



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

INVERSÃO DE TEMPERATURAS DE
FUNDO DE POÇO PARA
DETERMINAÇÃO DE GRADIENTE
GEOTÉRMICO

ARTUR SANTOS BENEVIDES

SALVADOR – BAHIA

Novembro – 2016

**Inversão de Temperaturas de Fundo de Poço para Determinação de Gradiente
Geotérmico**

por

ARTUR SANTOS BENEVIDES

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

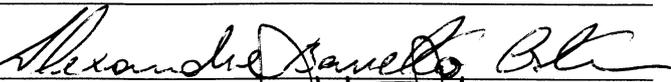
DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

COMISSÃO EXAMINADORA



Dr. Amin Bassrei (Orientador)



Dr. Alexandre Barreto Costa



M.Sc. Geraldo Girão Nery

DATA DA APROVAÇÃO: 03/11/2016

Dedico este trabalho à minha
família.

Resumo

Neste Trabalho foram realizados estudos geotérmicos utilizando dados BHT - Bottom Hole Temperature ou temperatura de fundo de poço. O estudo abrangeu diversos aspectos: a descrição da medida de BHT, o detalhamento das perturbações nas medidas de temperatura e os métodos de correção para determinar a temperatura de equilíbrio ou temperatura verdadeira da formação. É de grande importância que se utilize as temperaturas verdadeiras para determinação de parâmetros geotérmicos, como o gradiente e fluxo térmico. Para correção dos valores de BHT são utilizados dois métodos. O primeiro é o método de Horner que consiste em um modelo matemático baseado na teoria de uma fonte linear de calor proposto por Bullard (1947). O outro método é uma correção empírica elaborada pela AAPG que utiliza apenas a profundidade para gerar um fator de correção. Após determinação da provável temperatura de equilíbrio, foi realizada a inversão de dados para se determinar o gradiente geotérmico das formações em subsuperfície. A inversa generalizada foi implementada através do SVD (Decomposição em Valores Singulares), com a determinação do operador inverso Z^+ , conhecido como pseudo-inversa, ou inversa de Moore-Penrose (Penrose, 1955). No nosso problema inverso em geotermia, Z^+ é a matriz contendo o inverso das espessuras Z_{ij} , que multiplicada pelo vetor dos dados T_{Δ} permite determinar os parâmetros do modelo g^{est} para cada formação. A inversão foi aplicada inicialmente em modelos sintéticos simples para a demonstração da metodologia. Em uma segunda etapa, foi realizada a inversão em um modelo sintético inspirado em dados reais provenientes de Deming and Chapman (1988), que estudaram o Campo de Pineview (Utah, EUA), no caso com o objetivo de obter gradientes geotérmicos de nove formações. O MMQ (Método dos Mínimos Quadrados) foi utilizado, assim como a sua variante, o MQA (Mínimos Quadrados Amortecido), que permite regularizar o sistema. A inversão de Z pelo SVD teve um resultado satisfatório e superior às inversões utilizando MMQ ($Z^T Z$) e MQA ($Z^T Z + \epsilon^2 I$). No método MQA a escolha do parâmetro permitiu um balanceamento entre o amortecimento da solução e o erro RMS do dado, entretanto mesmo escolhendo o melhor parâmetro a solução estimada não foi tão acurada quanto a inversão de Z para este conjunto de dados.

Abstract

In this work we were performed geothermal studies using BHT (Bottom Hole Temperature) data, which included several aspects: the description of the BHT measurement, the disturbance details of the temperature measurements and correction methods to determine the equilibrium temperature or true formation temperature. It is of great importance that the true temperature is used for the determination of geothermal parameters, such as gradient and heat flow. For correction of BHT values two methods are used. The first is the Horner method comprising a mathematical model based on the theory of a linear heat source proposed by Bullard (1947). The other method is an empirical correction developed by AAPG and uses the depths to generate a correction factor. After the determination of the probable equilibrium temperatures, the data inversion was performed to determine the geothermal gradient of subsurface formations. The generalized inverse was implemented by SVD (Singular Value Decomposition), to determine the inverse operator Z^+ , known as pseudo-inverse, or Moore-Penrose inverse (Penrose, 1955). In our geothermical inverse problem Z^+ is the matrix containing the inverse of Z_{ij} thicknesses, which is multiplied by the T_{Δ} data vector to determine the model parameters of g^{est} model for each formation. The inversion was initially applied in simple synthetic models for demonstrating the methodology. In a second step, it was carried out the inversion of a synthetic model inspired from real data from Deming and Chapman (1988), who studied the Pineview Field (Utah, USA), with the objective to obtain geothermal gradients of nine formations. The LSM (Least Squares Method) was used, as well as its variant, the DLS (Damped Least Squares), which allows the stabilization of the system. The inversion of Z by SVD had a satisfactory result and higher than the inversions using LSM ($Z^T Z$) and DLS ($Z^T Z + \epsilon^2 I$). In the DLS method the choice of a parameter allowed a balance between the dampened solution and the RMS data error, but even choosing the best parameter the estimated solution was not as accurate as the one estimated using only inversion of Z .

Sumário

Resumo	3
Abstract	4
Introdução	11
1 Conceitos Teóricos	14
1.1 Geotermia	14
1.1.1 Tipos de transportes de calor	14
1.2 Fluxo Térmico	15
1.3 Condução	15
1.4 Condutividade Térmica	16
1.5 Difusividade Térmica	16
1.6 Calor Específico	16
2 Temperatura de Fundo de Poço (BHT)	17
2.1 Medida de Temperatura de Fundo de Poço	17
2.2 Correções de BHT	20
2.3 Modelo de uma fonte linear de calor	22
2.4 Método de Horner	23
2.5 Método da AAPG	25
3 Teoria da Inversão	27
3.1 Formulação do Problema Inverso	27
3.2 Sistemas Lineares	29
3.2.1 Estudo da Solução dos Sistemas Lineares	29
3.3 Problemas Inversos e as Questões de Condicionamento	29
3.3.1 Existência	30
3.3.2 Unicidade	30
3.3.3 Estabilidade	30

3.4	Solução de Sistemas Lineares	33
3.4.1	Método dos Mínimos Quadrados	33
3.4.2	Método dos Mínimos Quadrados Amortecidos	34
3.5	Análise do erro nas soluções	34
4	Decomposição em Valores Singulares	36
4.1	Valores Singulares	36
4.2	Autovalores e Autovetores	36
4.3	Abordagem SVD	36
5	Inversão de BHT para determinação de Gradiente Geotérmico	39
5.1	Problema Inverso	41
5.2	Aplicação da Inversão de BHT em Modelos Sintéticos Bidimensionais	42
5.2.1	Modelagem	42
5.2.2	Inversão dos dados	44
6	Aplicação em Sintético Inspirado nos Dados do Campo de Pineview (Utah)	46
6.1	Área de Estudo	46
6.2	Geologia da Área	47
6.2.1	Descrição da Estratigrafia	47
6.3	Modelagem dos dados	48
6.4	Inversão de Z	52
6.5	Inversão de $(Z^T Z)$	57
6.6	Inversão de $(Z^T Z + \epsilon^2 I)$	62
7	Conclusões	66
	Agradecimentos	68
	Referências Bibliográficas	70

Lista de Tabelas

2.1	Correção de BHT utilizando o método da AAPG, para pequenas profundidades o fator é bem pequeno.	26
2.2	Correção de BHT utilizando o método da AAPG, para dados profundidades maiores que 1 quilometro, o fator de correção é muito maior com relação aos dados mais rasos.	26
5.1	Tabela contendo os valores das espessuras de cada formação perfilada pelo poço e os gradientes geotérmicos de cada formação.	43
5.2	Tabela contendo os valores das espessuras de cada formação perfilada pelo poço e os gradientes geotérmicos.	44
6.1	Dados determinados em Deming and Chapman (1988), na segunda coluna temos a participação de cada formação em percentual (E) no estudo realizado e na terceira coluna o gradiente determinado utilizando norma l_1	49
6.2	Espessuras de cada formação em todos os poços dada em metros, e a diferença de temperatura T_{Δ}^{obs}	51
6.3	Tabela contendo os valores de g^{ver} retirados de Deming and Chapman (1988) e os três gradientes estimados pelo SVD utilizando 9,8 e 7 valores singulares respectivamente.	52
6.4	Na primeira coluna da tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados para inversão Z utilizando 9, 8 e 7 valores singulares. Na ultima linha constam os erros entre cada dado calculado e o observado.	56
6.5	Estimativa de g para inversão com 9, 8 e 7 valores singulares, utilizando MMQ.	57
6.6	Na primeira coluna da Tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados para inversão com MMQ utilizando 9, 8 e 7 valores singulares. Na ultima linha constam os erros entre cada dado calculado e o observado.	61

6.7	Resultados para g^{est} utilizando diferentes valores de ϵ	62
6.8	Na primeira coluna da Tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados utilizando valores de $\epsilon = 100, 200$ e 300	65

Lista de Figuras

2.1	Medida de temperatura de fundo de poço (Cavalcante, 2004).	18
2.2	Representação esquemática das perturbações nas temperaturas causadas por atividade de perfuração (Cardoso, 2007).	19
2.3	Evolução da temperatura após decorrido a circulação da lama (Nery, 2014).	20
2.4	Fluxograma básico para os dois tipos mais usados de correções de BHT.	21
2.5	Exemplificação das correções de temperatura pelo método de Horner, para temperaturas nos primeiros 1000 <i>m</i>	24
2.6	Exemplificação das correções de temperatura utilizando método de Horner, poços entre 1000 <i>m</i> e 5000 <i>m</i>	25
3.1	Relação entre o conjunto dos modelos e dos dados.	28
5.1	Seção bidimensional exemplificando uma situação geológica com camadas planas paralelas.	39
5.2	Seção bidimensional mostrando como os gradientes térmicos são vistos do ponto de vista prático.	40
5.3	Seção geológica representando um modelo sintético com 3 formações.	42
5.4	Seção geológica exemplificando o modelo sintético I	43
5.5	Modelo sintético II, representando uma situação geológica com 3 formações e com quatro poços.	44
6.1	Mapa com a localização do Campo de óleo de Pineview, Retirado de Chydsey and Sprinkel (2004).	46
6.2	Seção geológica do Campo de Pineview. Adaptado de Deming and Chapman (1988).	47
6.3	Coluna estratigráfica do Campo de Pineview. Adaptado de Deming and Chapman (1988).	48
6.4	Seção transversal da região de Pineview com a localização dos poços. Adaptado de Deming and Chapman (1988).	50

6.5	Estimativa dos parâmetros de g^{est} com inversão de Z utilizando 9, 8 e 7 valores singulares.	53
6.6	Em (a) temos as amplitudes dos valores singulares e em (b) temos o log das amplitudes que permitem observar melhor o decaimento entre os últimos valores singulares.	54
6.7	Relação entre o erro do modelo e a utilização de valores singulares, o erro reduz conforme utilizamos menos valores singulares.	55
6.8	Soluções para g^{est} com inversão da matriz $Z^T Z$ utilizando 8 e 7 valores singulares.	58
6.9	Em (a) temos as amplitudes dos valores singulares e em (b) o log das amplitudes. Em (b) podemos visualizar melhor o decaimento entre os valores singulares de índice 8 para o de índice 9	59
6.10	Relação entre os valores singulares e o erro do modelo, o erro fica menor para utilização de sete valores singulares.	60
6.11	Estimativa do parâmetro g^{est} para diferentes valores de ϵ	63
6.12	Relação dos valores de ϵ (epsilon) com o erro do modelo, o erro torna-se menor para epsilon igual a 200.	64

Introdução

Muitos são os interesses, sob os mais diversos aspectos teóricos e práticos, que tornam desejáveis a determinação da magnitude e da distribuição espacial do calor que flui do interior para superfície da terra. Todas as teorias ou hipóteses levantadas para explicar os eventos geológicos que ocorrem são dependentes, sobretudo do calor terrestre, que proporciona a energia necessária para soerguimentos, falhamentos, deformações inelásticas, movimentos de magma e água. Especificamente o calor geotérmico constitui um dos elementos necessários para maturação de hidrocarboneto em bacias sedimentares, sendo este objeto de diversos estudos. Os estudos são realizados através de análises de dados de temperaturas medidas, e cálculo de gradiente e fluxo geotérmico (Fontes, 1980).

Neste trabalho, busca-se através de medidas de BHT, de medidas de temperatura na superfície e informações sobre as espessuras das formações presentes em subsuperfície, determinar o gradiente geotérmico para cada formação perfilada ao longo de um poço.

As medidas de temperaturas no fundo do poço fazem parte da prática de perfilagem geofísica de poços e ocorrem em um curto período depois de cessada a perfuração de cada etapa do poço. Durante a perfuração ocorre perturbação do campo térmico nas formações adjacentes, ocasionada fundamentalmente por dois fatores: liberação de calor pela broca durante a perfuração resultando em um aquecimento nas formações adjacentes ao poço, principalmente em regiões mais próximas a superfície. A segunda causa da perturbação do campo é a circulação da lama de perfuração que auxilia na lubrificação da broca e no transporte do material triturado. A lama realiza um movimento de descida até o ponto de perfuração e subida até a superfície. Neste movimento a lama faz uma espécie de convecção, retirando o calor de regiões mais profundas e levando-o até à superfície. Para se obter boa qualidade nos dados é necessário fazer correções nas medidas de BHT. Os métodos de correção que possuem um bom balanceamento entre eficácia e praticidade tem duas abordagens: modelagem matemática e métodos empíricos. A modelagem matemática se apoia geralmente em leis físicas que possam relacionar a geometria do poço, as fontes de calor envolvidas na recuperação térmica, e as propriedades físicas das rochas entre outras, enquanto os métodos empíricos atribuem geralmente um fator de correção obtido por análise de BHT

medida e a temperatura de equilíbrio nos mesmos pontos. Na maioria das vezes é atribuído uma correção levando em consideração a profundidade das medidas. Esses métodos são em geral, calibrados para uma determinada região. O Capítulo 2 descreve melhor as correções com exemplificações de duas metodologias para correção: o método de Horner utilizado também por Fontes (1980), Luheshi (1983), Chapman (1984), Deming and Chapman (1988) e Cavalcante (2004) e o método empírico da AAPG (American Association of Petroleum Geologists), utilizado por Willett and Chapman (1987), Deming (1989), Vieira e Hamza (2014).

Em se tratando de um dado corrigido e supostamente livre de ruídos, torna-se interessante a determinação de outros parâmetros geotérmicos. O objetivo deste trabalho é a determinação do gradiente geotérmico (g) das formações que estão em subsuperfície. O gradiente geotérmico é por convenção apenas na direção do eixo z , ou seja, na direção da profundidade. O g é igual à razão entre a diferença de temperatura (no fundo do poço e a na superfície) e a distância z entre os pontos de medição.

Em geral, calcula-se um gradiente médio para um poço ou para uma região, desprezando-se a contribuição de cada formação que está entre a superfície e o ponto de medição do BHT, isso ocorre basicamente devido à falta de informações de temperatura, isto é, durante a perfilagem de um poço não temos medidas contínuas da temperatura como em outros perfis geofísicos convencionais, por exemplo, GR, ILLD, RHOB, entre outros. Em face das limitações nestes processos de medição busca-se uma metodologia que contorne o problema.

A técnica da inversão é utilizada para estimar os parâmetros do modelo e determinar g . A formulação do problema inverso consiste em utilizar as diferenças de temperatura entre o fundo do poço e a superfície como dados observados, em um caso real, ou podemos gerar esses dados através de uma modelagem direta, utilizando para isso um modelo (construção de modelos sintéticos). Neste caso o modelo seria os valores de g supostamente conhecidos. O nosso problema direto é uma equação que relaciona os vetores \mathbf{T}_Δ e \mathbf{g} através do operador linear Z . Sendo que Z representa uma matriz contendo as espessuras da i -ésima formação perfurada pelo j -ésimo poço.

No problema inverso a determinação dos parâmetros do modelo está condicionada a obtenção da inversa do operador linear e posterior determinação de g . A matriz Z é na maioria das vezes de formato retangular, ou seja, sistema linear sub ou sobredeterminado, portanto não possuem inversas. Entretanto, podemos determinar para Z uma pseudo-inversa (Penrose, 1955) Z^+ , utilizando para tanto a SVD. A técnica SVD é empregada para a simplificação de matriz associada a uma transformação linear (Lanczos, 1961).

Para solução do sistemas lineares foi utilizado o método dos mínimos quadrados (MMQ), que é aplicado normalmente a sistemas cujo número de equações é maior do que o número

de incógnitas, sistemas, portanto sobredeterminados. Este método permite a obtenção da solução cujo somatório do quadrado dos erros é mínimo, o método é mais bem descrito no Capítulo 3. Uma variante desse método, o Mínimos Quadrados Amortecidos também é empregado neste trabalho, cujo objetivo é contornar o problema da singularidade para caso em que $(Z^T Z)$ é quadrada. Neste método, existe a escolha de um parâmetro (ϵ) chamado de fator de amortecimento. A escolha de um parâmetro ótimo permite que a solução tenha ao mesmo tempo viabilidade e uma razoável precisão. Valores altos de ϵ faz com que a solução tenha maior suavidade, tornando-a mais viável, em contrapartida teremos menor precisão nos parâmetros estimados. Utilizando fatores de amortecimento pequenos teremos maior precisão na estimativa dos parâmetros, entretanto a solução pode-se não ser viável.

A escolha de ϵ foi feita de forma empírica, observando inicialmente a viabilidade da solução e depois a melhor precisão entre os parâmetros obtidos.

A abordagem de problemas inversos, para determinação de gradiente geotérmico, foi feita por Deming and Chapman (1988) para o Campo de Pineview (Utah, EUA), utilizando norma l_1 e l_2 . Neste trabalho, utilizamos a mesma situação geológica Figura 6.4 com nove formações e trinta e dois poços. Inspirado nos gradientes determinados para norma l_1 , vide Tabela 6.1 modelamos os dados sintéticos T_Δ , vide Tabela 6.2. A modelagem retornou trinta e duas diferenças de temperaturas que serão agora os dados de entrada.

No Capítulo 5 apresentamos os modelos para inversão. Inicialmente a técnica de SVD foi testada para dois modelos simples Figura 5.3. Em seguida, aplicamos a técnica para o Campo de Pineview. Neste mesmo Capítulo são apresentados os resultados utilizando o MMQ e MQA.

Os resultados obtidos invertendo Z sem o emprego de MMQ e MQA foram os melhores. As inversões realizadas com truncamento dos últimos valores singulares foram mais eficazes na recuperação dos valores verdadeiros. Os melhores resultados encontrados foram quando utilizamos sete valores singulares, tanto na inversão de Z quanto em $Z^T Z$. O método MQA permitiu a obtenção de melhores resultados quando comparado ao MMQ quando utilizamos $\epsilon = 200$.

Capítulo 1

Conceitos Teóricos

1.1 Geotermia

Definimos de forma básica que Geotermia é o estudo dos fenômenos que envolvem o calor e suas implicações com a Terra, a energia geotérmica ou calor terrestre tem origem no interior da Terra e desloca-se em direção à superfície, principalmente por processo de convecção mantélica. Estando a energia geotérmica direta ou indiretamente relacionada com os processos geodinâmicos, certos parâmetros geofísicos, tais como o gradiente térmico e o fluxo de calor, assumem um papel importante para um melhor entendimento desses processos. A determinação desses parâmetros depende, sobretudo do conhecimento da magnitude da temperatura em subsuperfície que, geralmente, torna-se inacessível devido ao alto custo operacional com perfurações de poços para sua medição (Cavalcante, 2004).

1.1.1 Tipos de transportes de calor

O calor tende a fluir de um ponto de maior entropia para outro de menor, buscando sempre o equilíbrio. O fluxo de calor é realizado de três maneiras: (i) por Condução quando a energia é transportada ao longo do material através das vibrações dos átomos e moléculas na estrutura de sua rede cristalina; (ii) por Convecção, mecanismo típico de transporte de calor nos fluidos, neste caso, calor é transportado pelo próprio fluido que se movimenta de uma região mais quente para uma região mais fria, produzindo uma corrente de convecção sob efeito gravitacional, e (iii) Radiação, que é a emissão de calor através de ondas eletromagnéticas. A radiação propaga-se no espaço e no vácuo, não necessitando de matéria para realizar o transporte.

1.2 Fluxo Térmico

Calor é a energia transferida entre dois pontos de um meio com temperaturas distintas, sendo que a direção do fluxo é do ponto mais quente para o ponto mais frio, com o objetivo de manter um equilíbrio energético naquele sistema. O fluxo térmico Q (Wm^{-2}) é obtido pelo produto do gradiente térmico ∇T , com a condutividade K , que é uma propriedade característica do material pelo qual o calor está fluindo. O fluxo é expresso por.

$$Q = K\nabla T, \quad (1.1)$$

sendo T a função de distribuição da temperatura em três dimensões x , y e z . Por convenção z é tomado positivamente para baixo.

Para o caso da Terra o gradiente geotérmico tridimensional ∇T reduz-se a $\partial T/\partial Z$, pois em situações práticas as medidas de temperatura são feitas em poços, nos quais se verificam apenas variações verticais de temperatura. Pela falta de medidas nas três dimensões, costuma-se a assumir que o gradiente máximo na crosta superior é vertical, que a superfície terrestre é aproximadamente horizontal e que as fronteiras de temperaturas são constantes (Cavalcante, 2004).

Nesse caso

$$Q = -K \frac{\partial T}{\partial Z}. \quad (1.2)$$

Note que na expressão (1.2) o fluxo térmico será negativo para valores positivos de condutividade e gradiente térmico, essa convenção é estabelecida, pois o fluxo geotérmico varia inversamente com o a profundidade na terra.

1.3 Condução

No espaço, o fluxo térmico Q é um campo vetorial igual ao gradiente ∂T . Em outros meios como as rochas do interior da terra, o módulo do fluxo térmico é proporcional ao gradiente de temperatura por um fator de proporcionalidade que conhecemos como K (condutividade térmica).

A condução de calor em três dimensões é regida pela equação:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho cp} \nabla^2 T + \frac{A}{cp}, \quad (1.3)$$

onde ∇^2 é o operador laplaciano, o termo ρ é a densidade do material, cp o calor específico a uma pressão constante e A representa a taxa de calor radiogênico gerado pelas rochas na crosta (Fowler, 1990).

1.4 Condutividade Térmica

A condutividade controla o gradiente de temperatura em camadas individuais na crosta terrestre sob condições estacionárias (Pereira, 2008).

Ela pode ser definida como:

$$K = \frac{Q}{\frac{\Delta T}{\Delta Z}}. \quad (1.4)$$

A condutividade térmica K , é um tensor tridimensional, e pode ter valores diferentes nas três direções, ou seja, é uma propriedade anisotrópica do material. Sua unidade no Sistema Internacional é $Wm^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$. Geralmente sua amplitude depende da natureza do material, e a sua variação, para um mesmo material está intimamente ligada à temperatura e pressão, reduzindo com o aumento da temperatura, e aumentando com o acréscimos de pressão. A condutividade térmica possui muita importância para este tipo de estudo, pois ao longo de um perfil de poço temos constantes variações litológicas, o que certamente influencia nos parâmetros estudados.

1.5 Difusividade Térmica

A difusividade térmica expressa à qualidade de um material em difundir calor, é uma propriedade que depende apenas da temperatura.

Sua expressão é dada como:

$$\kappa = \frac{K}{\rho c_p}. \quad (1.5)$$

Onde κ tem como unidade o $m^{-1}s^{-1}$. É definido por Schön (2011) como a medida de penetração de mudanças de temperaturas dentro de um material.

1.6 Calor Específico

O acréscimo da energia q em um elemento de volume V é proporcional à sua massa m e a temperatura T . A constante de proporcionalidade entre essas grandezas é o calor específico c ($Jkg^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$) que representa a energia necessária para que $1kg$ do volume do material eleve-se a $1^\circ C$. O calor específico é dado por:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\Delta q}{\Delta T}. \quad (1.6)$$

Capítulo 2

Temperatura de Fundo de Poço (BHT)

2.1 Medida de Temperatura de Fundo de Poço

É de grande importância se conhecer o comportamento térmico em subsuperfície, pois através dessas informações podemos determinar importantes parâmetros como gradiente geotérmico e fluxo calor. Para determinação desses parâmetros utilizamos alguns dados, por exemplo, (1) medidas de temperatura na superfície, que são realizadas por estações meteorológicas, (2) medidas de condutividade térmica que é realizada *in situ* ou em laboratório, (3) medidas de fluxo de calor radiogênico feitos através de gamaespectrometria e (4) medidas de BHT, que são feitas durante as perfilagens geofísica de poços.

A medida de BHT é feita verificando-se a magnitude térmica do fluido de perfuração. Depois de cessada a perfuração do poço dá-se início ao processo de de perfilagem, antes de revestir o poço. No fundo do poço há um acúmulo da lama de perfuração que supostamente está em equilíbrio térmico com as formações vizinhas as paredes do poço, nesse momento é realizada a medida, como mostrado na Figura 2.1, podemos ter mais de uma medida em um mesmo poço.

Para realizar a medida de BHT são utilizados dois tipos de termômetros:

- Termômetros expansivos com autoregistro: Esses termômetros utiliza um líquido com volume dependente da temperatura que na maioria das vezes é utilizado o mercúrio. Este termômetro tem uma precisão na medida de 0,05 a 0,1°C.
- Termômetros com sinal elétrico: Esse termômetro é um Termistor, ou seja, possui um dispositivo eletrônico cuja resistência elétrica depende da temperatura. Sua precisão depende do tipo e do fabricante, sua resolução é da ordem de 0,025°C.

Atualmente duas ferramentas leem continuamente a temperatura (AMS - SCHL e Temp Survey - da Baker Atlas) usam termistores e também podem ler a temperatura

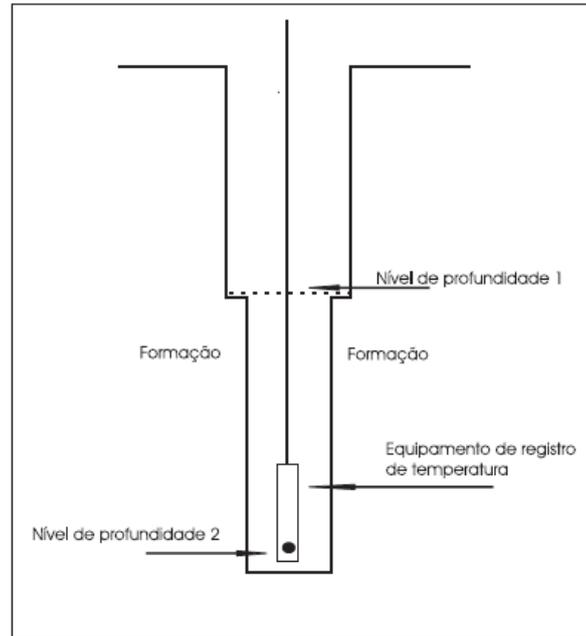


Figura 2.1: Medida de temperatura de fundo de poço (Cavalcante, 2004).

diferencial entre dois deles posicionados ao longo da ferramenta. São os únicos perfis que são utilizados na descida da ferramenta para evitar perturbações ocasionada pela ferramenta enquanto sobe (Nery, 2014).

As medidas de BHT na sua grande maioria não correspondem às temperaturas verdadeira da formação, pois, durante a perfuração a temperatura de fundo de poço é perturbada pela ferramenta de perfuração e pelo intercambiamento do fluido de perfuração (Bullard, 1947).

A perturbação do campo térmico é causada pela constante troca de calor que ocorre durante o processo de perfuração do poço e na circulação da lama. As perturbações térmicas causadas pela atividade de perfuração são decorrentes de dois processos que atuam em sentido opostos segundo Cardoso (2007):

- Aquecimento, principalmente nas regiões mais próximas a superfície, devido à grande liberação de calor gerado pelo atrito da broca de perfuração com a formação rochosa que está sendo perfurada;
- Resfriamento, mais evidente em regiões mais profundas, devido ao fato de que o fluido injetado encontra-se, geralmente, em temperaturas inferiores às das formações geológicas em profundidade e age como um processo de convecção, levando o calor das regiões mais profundas para a superfície da terra, que tem menor magnitude de temperatura.

Na Figura 2.2, temos um esquema mostrando a evolução da temperatura com a profundidade. Pode-se observar uma elevação da temperatura nas profundidades relativamente pequenas (em torno de centenas de metros) onde o efeito do aquecimento é maior do que o processo de resfriamento, isso devido ao processo de liberação de calor da broca de perfuração, e em profundidades maiores o efeito do resfriamento é maior que o aquecimento e, portanto, temos uma redução no valor da temperatura, conforme descrito acima. Essas duas fontes de troca de calor tende a gerar duas zonas distintas de perturbação térmica dentro do poço.

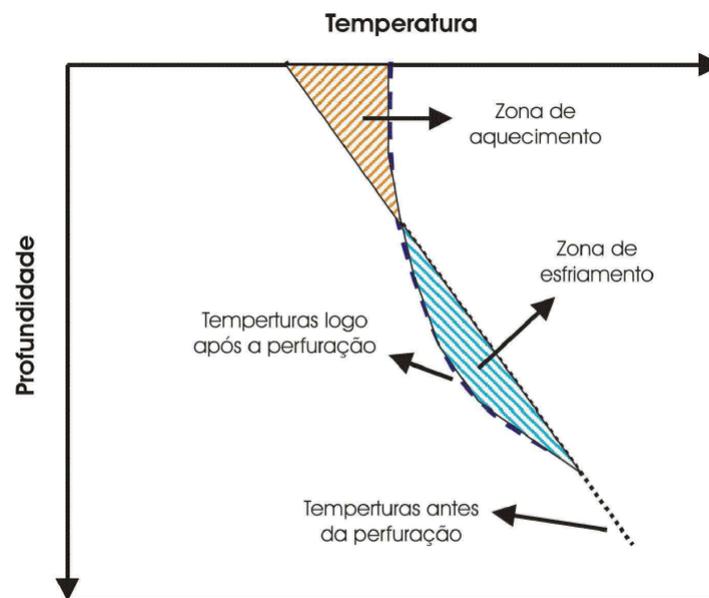


Figura 2.2: Representação esquemática das perturbações nas temperaturas causadas por atividade de perfuração (Cardoso, 2007).

Após decorrido a atividade de perfuração o campo térmico da região volta a se estabelecer, podemos ver na Figura 2.3 a evolução da temperatura e do gradiente geotérmico conforme passado horas de descanso do poço.

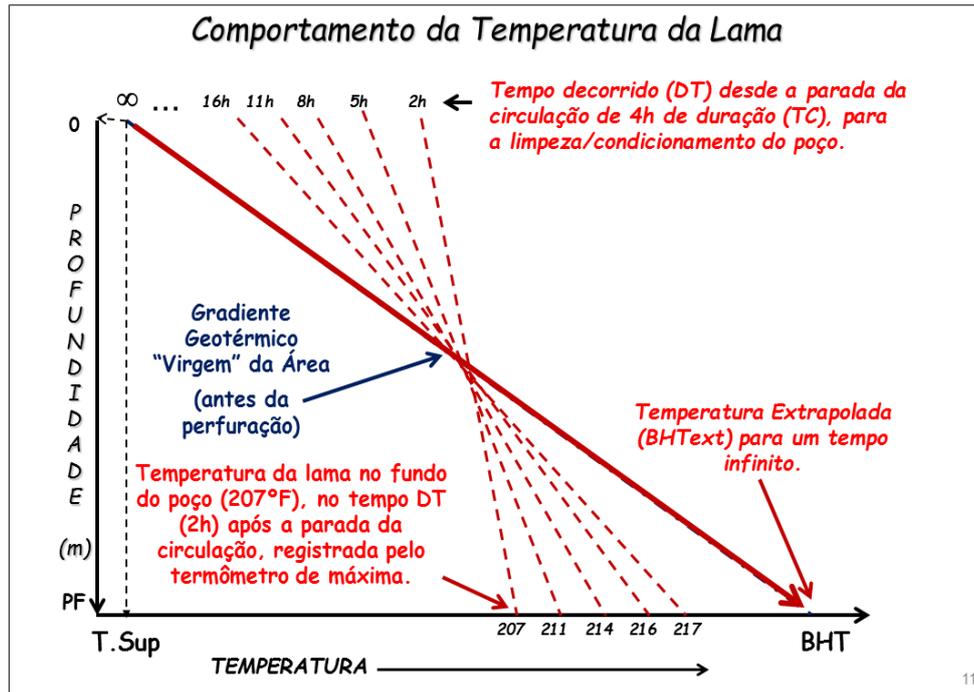


Figura 2.3: Evolução da temperatura após decorrido a circulação da lama (Nery, 2014).

2.2 Correções de BHT

Diversos autores tentam remontar a história térmica de um poço. São diversas as abordagens que são feitas para corrigir as medidas. As metodologias de correção podem ser divididas em duas classes: um grupo de pesquisadores busca simular a evolução da temperatura no poço utilizando para isso a história da perfuração, necessitando assim de dados como composição da lama de perfuração, temperatura da lama na injeção, taxa de circulação do fluido, propriedades físicas das rochas, entre outros. A segunda classe busca determinar a temperatura verdadeira através de modelagem matemática e tais pesquisas se concentram na região do fundo do poço, local onde são feitas as medidas. Para correção são utilizadas as medidas de temperatura feitas após a perfuração e as de temperatura após o equilíbrio, alguns dados concernentes à geometria do poço, tempos de descanso do poço e de circulação da lama.

O método de correção descrito pelo primeiro grupo torna-se inviável na maioria das vezes, pois não temos a quantidade de informações suficientes, o que nos leva a recorrer aos modelos matemáticos.

Dentre os métodos matemáticos temos duas subclasses: Modelagem matemática propriamente dita e os métodos empíricos.

A modelagem matemática apoia-se geralmente em leis físicas que possam relacionar a

geometria do poço, as fontes de calor envolvidas na recuperação térmica, e as propriedades físicas das rochas entre outras.

Os métodos empíricos atribuem geralmente um fator de correção obtido por análise medidas de BHTs e TEF (Temperatura de Estática da Formação), aos quais, na maioria das vezes é atribuído uma correção levando em consideração a profundidade das medidas. Esses métodos são na sua maioria calibrados para uma determinada região.

O primeiro método torna-se mais eficaz, pois leva em consideração características físicas inerentes a cada poço e ou região, enquanto que o outro tende a ser menos preciso, sub ou superestimando valores de TEF em determinadas situações.

Neste trabalho, concentramos os esforços na utilização de dois métodos correção que utilizam a modelagem matemática Figura 2.4. Uma das correções utilizada é o método de Horner, bastante conhecido e utilizado por diversos autores como Deming e Chapman (1988), Fontes (1980), Chapman (1984), Cavalcante (2004), Luheshi (1983), na qual é modelada uma fonte linear de calor no centro do poço teoria de Bullard (1947). A outra correção é empírica, desenvolvida pela AAPG, em 1976 que foi também utilizada por Willet e Chapman (1987), Chapman (1984), Vieira e Hamza (2014), e possui significativa eficácia.

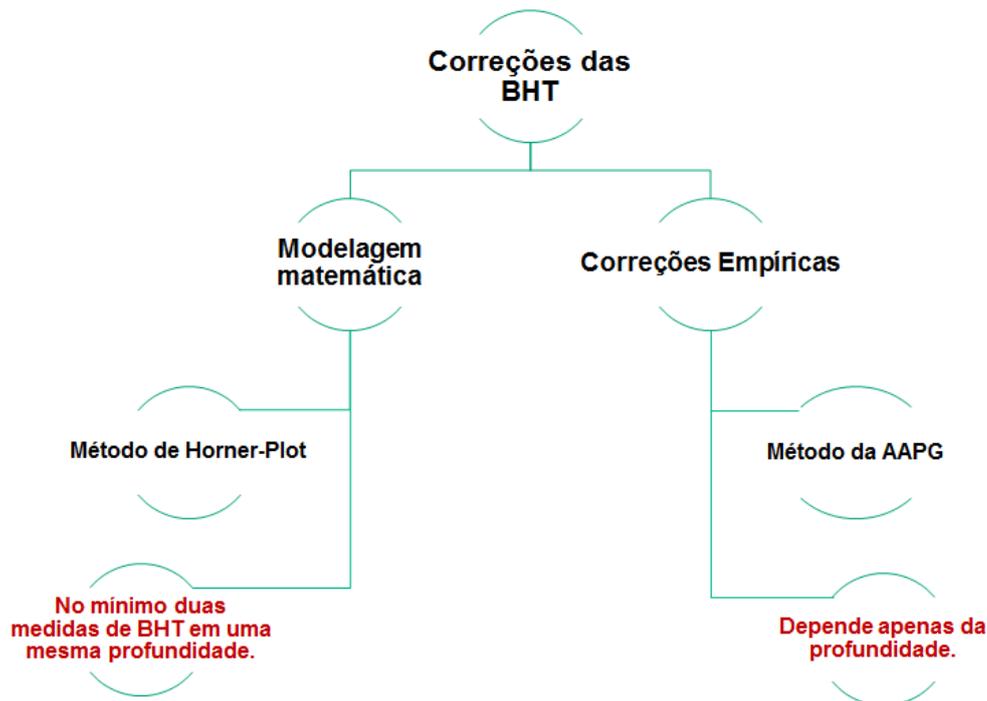


Figura 2.4: Fluxograma básico para os dois tipos mais usados de correções de BHT.

2.3 Modelo de uma fonte linear de calor

Em seu artigo clássico, Bullard (1947) descreve a evolução da temperatura dentro de um poço em um meio com propriedades térmicas homogêneas. Ao final da perfuração a distribuição de temperatura gradualmente retorna ao seu estado original por difusão de calor nas rochas. Em um tempo t a temperatura T na distância r do poço será:

$$T = -\frac{Q}{4\pi K} E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa t}\right), \quad (2.1)$$

onde $E_i(-z)$ é uma integral exponencial do tipo

$$E(-z) = \int_z^\infty \frac{e^{-z}}{z} dz. \quad (2.2)$$

A temperatura depois de certo tempo pode ser calculada adicionando à solução uma fonte $-Q$ começando em um tempo t_1 . Dessa forma tem-se:

$$T = -\frac{Q}{4\pi K} E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa t}\right) + \frac{Q}{4\pi \kappa} E_i\left(\frac{r^2}{4\kappa t_2}\right), \quad (2.3)$$

onde $t_2 = t - t_1$.

Reescrevendo os termos na equação (2.3), temos:

$$T = \frac{Q}{4\pi K} \left[E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa t_2}\right) - E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa t}\right) \right]. \quad (2.4)$$

Baseando-se no modelo de uma fonte linear de calor, Lachenbruch e Brewer (1959) apresentaram uma expressão relativamente simples para descrever a evolução da temperatura no poço:

$$T(t_s) = T_\infty + \frac{Q}{4\pi K} \left[E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa(t_s + t_c)}\right) - E_i\left(\frac{-r^2}{4\kappa t_s}\right) \right], \quad (2.5)$$

onde $T(t_s)$ é a BHT em um dado momento depois de cessada à circulação da lama, T_∞ representa a suposta TEF, t_c é o período de circulação da lama, t_s é o tempo de descanso do poço, ou seja, o período entre o fim da circulação da lama e a medida do BHT, Q representa a energia da fonte linear de calor que emana do centro do poço, temos K sendo a condutividade térmica do sistema lama de circulação e a formação, κ a difusividade térmica do sistema e por fim, r é o raio do poço que nem sempre é cilíndrico devido a sua rugosidade.

Para conhecermos a temperatura verdadeira utilizando a equação 2.5, são necessárias no mínimo duas medidas de BHT em uma mesma profundidade. Essa equação possui uma série de restrições e precisa que algumas condições sejam aceitas ou que o processo de medida da temperatura siga certos padrões. Uma característica pontual da equação é que para obtermos um bom resultado é necessário um tempo de descanso t_s alto, ou seja, o tempo de

descanso do poço tem que ser satisfatório para que a T_∞ seja a mais próxima possível da TEF, Bullard (1947) sugere que, em geral, é necessário um tempo de recuperação de 10 a 20 vezes o tempo de duração da perfuração do poço para se alcançar o equilíbrio térmico.

2.4 Método de Horner

Este método foi proposto por Lachenbruch e Brewer (1959) para o modelo de recuperação térmica em um poço após períodos de perturbações pela circulação da lama. O método permite uma simplificação da equação (2.5). Admitindo pequenos valores do argumento (z), tem-se que:

$$\frac{r^2}{4\kappa t_s} \ll 1. \quad (2.6)$$

A seguinte aproximação pode ser feita:

$$E_i(-z) \approx \gamma + \ln z, \quad (2.7)$$

sendo γ a constante de Euler cujo valor é 0,577215665.

Para o argumento (z) na equação (2.5) temos quatro parâmetros a serem avaliados (κ , r , t_s e t_c). Apenas para o primeiro parâmetro podemos admitir um valor médio, pois geralmente não podemos medi-lo durante a perfilagem e nem determiná-lo a priori. Um valor médio de $5 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$ para a difusividade do sistema composto pela lama e formação é sugerido por Luheshi (1983), e utilizado por Cavalcante (2004) bem como neste trabalho. Supondo este valor médio para difusividade e utilizando as medidas dos outros parâmetros supracitados, foi verificado que a maioria dos nossos dados permite o uso da equação (2.6) para simplificar a equação (2.5).

Sendo κ , t_c e r parâmetros de pequenas variações, concluímos que para que essa aproximação seja válida é necessário um tempo de descanso (t_s) muito grande. Assim a equação (2.5) reduz-se para:

$$T_\infty = T(t_s) + \frac{Q'}{4\pi K} \left[\ln\left(\frac{t_s}{t_s + t_c}\right) \right], \quad (2.8)$$

onde Q' é uma fonte linear de calor modificada.

Podemos obter pelo método de Horner a TEF traçando para cada conjunto de dados medidos em uma mesma profundidade uma reta que melhor se ajuste aos pontos de um gráfico relacionando T_∞ versus $[E_i((r^2)/4\kappa(t_s+t_c)) - E_i((r^2)/4\kappa t_s)]$, no qual precisamos obter T_∞ , que será a TEF quando a diferença entre as integrais exponenciais $[E_i((-r)/4\kappa(t_s+t_c)) - E_i((-r)/4\kappa t_s)]$ for zero. Para que isso ocorra é necessário que o t_s tenda a infinito.

Ajustando por meio do método dos mínimos quadrados, obtém-se o valor de T_∞ extrapolando a reta de ajuste.

A Figura 2.5 exemplifica a metodologia de correção para BHTs medidos entre a superfície e o primeiro quilômetro de profundidade.

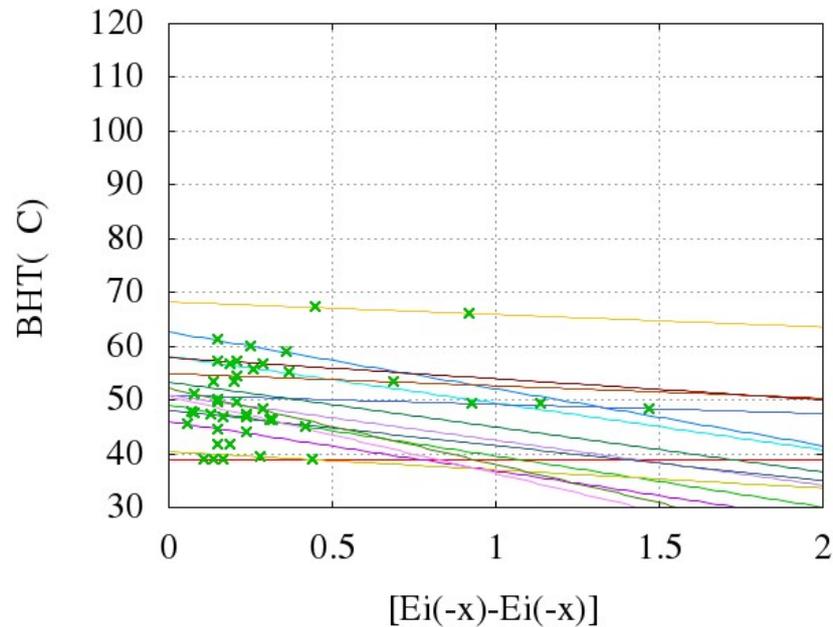


Figura 2.5: Exemplificação das correções de temperatura pelo método de Horner, para temperaturas nos primeiros 1000 *m*.

A Figura 2.6 representa a correção para BHTs medidos em profundidades entre um e cinco quilômetros. Podemos observar uma diferença entre a inclinação das retas nas duas figuras, uma resposta plausível para isto foi sugerida por Cavalcante (2004), o autor sugere que a energia de perfuração do modelo de uma fonte linear de calor representada pelo parâmetro Q cresce com a profundidade devido à maior energia liberada pela broca quando esta perfura rochas sob alta pressão confinante.

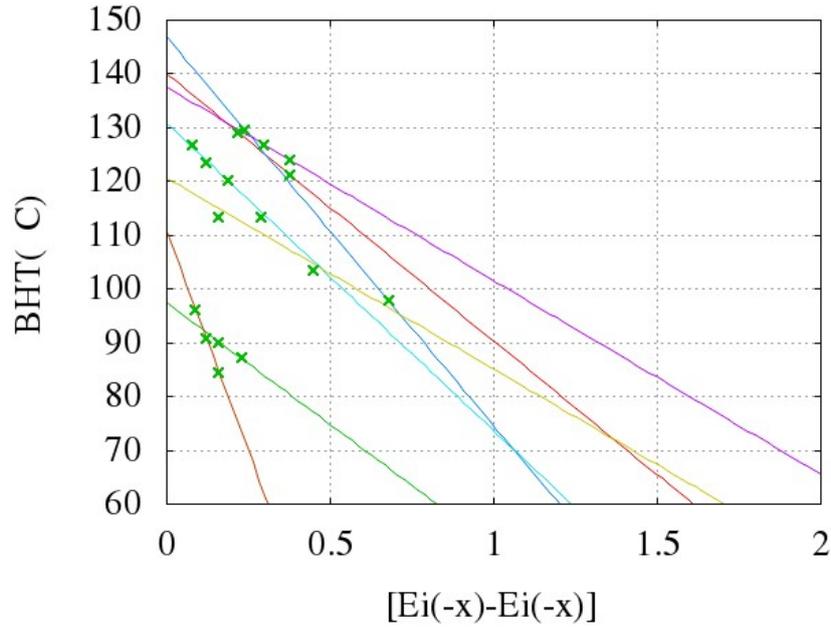


Figura 2.6: Exemplificação das correções de temperatura utilizando método de Horner, poços entre 1000 *m* e 5000 *m*.

2.5 Método da AAPG

A AAPG em 1976 desenvolveu um método para corrigir dados de BHT. O método consiste em uma relação empírica desenvolvida através da comparação de dados de BHT medidos e dados de temperatura em equilíbrio. A AAPG utilizou 602 dados de temperatura de poço da Louisiana e do Oeste do Texas (EUA). O resultado é a equação (2.9), um polinômio de quarto grau.

$$\Delta T = az + bz^2 + cz^3 + dz^4, \quad (2.9)$$

onde ΔT é a correção da temperatura em graus Celsius, z é a profundidade em metros e a , b , c , e d são os coeficientes polinomiais com valores: 1.878×10^{-3} , 8.476×10^{-7} , 5.091×10^{-11} , 1.681×10^{-14} , respectivamente. As Tabelas 2.1 e 2.2 contêm dados de BHT para algumas profundidades e sua respectiva correção.

Os dados corrigidos pelos dois métodos são oriundos das bacias do Recôncavo Cumuruxatiba, Camamu-Almada e Jequitinhonha e retirados de Cavalcante (2004).

Após as correções efetuadas obtemos como resultados valores de temperatura supostamente em equilíbrio e mais próximas das TEFs, esses dados corrigidos são importantíssimos na determinação de outros parâmetros necessários para realização de estudos geotérmicos, por exemplo, o gradiente geotérmico da região e posteriormente o fluxo de calor.

Correção de BHT para $Z \leq 1km$			
BHT	Z	ΔT	TEF
($^{\circ}C$)	(m)		($^{\circ}C$)
39.43	261	0.54	39.97
59.25	418	0.93	60.18
52.63	638	1.55	54.18
49.69	769	1.97	51.66

Tabela 2.1: Correção de BHT utilizando o método da AAPG, para pequenas profundidades o fator é bem pequeno.

Correção de BHT para $1km \leq Z \leq 5km$			
BHT	Z	ΔT	TEF
($^{\circ}C$)	(m)		($^{\circ}C$)
92.11	2290	9.81	101.92
100.71	2904	15.04	115.75
125.66	3529	22.02	147.70
144.0	3807	25.77	169.77

Tabela 2.2: Correção de BHT utilizando o método da AAPG, para dados profundidades maiores que 1 quilometro, o fator de correção é muito maior com relação aos dados mais rasos.

Capítulo 3

Teoria da Inversão

A inversão é a técnica empregada que estima os parâmetros de um determinado modelo utilizando os dados medidos como dado de entrada. O objetivo da inversão é a determinação de alguns parâmetros a partir de dados observados, ou, em face das limitações inevitáveis nos processos de medições reais, o máximo de informações possíveis acerca de tais parâmetros (Bassrei, 1990).

A técnica da modelagem direta calcula os dados decorrentes de um determinado fenômeno modelado, conhecendo-se os parâmetros do modelo, ou seja, parte-se dos parâmetros para a obtenção dos dados.

O problema inverso é relativamente mais complicado, uma vez que, em situações reais podemos obter infinitos modelos que se adequam aos mesmos dados. O objetivo do problema inverso é determinar qualquer entrada ou o sistema que causa as medidas da saída. A relação entre o conjunto do modelo \mathbf{m} e o conjunto dos dados \mathbf{d} é esquematizando na Figura 3.1.

Uma vez obtido os parâmetros do modelo (estimado), utilizamos os parâmetros de dados para analisar as propriedades deste modelo e o que ele preserva do modelo real, tal como erro e ruídos.

3.1 Formulação do Problema Inverso

Na análise de dados geofísico o ponto inicial é descrevê-los, onde uma forma prática de representar esses valores seria através de um vetor. O problema inverso pode ser representado como:

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m}, \quad (3.1)$$

sendo

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_M]^T, \quad (3.2)$$

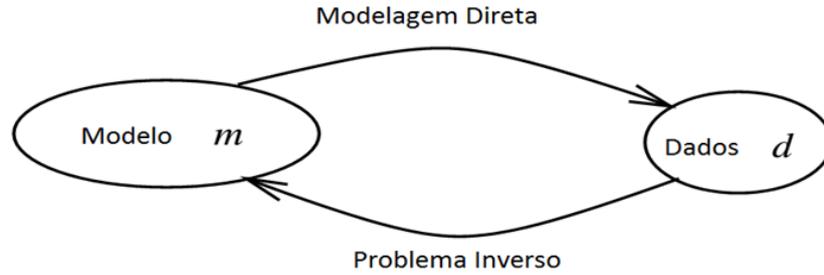


Figura 3.1: Relação entre o conjunto dos modelos e dos dados.

e

$$\mathbf{m} = [m_1, m_2, m_3, m_4, \dots, m_N]^T, \quad (3.3)$$

onde \mathbf{d} representa um vetor dos dados observados, \mathbf{m} representa um vetor dos parâmetros do modelo e G é uma matriz $M \times N$ de coeficientes que relaciona os M dados observados aos N parâmetros do modelo. G pode ser representada como:

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} & \cdots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} & \cdots & g_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{M1} & g_{M2} & g_{M3} & g_{M4} & \cdots & g_{MN} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Na maior parte dos problemas geofísicos, o vetor \mathbf{m} de parâmetros do modelo é estimado a partir de dados observados e a matriz G é uma aproximação de um operador g que pode ser não linear:

$$\mathbf{d}^{calc} = g(\mathbf{m}^{est}), \quad (3.5)$$

tal que \mathbf{d}^{calc} é um vetor de dados calculados com parâmetros estimados. Supondo a matriz G conhecida, pode-se resolver o sistema utilizando-se uma matriz inversa, ou seja, se:

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m}, \quad (3.6)$$

então

$$\mathbf{m} = G^{-1}\mathbf{d}. \quad (3.7)$$

Deste modo, pode-se estimar os parâmetros de um modelo utilizando-se dados observados, realizando-se assim uma inversão de dados. No entanto, a matriz G só admite a inversa G^{-1} se for quadrada e não singular, ou seja, com posto completo. Como este caso é muito raro e específico em problemas geofísicos reais, tornam-se necessários procedimentos de resolução para matrizes não quadradas ou com posto incompleto. Para o caso em que o sistema tem mais equações do que incógnitas, utiliza-se o método dos mínimos quadrados, obtendo-se a solução que minimiza o quadrado do erro. O método que será utilizado para a resolução de problemas inversos é o SVD.

3.2 Sistemas Lineares

Na formulação do problema inverso linear, visto anteriormente, a equação (3.6), de notação matricial, pode ser reescrita como um sistema de equações lineares com M equações e N incógnitas:

$$\begin{cases} g_{11}m_1 + g_{12}m_2 + \cdots + g_{1N}m_N = d_1 \\ g_{21}m_1 + g_{22}m_2 + \cdots + g_{2N}m_N = d_2 \\ \vdots + \vdots + \ddots + \vdots = \vdots \\ g_{M1}m_1 + g_{M2}m_2 + \cdots + g_{MN}m_N = d_M \end{cases} \quad (3.8)$$

Cujos elementos g_{ij} são os coeficientes do sistema acima, podendo assumir valores complexos. Resolver o sistema significa encontrar os valores das incógnitas que satisfazem simultaneamente todas as equações, ou seja, um vetor representado por:

$$\mathbf{m}^{est} = [m_1, m_2, \dots, m_N]^T, \quad (3.9)$$

que satisfaça o sistema acima. Tal vetor é chamado de solução do sistema linear.

3.2.1 Estudo da Solução dos Sistemas Lineares

A classificação do problema linear está baseado no fornecimento suficiente de informação para a determinação dos parâmetros do modelo, ou incógnitas do sistema. Sendo G a matriz $M \times N$, o problema será:

- Subdeterminado - quando não prover informação suficiente para determinar os parâmetros do modelo, ou seja, os problemas indeterminados ocorrem quando existem mais incógnitas do que dados, isto é $M < N$. Neste caso, existem várias soluções que satisfazem o sistema;
- Determinado - quando existe informação suficiente e exata, isto é $M = N$, temos, então, única solução;
- Sobredeterminado - quando tem mais dados que incógnitas, isto é $M > N$.

3.3 Problemas Inversos e as Questões de Condicionamento

O problema inverso é considerado bem-posto se satisfaz as condições de existência, unicidade e estabilidade; e considerado mal-posto se alguma destas não seja satisfeita, ou seja, o problema é considerado mal-posto se sua solução não existe, não é única e/ou não depende continuamente dos dados de entrada.

3.3.1 Existência

O problema deve ter uma solução.

Essa condição pode ser violada por equações inconsistentes entre si, podendo ser atendida através de uma reformulação do problema tal como Mínimos Quadrados. Os problemas inversos são considerados, matematicamente, mal postos, uma das razões para essa consideração é a inexistência de sua solução.

O problema da existência equivale ao problema matemático de se saber se uma questão que é necessária é também suficiente para aceitação de alguma hipótese, ou seja, como todo modelo contem simplificações e aproximações, uma condição necessária será respeitá-las ou a solução não existirá.

Contudo, a condição necessária não é suficiente para a existência da solução, é necessário que haja certo grau de fidelidade do modelo adotado, recaindo assim na definição de existência.

3.3.2 Unicidade

Deve existir apenas uma solução para o problema.

Essa condição é mais crítica, podendo também ser atendida utilizando uma reformulação do problema, tipicamente incluindo requisitos adicionais ao problema, tal como buscar uma solução de norma mínima. Se estes requisitos forem escolhidos adequadamente, obtém-se a unicidade da solução.

3.3.3 Estabilidade

A solução deve variar continuamente com os dados.

Essa condição é mais difícil de ser atendida pela modificação de problemas originalmente mal-postos, porque a violação da mesma implica no fato de que pequenas perturbações nos dados podem produzir grandes perturbações nas soluções obtidas.

Para atender esta condição, faz-se necessário reformular o problema de modo a se obter um novo problema que seja menos sensível às perturbações nos dados. Esta reformulação é denominada condicionamento, estabilização ou regularização do problema e pode ser obtida, por exemplo, através de requisitos adicionais de suavidade da solução. A regularização é de grande relevância em problemas inversos, uma vez que os mesmos são frequentemente mal-postos, requerendo regularização para que soluções realistas sejam obtidas.

Número de Condição de uma Matriz

Partindo da equação (3.6), ao tentar resolver problemas desse tipo, podemos ter problemas de condicionamento e de instabilidade numérica. Os problemas de estabilidade numérica estão relacionadas com o algoritmo que usamos para resolver o sistema. No entanto para problemas mal condicionados, o sistema será sempre numericamente estável, então é interessante o fato de identificar quais sistemas poderão nos trazer problemas de condicionamento, ou seja, se pegarmos a expressão anterior onde G e \mathbf{d} são respectivamente uma matriz e um vetor, e \mathbf{m} o vetor solução do sistema, então aplicando o operador G^{-1} à esquerda e à direita, temos:

$$G^{-1}\mathbf{d} = G^{-1}G\mathbf{m}, \quad (3.10)$$

o que resultará em:

$$\mathbf{m} = G^{-1}\mathbf{d}. \quad (3.11)$$

Considerando que $\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}$ representa a solução de um sistema perturbado, temos:

$$\mathbf{d} + \delta\mathbf{d} = G(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}). \quad (3.12)$$

A partir de $\mathbf{d} = G\mathbf{m}$ e $\delta\mathbf{m} = G^{-1}\delta\mathbf{d}$, pode-se deduzir pela Desigualdade de Schwarz que:

$$\|\mathbf{d}\| \leq \|G\|\|\mathbf{m}\|, \quad (3.13)$$

e

$$\|\delta\mathbf{m}\| \leq \|G^{-1}\|\|\delta\mathbf{d}\|. \quad (3.14)$$

Correlacionando as duas expressões, obtém-se que:

$$\frac{\|\delta\mathbf{m}\|}{\|\mathbf{m}\|} \leq \|G\|\|G^{-1}\|\frac{\|\delta\mathbf{d}\|}{\|\mathbf{d}\|}. \quad (3.15)$$

O produto das normas matriciais da equação anterior trata da definição do número de condição, ou seja:

$$\frac{\|\delta\mathbf{m}\|}{\|\mathbf{m}\|} \leq NC \frac{\|\delta\mathbf{d}\|}{\|\mathbf{d}\|}. \quad (3.16)$$

Além disso, temos que $\|\delta\mathbf{d}\|/\|\mathbf{d}\|$ e $\|\delta\mathbf{m}\|/\|\mathbf{m}\|$ tratam do erro relativo entre os dados e os modelos respectivamente, logo podemos reescrever a equação anterior como:

$$e_{modelo} \leq NC e_{dados}, \quad (3.17)$$

onde e_{modelo} e e_{dados} são os erros relativos entre os parâmetros do modelo e dos dados, respectivamente.

Para um determinado erro relativo associado ao dado, o erro relativo da solução pode admitir uma faixa de valores possíveis, o quanto maior for o número de condição. Desta forma, para valores do NC próximo de 1, temos praticamente a mesma faixa de variação entre os erros relativos dos dados e da solução, fato este que caracteriza o bom condicionamento do sistema e, por consequência, sua estabilidade. Para valores altos de NC, o erro relativo da solução do sistema assume uma faixa ampla de variação quando comparado ao erro relativo associado aos dados do modelo, uma vez que ampliado o erro relativo dos dados, observamos uma faixa de variação ainda maior do erro relativo associado à solução do sistema. Esses fatos caracterizam o mal condicionamento do sistema, bem como sua instabilidade (Santana, 2013).

Segundo Hansen (1998), as normas matriciais podem ser expressas em função dos autovalores (λ) das matrizes, portanto:

$$\|G\| = \lambda_1, \quad (3.18)$$

e

$$\|G^{-1}\| = \lambda_k^{-1}, \quad (3.19)$$

sendo,

$$NC = \|G\| \|G^{-1}\|, \quad (3.20)$$

logo,

$$NC = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}. \quad (3.21)$$

Desta forma, podemos através dos autovalores associados ao sistema, determinar o grau de condicionamento e por consequência, o grau de estabilidade de um determinado problema a ser invertido.

Portanto, o erro entre os parâmetros do modelo será controlado pelo valor do NC considerado para o sistema e da qualidade dos dados de entrada.

Uma forma de se contornar este problema é encontrando um novo sistema em que as soluções sejam menos sensíveis às perturbações nos dados, ou seja, um sistema em que o valor de NC seja o menor possível (Fontes, 2014).

3.4 Solução de Sistemas Lineares

Os problemas geofísicos, frequentemente recaem na solução de grandes sistemas lineares. Estes sistemas podem exceder a memória do computador e requerem um elevado custo computacional para serem resolvidos. Métodos para resolver estes problemas, que serão discutidos a seguir, são de grande importância prática para a inversão em geofísica.

3.4.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método clássico dos mínimos quadrados é aplicado normalmente a sistemas cujo número de equações é maior do que o número de incógnitas, sistemas, portanto sobredeterminados. Este método permite a obtenção da solução cujo somatório do quadrado dos erros é mínimo.

Partindo-se de um modelo linear:

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m}, \quad (3.22)$$

o erro entre o dado medido \mathbf{d} e o dado calculado $G\mathbf{m}$, pode ser escrito como:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} - G\mathbf{m}. \quad (3.23)$$

Calculando o somatório do quadrado dos erros, tem-se:

$$S = \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (3.24)$$

que pode ser expressa como

$$S = (\mathbf{d} - G\mathbf{m})^T (\mathbf{d} - G\mathbf{m}), \quad (3.25)$$

$$S = (\mathbf{d}^T - \mathbf{m}^T G^T) (\mathbf{d} - G\mathbf{m}), \quad (3.26)$$

ou

$$S = \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{d}^T G\mathbf{m} - \mathbf{m}^T G^T \mathbf{d} + \mathbf{m}^T G^T G\mathbf{m}. \quad (3.27)$$

Derivando S em relação a \mathbf{m} e igualando a zero, com o intuito de se encontrar um erro mínimo, temos:

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{m}} = 0 - \mathbf{d}^T G - G^T \mathbf{d} + 2G^T G\mathbf{m} = 0. \quad (3.28)$$

Como,

$$\mathbf{d}^T G = G^T \mathbf{d}, \quad (3.29)$$

então a solução para o problema dos mínimos quadrados é dado por um sistema de equações denominadas normais, que é representada por:

$$G^T G\mathbf{m} = G^T \mathbf{d}. \quad (3.30)$$

Como se trata de uma matriz G não singular, multiplicamos os dois lados por $(G^T G)^{-1}$, logo:

$$\mathbf{m} = (G^T G)^{-1} G^T \mathbf{d}, \quad (3.31)$$

se a matriz G é não singular. Porém, podem ocorrer casos em que a matriz $G^T G$ é quadrada, mas é singular, não podendo então ser obtida a inversa $(G^T G)^{-1}$. Nestes casos, utilizamos o método dos mínimos quadrados amortecidos.

3.4.2 Método dos Mínimos Quadrados Amortecidos

Uma alternativa para a solução de sistemas subdeterminados é a aplicação de uma variante do método dos mínimos quadrados, os mínimos quadrados amortecidos proposto por Levenberg (1944) e Marquardt (1963).

Para os casos nos quais a matriz $G^T G$ é singular, minimiza-se a seguinte função:

$$S = \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \epsilon^2 \mathbf{m}^T \mathbf{m}. \quad (3.32)$$

A solução obtida dessa situação tem o quadrado de erro mínimo, embora a função passe a ter o termo adicional $\epsilon^2 \mathbf{m}^T \mathbf{m}$, além do termo $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ utilizado na expressão do método dos mínimos quadrados convencional. Essa solução terá o erro mínimo se o fator escalar ϵ^2 multiplicado pelo quadrado do modelo, não afete significativamente a função, assim pode-se adotar a solução obtida.

Minimizando S , obtemos a seguinte expressão:

$$G^T \mathbf{d} = (G^T G + \epsilon^2 I) \mathbf{m}. \quad (3.33)$$

Pré-multiplicando ambos os lados por $(G^T G + \epsilon^2 I)^{-1}$, obtemos:

$$\mathbf{m} = (G^T G + \epsilon^2 I)^{-1} G^T \mathbf{d}, \quad (3.34)$$

uma vez que ϵ pode ser tomado de tal modo que o termo $(G^T G + \epsilon^2 I)$ da equação seja não-singular, logo, inversível. Deste modo, pode-se resolver o sistema linear mesmo quando $G^T G$ é singular.

A escolha do fator ϵ^2 deve manter um compromisso entre um valor pequeno que não afete de forma a comprometer a solução e um valor suficientemente grande para que o sistema possa ser resolvido.

3.5 Análise do erro nas soluções

Na análise dos resultados da inversão, faz-se necessário calcular o erro entre o modelo estimado e o verdadeiro, quando este é conhecido. O erro RMS (*Root Mean Square*) é expresso por:

$$e_{RMS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver} - m_i^{est})^2}}{N}, \quad (3.35)$$

também podemos calcular o erro entre os dados verdadeiros e os dados contaminados com ruído, no caso particular de dados sintéticos, ou entre dados observados e os calculados pela estimativa do modelo:

$$e_{RMS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}}{N}. \quad (3.36)$$

O erro também pode ser expresso em percentual:

$$e_{RMS}(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver} - m_i^{est})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver})^2}} \times 100, \quad (3.37)$$

ou, para os dados:

$$e_{RMS}(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (d_i^{obs})^2}} \times 100. \quad (3.38)$$

Capítulo 4

Decomposição em Valores Singulares

4.1 Valores Singulares

Considerando uma matriz G os seus valores singulares são as raízes quadradas dos autovalores de $G^T G$ denominados por $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$, e estão arrumados em ordem decrescente, isto é, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$, para $1 \leq i \leq n$.

4.2 Autovalores e Autovetores

Dado um operador linear $T : V \rightarrow V$, buscamos vetores que são levados em um múltiplo de si mesmo; isto é, procuramos um vetor $v \in \mathbb{R}$ e um escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $T(v) = \lambda v$. Neste caso, $T(v)$ será um vetor de mesma direção que v . Como $v = \vec{0}$ satisfaz a equação para todo λ , estaremos interessados em determinar vetores $v \neq \vec{0}$ satisfazendo a condição acima. O escalar λ será chamado autovalor ou valor característico de T e o vetor v um autovetor ou vetor característico de T ,

Definindo então: seja $T : V \rightarrow V$, um operador linear (Transformação linear). Se existirem $v \in V$, $v \neq \vec{0}$, e $\lambda \in \mathbb{R}$ tais que $T(v) = \lambda v$, λ é um autovalor de T e v é um autovetor de T associado a λ (Boldrini et al. 1980).

4.3 Abordagem SVD

A SVD é uma técnica empregada para a simplificação de matriz associada a uma transformação linear. As matrizes que representam problemas geofísicos são, via de regra, retangulares, não existindo, portanto uma matriz inversa. Nessas condições pode-se determinar a pseudo-inversa de uma determinada matriz G utilizando-se a SVD.

Seja G uma matriz real $M \times N$. A matriz G^+ , de dimensões $(N \times M)$ será a sua pseudo-inversa com as seguintes propriedades:

- $GG^+G = G$,
- $G^+GG^+ = G^+$,
- $(GG^+)^T = GG^+$,
- $(G^+G)^T = G^+G$.

Se essas propriedades forem satisfeitas, a pseudo-inversa G^+ será única. Para calcular a inversa a partir da matriz original G pode-se utilizar a SVD.

Supondo uma matriz retangular $G_{M \times N}$ de posto k , sua SVD é da seguinte forma:

$$G = U\Sigma V^T, \quad (4.1)$$

tal que: $U_{M \times M}$ é a matriz que contém os autovetores ortonormalizados de GG^T ; $\Sigma_{M \times N}$ é a matriz que contém as raízes quadradas dos autovalores de $G^T G$, denominados valores singulares, sendo estes colocados em ordem decrescente, ou seja, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k > 0$; $V_{N \times N}$ é a matriz que contém os autovetores ortonormalizados de $G^T G$.

Então a pseudo-inversa, ou inversa generalizada, é uma matriz $N \times M$:

$$G^+ = V\Sigma^+U^T, \quad (4.2)$$

onde Σ^+ , de dimensão $N \times M$, é a matriz que contém os recíprocos dos valores singulares não nulos de G da seguinte forma:

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

onde E é a matriz diagonal $k \times k$ cujo i -ésimo elemento diagonal é $e_{ii} = \sigma_i^{-1}$ para $1 \leq i \leq k$:

$$E = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k^{-1} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Em conexão com os problemas mal postos, duas características do SVD são geralmente encontradas: os valores singulares σ decaem gradualmente para zero com um intervalo não particular no espectro. Um aumento da dimensão de G irá aumentar o número de pequenos valores singulares, e os vetores esquerdo e direito V_i e u_i tende a ter mais mudança de sinal em seus elementos (Hansen, 1998).

Em se tratando de matrizes quadradas, de posto completo, a inversa clássica e a pseudo-inversa são idênticas, sendo a pseudo-inversa uma generalização da inversa clássica, podendo ser aplicada na inversão de dados em substituição à inversa clássica. A pseudo-inversa G^+ em substituição direta à inversa clássica G^{-1} , diferindo da notação adotada em Menke (1984) que define $G^+ = (G^T G)^{-1} G^T$ para o caso de mínimos quadrados. Embora esta última notação seja mais concisa, a substituição explícita da inversa pela pseudo-inversa adotada a seguir torna mais clara a similaridade entre expressões análogas.

Assim, partindo-se das expressões:

$$\mathbf{m} = G^{-1} \mathbf{d}, \quad (4.5)$$

e

$$\mathbf{m} = (G^T G)^{-1} G^T \mathbf{d}, \quad (4.6)$$

obtém-se as expressões análogas, utilizando-se pseudo-inversa, respectivas:

$$\mathbf{m} = G^+ \mathbf{d}, \quad (4.7)$$

e

$$\mathbf{m} = (G^T G)^+ G^T \mathbf{d}. \quad (4.8)$$

Utilizando a decomposição por valores singulares, onde $G = U \Sigma V^T$ e $G^T = V \Sigma^T U^T$, obtém-se:

$$\mathbf{m} = (V \Sigma^T U^T U \Sigma V^T)^+ V \Sigma^T U^T \mathbf{d}, \quad (4.9)$$

como U é ortogonal, ou seja, $U^T U = I$, logo:

$$\mathbf{m} = (V \Sigma^T \Sigma V^T)^+ V \Sigma^T U^T \mathbf{d}, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{m} = (V^T)^+ \Sigma^+ U^T \mathbf{d}, \quad (4.11)$$

como V também é ortogonal, assim $V^T V = I$ e $V^T (V^T)^+ = I$, portanto $(V^T)^+ = V$:

$$\mathbf{m} = V \Sigma^+ U^T \mathbf{d}. \quad (4.12)$$

Capítulo 5

Inversão de BHT para determinação de Gradiente Geotérmico

Neste Capítulo é descrita a metodologia para determinar os gradientes geotérmicos g de cada formação presente em um perfil de poço utilizando BHT e temperatura da superfície.

Em situações práticas, para medidas de T em um poço, Figura 5.1, o gradiente geotérmico g pode ser definido por:

$$g = \frac{\partial T}{\partial Z}. \quad (5.1)$$

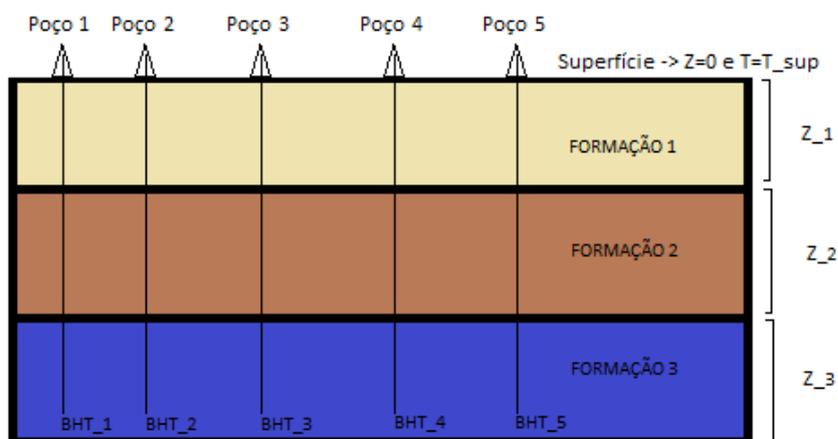


Figura 5.1: Seção bidimensional exemplificando uma situação geológica com camadas planas paralelas.

A equação (5.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$g = \frac{BHT - T_{sup}}{\Delta Z}, \quad (5.2)$$

sendo T_{sup} a temperatura na superfície e ΔZ a distância entre os pontos de medidas da temperatura.

O cálculo do gradiente geotérmico utilizando a equação (5.2) nos dá um valor médio que na verdade é a contribuição de todas as formações presentes entre a superfície e o fundo do poço. O valor de g médio ora encontrado não leva em consideração as propriedades térmicas inerentes a cada formação, como observado na figura 5.2.

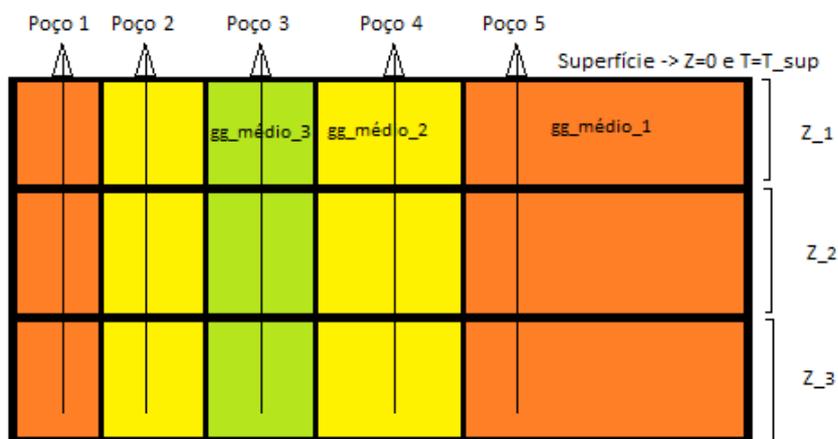


Figura 5.2: Seção bidimensional mostrando como os gradientes térmicos são vistos do ponto de vista prático.

Dado um fluxo térmico constante, o gradiente geotérmico está intimamente ligado à condutividade térmica das rochas, que é uma propriedade intrínseca do material e que varia significativamente com a litologia das formações, dito isso, se porventura tivermos uma situação como na representado na figura 5.1, onde temos no mínimo três formações diferentes, o gradiente geotérmico médio não será uniforme, e sim a soma das contribuições de cada formação.

Fazendo:

$$T_{\Delta} = BHT - T_{Sup}, \quad (5.3)$$

substituindo equação (5.3) em (5.2), tem-se

$$T_{\Delta} = \Delta z g. \quad (5.4)$$

Para um conjunto de poços, tem-se um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} T_{\Delta 1} = z_{11}g_1 + z_{12}g_2 + z_{13}g_3 + z_{1N}g_N \\ T_{\Delta 2} = z_{21}g_1 + z_{22}g_2 + z_{23}g_3 + z_{2N}g_N \\ T_{\Delta 3} = z_{31}g_1 + z_{33}g_2 + z_{33}g_3 + z_{3N}g_N \\ \vdots = \vdots + \vdots + \ddots + \vdots \\ T_{\Delta M} = z_{M1}g_1 + z_{M3}g_2 + \cdots + z_{MN}g_N \end{cases} \quad (5.5)$$

O sistema (5.5) pode ser escrito simplificadamente como um somatório:

$$T_{\Delta i} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}g_j, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5.6)$$

Podemos formalizar o problema em linguagem vetorial:

$$\mathbf{T}_{\Delta} = \mathbf{Z}\mathbf{g} \quad (5.7)$$

A equação (5.7) representa nosso problema direto, onde \mathbf{T}_{Δ} é o vetor dos dados observados que reúne as diferenças de temperaturas entre o fundo do poço e a superfície, \mathbf{g} representa o vetor dos parâmetros do modelo que na prática são os valores de gradientes térmicos das formações e \mathbf{Z} é uma matriz $M \times N$ de coeficientes que relaciona os M dados observados aos N parâmetros do modelo, neste problema \mathbf{Z} assume o papel das espessuras das formações perfiladas. \mathbf{Z} pode ser representada como:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & z_{M2} & z_{M3} & z_{M4} & \cdots & z_{MN} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

sendo Z_{ij} a espessura da i -ésima camada perfilada pelo j -ésimo poço.

5.1 Problema Inverso

Podemos utilizar a equação (5.7) para obter o problema inverso. Como queremos determinar \mathbf{g} , podemos aplicar o operador \mathbf{Z}^{-1} nos dois membros da equação (5.7)

$$\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{T}_{\Delta} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{g}, \quad (5.9)$$

resultando em:

$$\mathbf{g} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{T}_{\Delta}, \quad (5.10)$$

Como Z geralmente é não quadrada, tem-se

$$\mathbf{g} = \mathbf{Z}^+ \mathbf{T}_\Delta, \quad (5.11)$$

buscamos então sua pseudo-inversa Z^+ utilizando SVD.

5.2 Aplicação da Inversão de BHT em Modelos Sintéticos Bidimensionais

Para Inversão iremos supor inicialmente um modelo verdadeiro com os gradientes e as espessuras de cada formação conhecidos Figura 5.3. O objetivo inicial é modelar os dados a partir de um vetor \mathbf{g}^{ver} utilizando a equação (5.7). Os dados modelados \mathbf{T}_Δ^{obs} serão usados como dados de entrada para inversão.

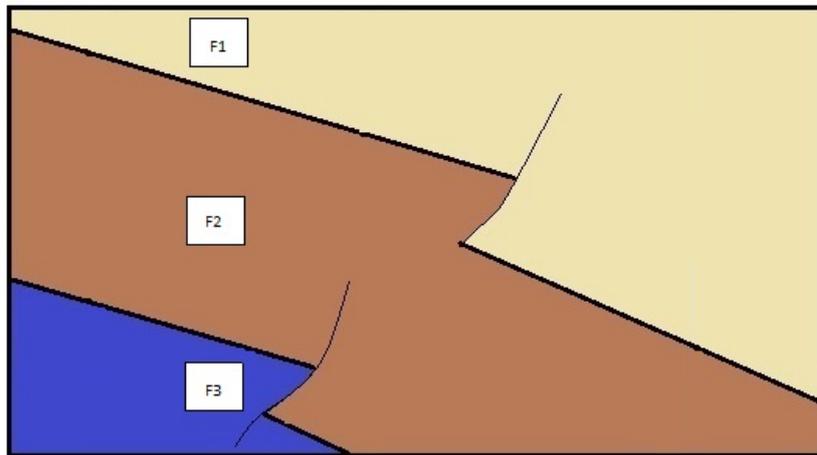


Figura 5.3: Seção geológica representando um modelo sintético com 3 formações.

5.2.1 Modelagem

Modelo Sintético I

Neste modelo inicial contamos com uma seção geológica sintética figura 5.4. Na seção pode-se observar a presença de três formações distintas e três poços contendo registros de ΔZ e g , os valores de ΔZ e dos gradientes estão presentes na Tabela 5.1.

Utilizando a equação (5.7) obtemos os seguintes valores de T_Δ^{obs} :

$$T_\Delta^{obs} = [1.89 \quad 1.76 \quad 1.77]^T \text{ } ^\circ C. \quad (5.12)$$

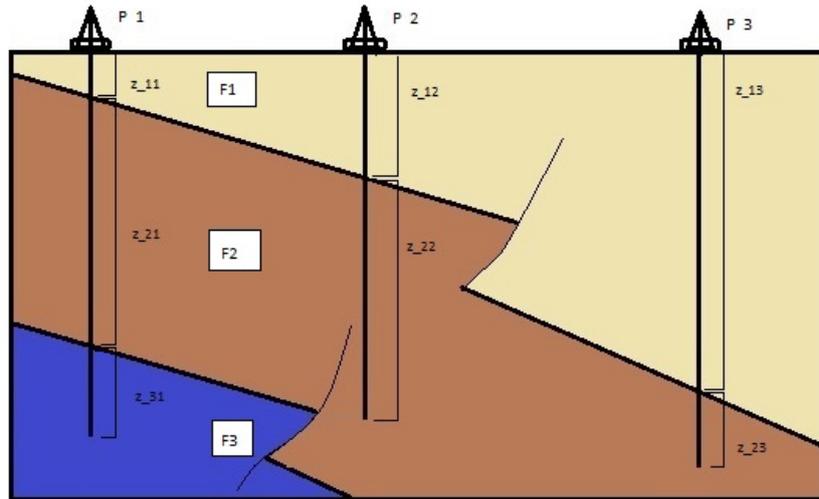


Figura 5.4: Seção geológica exemplificando o modelo sintético I

formação			
poços	f1(m)	f2(m)	f3(m)
P1	10	56	15
P2	30	50	0
P3	70	17	0
$g^{ver} (^{\circ}C/m)$	0.0196	0.0235	0.0257

Tabela 5.1: Tabela contendo os valores das espessuras de cada formação perfurada pelo poço e os gradientes geotérmicos de cada formação.

Modelo Sintético II

Neste modelo apresentamos uma seção geológica sintética igual ao modelo sintético I, no entanto temos mais um poço para compor os parâmetros do modelo Figura 5.5

Os dados referente às espessuras e os valores de gradiente estão presentes na Tabela 5.2.

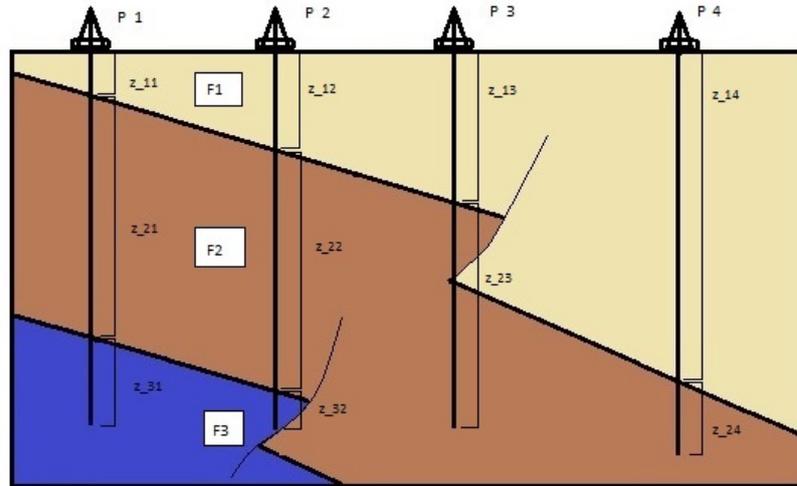


Figura 5.5: Modelo sintético II, representando uma situação geológica com 3 formações e com quatro poços.

formação			
poços	f1(m)	f2(m)	f3(m)
P1	10	56	15
P2	28	50	8
P3	40	50	0
P4	70	17	0
$g^{ver} (^{\circ}C/m)$	0.0196	0.0235	0.0257

Tabela 5.2: Tabela contendo os valores das espessuras de cada formação perfilada pelo poço e os gradientes geotérmicos.

Calculando os valores de T_{Δ}^{obs} utilizando a equação (5.7), tem-se:

$$T_{\Delta}^{obs} = [1.89 \quad 1.92 \quad 1.95 \quad 1.77]^T \quad ^{\circ}C. \quad (5.13)$$

5.2.2 Inversão dos dados

A determinação do \mathbf{g}^{est} é feita utilizando a equação (5.11), usaremos também os valores de T_{Δ}^{obs} determinados na seção anterior para os dois modelos.

Tendo em mãos a matriz Z o trabalho agora consiste na determinação da inversa dessa matriz, neste caso, Z^+ .

Modelo Sintético I No modelo I, a matriz é $Z_{3 \times 3}$, o sistema linear de equações é um caso determinado, o cálculo da inversa é mais prático em relação a matrizes retangulares, a matriz $Z_{3 \times 3}$ tem posto completo e sua pseudo-inversa é idêntica à inversa clássica. Os valores obtidos na inversão através da SVD foram:

$$g^{est} = [0.0195 \quad 0.0228 \quad 0.0251]^T \quad ^\circ C/m \quad (5.14)$$

$$\mathbf{T}_{\Delta}^{calc} = Z\mathbf{g}^{est}. \quad (5.15)$$

$$\mathbf{T}_{\Delta}^{calc} = [1.85 \quad 1.72 \quad 1.72]^T \quad ^\circ C \quad (5.16)$$

Erro do modelo $O e_{RMS}(\%) (\mathbf{g}^{ver}, \mathbf{g}^{est}) = 2.3.$

Erro do dado $O e_{RMS}(\%) (\mathbf{T}_{\Delta}^{obs}, \mathbf{T}_{\Delta}^{calc}) = 2.6.$

Modelo Sintético II Neste modelo, a matriz é $Z_{4 \times 3}$, o sistema linear de equações é classificado como um caso sobredeterminado de posto $k = 3$, sua pseudo-inversa não é idêntica à inversa clássica como no modelo anterior. Os valores obtidos na inversão foram:

$$g^{est} = [0.0201 \quad 0.0224 \quad 0.02555]^T \quad ^\circ C/m \quad (5.17)$$

$$\mathbf{T}_{\Delta}^{calc} = Z\mathbf{g}^{est}. \quad (5.18)$$

$$\mathbf{T}_{\Delta}^{calc} = [1.83 \quad 1.88 \quad 1.92 \quad 1.78]^T \quad ^\circ C \quad (5.19)$$

Erro do modelo $O e_{RMS}(\%) (\mathbf{g}^{ver}, \mathbf{g}^{est}) = 2.8.$

Erro do dado $O e_{RMS}(\%) (\mathbf{T}_{\Delta}^{obs}, \mathbf{T}_{\Delta}^{calc}) = 2.0.$

Os valores de \mathbf{g}^{est} determinados nesta seção tanto para o modelo I quanto para o modelo II são semelhantes aos \mathbf{g}^{ver} , demonstrando assim, que a metodologia funciona e a inversão foi satisfatória.

Capítulo 6

Aplicação em Sintético Inspirado nos Dados do Campo de Pineview (Utah)

6.1 Área de Estudo

O Campo de Pineview Figura 6.1 está localizado no noroeste do estado de Utah, nos Estados Unidos, próximo ao limite com o estado de Wyoming. O campo faz parte do complexo de Absaroka, chamado de Absaroka thrust belt. O campo foi descoberto em 1975, e é um grande produtor de óleo.

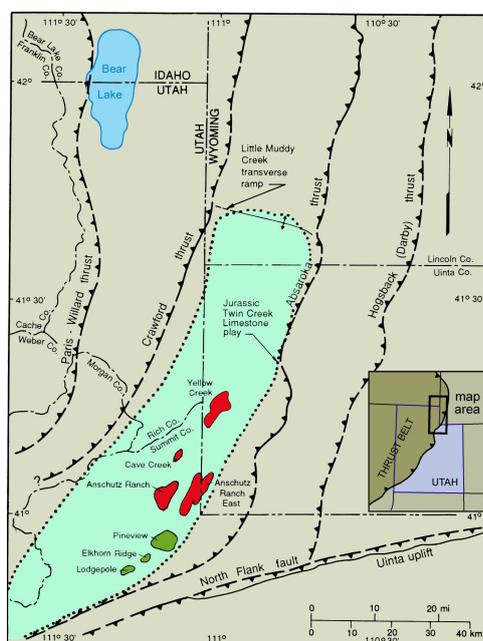


Figura 6.1: Mapa com a localização do Campo de óleo de Pineview, Retirado de Chydsey and Sprinkel (2004).

6.2 Geologia da Área

A Figura 6.2 mostra uma seção transversal que faz parte do cinturão Utah-Wyoming, o campo de óleo Pineview está localizado dentro do retângulo tracejado. Nesta seção transversal, podemos visualizar a distribuição dos poços na linha A-A' e a disposição estruturalmente complexa das camadas perfiladas.

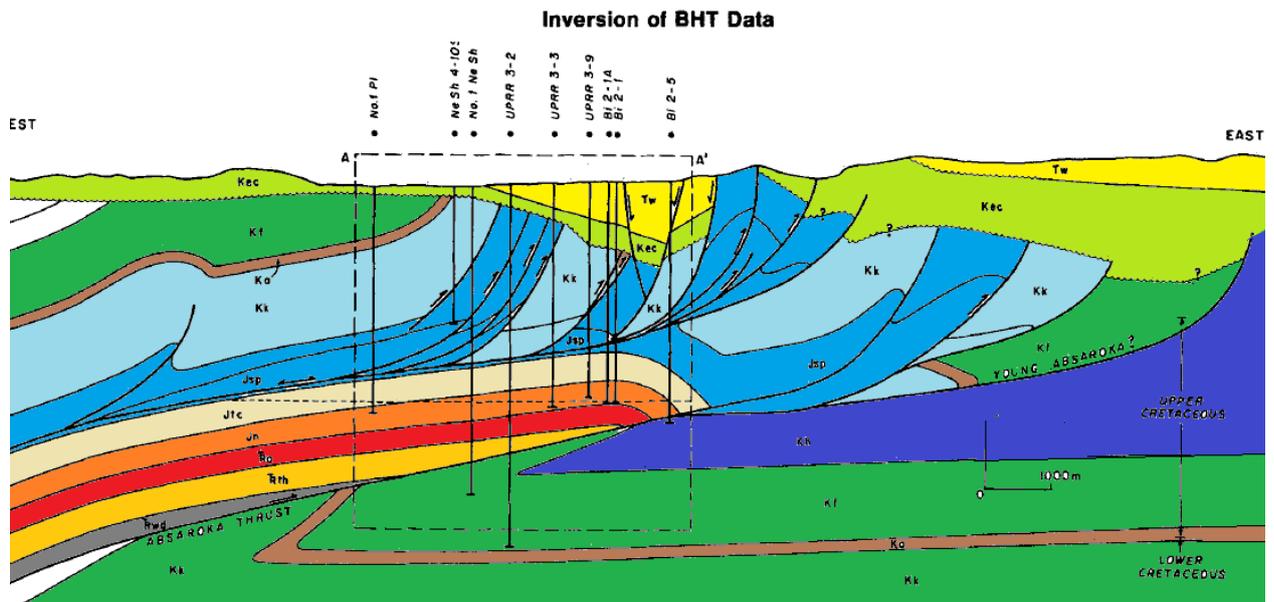


Figura 6.2: Seção geológica do Campo de Pineview. Adaptado de Deming and Chapman (1988).

A Seção evidencia um ambiente geológico complexo, com diversas estruturas, na sua maioria ocasionadas por esforços tectônicos. As falhas presentes são denominadas de empurrão, devido a movimentos tectônicos compressivos. Essas Falhas representam deslocamento (não envolve rocha do embasamento), que são estilos de deformações compressionais. Os empurrões em sua maioria tem tendência para as direções norte-nordeste. As bordas destas falhas são da forma Lística e estruturalmente complexa, com numerosas dobras e falhas secundárias (Chidsey e Sprinkel, 2005).

6.2.1 Descrição da Estratigrafia

A figura 6.3 mostra uma coluna estratigráfica representativa do Campo de Pineview. A formação mais recente **Tw** (Wasatch Formation) é composta por conglomerado, a segunda formação **Kek** também é composta por conglomerado, a formação **Kh** (Hilliard Shale) com litologia predominante de folhelho, a **Kf** (Frontier Formation) tem maior predominância de arenito e participação secundária de folhelho, **Ka** (Aspen) é composta por folhelho e

juntamente com a **Kf** possuem as menores representações na matriz das espessuras, **Kk** (Kelvin Formation) é a formação que possui maior representação e é composta por folhelho, **Jsp** é a união dos membros Stump e Preuss composta por arenito, calcário, siltito e uma camada de sal, as duas últimas formações são **Jtc** (Twin Creek) com intercalações de calcário e folhelho e **Jn** (Nugget) que é um arenito reservatório de óleo e gás do campo de Pineview.

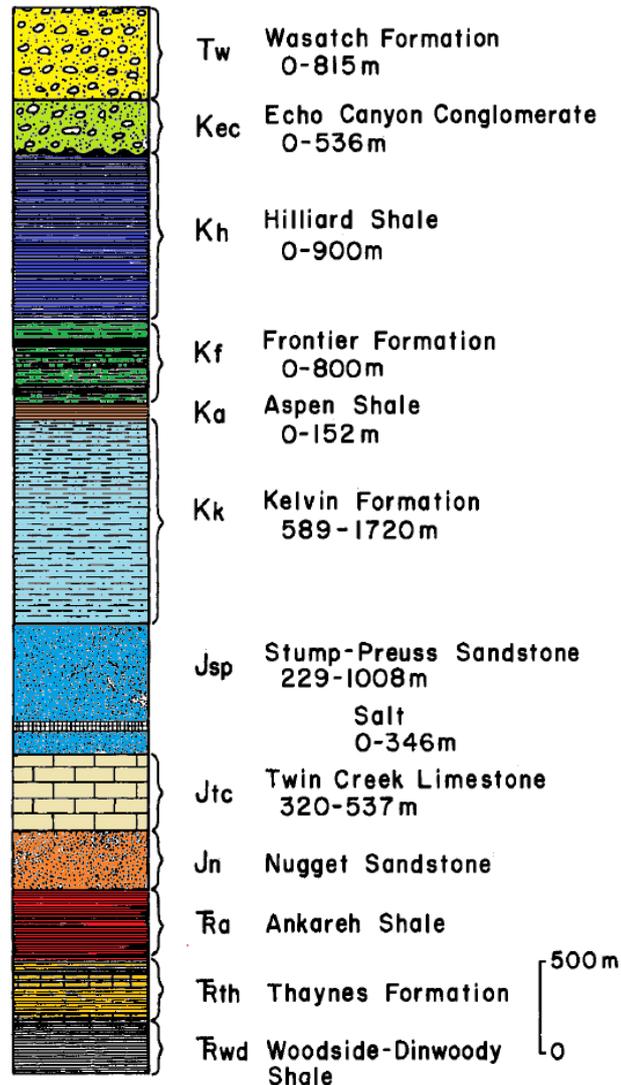


Figura 6.3: Coluna estratigráfica do Campo de Pineview. Adaptado de Deming and Chapman (1988).

6.3 Modelagem dos dados

Em Deming and Chapman (1988) foram corrigidos 32 dados de BHT utilizando o método de Horner, os quais serviram para determinar o gradiente térmico de 9 formações pelo MMQ, norma (l_2) e Uniforme, norma (l_1). Eles consideraram a solução com norma l_1 como sendo a

mais representativa para os dados do Campo de Pineview, essa solução foi a escolhida para modelagem dos dados sintéticos utilizados neste trabalho, g^{ver} , Tabela 6.1.

formação	$E(\%)$	g^{ver} ($^{\circ}C/km$)
Tw	9.51	22.2
Kec	7.47	20.1
Ka	5.23	22.9
Kf	1.84	30.5
Kk	43.82	27.5
Jsp	17.33	14.8
Salt	1.6	0.0
Jtc	9.92	39.1
Jn	4.28	22.9

Tabela 6.1: Dados determinados em Deming and Chapman (1988), na segunda coluna temos a participação de cada formação em percentual (E) no estudo realizado e na terceira coluna o gradiente determinado utilizando norma l_1 .

A localização dos poços estão na Figura 6.4. As espessuras das formações para cada poço foi determinada de maneira gráfica utilizando as escalas presentes nas figuras 6.4 e 6.2.

Utilizando a equação (5.4) determinamos de forma direta os valores para T_{Δ}^{obs} usando os valores de g^{ver} Tabela 6.1, como parâmetro dos modelos. Os valores de T_{Δ}^{obs} estão na Tabela 6.2 e são agora são os dados de entrada para estimativa do modelo.

A temperatura média para superfície foi estimada analisando as variações diária e anuais de sua magnitude. Uma T_o média adotada para região é de $12^{\circ}C$ (Eldorado County Weather, 2016).

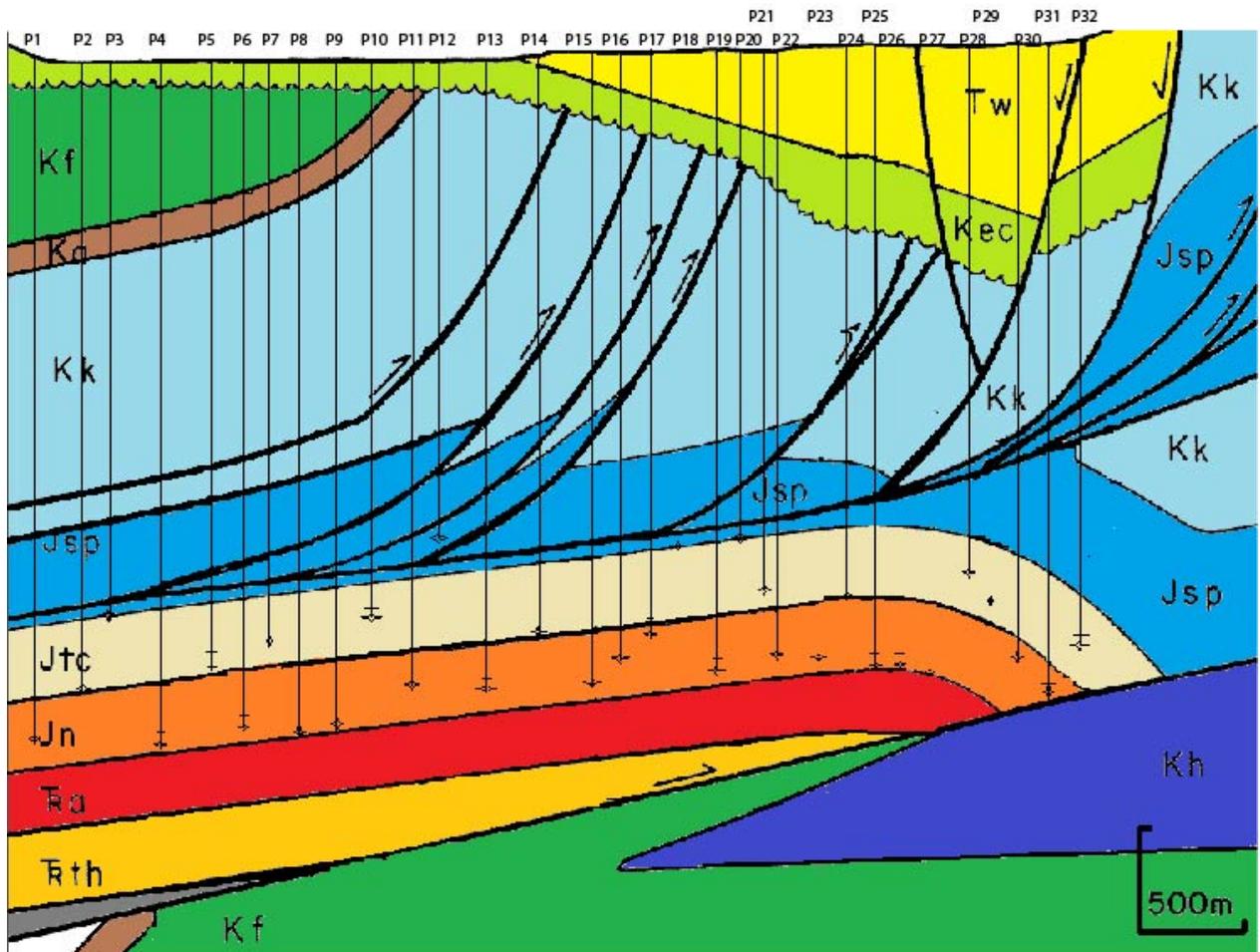


Figura 6.4: Seção transversal da região de Pineview com a localização dos poços. Adaptado de Deming and Chapman (1988).

formações										
Poço (m)	Tw	Kec	Ka	Kf	Kk	Jsp	Salt	Jtc	Jn	T_{Δ}^{obs} ($^{\circ}C$)
P1	0	125	600	175	1175	405	45	325	200	77
P2	0	90	650	150	1175	380	45	275	0	69
P3	0	125	625	150	1200	380	45	0	0	59
P4	0	125	625	175	1300	455	45	350	300	85
P5	0	125	575	175	1300	455	45	300	0	75
P6	0	150	500	150	1350	505	45	200	0	82
P7	0	125	550	150	1250	455	45	325	325	68
P8	0	150	350	150	1250	480	45	325	300	77
P9	0	150	250	175	1300	505	45	325	0	76
P10	0	125	50	175	1500	605	45	350	125	72
P11	0	125	0	75	1525	555	45	325	0	70
P12	0	125	0	0	1550	455	45	0	0	51
P13	0	175	0	0	1800	535	45	350	225	79
P14	50	200	0	0	1425	535	45	350	0	65
P15	150	175	0	0	1550	635	45	350	275	78
P16	175	150	0	0	1500	380	45	375	125	69
P17	225	175	0	0	1575	435	45	375	75	74
P18	250	150	0	0	1400	405	45	0	0	53
P19	350	200	0	0	1400	455	45	375	275	77
P20	350	225	0	0	1200	455	45	0	0	52
P21	375	200	0	0	1150	435	45	250	0	60
P22	400	225	0	0	1075	455	45	325	225	67
P23	500	350	0	0	1775	305	45	350	300	91
P24	500	325	0	0	1050	180	45	325	0	61
P25	575	350	0	0	1150	205	45	350	375	76
P26	600	375	0	0	1200	135	45	350	375	78
P27	600	325	0	0	1050	180	45	325	350	65
P28	750	350	0	0	925	305	45	225	0	62
P29	725	350	0	0	775	380	45	275	0	60
P30	775	325	0	0	675	535	45	375	100	67
P31	700	325	0	0	725	780	45	425	175	74
P32	625	325	0	0	675	1035	45	200	0	62

Tabela 6.2: Espessuras de cada formação em todos os poços dada em metros, e a diferença de temperatura T_{Δ}^{obs}

Resultados

Para inversão, contamos com um sistema sobredeterminado $Z(32 \times 9)$, os resultados para obtenção dos parâmetros do modelo \mathbf{g}^{est} podem ser vistos nas tabelas e gráficos abaixo, seguindo a ordem: inversão da matriz Z , inversão de $(Z^T Z)$ e por ultimo inversão de $(Z^T Z + \epsilon^2 I)$, todos utilizando a técnica SVD. Na parte final são apresentados os erros entre os modelos estimados e verdadeiro e os erros entre o dado observado e os calculados.

6.4 Inversão de Z

A Tabela 6.3 e a Figura 6.5 apresentam os parâmetros estimados para o gradiente geotérmico de cada formação. Para cada solução é apresentada a quantidade de valores singulares utilizados na inversão de matriz Z e o erro percentual entre o modelo estimado e o verdadeiro.

g ($^{\circ}C/km$)	N. λ	Tw	Kec	Kf	Ka	Kk	Jsp	Salt	Jtc	Jn	$e_{RMS}(\%)$
g^{ver}		22.2	20.1	22.9	30.5	27.5	14.8	0.0	39.1	22.9	
g^{est}	9	22.8	18.6	23.1	30.2	27.0	14.9	5.4	38.4	23.4	7.81
g^{est}	8	22.9	18.8	23.1	30.3	27.1	14.9	2.9	38.4	23.3	4.62
g^{est}	7	22.7	18.9	23.1	30.2	27.1	14.9	2.9	38.4	23.2	4.5

Tabela 6.3: Tabela contendo os valores de g^{ver} retirados de Deming and Chapman (1988) e os três gradientes estimados pelo SVD utilizando 9,8 e 7 valores singulares respectivamente.

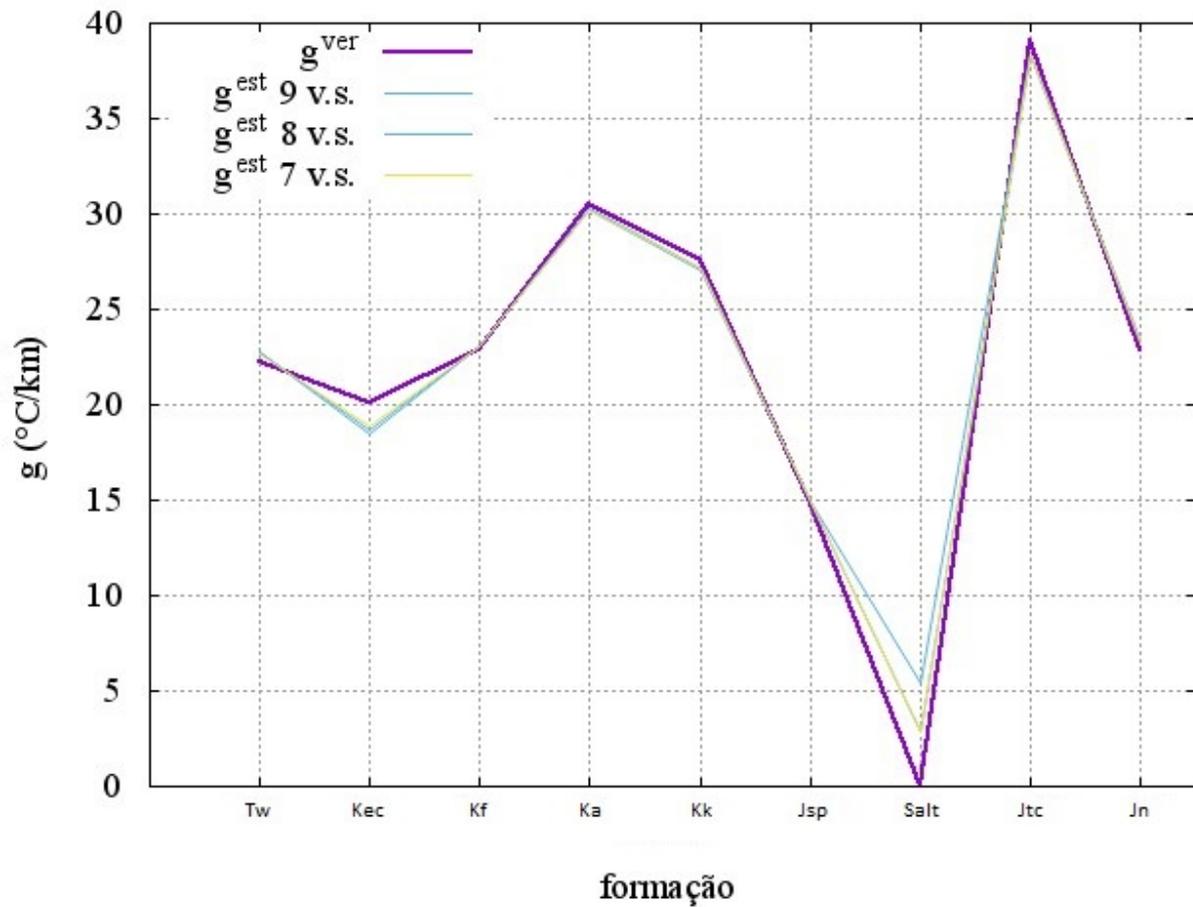
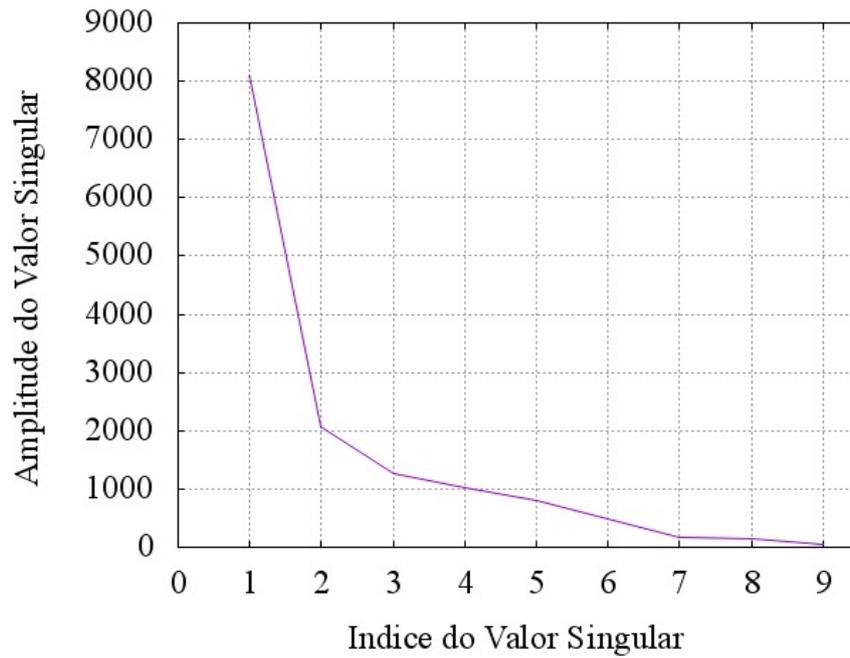
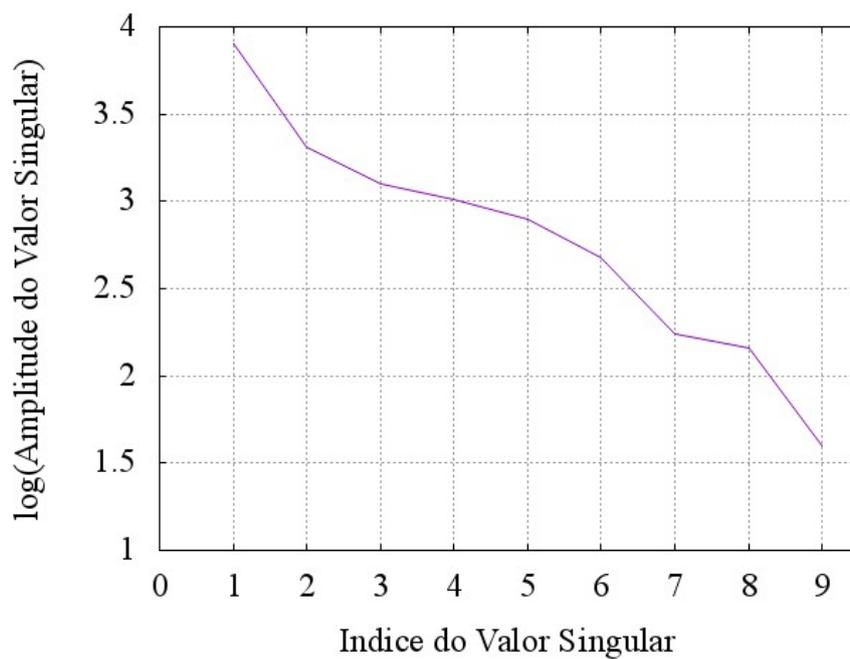


Figura 6.5: Estimativa dos parâmetros de g^{est} com inversão de Z utilizando 9, 8 e 7 valores singulares.

A Figura 6.6 contém as amplitudes de cada valor singular utilizados para inverter Z , é interessante observar o decaimento acentuado dos últimos valores singulares, os valores singulares de índices 9 e 8 são muito pequenos em relação aos primeiros, isso compromete a estabilidade da matriz.



(a)



(b)

Figura 6.6: Em (a) temos as amplitudes dos valores singulares e em (b) temos o log das amplitudes que permitem observar melhor o decaimento entre os últimos valores singulares.

Na Figura 6.7 podemos visualizar o erro do modelo associado à quantidade de valores singulares utilizados para inverter a matriz Z . Obtemos o menor erro quando utilizamos sete

valores singulares. O truncamento dos últimos valores singulares permite aumentar o número de condições da matriz e por consequência temos uma solução mais próxima da verdadeira.

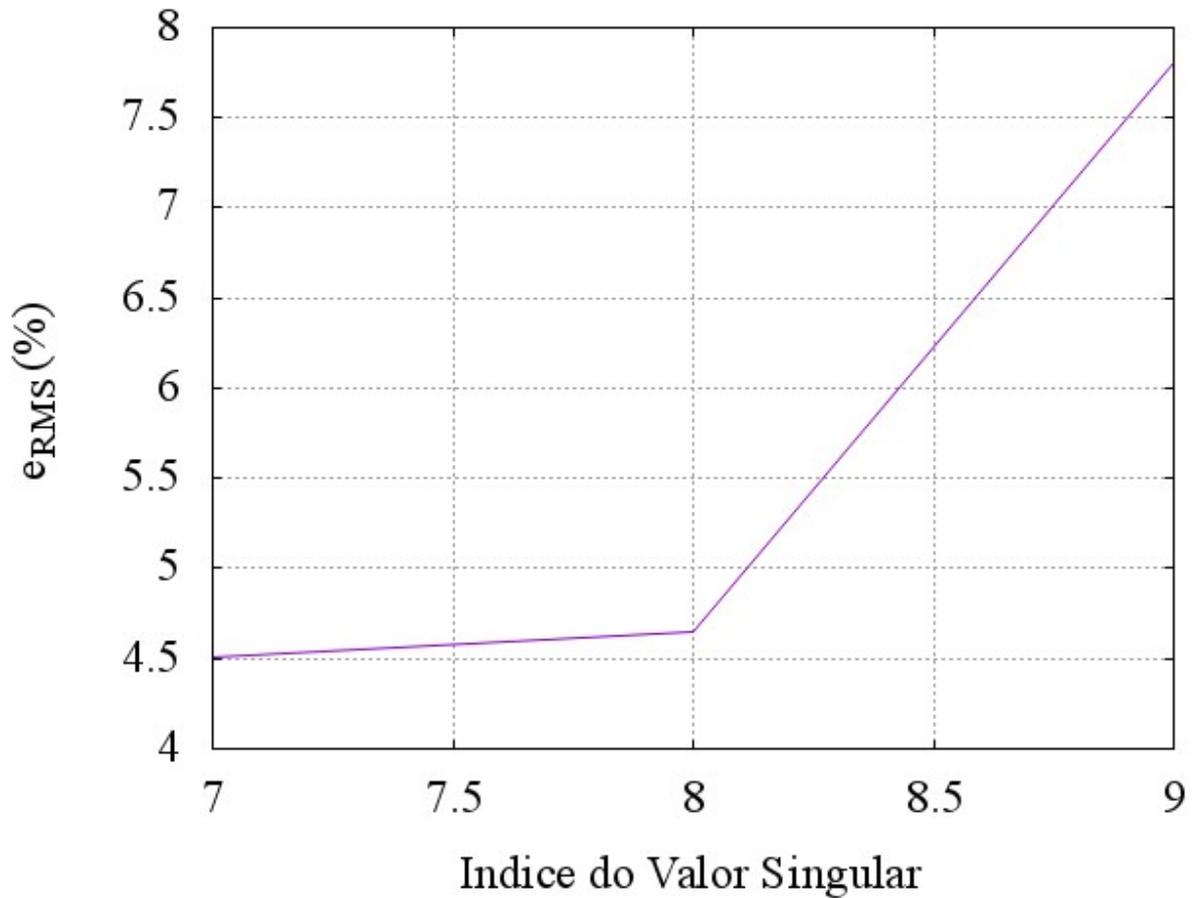


Figura 6.7: Relação entre o erro do modelo e a utilização de valores singulares, o erro reduz conforme utilizamos menos valores singulares.

Na Tabela 6.4 são apresentados os valores de T_{Δ}^{calc} para os três modelos estimados e os respectivos erros percentuais. Os menores erros foram para o g^{est} utilizando 8 e 7 valores de λ .

	$T_{\Delta}^{obs} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$
N. λ		9	8	7
P1	77	76	76	76
P2	69	69	69	69
P3	59	58	58	58
P4	85	84	84	84
P5	75	74	74	74
P6	82	82	82	81
P7	68	68	68	68
P8	77	76	76	76
P9	76	76	76	76
P10	72	71	72	72
P11	70	69	69	69
P12	51	51	51	51
P13	79	78	78	78
P14	65	64	65	65
P15	78	78	78	78
P16	69	68	68	68
P17	74	73	73	73
P18	53	52	52	52
P19	77	77	77	77
P20	52	51	51	51
P21	60	59	59	59
P22	67	66	67	66
P23	91	91	91	91
P24	61	61	61	61
P25	76	76	76	76
P26	78	77	77	77
P27	65	64	64	64
P28	62	62	62	62
P29	60	60	60	60
P30	67	66	66	66
P31	74	73	73	73
P32	62	61	61	61
$e_{RMS}(\%)$		1.1	1.0	1.0

Tabela 6.4: Na primeira coluna da Tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados para inversão Z utilizando 9, 8 e 7 valores singulares. Na ultima linha constam os erros entre cada dado calculado e o observado.

6.5 Inversão de $(Z^T Z)$

Nesta seção são apresentadas as soluções para das inversões utilizando o MMQ. A Tabela 6.5 e a Figura 6.8 apresentam os parâmetros estimados para o gradiente g . Para cada solução é apresentada a quantidade de valores singulares utilizados na inversão de $Z^T Z$ e o erro percentual entre o modelo estimado e verdadeiro.

g ($^{\circ}C/km$)	N. λ	Tw	Kec	Kf	Ka	Kk	Jsp	Salt	Jtc	Jn	$e_{RMS}(\%)$
g^{ver}		22.2	20.1	22.9	30.5	27.5	14.8	0.0	39.1	22.9	
g^{est}	9	20.1	44.5	23.6	43.9	31.6	17.9	-247.9	40.2	9.1	355.29
g^{est}	8	14.2	40.9	20.2	38.5	26.2	14.6	2.7	39.8	11.1	37.55
g^{est}	7	18.0	31.8	19.3	43.7	26.8	14.4	2.8	39.6	11.6	31.09

Tabela 6.5: Estimativa de g para inversão com 9, 8 e 7 valores singulares, utilizando MMQ.

Na Figura 6.8 apresentamos o modelo verdadeiro e os estimados utilizando 8 e 7 valores singulares, a solução com 9 valores singulares foi descartada por não ter uma boa estimativa do modelo verdadeiro.

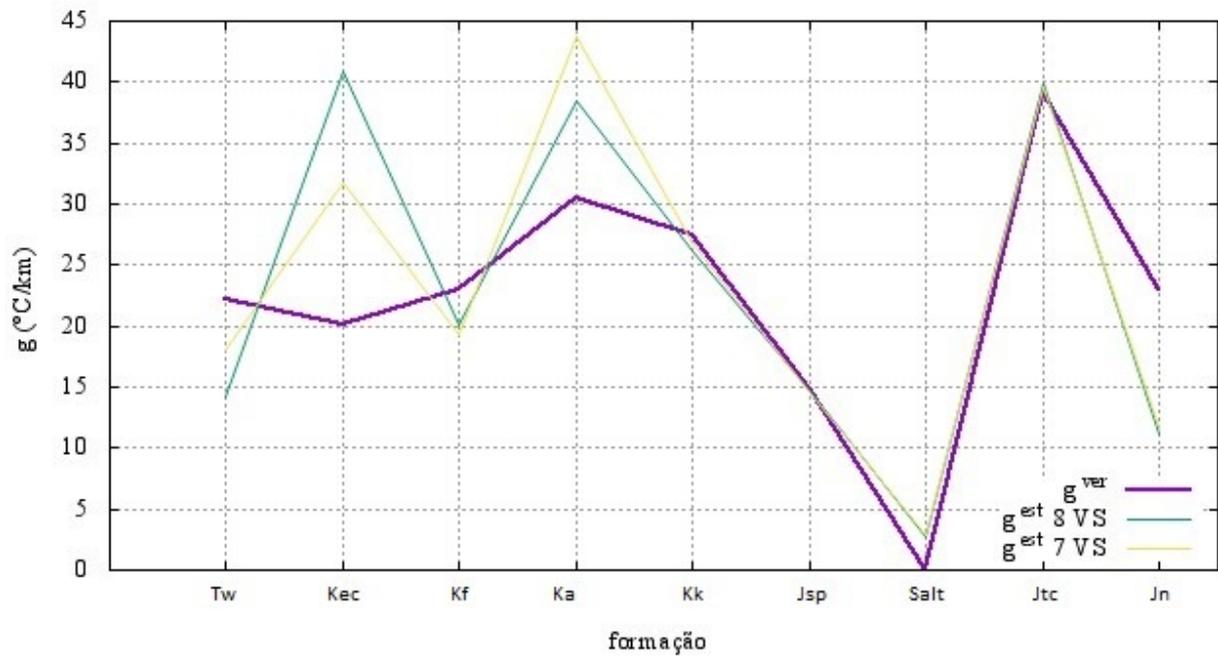
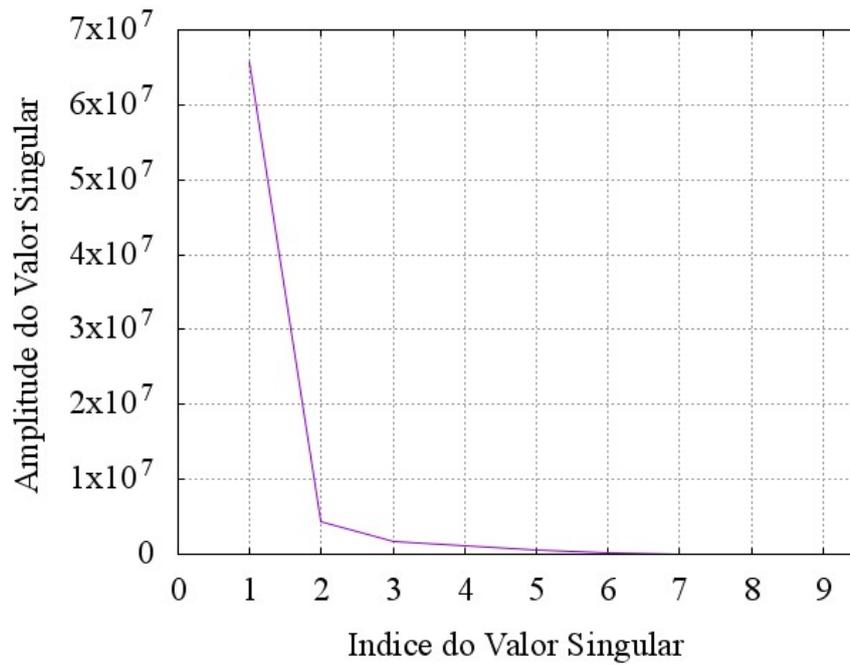
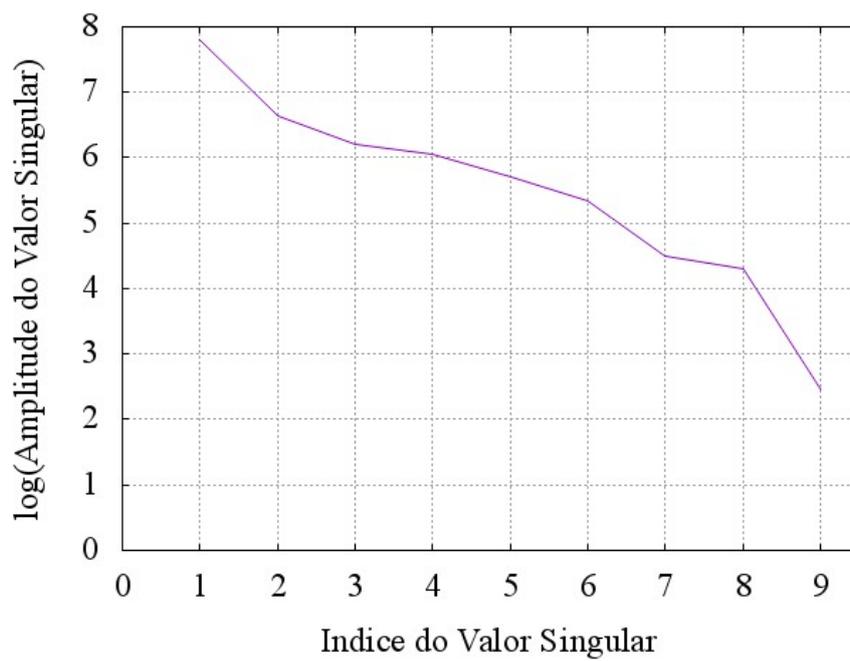


Figura 6.8: Soluções para g^{est} com inversão da matriz $Z^T Z$ utilizando 8 e 7 valores singulares.

A Figura 6.9 contém as amplitudes de cada valor singular utilizado para inverter $Z^T Z$, os valores singulares tem aproximadamente o dobro dos valores singulares de Z , também pode-se observar o decaimento acentuado dos últimos valores singulares.



(a)



(b)

Figura 6.9: Em (a) temos as amplitudes dos valores singulares e em (b) o log das amplitudes. Em (b) podemos visualizar melhor o decaimento entre os valores singulares de índice 8 para o de índice 9

Na Figura 6.10 apresentamos o erro do modelo associado à quantidade de valores singulares utilizados para inverter a matriz $Z^T Z$. Obtemos o menor erro quando utilizamos sete valores singulares. O truncamento dos últimos valores singulares permitiu aumentar a estabilidade da matriz, entretanto o menor erro associado aos parâmetros estimados (7 valores singulares) foi aproximadamente dez vezes maior do que o menor erro na inversão de Z , utilizando também 7 valores singulares.

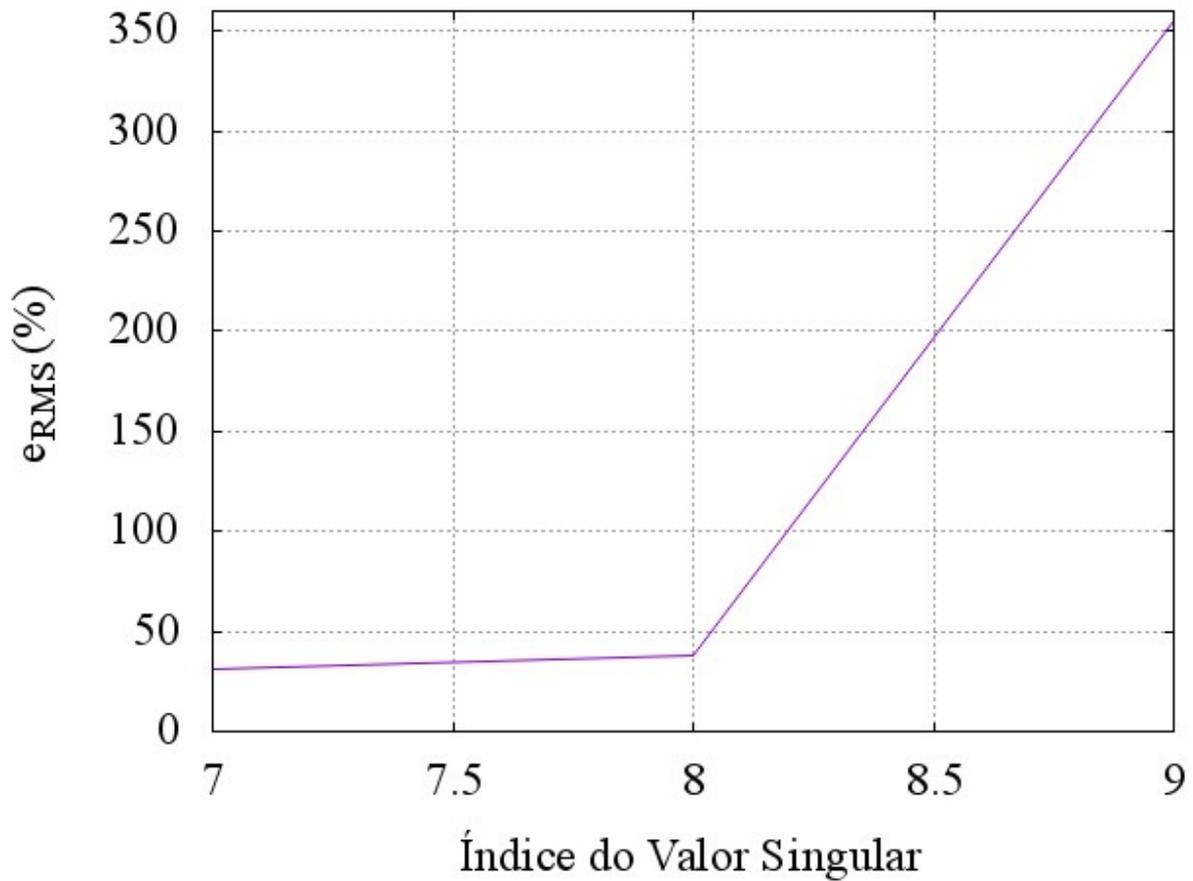


Figura 6.10: Relação entre os valores singulares e o erro do modelo, o erro fica menor para utilização de sete valores singulares.

Na Tabela 6.6 são apresentados os valores de T_{Δ}^{calc} para os três modelos estimados e os respectivos erros percentuais.

	$T_{\Delta}^{obs} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$
N.λ		9	8	7
P1	77	75	75	75
P2	69	69	69	69
P3	59	58	58	59
P4	85	82	82	82
P5	75	76	76	76
P6	82	81	80	80
P7	68	69	69	69
P8	77	74	75	75
P9	76	74	75	75
P10	72	75	74	75
P11	70	70	70	70
P12	51	51	52	52
P13	79	79	78	78
P14	65	67	67	67
P15	78	76	76	76
P16	69	69	70	69
P17	74	74	73	73
P18	53	52	52	52
P19	77	74	74	74
P20	52	51	52	52
P21	60	59	59	60
P22	67	75	65	65
P23	91	92	89	89
P24	61	62	63	63
P25	76	73	73	73
P26	78	75	75	75
P27	65	65	65	65
P28	62	63	62	62
P29	60	61	61	61
P30	67	65	65	66
P31	74	72	72	72
P32	62	63	62	62
$e_{RMS}(\%)$		3.1	2.4	2.4

Tabela 6.6: Na primeira coluna da Tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados para inversão com MMQ utilizando 9, 8 e 7 valores singulares. Na ultima linha constam os erros entre cada dado calculado e o observado.

6.6 Inversão de $(Z^T Z + \epsilon^2 I)$

Nesta seção apresentamos os resultados das inversões utilizando MQA. Foram testados inicialmente valores pequenos de amortecimento $\epsilon = 10$, com o objetivo de manter certa precisão nos valores e regularizar a matriz $Z^T Z$, entretanto a solução se manteve próxima àquela obtida para inversão MMQ com 9 valores singulares, ou seja, continuava inviável, principalmente para a formação **Salt** que possui baixa representatividade na matriz Z . Em seguida, foram testados valores ϵ maiores na tentativa de aumentar a estabilidade da matriz. O ϵ que melhor equilibra a precisão e suavidade da solução é 200. Os valores de ϵ menores que 200 tornam as soluções fisicamente inviáveis e para ϵ maiores que 200 temos uma maior suavização e as formações vão tendo seus valores sendo super e/ou subestimados, ou seja, tornam-se imprecisas.

A Tabela 6.7 e a Figura 6.11 apresentam os parâmetros estimados para o gradiente g . Para cada solução é apresentada a quantidade de valores singulares utilizados na inversão e o erro percentual entre o modelo estimado e verdadeiro.

g ($^{\circ}C/km$)	ϵ	Tw	Kec	Kf	Ka	Kk	Jsp	Salt	Jtc	Jn	$e_{RMS}(\%)$
g^{ver}		22.2	20.1	22.9	30.5	27.5	14.8	0.0	39.1	22.9	
g^{est}	10	18.6	43.4	22.7	42.4	30.2	17.1	-184.6	40.1	9.6	265.4
g^{est}	100	13.8	42.8	20.3	38.3	26.3	14.8	-5.8	38.9	11.2	40.5
g^{est}	200	18.9	25.0	25.1	17.8	27.8	15.7	0.6	39.4	11.7	26.0
g^{est}	300	20.7	19.9	24.8	16.8	28.6	16.2	1.4	36.7	12.5	26.8
g^{est}	500	21.3	16.3	24.3	11.5	30.1	17.0	1.8	31.1	13.0	35.3

Tabela 6.7: Resultados para g^{est} utilizando diferentes valores de ϵ .

Na Figura 6.12 podemos visualizar o erro do modelo em relação aos parâmetros ϵ utilizados para regularizar a matriz. Obtemos o menor erro quando $\epsilon = 200$. A adição de

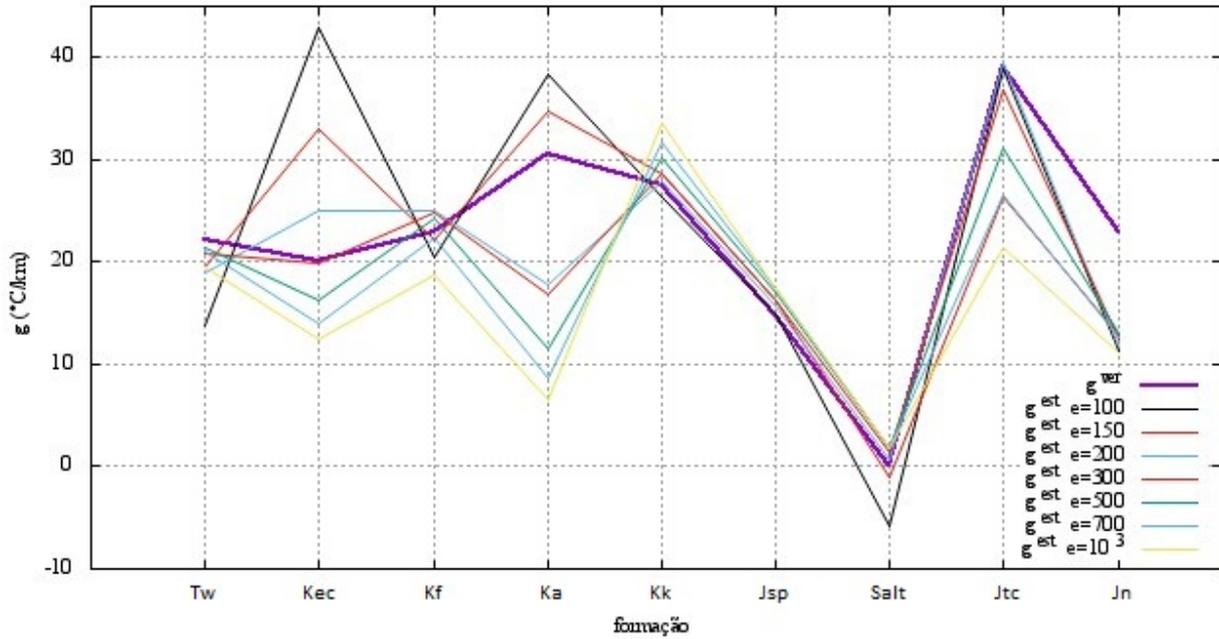


Figura 6.11: Estimativa do parâmetro g^{est} para diferentes valores de ϵ .

ϵ a diagonal principal de $Z^T Z$ permite aumentar a estabilidade da matriz, entretanto pode acabar suavizando demasiadamente e a solução pode ser descaracterizada.

A curva da Figura 6.12 demonstra duas regiões distintas separadas pelo vértice ($\epsilon = 200$). A esquerda de 200 temos um subamortecimento para solução e a direita temos superamortecimento.

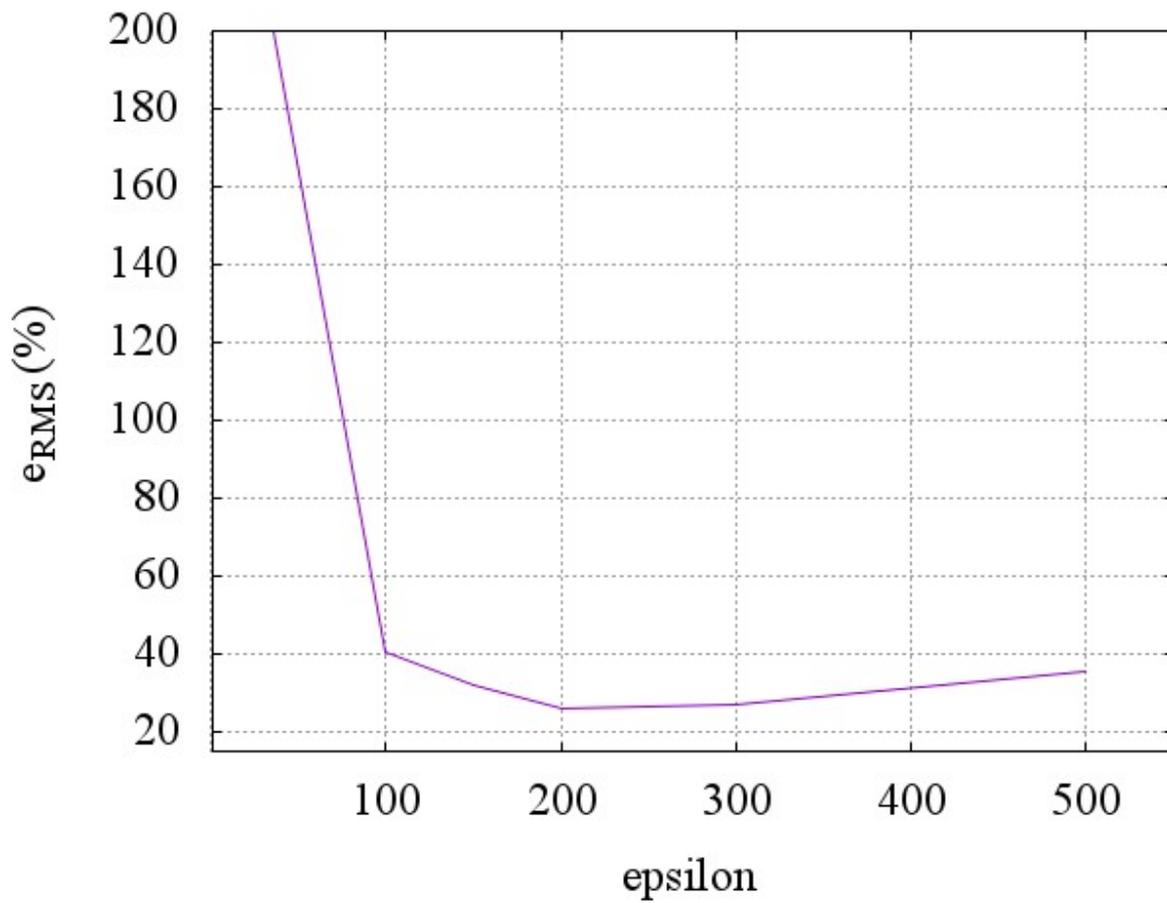


Figura 6.12: Relação dos valores de ϵ (epsilon) com o erro do modelo, o erro torna-se menor para epsilon igual a 200.

A Tabela 6.8 apresenta os valores de T_{Δ}^{calc} para os valores de ϵ igual a 100, 200 e 300. O menor erro para o dado calculado foi quando utilizamos $\epsilon = 200$.

	$T_{\Delta}^{obs} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$	$T_{\Delta}^{calc} \text{ } ^{\circ}C$
ϵ		100	200	300
P1	77	75	75	74
P2	69	69	70	70
P3	59	59	59	60
P4	85	82	82	82
P5	75	76	75	75
P6	82	80	80	80
P7	68	69	69	69
P8	77	75	74	73
P9	76	75	73	73
P10	72	74	72	72
P11	70	70	69	69
P12	51	52	53	54
P13	79	78	79	79
P14	65	67	67	67
P15	78	76	77	77
P16	69	70	69	69
P17	74	73	74	74
P18	53	52	53	54
P19	77	74	75	75
P20	52	52	52	53
P21	60	59	60	60
P22	67	65	65	65
P23	91	89	89	89
P24	61	63	62	61
P25	76	73	73	72
P26	78	75	74	73
P27	65	65	65	64
P28	62	62	62	62
P29	60	61	60	60
P30	67	65	65	65
P31	74	72	72	72
P32	62	63	62	62
$e_{RMS}(\%)$		2.3	2.4	2.8

Tabela 6.8: Na primeira coluna da Tabela apresentamos os valores de T_{Δ} observado e nas colunas seguintes os valores de T_{Δ} calculados a partir dos parâmetros dos modelos estimados utilizando valores de $\epsilon = 100, 200$ e 300 .

Capítulo 7

Conclusões

Os dados de temperaturas medidos em fundo de poço durante a perfilagem geofísica possuem erros associados às trocas de calor pela ação da broca e circulação da lama no interior do poço. Torna-se essencial que essas medidas sejam corrigidas utilizando o melhor método em observação a quantidade de informações disponíveis sobre como foi realizada a medida. A correção desses dados permite a determinação de parâmetros mais próximos da realidade, e por consequência, permite uma melhor compreensão do comportamento térmico das rochas em subsuperfície.

As inversões em modelos sintéticos simples demonstraram que a técnica aplicada para inversão com SVD é satisfatória.

A aplicação da técnica ao modelo construído com os gradientes de Deming and Chapman (1988) trouxeram resultados satisfatório também, isto é, o método funciona bem para sistemas maiores. Entretanto a disposição das formações pode influenciar nos resultados.

A inversão simples utilizando SVD trouxe melhores resultados do que as inversões com aplicação do MMQ e MQA. A melhor entre as soluções foi à inversão de Z com sete valores singulares.

As inversão utilizando MMQ com todos os valores singulares não trouxeram bons resultados, principalmente para **Salt**, que podem ter sido influenciados pela baixa representatividade e valor constante dessa formação na matriz das espessuras.

Em geral, para todas as inversões a maior dificuldade encontrada foi à determinação de g para a formação **Kec**, **Ka** e **Salt**. Provavelmente a utilização do $g^{ver} = 0.0$ ($^{\circ}C/km$) para o **Salt** pode ter comprometido todas as soluções.

A matriz Z é bastante instável, ou seja, possui alto NC . Para contornar o problema foram construídas soluções com o truncamento do último e penúltimo valor singular. Esses valores singulares estavam influenciando significativamente na solução. O melhor resultado foi encontrado para a solução com sete valores singulares.

Outra forma de condicionar o sistema é utilizando o MQA, fazendo a escolha de um parâmetro ϵ capaz de permitir um sistema linear cada vez mais estável. Foi observado que para $\epsilon = 200$ encontra-se a solução mais precisa e viável utilizando esse método. A busca do parâmetro foi realizada por tentativa.

Agradecimentos

Agradeço à minha Família, especialmente aos meus pais Cláudia Santos e Josivaldo Benevides, as minhas duas super tias e quase mães Cleide e Yoná, minhas irmãs Tenile e Eduarda, e meu padrasto Gilvan, pois acreditaram em meu sonho e sempre estiveram presentes com um apoio incondicional.

Agradeço ao meu Orientador Prof. Dr Amin Bassrei por todo conhecimento passado e pela forma paciente e compreensiva que me acompanhou nessa formação.

Agradeço aos professores Alexandre Barreto e Geraldo Girão por aceitarem prontamente participar da minha banca e pelas contribuições para a melhoria desse trabalho.

Agradeço ao CNPq e Fapesb pelos auxílios financeiros concedidos nos períodos de pesquisas, a Finep pela oportunidade de pesquisa e ao CPGG e GETA pela utilização da excelente infraestrutura.

Agradeço à PROAE pela política de ações afirmativas que me proporcionou auxílio financeiro em grande parte da graduação e as tias do RU pela compreensão das necessidades.

Agradeço aos docentes do curso de Geofísica pelos ensinamentos passados nas disciplinas principalmente o professor Porsani, Figueiró, Holz, Sato, Marcos, Botelho.

Essa graduação não teria sido a mesma ou não seria de fato possível (divertida) sem a presença de meus ilustres amigos Adevilson Alves e Diego Caribé, famosos Busas.

Agradeço a amizade e companheirismo de Jerfão, Mena, Rená do Reitor, Brenildes, Ítalo Clay, Rodrigo Santana, Pepão, Laião, Ian, Dett, Diogo, Cléri Gama, Pediosa, Léo Barril, à turma de 2012.1: Paula, Diniz, Cainan, teuzão, Milena, Débora, Curió, Cavanha, Wilker, Manenti, Paloma, Tainã, Priscilla, Betina, Visória, Tio Dilson, Marto, Saulo (*in*

memorian), Tati, Lêlé, Rigô e Everbx.

Agradeço ao pessoal do Capítulo Estudantil EAGE, do Lagep e do Geta pela convivência e trabalhos desenvolvidos.

Por fim, agradeço à Deus, pois sem ele não teria a oportunidade de conviver e agradecer à todos..

Referências Bibliográficas

Bassrei, A., 1990, Inversão de dados Geofísicos Unidimensionais através da Entropia Relativa Mínima. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Bahia. Salvador.

Boldrini, J. L., Rodrigues Costa, S. I., Figueiredo, V. L., Wetzeler, H. G., 1980. Álgebra Linear. 3ed. São Paulo. Harper & Raw no Brasil.

Bullard, E. C., 1947, The time necessary for a bore hole to attain temperature equilibrium: Monthly Notices Royal Astronomical Society, Geophysical Supplement, v. 5, no. 5, p.127-130.

Cardoso, R. A., 2007, Evolução Termo-Tectônica da Plataforma Continental do Estado do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado, Observatório Nacional, Rio de Janeiro.

Cavalcante, A. G., 2004, Correções de dados de temperatura de fundo de poço (BHT), Trabalho de Graduação, Universidade Federal da Bahia.

Chapman, D. S., 1984, Heat flow in the Uinta Basin determined from bottom hole temperature (BHT) data, Geophysics, 49: 453-466.

Chidsey, T. C. Jr., Sprinkel, D. A. 2004, Major Oils Plays in Utah and Vicinity. Utah Geological Survey. Salt Lake City.

Deming, D., Chapman, S. D., 1988. Inversion of Bottom-hole Temperature data: The Pineview field, Utah-Wyoming thrust belt. Geophysics, 53: 707-720.

Deming, D., 1989, Application of bottom-hole temperature corrections in geothermal studies, Geothermics, vol. 18, p. 775-786.

Eldorado County Weather. Disponível em: <http://www.eldoradocountyweather.com>, acesso em: 24 de Abril de 2016.

Fontes, C. M. L. C., 2014, Tomografia de Atenuação através da Decomposição em Valores Singulares, Trabalho de Graduação, Universidade Federal da Bahia.

Fontes, L. C. A. A., 1980, Determinação de Fluxo Geotérmico na Bacia Sedimentar Sergipe-Alagoas. Dissertação de Mestrado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Fowler, C., 1990, *The Solid Earth*, Cambridge University Press, Cambridge.

Nery, G. G., 2014, Notas de aulas do curso de Perfilagem geofísica de poços. Universidade Federal da Bahia.

Hansen, P. C., 1998, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia.

Lachenbruch, A. H., Brewer, M. C., 1959, Dissipation of the temperature effect of drilling a well in Arctic Alaska. *U. S. Geol. Survey Bull.*, 1083-C: 73-109.

Lanczos, C. (1961) *Linear Differential Operators*, Van Nostrand, London.

Levenberg, K., 1944, A method for the solution of the certain non-linear problems in least squares: *Quartely of applied mathematics*, 2: 164-168.

Luheshi, M. N., 1983, Estimation of formation temperature from borehole measurements: *Geophysical Journal [Royal Astronomical Society]*, v. 74, p. 747-776.

Marquardt, D. W., 1963. An Algorithm for least-squares of nonlinear parameters: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11: 431-441.

Menke, W., 1984, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inversion Theory*. Academic Press Inc.

Penrose, R., 1955. A generalized inverse for matrices: *Proceedings of the Mathematical*

Society of Cambridge, 51: 406-413.

Pereira, E. S., 2008, Determinação das Propriedades Térmicas das Rochas do Embasamento Adjacente à Bacia do Recôncavo, Monografia, Universidade Federal da Bahia.

Santana, T. G., 2013, Inversão de Velocidades Intervalares: Aplicação em Modelos Sísmico da Área do Pré-Sal, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia.

Schön, J. H., 2011, Physical Properties of Rocks, Handbook of Petroleum Exploration and Production, Oxford.

Vieira, F. P., Hamza, V. M., 2014, Faixa Geotermal Anômala decorrente da “Colagem Tectônica” fraca na Margem Continental Brasileira, Observatório Nacional, Rio de Janeiro. VI Simpósio Brasileiro de Geofísica.