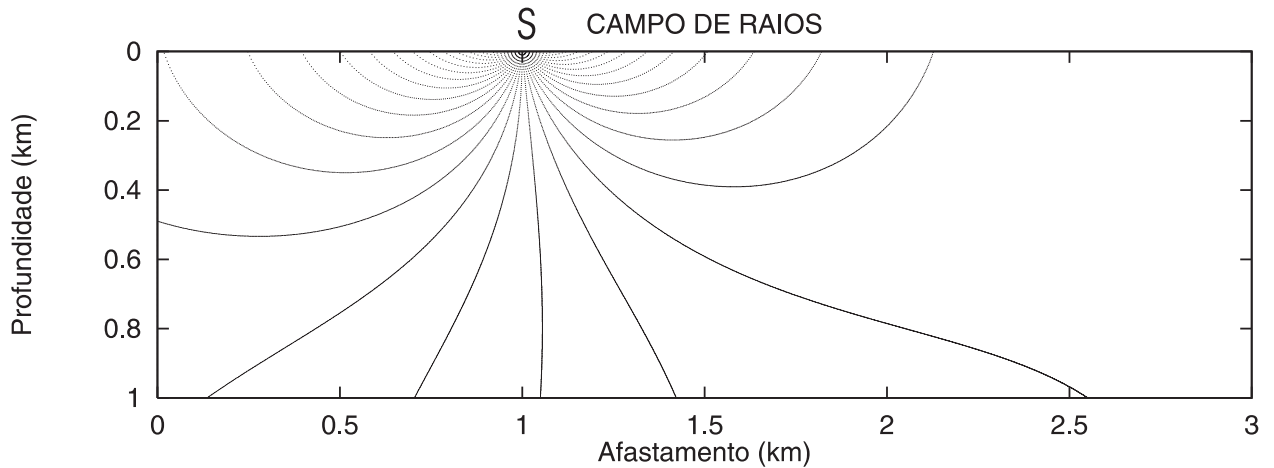


Figura 4.7: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$.

Os raios mudam de direção ao encontrarem uma variação de velocidades, principalmente no lado direito inferior da Figura 4.7. Uma aquisição sísmica com as configurações abaixo, ou seja, fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, iria obter poucas informações a respeito desta região para receptores posicionados no lado direito da superfície de observação.

Na Figura 4.7 mostrou que os raios não percorreram a região destra da figura, com isso não conseguimos obter tempos de trânsito referentes a esta região.

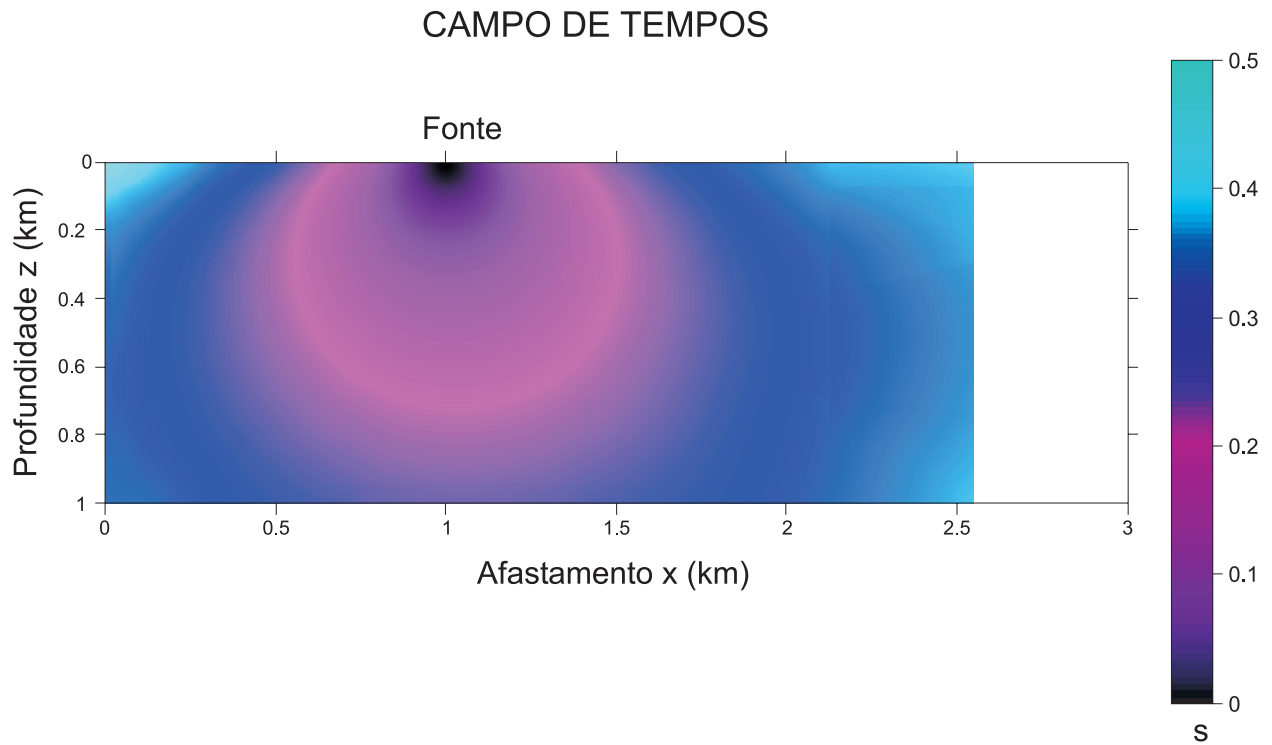


Figura 4.8: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$.

Para fonte colocada em $x_s = 2,0 \text{ km}$ temos o campo de raios no modelo M_{II} como mostrado na Figura 4.9.

A partir da profundidade $0,4 \text{ km}$, os raios sofrem poucas variações de direção no lado esquerdo inferior da Figura 4.9, pois as velocidades apresentam-se com poucas variações nesta região.

Numa comparação entre as Figuras 4.8 e 4.10 vemos campos de tempos coerentes com a distribuição V_2 de velocidades.

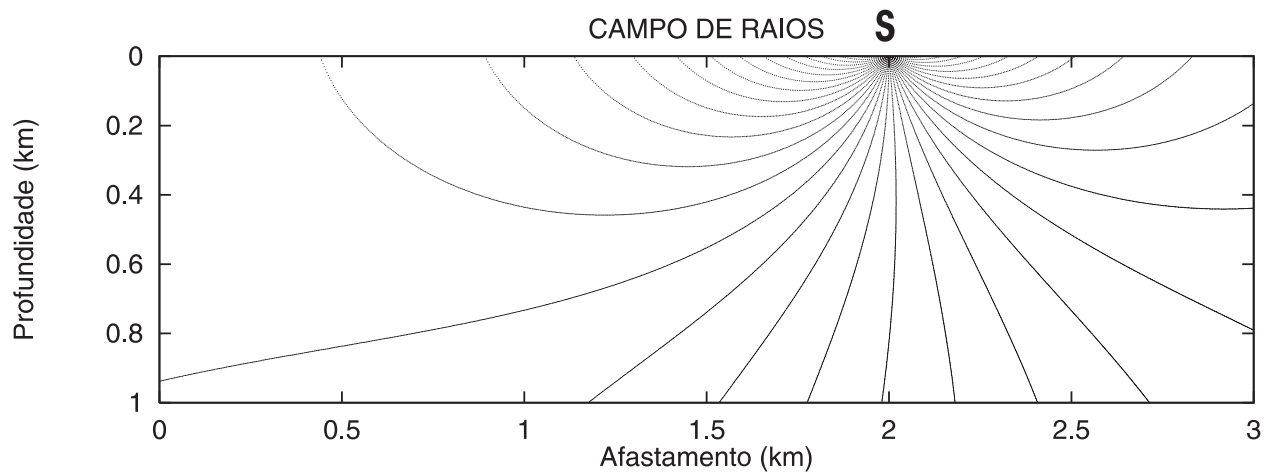


Figura 4.9: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$.

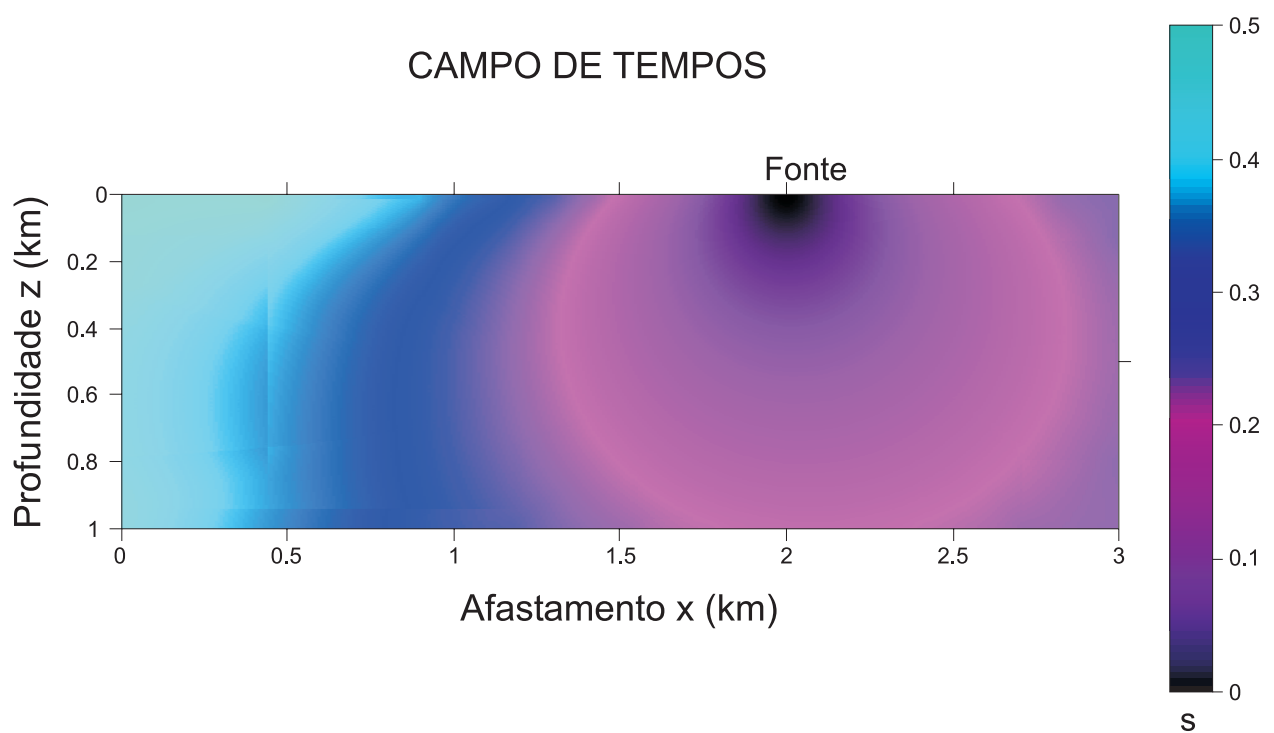


Figura 4.10: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_2(x, z)$.

4.3 M_{III} : Modelo com variações lateral e vertical quadráticas com termo cruzado do tipo xz

O modelo M_{III} é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_3(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{0,2}.z^2 + C_{1,1}.xz$.

Sendo que foram atribuídos os seguintes valores para os coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 3,25 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 9,3833 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,75 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{0,2} = -4,333 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{1,1} = -0,7 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$.

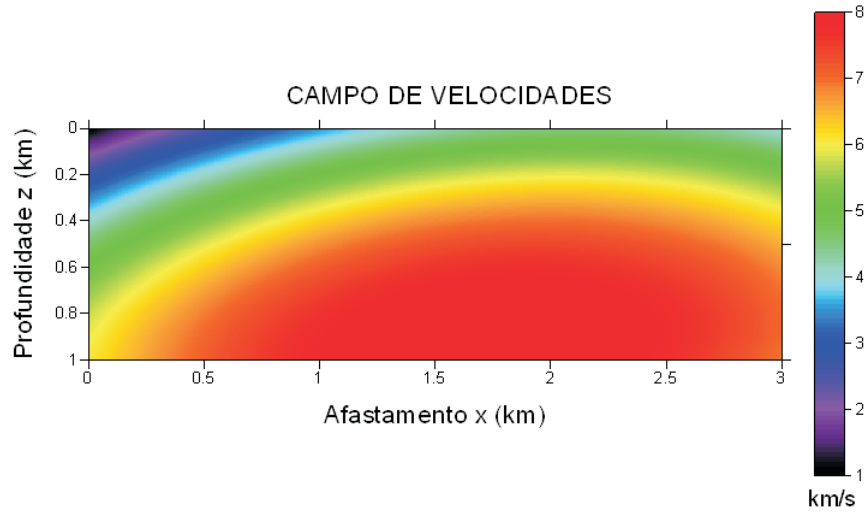


Figura 4.11: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_3(x, z) = 1,0 + 3,25.x + 9,3833.z - 0,75.x^2 - 4,333.z^2 - 0,7.xz$.

A Figura 4.11 mostra um campo genérico de velocidades que pode ser interpretado geologicamente como um domo salino que deformou as camadas sobrepostas.

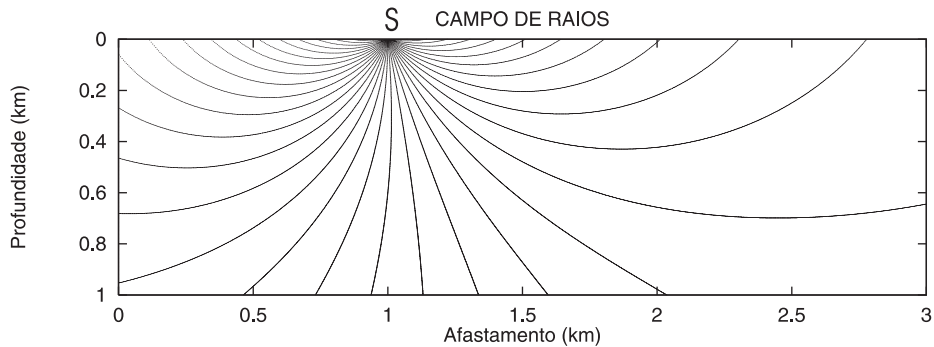


Figura 4.12: Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$.

O campo de tempos mostrando que o raio gastou, para percorrer a mesma distância, menos tempo em regiões de maiores velocidades do que naquelas de menores. Ao lado direito da fonte o raio percorreu $0,5 \text{ km}$ em aproximadamente $0,12 \text{ s}$, enquanto do lado esquerdo percorreu a mesma distância em aproximadamente $0,16 \text{ s}$.

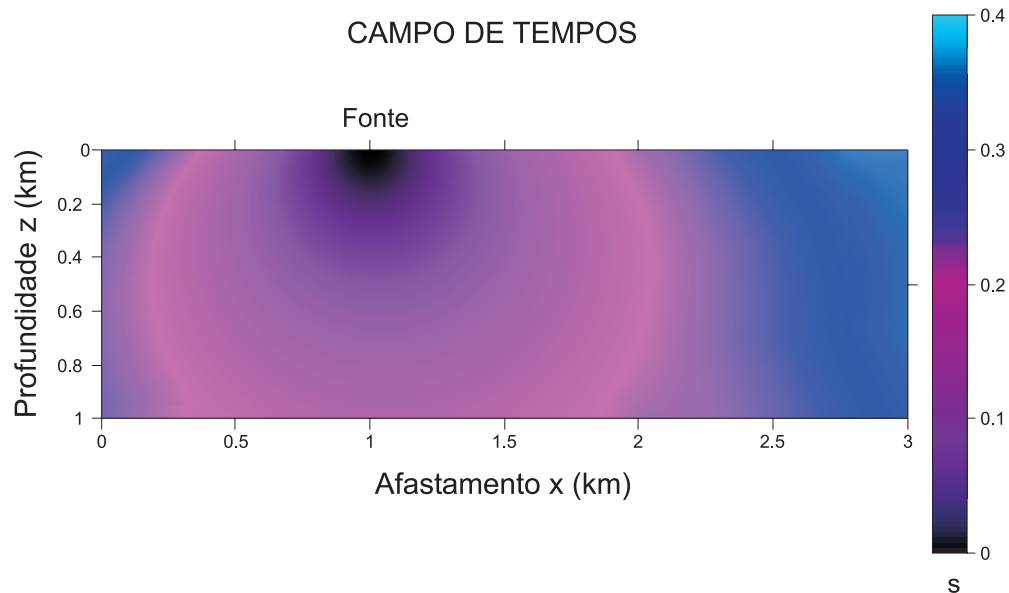


Figura 4.13: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$.

Raios abaixo da fonte não sofre muitas variações de direções, pois as velocidades nesta região se mantem entre $6,5$ e 8 km/s , ou seja, com pouca variação.

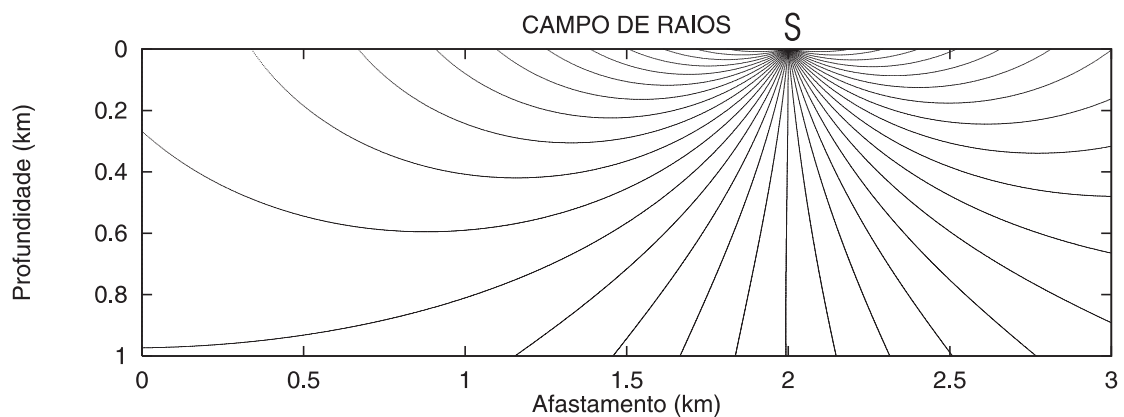


Figura 4.14: Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$.

Comparando-se as Figuras 4.12 com 4.14 podemos observar que o princípio da reversibilidade não é violado. A Figura 4.13 mostra uma expansão ligeiramente menor do campo de tempos

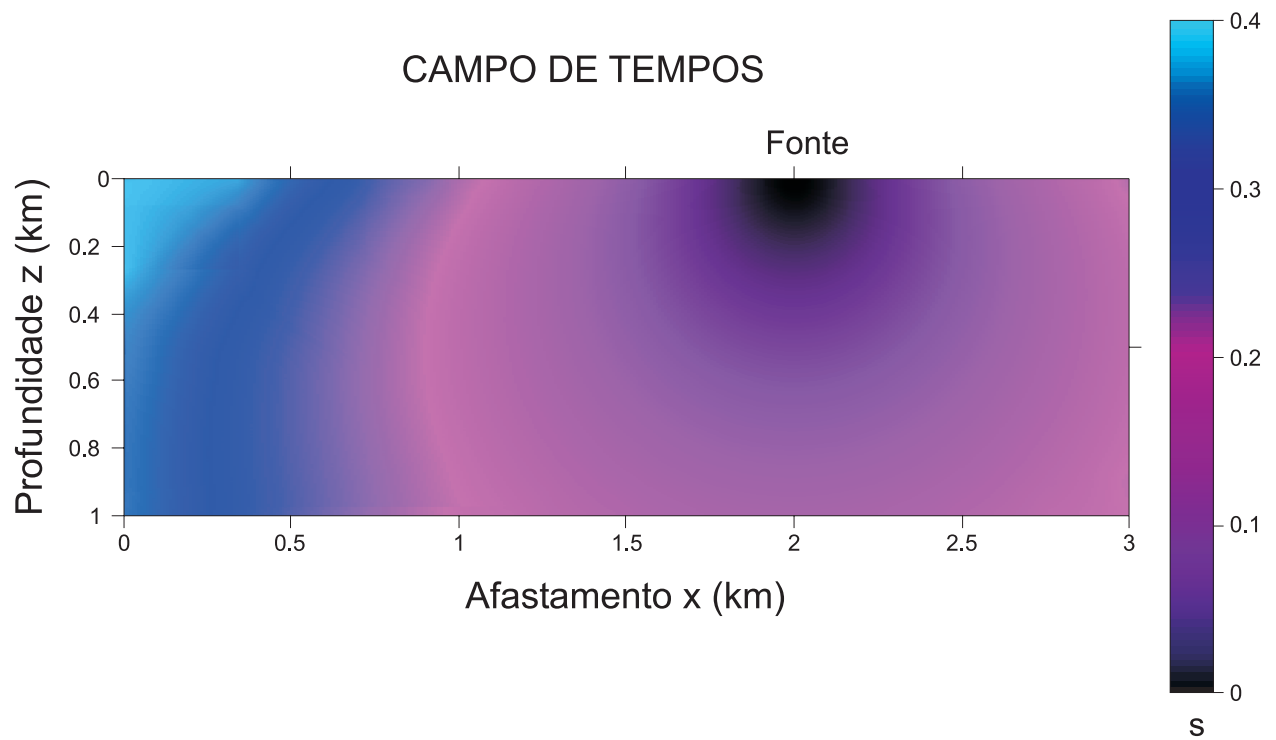


Figura 4.15: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_3(x, z)$.

em comparação com aquele mostrado na Figura 4.15, isto se deve ao fato da fonte posicionada em $x_s = 2,0 \text{ km}$ estar um pouco mais próxima às regiões de velocidade mais altas do modelo.

4.4 M_{IV-A} : Modelo com variação lateral cúbica, vertical quadrática e com termos cruzados do tipo xz e x^2z representando um campo de velocidades genérico

O modelo M_{IV-A} é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_4(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{0,2}.z^2 + C_{1,1}.xz + C_{3,0}.x^3 + C_{2,1}.x^2z$.

Sendo que foram atribuídos os seguintes valores para os coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 1,9786 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 2,9744 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,641 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{0,2} = 1,0 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{1,1} = -0,5769 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{3,0} = 0,0855 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$, $C_{2,1} = 0,2564 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$.

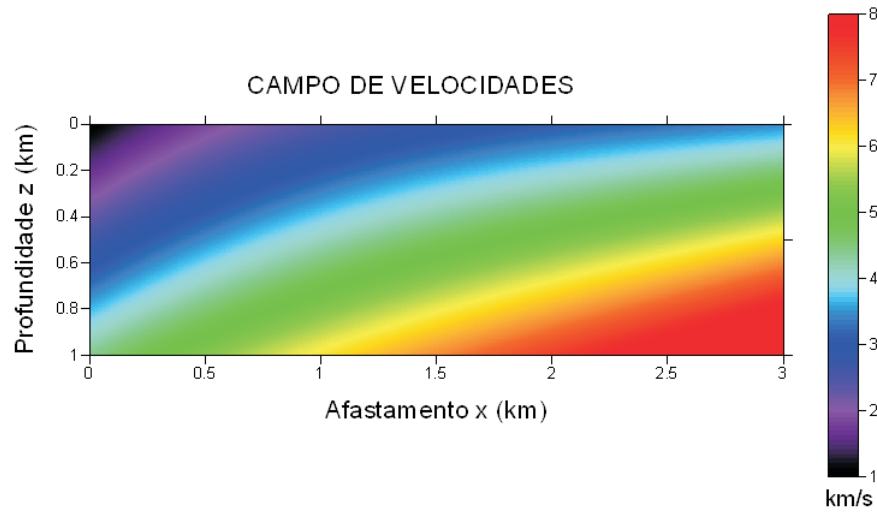


Figura 4.16: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{4-A}(x, z) = 1,0 + 1,9786.x + 2,9744.z - 0,641.x^2 + 1,0.z^2 - 0,5769.xz + 0,0855.x^3 + 0,2564.x^2z$.

Este campo genérico de velocidades pode ser interpretado geologicamente como camadas inclinadas, ligeiramente encurvadas, mergulhantes, como pode ser observado na Figura 4.16. Na Figura 4.17 podemos observar o raio retilíneo com a direção do gradiente do campo de velocidades.

As isócronas apresentam uma certa deformação relativamente à forma circular, pois o campo de velocidades não é homogêneo.

Observando-se as Figuras 4.17 e 4.19, vemos que os campos de raios possuem uma certa simetria, isto pode ser consequência da simetria do modelo relativamente a um eixo inclinado.

As Figuras 4.18 e 4.20 estão coerentes com o fato das velocidades mais altas estarem situadas na parte direita do modelo.

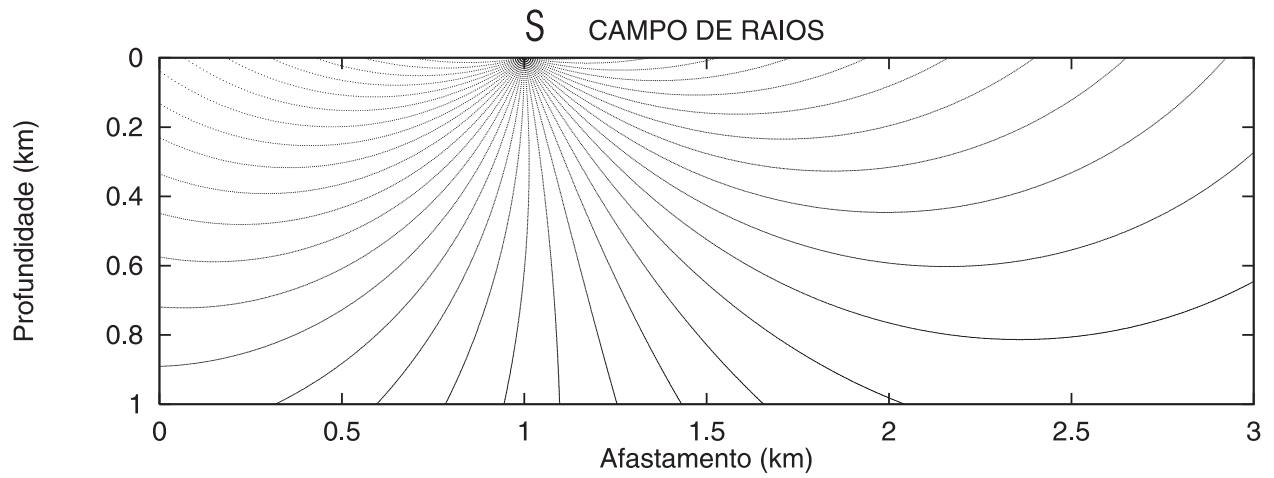


Figura 4.17: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$

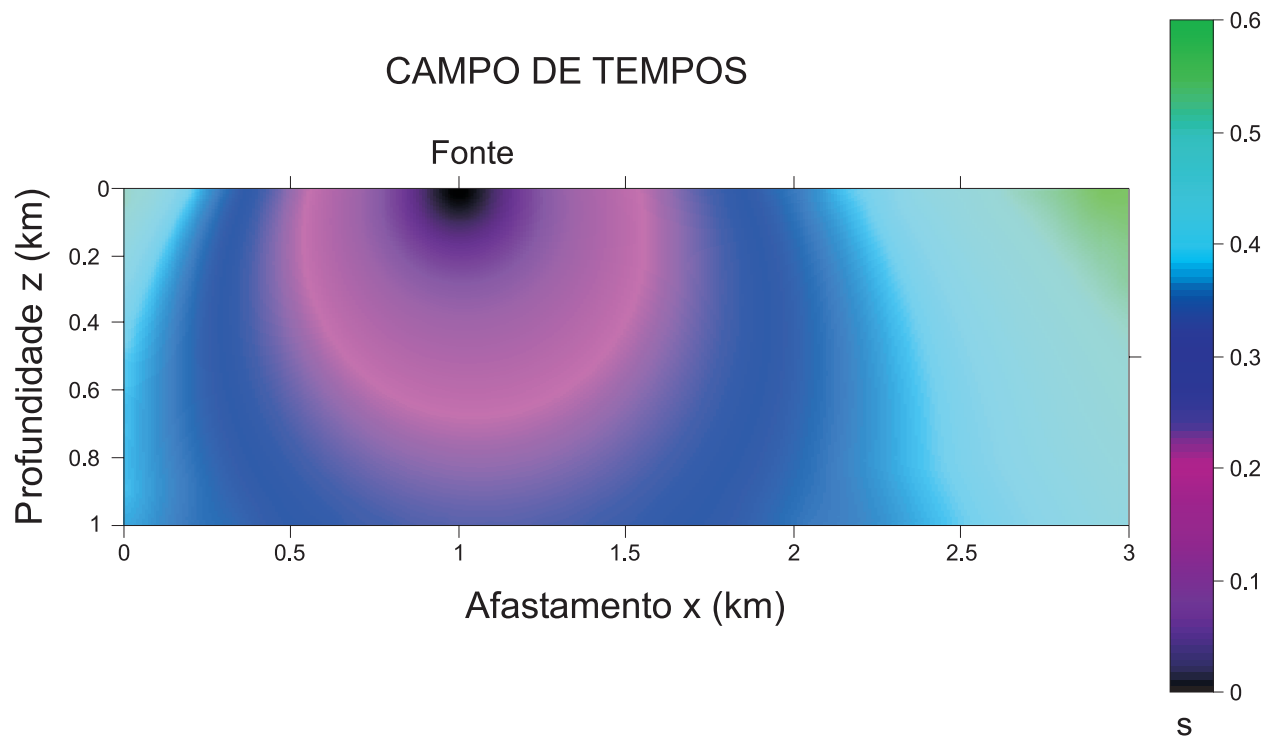


Figura 4.18: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.

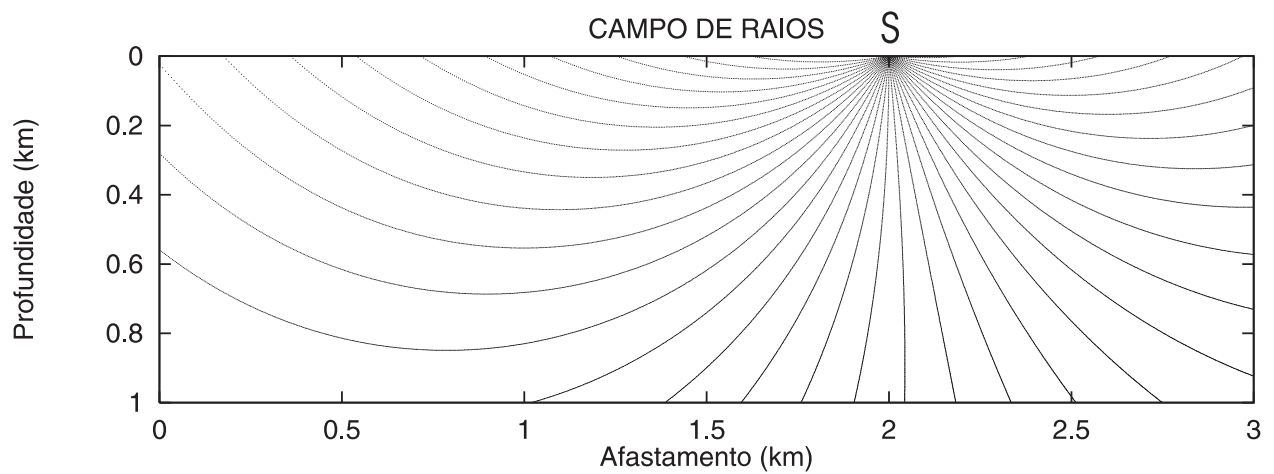


Figura 4.19: Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.

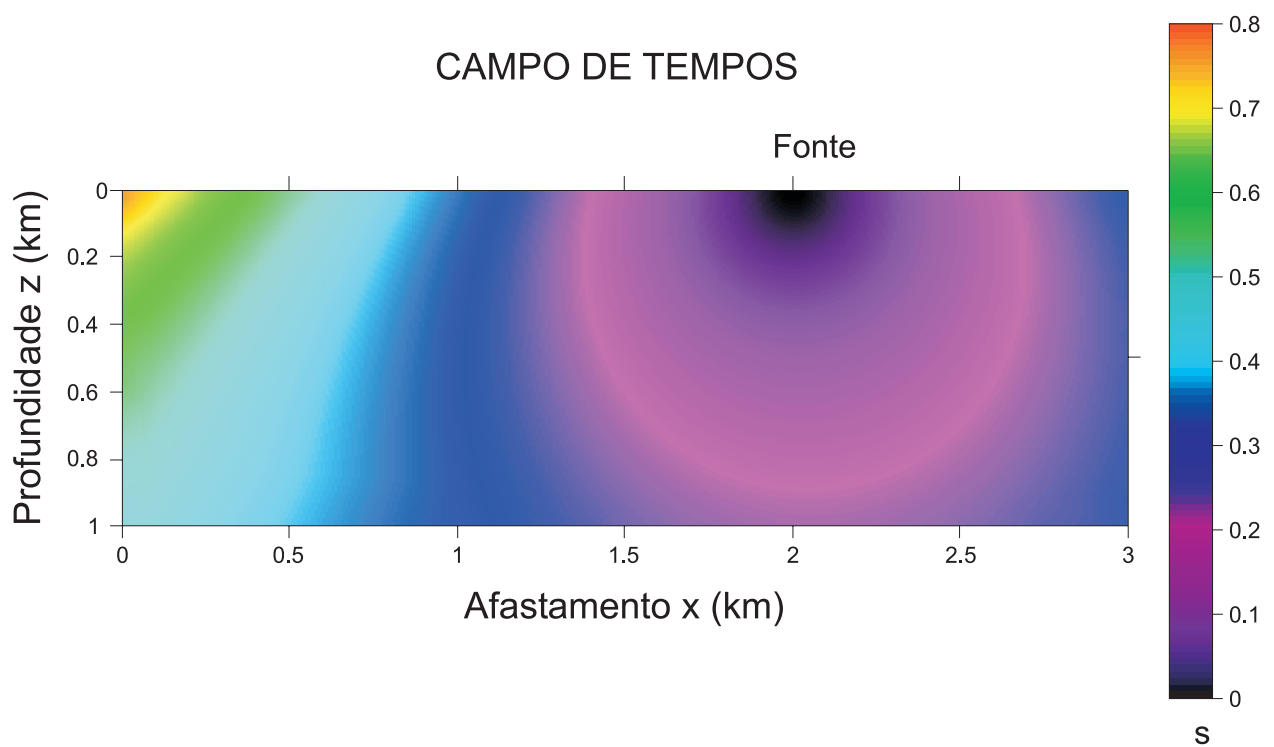


Figura 4.20: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0$ km, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-A}(x, z)$.

4.5 M_{IV-B} : Modelo do tipo M_{IV-A} ajustado ao modelo geológico da dobra anticlinal

O modelo M_{IV-B} possui a mesma forma de M_{IV-A} . Estes se distiguem apenas pelo fato de M_{IV-B} ser obtido através de um ajuste polinomial, usando o método de mínimos quadrados, apêndice A, de um polinômio da forma V_4 ao modelo geológico da dobra anticlinal como mostrado na Figura 4.21.

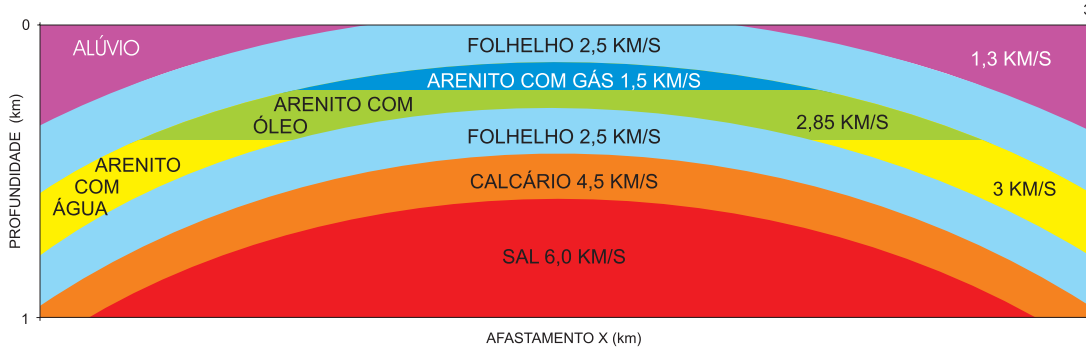


Figura 4.21: Modelo geológico de uma estrutura anticlinal com afastamento horizontal de 3,0 km e profundidade de 1,0 km.

Quando discretizado, em seus aspectos sísmicos, o modelo geológico ganha a configuração mostrada na Figura 4.22.

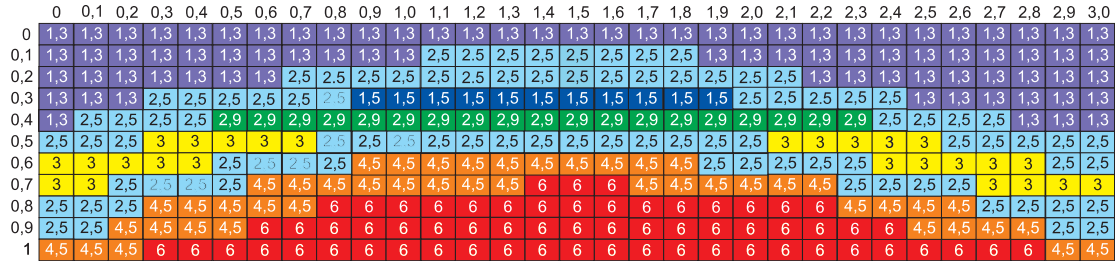


Figura 4.22: Modelo discretizado resultante do modelo geológico proposto.

Até um certo nível, quanto mais refinada for a discretização, melhor será a representação do modelo geológico pelo polinômio, entretanto chega-se a um ponto em que não adianta refinar a discretização, pois a marração polinomial impede uma melhora.

O campo de velocidades obtido através do ajuste método dos mínimos quadrados apresentou um resultado satisfatório, como pode ser visto na Figura 4.23. Realizando-se o ajuste, foram obtidos os seguintes valores para os coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 0,8622 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 0,2834 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,4694 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{0,2} = 3,0301 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{1,1} = 2,6483 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{3,0} = 0,0613 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$, $C_{2,1} = -0,8846 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$.

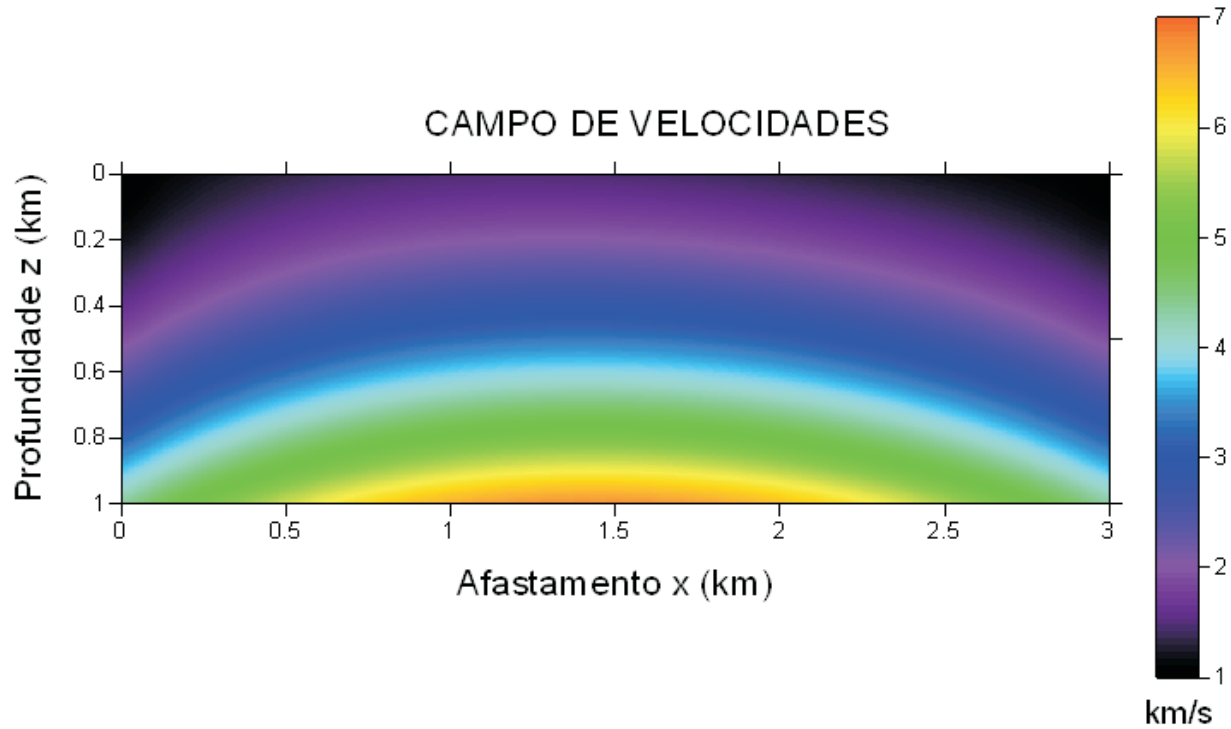


Figura 4.23: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{4-B}(x, z) = 1,0 + 0,8622.x + 0,2834.z - 0,4694.x^2 + 3,0301.z^2 + 2,6483.xz + 0,0613.x^3 - 0,8846.x^2z$, obtida pelo ajuste de modelo do campo de velocidades V_4 ao modelo geológico da dobra anticlinal

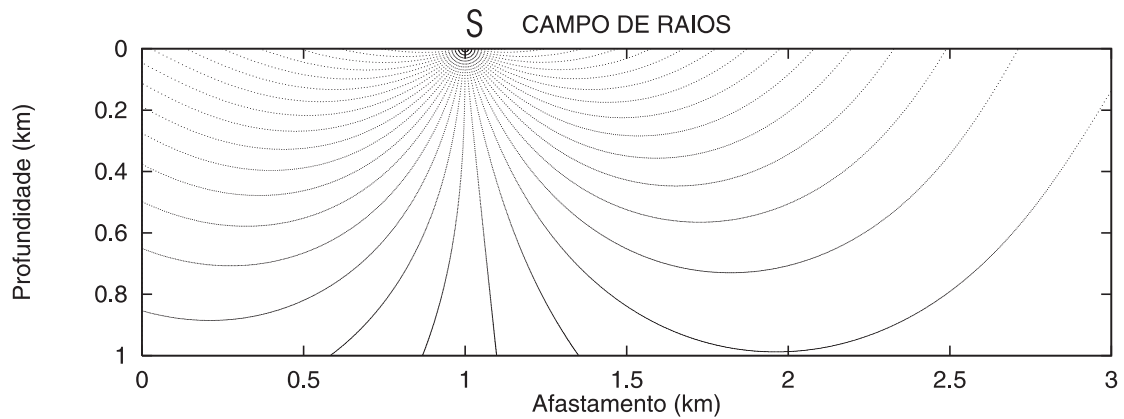


Figura 4.24: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$

Na Figura 4.24, os raios obedecem a lei de Snell, ou seja, os raios se afastam da normal a medida que passa de um meio de baixa velocidade para outro com velocidade maior.

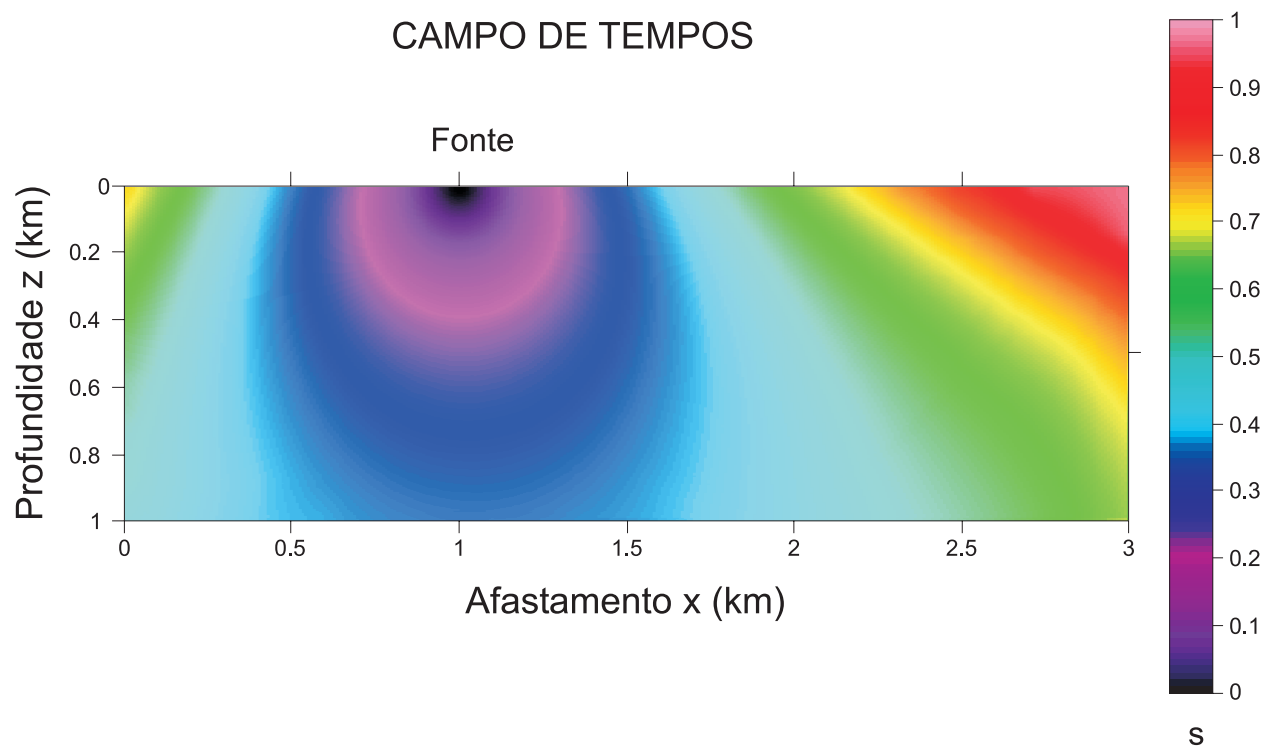


Figura 4.25: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0\text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.

Os raios mudaram rapidamente de direção ao incidir na anticlinal, por isso os raios não conseguem obter informações a respeito do flanco esquerdo da dobra.

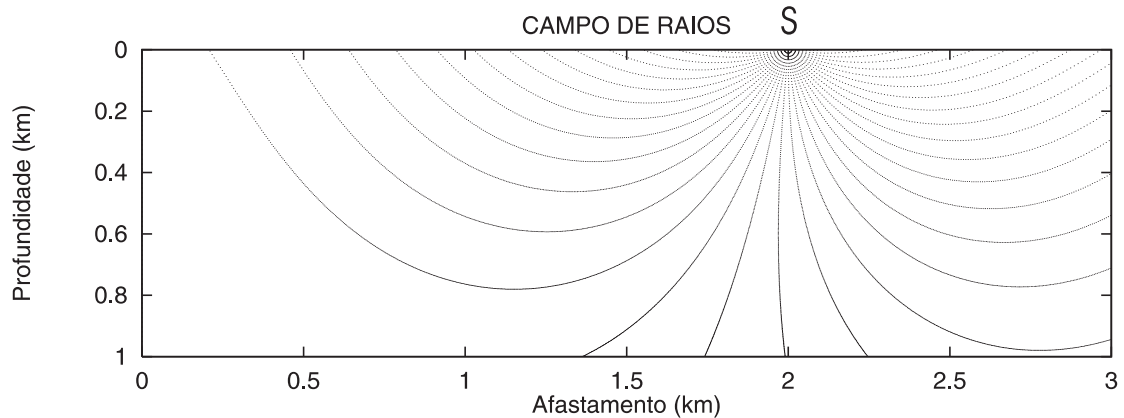


Figura 4.26: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.

As Figuras 4.24 e 4.26 mostram campos de raios simétricos que são consequência da simetria do modelo

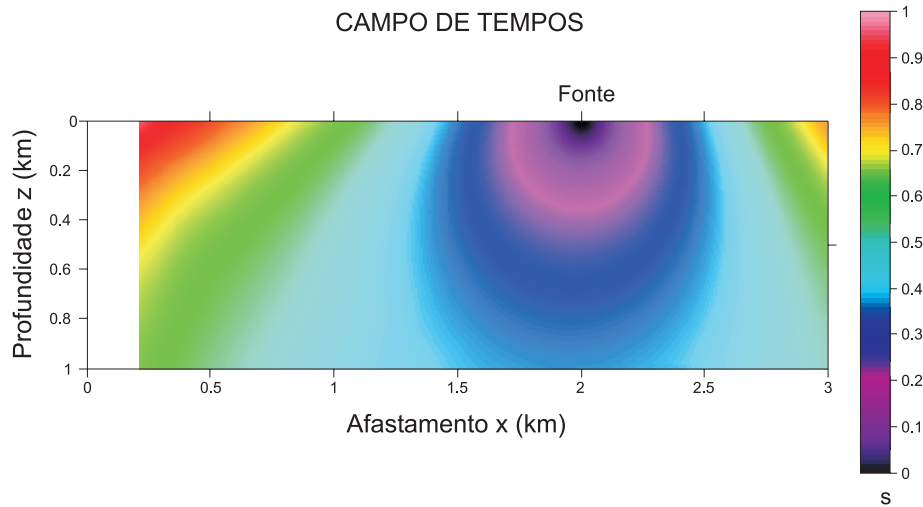


Figura 4.27: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{4-B}(x, z)$.

A Figura 4.26 mostrou que os raios não se propagaram no lado esquerdo da figura, com isso, não conseguimos obter tempos de trânsito do raio sísmico nesta região. Para a fonte localizada em $x = 2,0 \text{ km}$, as isócronas tendem a apresentar maior deformação para esquerda, pois os raios sofrem maior influência da anticlinal, maior velocidade, neste lado. Observar que o domo apresenta sua maior extensão vertical em $x = 1,5 \text{ km}$.

4.6 M_{V-A} : Modelo com variações lateral e vertical cúbicas com termos cruzados do tipo xz , x^2z e xz^2 , representando um campo de velocidade genérico

O modelo M_{V-A} é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_5(x, z) = C_{0,0} + C_{1,0}.x + C_{0,1}.z + C_{2,0}.x^2 + C_{0,2}.z^2 + C_{1,1}.xz + C_{3,0}.x^3 + C_{2,1}.x^2z + C_{1,2}.xz^2 + C_{0,3}.z^3$. Com os seguintes valores dos coeficientes: $C_{0,0} = 1,0 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 1,723 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 3,1485 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,3605 \text{ s}^{-1}.km^{-1}$, $C_{0,2} = 0,1637 \text{ s}^{-1}.km^{-1}$, $C_{1,1} = -1,3013 \text{ s}^{-1}.km^{-1}$, $C_{3,0} = 0,0425 \text{ s}^{-1}.km^{-2}$, $C_{2,1} = 0,2376 \text{ s}^{-1}.km^{-2}$, $C_{1,2} = 0,2893 \text{ s}^{-1}.km^{-2}$, $C_{0,3} = 0,7428 \text{ s}^{-1}.km^{-2}$.

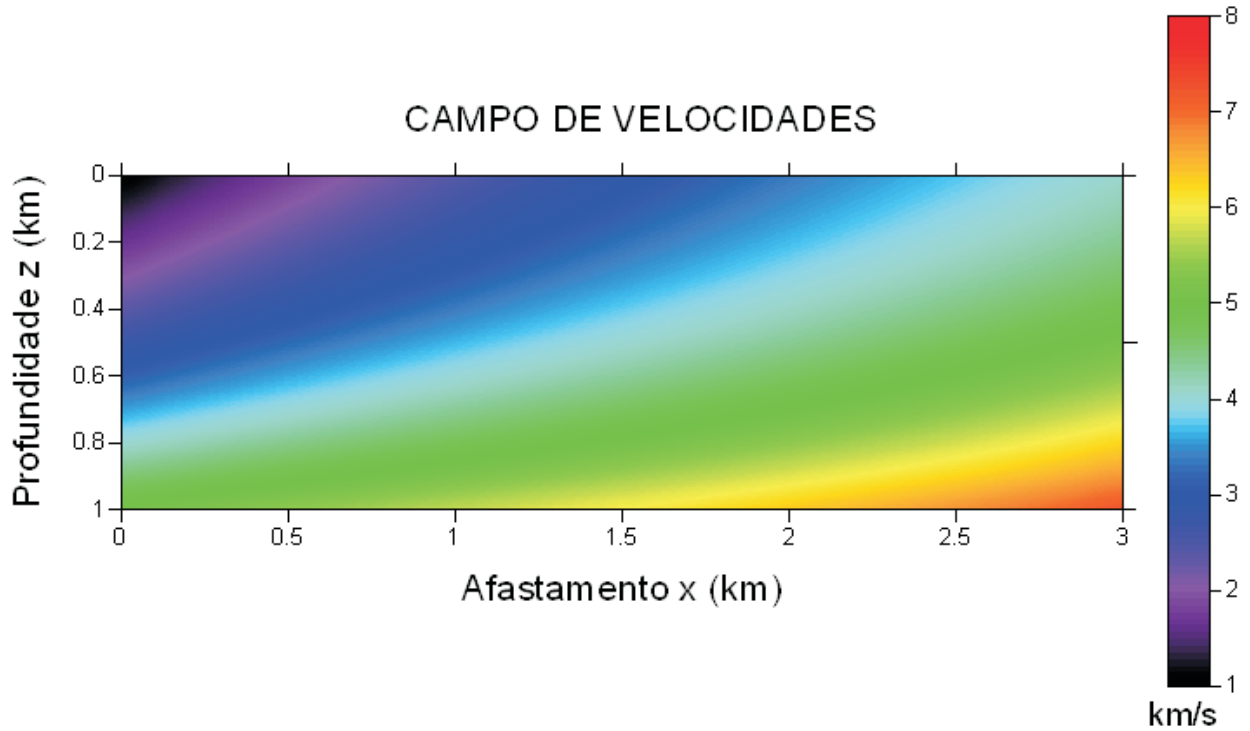


Figura 4.28: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função

$$V_{5-A}(x, z) = 1,0 + 1,723.x + 3,1485.z - 0,3605.x^2 + 0,1637.z^2 - 1,3013.xz + 0,0425.x^3 + 0,2376.x^2z + 0,2893.xz^2 + 0,7428.z^3.$$

A Figura 4.28 mostra um campo genérico de velocidades com as velocidades aumentando com a profundidade e o afastamento. Tal modelo pode ser interpretado geologicamente como parte de um depósito sedimentar estuarino.

A Figura 4.29 mostra o raio retilíneo na direção do gradiente do campo de velocidades V_{5-A}

As isócronas tendem a apresentar maior deformação relativamente à forma circular, alongando-se para a direita, pois a velocidade aumenta com o afastamento e a profundidade.

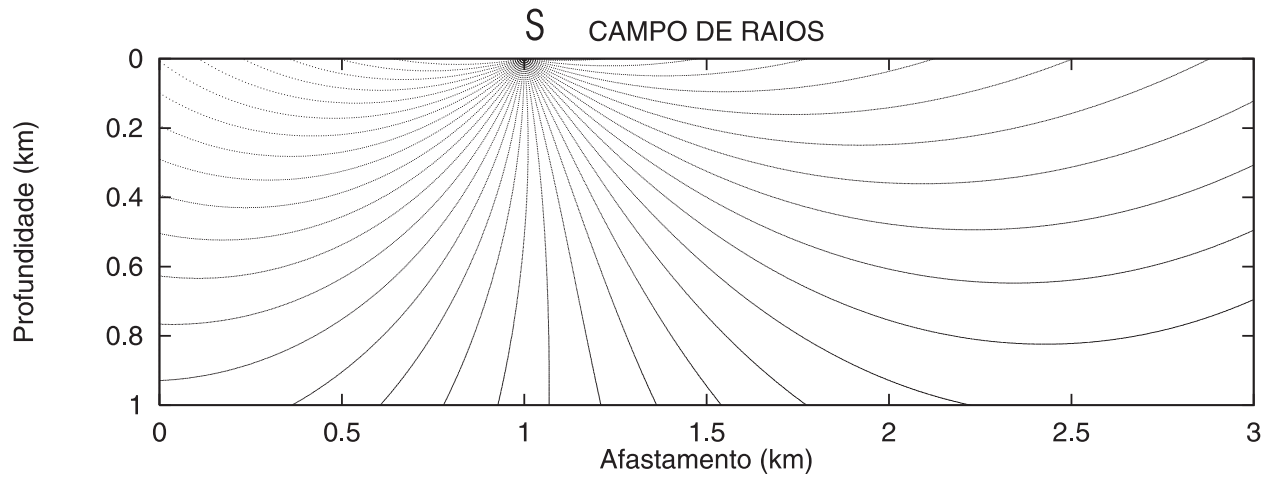


Figura 4.29: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$

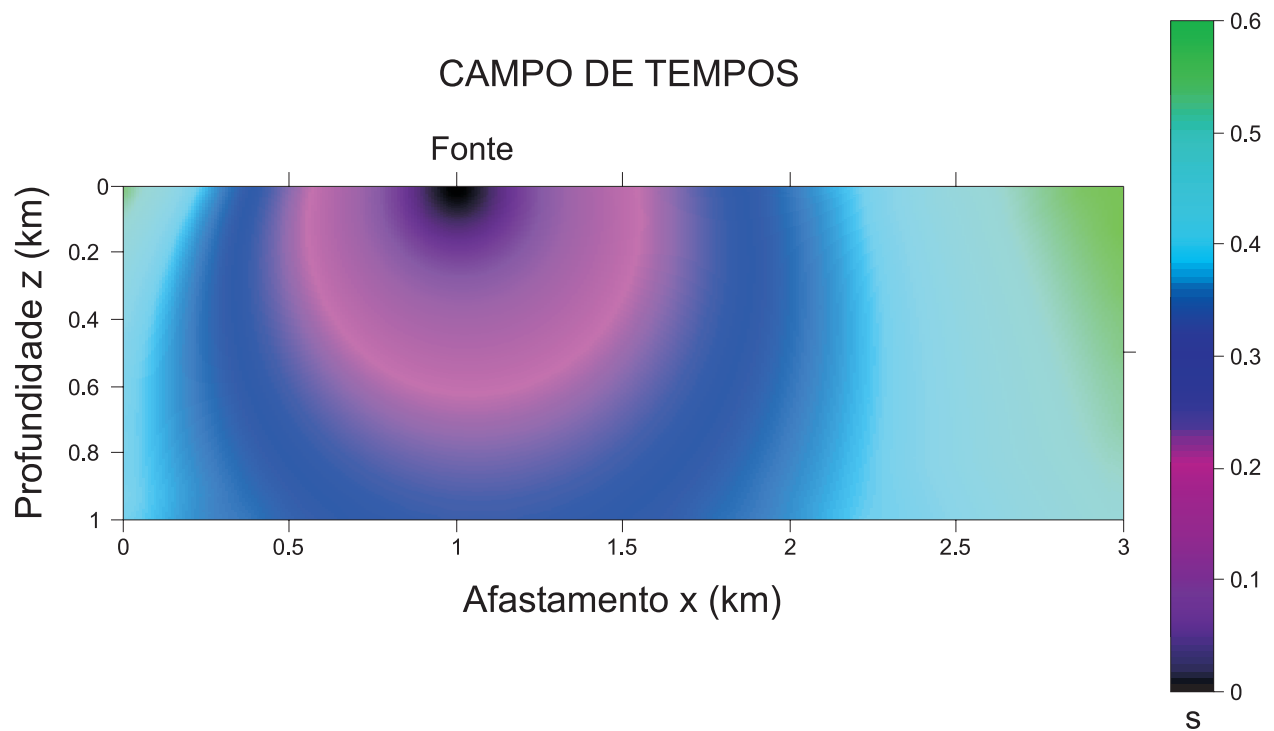


Figura 4.30: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.

Na Figura 4.31 podemos ver raios quase retilíneo em direções aproximadas àquela do gradiente de V_{5-A} .

Na Figura 4.32 as isócronas estão mais avançadas no modelo do que aquelas mostradas na Figura 4.30, pois a fonte posicionada em $x_s = 2,0 \text{ km}$ está mais próxima das regiões de altas velocidades do modelo V_{5-A} .

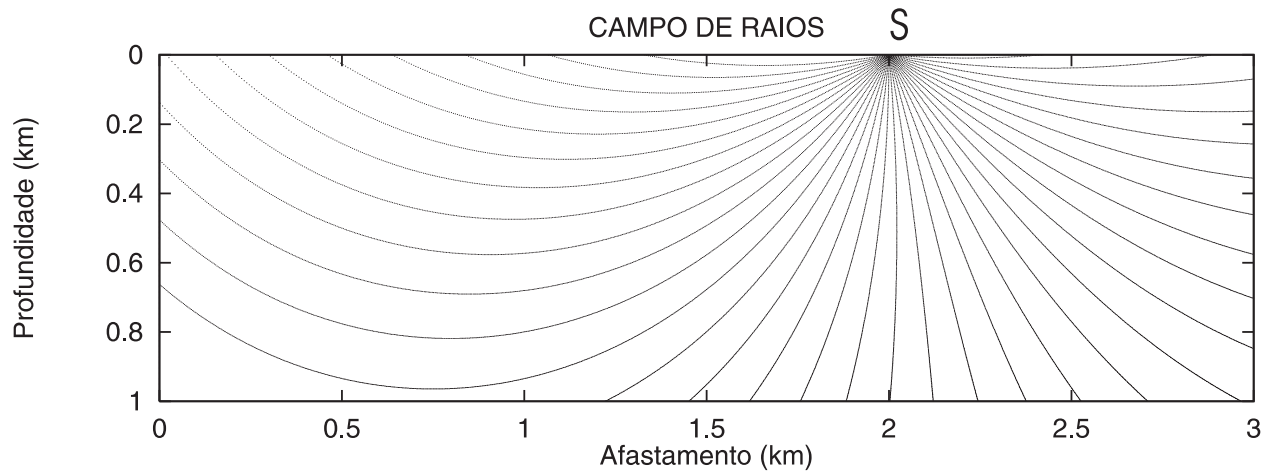


Figura 4.31: Campo de raios com a fonte localizada na posição $x = 2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.

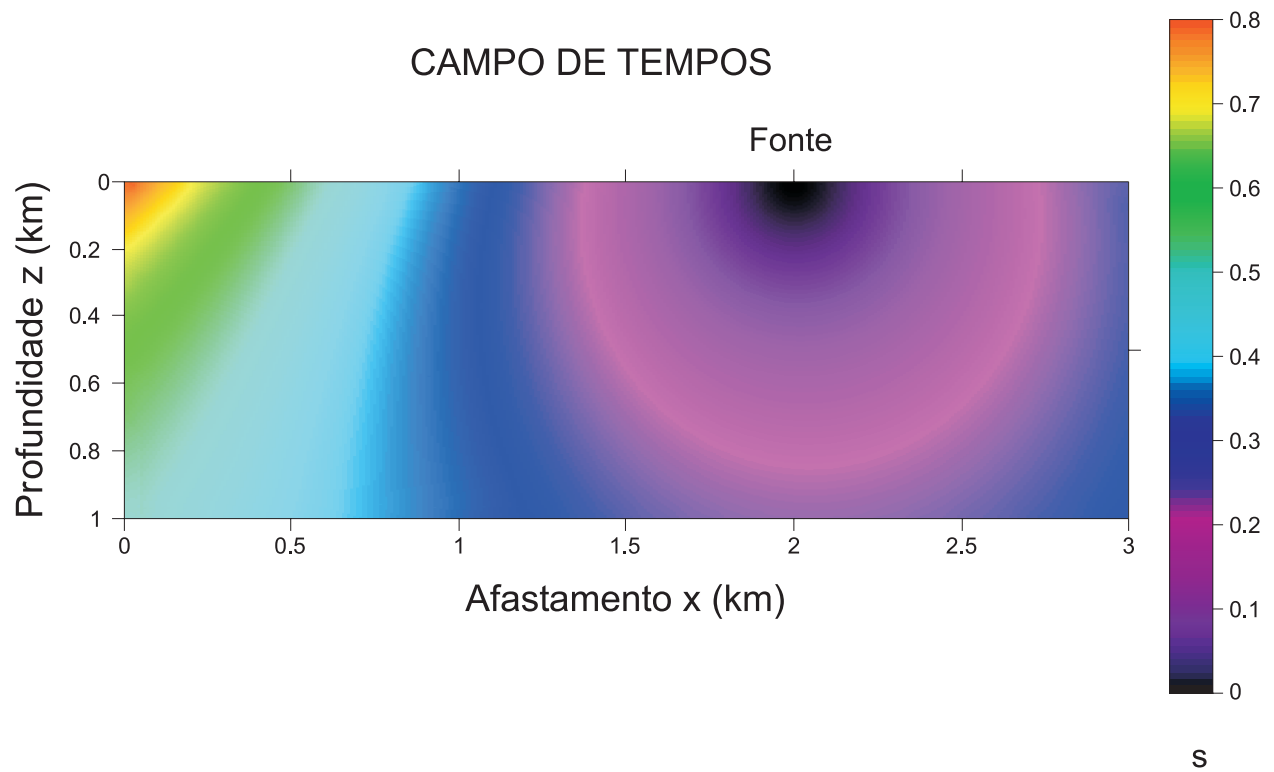


Figura 4.32: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-A}(x, z)$.

4.7 M_{V-B} : Modelo do tipo M_{V-A} ajustado ao modelo geológico de dobra anticlinal

O modelo M_{V-B} é definido por um campo de velocidades do tipo: $V_5(x, z)$. Com os seguintes valores dos coeficientes: $C_{0,0} = 1,2528 \text{ km.s}^{-1}$, $C_{1,0} = 0,3652 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = -0,5339 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,2436 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{0,2} = 4,6729 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{1,1} = 3,6842 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $C_{3,0} = 0,0447 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$, $C_{2,1} = -1,4034 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$, $C_{1,2} = 0,5836 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$, $C_{0,3} = -1,812 \text{ s}^{-1}.\text{km}^{-2}$.

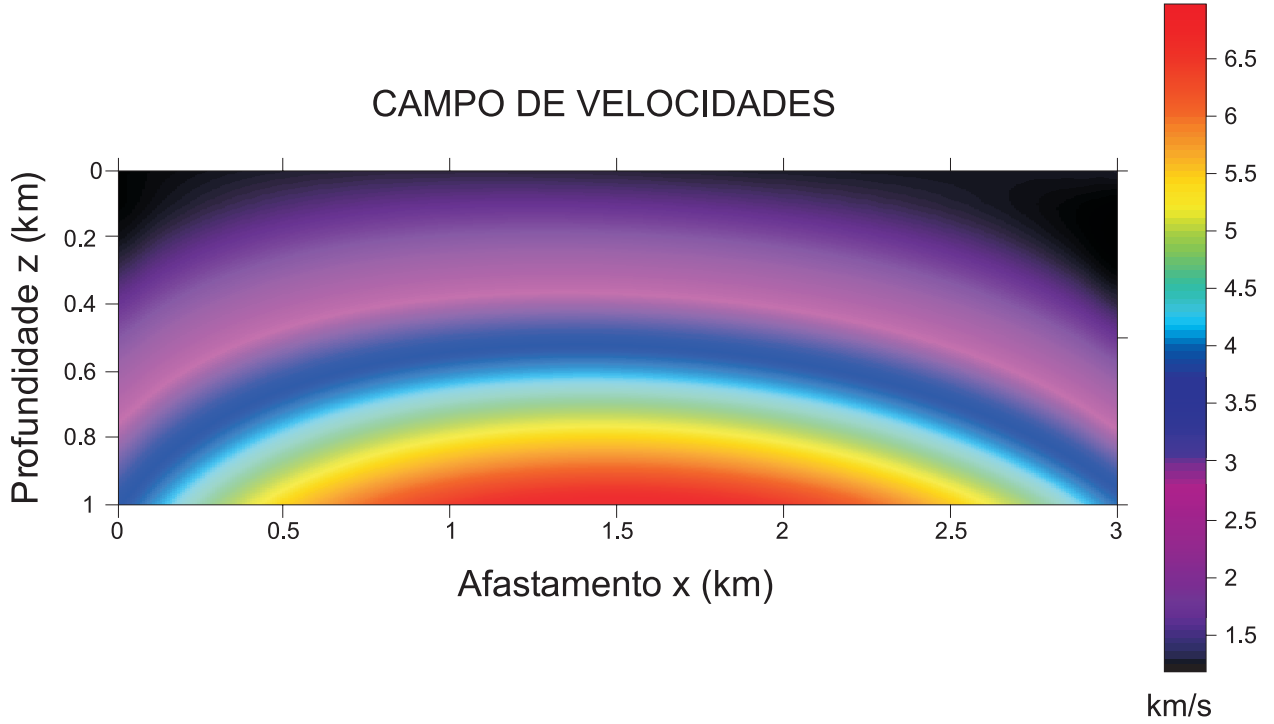


Figura 4.33: Campo de velocidades, em km/s , representado pela função $V_{5-B}(x, z) = 1,2528 + 0,3652.x - 0,5339.z - 0,2436.x^2 + 4,6729.z^2 + 3,6842.xz + 0,0447.x^3 - 1,4034.x^2z + 0,5836.xz^2 - 1,812.z^3$, obtida pelo ajuste do campo de velocidade V_5 ao modelo geológico da dobra anticlinal.

Este campo de velocidades também foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados, mas este conseguiu aproximar-se um pouco mais do modelo geológico proposto, pois adicionamos mais dois termos ao polinômio.

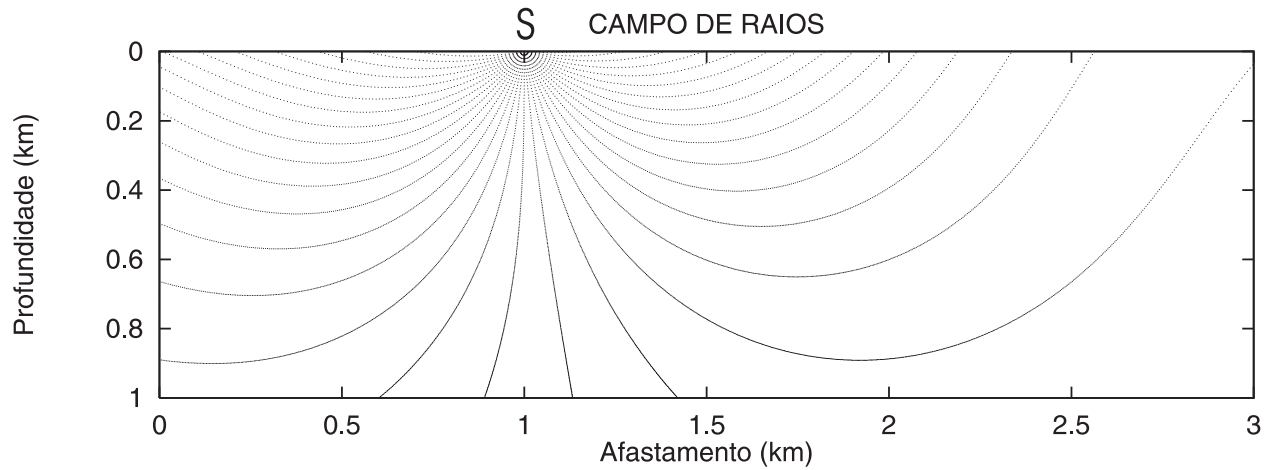


Figura 4.34: Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$

O campo de raios da Figura 4.34 apresenta uma semelhança parecido com relação ao campo de raios da Figura 4.24. O que era esperado, pois trabalhamos com campos de velocidades muito parecidos, distinguindo-se apenas pela adição de mais dois novos termos ao polinômio.

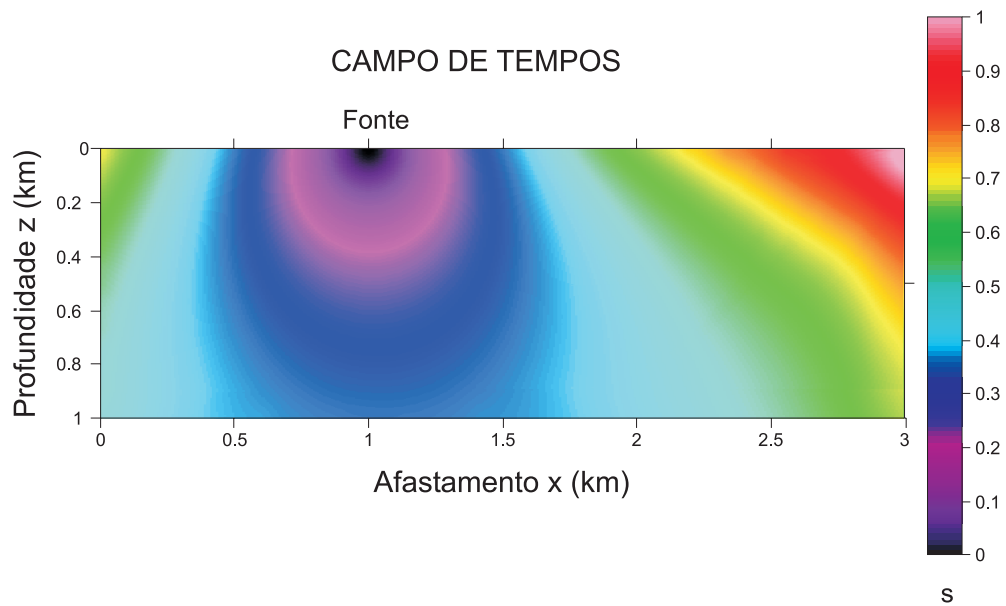


Figura 4.35: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $1,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$.

Pode-se observar, mais uma vez, que o princípio da reversibilidade é obedecido, ou seja, para uma fonte em $x = 2,0 \text{ km}$ e um receptor em $x = 1,0 \text{ km}$ o raio percorreu a mesma trajetória para uma fonte em $x = 1,0 \text{ km}$ e um receptor em $x = 2,0 \text{ km}$, ver Figura 4.34.

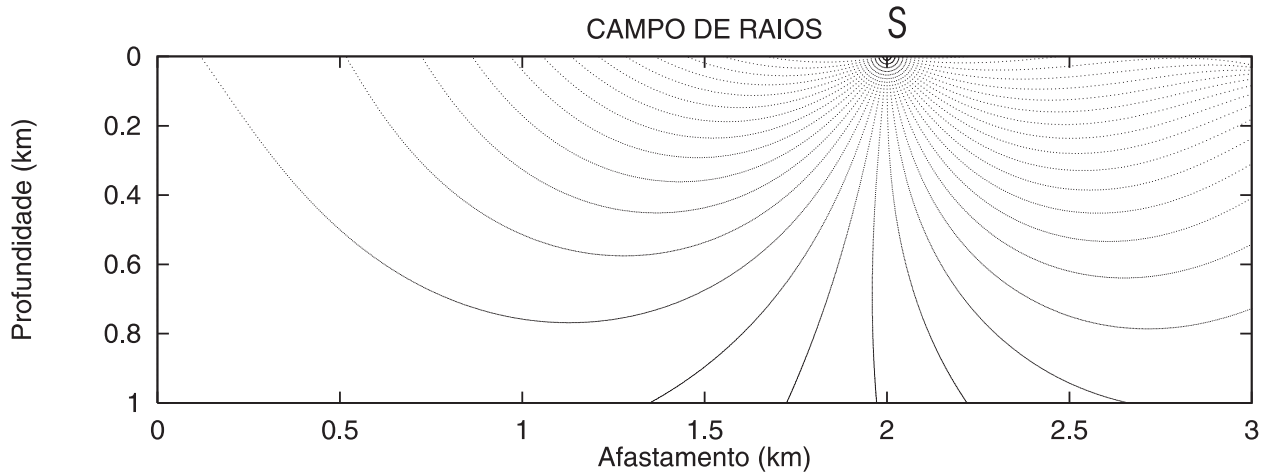


Figura 4.36: Campo de raios com a fonte localizada na superfície: na posição $x = 2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$.

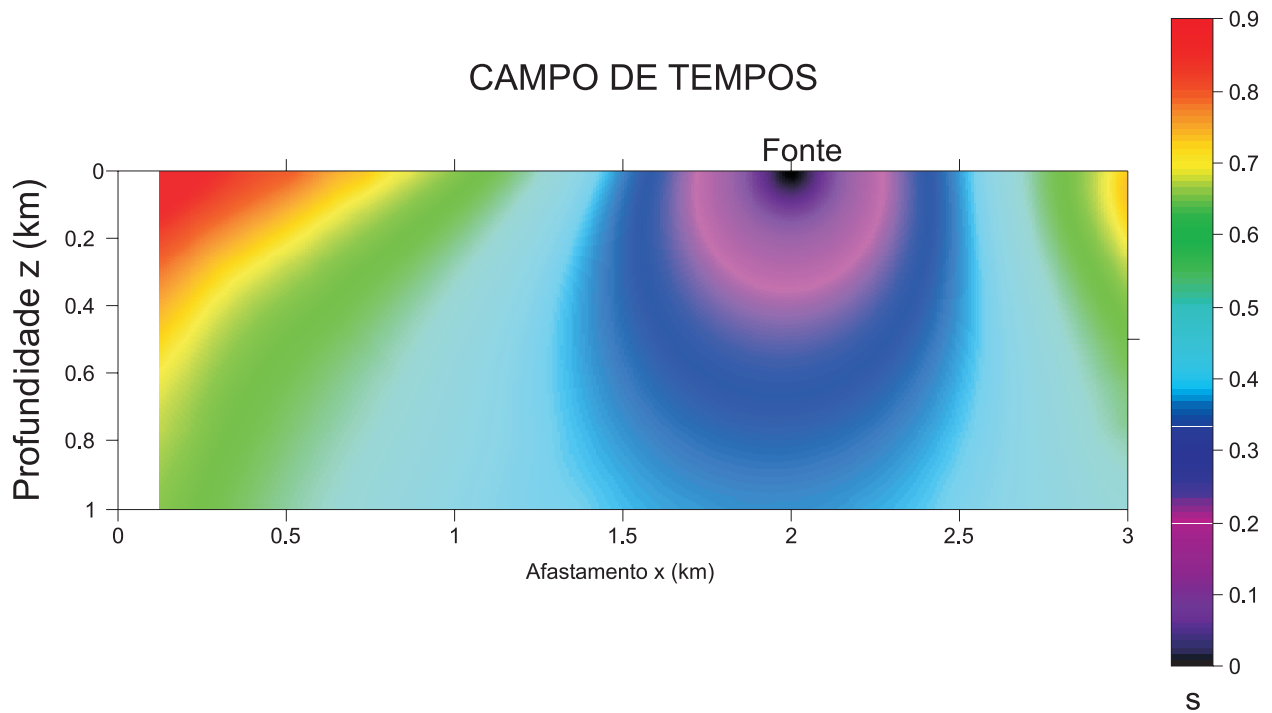


Figura 4.37: Campo de tempos, em segundos, com a fonte localizada em $2,0 \text{ km}$, para o campo de velocidades representado pela função $V_{5-B}(x, z)$.

Os campos de tempos mostram uma simetria devido à simetria do modelo.

CAPÍTULO 5

Conclusões

Este trabalho mostrou que através do traçamento de raios podemos também obter campos de tempos para campos de velocidades com parametrização polinomial.

Os resultados se apresentaram de forma satisfatória, tendo em vista que as trajetórias dos raios encurvam-se com maior intensidade à medida que os raios encontram maiores variações de velocidade no modelo, obedecendo às leis físicas, tais como: lei de Snell, princípio de Fermat e princípio da reversibilidade. Os campos de raios do último modelo mostraram muito bem que o princípio da reversibilidade foi obedecido.

Os campos de tempos apresentaram-se como esperado, ou seja, o raio gastou, para percorrer a mesma distância, menos tempo em regiões de maior velocidade do que naquelas de menor velocidade. Isto é mais uma evidência da coerência e correção dos campos de tempos obtidos.

Notamos que adição de novos termos na função que representa o campo de velocidade consegue representar modelos geológicos cada vez mais complexos. Sabendo que isto é válido dentro de um certo limite quando o modelo apresenta muitas descontinuidades.

Observamos que o método do raio é um método de modelagem relativamente rápido. Entretanto, ele não consegue por si mesmo contemplar todos os eventos sísmicos que ocorrem na realidade.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Ruy e Lúcia pelo amor e pela paciência.

Aos meus irmãos, Romel e Rafael.

À minha “gata” Isabel.

À todos os professores, em especial ao meu orientador Wilson Figueiró, pela paciência e pelos conhecimentos passados.

À ANP pela oportunidade de trabalho nesta pesquisa e pelo suporte financeiro.

E a todos os amigos que eu fiz ao longo curso.

Referências Bibliográficas

- ČERVENÝ, V., 1987. Ray Method for Three-Dimensional Seismic Modeling. Petroleum Industry Course, The Norwegian Institute of Technology.
- FIGUEIRÓ, W. M., & MADARIAGA, R. I., 1999. Three-Dimensional two-points paraxial ray tracing problem in the presence of caustics. 6th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio 99, CDROM, Rio de Janeiro.
- FIGUEIRÓ, W. M., & MADARIAGA, R. I., 2000. A method to avoid caustic arrival points. 2000 Technical Program Expanded Abstract, SEG International Exposition and 70th Annual Meeting, CDROM, Calgary, Alberta, Canada.
- KREYSZIG, E., 1999. Advanced Engineering Mathematics. Eight Edition, John Wiley & Sons, USA.
- MENKE, W., 1989. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. International Geophysics Series, Academic Press, Volume 45.
- POPOV, M. M., 2002. Ray Theory and Gaussian Beam Method for Geophysicists. Editora da Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia.

APÊNDICE A

A.1 Ajuste polinomial

Um modelo sísmico é construído a partir de informações extraídas do modelo geológico representado na Figura 4.21. Tal modelo sísmico é, na verdade, um campo discretizado de velocidades sísmicas de ondas compressoriais. Chamando-o de M , sabemos que ele pode ser representado por uma matriz tal como:

$$M = \begin{pmatrix} x_1 & z_1 & V_{1,1} \\ x_1 & z_2 & V_{1,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 & z_m & V_{1,m} \\ x_2 & z_1 & V_{2,1} \\ x_2 & z_2 & V_{2,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_2 & z_m & V_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & z_1 & V_{n,1} \\ x_n & z_2 & V_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & z_m & V_{n,m} \end{pmatrix},$$

onde $V_{k,l} = V(x_k, x_l)$. Procura-se, então, ajustar um polinômio da forma

$$V(x, z) = \sum_{i+j=0}^N C_{i,j} \cdot x^i z^j \quad (\text{A.1})$$

aos pontos de M . Logo, substituindo-se as linhas de M em (A.1), produz-se o seguinte sistema de equações:

$$\sum_{i+j=0}^N C_{i,j} \cdot x_k^i z_l^j = V_{k,l}, \quad (\text{A.2})$$

onde $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ e $l \in \{1, 2, \dots, m\}$. Mais sinteticamente, (A.2) consiste em:

$$A.C = V, \quad (\text{A.3})$$

onde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & z_1 & x_1^2 & x_1 z_1 & z_1^2 & x_1^3 & x_1^2 z_1 & x_1 z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_1 & z_l & x_1^2 & x_1 z_l & z_l^2 & x_1^3 & x_1^2 z_l & x_1 z_l^2 & z_l^3 & \cdots & z_l^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_1 & z_m & x_1^2 & x_1 z_m & z_m^2 & x_1^3 & x_1^2 z_m & x_1 z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_k & z_1 & x_k^2 & x_k z_1 & z_1^2 & x_k^3 & x_k^2 z_1 & x_k z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & z_l & x_k^2 & x_k z_l & z_l^2 & x_k^3 & x_k^2 z_l & x_k z_l^2 & z_l^3 & \cdots & z_l^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & z_m & x_k^2 & x_k z_m & z_m^2 & x_k^3 & x_k^2 z_m & x_k z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & z_1 & x_n^2 & x_n z_1 & z_1^2 & x_n^3 & x_n^2 z_1 & x_n z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & z_l & x_n^2 & x_n z_l & z_l^2 & x_n^3 & x_n^2 z_l & x_n z_l^2 & z_l^3 & \cdots & z_l^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & z_m & x_n^2 & x_n z_m & z_m^2 & x_n^3 & x_n^2 z_m & x_n z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \end{pmatrix}$$

é a matriz que contém a forma polinomial,

$$C^T = \begin{pmatrix} C_{0,0} & C_{1,0} & C_{0,1} & C_{2,0} & C_{1,1} & C_{0,2} & C_{3,0} & C_{2,1} & C_{1,2} & C_{0,3} & \cdots & C_{0,N} \end{pmatrix}$$

é o vetor dos coeficientes e

$$V^T = (V_{1,1} \cdots V_{1,l} \cdots V_{1,m} \cdots V_{k,1} \cdots V_{k,l} \cdots V_{k,m} \cdots V_{n,1} \cdots V_{n,l} \cdots V_{n,m})$$

é o vetor de velocidades nos nós da discretização. O método de mínimos quadrados (Menke, 1989) dá para a equação (A.3) a seguinte solução:

$$C = (A^T A)^{-1} A^T V. \quad (\text{A.4})$$