UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

PERFIS GRAVIMÉTRICOS PRODUZIDOS POR MODELOS GEOLÓGICOS PARAMETRIZADOS POR ELEMENTOS ESFÉRICOS E CILÍNDRICOS

ÁTILA JOAQUIM COSTA

SALVADOR – BAHIA

OUTUBRO – 2012

Perfis Gravimétricos produzidos por Modelos Geológicos Parametrizados por Elementos Esféricos e Cilíndricos

por

Átila Joaquim Costa

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento de Geologia e Geofísica Aplicada

do

Instituto de Geociências

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

Dr. Wilson Mouzer Figueiró - Orientador

Dr. Edson Emanoel Starteri Sampaio

Dr. Milton José Porsani

Data da aprovação: 18/10/2012

Dedico este trabalho aos meus pais,
David e Isabel Marisa,
à minha tia Rachel Lopes,
aos meus irmãos Dirceu, Lucas,
Daniel e Antônio Carlos;
à minha namorada Jamille,
e à todos os meus valorosos amigos.

"O que sabemos é uma gota,
e o que ignoramos um oceano."
Sir Isaac Newton

RESUMO

A motivação para a realização deste trabalho está na busca de respostas para as seguintes questões: É possível parametrizar modelos gravimétricos utilizando-se elementos esféricos e cilíndricos? Em caso afirmativo, quais as suas vantagens e desvantagens? A parametrização escolhida pode servir de base para o desenvolvimento de uma estratégia de inversão gravimétrica? Embora o problema inverso não seja objetivo de estudo do presente trabalho. A fim de criar condições para responder tais questões, são realizadas modelagens gravimétricas partindo-se de campos de densidades de rochas parametrizados por elementos esféricos e cilíndricos, tendo como base física a Lei da Gravitação Universal. A metodologia utilizada baseia-se no somatório das contribuições individuais, à componente vertical do campo gravitacional em superfície, causadas por cada parâmetro (coordenadas do centro e densidade de esferas ou barras cilíndricas) que representam características geométricas e litológicas das rochas que constituem os modelos geológicos dados. Visando encontrar um número apropriado de esferas (ou cilindros) para a representação dos modelos, faz-se necessário a calibração de tal número através da comparação da anomalia gravimétrica por elas produzidas com aquela causada por uma única esfera (ou cilindro) de diâmetro (e espessura) comparável à profundidade total do modelo. Como a anomalia causada por esta esfera (ou cilindro) é conhecida de modo exato, foi possível escolher o menor número de pequenas esferas (ou cilindros) que reproduz tal anomalia de modo mais acurado possível. Perfis de anomalias gravimétricas foram, então, gerados para diferentes modelos geológicos (domo de sal, anticlinal erodida e falhas normais) parametrizados por elementos esféricos e comparados com aqueles perfis produzidos por estes mesmos modelos, mas agora, parametrizadas por elementos cilíndricos dispostos horizontalmente e perpendicularmente à linha sobre a qual as anomalias são calculadas. Estudos realizados e resultados obtidos revelam a real possibilidade da utilização de elementos esféricos e cilíndricos na parametrização de modelos gravimétricos. Algumas vantagens de tal procedimento são: existência de fórmula matemática analítica que permite realizar com simplicidade e acurácia a modelagem direta, redução ao contraste de densidade como único parâmetro de cada elemento do modelo, existência de uma quantidade relativamente baixa de parâmetros, e possibilidade de representação de estruturas complexas através de unidades elementares relativamente simples. Como desvantagem pode-se ressaltar: existência irredutível de vazios deixados pelo empacotamento escolhido para os elementos. Entretanto, por possibilitar uma satisfatória resolução do problema direto, as parametrizações propostas candidatam-se naturalmente como base para o desenvolvimento de qualquer um dos diversos métodos de resolução do problema inverso gravimétrico. Por fim deve-se acrescentar que a

metodologia proposta não contribui, assim como outras comumente usadas, para a redução da ambiguidade do método gravimétrico.

ABSTRACT

The motivation for this work is the search for answers to the following questions: You can parameterize gravity models using spherical and cylindrical elements? If so, what are their advantages and disadvantages? The parameters chosen may be the basis for the development of a strategy for gravimetric inversion? Although the inverse problem is not the goal of this study work. In order to create conditions for answering such questions, are performed gravity modeling starting with fields of rock densities parameterized by spherical and cylindrical elements, based on the physical law of universal gravitation. The methodology employed is based on the sum of the individual contributions, the vertical component of the gravitational field at the surface caused by each parameter (center coordinates and density of spheres or cylindrical bars) representing geometric features of rocks and lithological that are geological models data. Aiming to find an appropriate number of spheres (or cylinders) for the representation of models, it is necessary to calibrate this number by comparing the gravity anomaly produced by them with that caused by a single sphere (or cylinder) diameter (and thick) compared to the total depth of the model. As the anomaly caused by this sphere (or cylinder) is known accurately, it was possible to choose the smallest number of small spheres (or cylinders) which reproduces this anomaly more accurately as possible. Profiles of gravity anomalies were then generated for different geological models (salt dome, eroded anticline and normal faults) parameterized by spherical elements and compared with those profiles produced by these same models, but now parametrized by cylindrical elements arranged horizontally and perpendicularly the line on which the anomalies are calculated. Studies and results show the real possibility of using spherical and cylindrical elements in the parameterization of gravity models. Some advantages of this procedure are: existence of analytical mathematical formula that allows you to simply and direct modeling accuracy, reducing the density contrast as the only parameter of each model element, there is a relatively low amount of parameters, and the possibility of representation complex structures by means of elementary units relatively simple. The disadvantage may be noted: the existence of irreducible voids left by packaging chosen for the elements. However, by enabling a satisfactory resolution of the direct problem, the proposed parameterization applying naturally as a base for developing any one of several methods for solving the inverse problem gravity. Finally it must be added that the proposed methodology does not contribute, as well as other commonly used to reduce the ambiguity of the gravimetric method.

ÍNDICE

RESUMO iv

ABSTRACT vi

ÍNDICE vii

ÍNDICE DE FIGURAS viii

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 1 Conceitos Teóricos 3
1.1 Lei da Gravitação Universal 3

CAPÍTULO 2 Metodologia 5
2.1 Parametrização por Esferas 9
2.2 Parametrização por Barras Cilíndricas Horizontais 11

CAPÍTULO 3 Resultados 13
3.1 Calibração dos Raios 15
3.1.1 Calibração do Modelo de Esferas 15
3.1.2 Calibração do Modelo de Barras Cilíndricas Horizontais 20
3.2 Aplicação nos Modelos Geológicos 25

CAPÍTULO 4 Análise dos Resultados 30

CAPÍTULO 5 Conclusões 33

Agradecimentos 34

Referências Bibliográficas 35

APÊNDICE A Análise da Área de Cobertura dos Empacotamentos . . . 36

APÊNDICE B Lei de Gauss 39
B.1 Lei de Gauss 39
B.1.1 Lei de Gauss aplicada a um corpo em forma esférica 39

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1 Interação dinâmica entre duas massas m_1 e m_2 separadas por uma distância R. 3

2.1 Modelos de referência usados na calibração do número ótimo de elementos parametrizadores. Os Modelos M_E e M_C referem-se, respectivamente, à esfera e à barra cilíndrica enterradas, ambas de raio 1,5 km e de coordenadas do centro $x_c = 6{,}0$ km e $z_c = 2{,}0$ km. O comprimento de M_c é 3,0 km. 6

2.2 Modelo $M_{E_{12}}$ (ou $M_{C_{12}}$) resultante do empacotamento de 12 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 1,00 km. 6

2.3 Modelo $M_{E_{27}}$ (ou $M_{C_{27}}$) resultante do empacotamento de 27 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,67 km. 6

2.4 Modelo $M_{E_{48}}$ (ou $M_{C_{48}}$) resultante do empacotamento de 48 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,50 km. 7

2.5 Modelo $M_{E_{75}}$ (ou $M_{C_{75}}$) resultante do empacotamento de 75 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,40 km. 7

2.6 Modelo $M_{E_{108}}$ (ou $M_{C_{108}}$) resultante do empacotamento de 108 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,33 km. 7

2.7 Modelo $M_{E_{147}}$ (ou $M_{C_{147}}$) resultante do empacotamento de 147 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,29 km. 8

2.8 Modelo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$) resultante do empacotamento de 192 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,25 km. 8

2.9 Modelo $M_{E_{243}}$ (ou $M_{C_{243}}$) resultante do empacotamento de 243 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,22 km. 8

2.10 Modelo $M_{E_{300}}$ (ou $M_{C_{300}}$) resultante do empacotamento de 300 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,20 km. 9

2.11 Modelo $M_{E_{1200}}$ (ou $M_{C_{1200}}$) resultante do empacotamento de 1200 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,10 km. 9

2.12 Modelo $M_{E_{4800}}$ (ou $M_{C_{4800}}$) resultante do empacotamento de 4800 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,05 km. 9

2.13 Esquema gráfico utilizado para o cálculo da anomalia gravimétrica produzida pela esfera e pela barra cilíndrica horizontal, ambas de raio r, na posição x da linha de aquisição na superfície de observação. A barra cilíndrica tem comprimento $2r$. 10

2.14 Obtenção do campo de contraste de densidades a partir da diferença entre o campo de densidades original e aquele homogêneo de densidade ρ_e. 12

3.1 Imagem dos modelos de referência M_E e M_C, relativos à esfera e à barra cilíndrica enterradas, respectivamente. O modelo M_C é um cilindro horizontal perpendicular ao plano da página. As dimensões do modelo são 12,0 km de distância horizontal e 4,0 km de profundidade. 13
3.2 Modelo geológico do domo de sal (M_I). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade é de 4,0 km. 13
3.3 Modelo geológico de uma estrutura anticlinal erodida na charneira (discordância) e coberta com três camadas de sedimento sub-horizontais (M_{II}). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade de 4,0 km. 14
3.4 Modelo de um conjunto de falhas normais típicas de uma estrutura de rifte (M_{III}). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade de 4,0 km. 14
3.5 Imagem da distribuição numérica de densidades de rochas para os modelos do referência M_E e M_C. As densidades são dadas em kg/m^3 15
3.6 Perfil da anomalia gravimétrica do modelo de referência da esfera enterrada M_E com raio de 1,5 km e coordenadas de centro $x_c = 6{,}0\ km$ e $z_c = 2{,}0\ km$. 16
3.7 Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_E (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{E_{12}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios das esferas. 16
3.8 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{27}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}76\ km$ 16
3.9 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{48}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}65\ km$. 17
3.10 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{75}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}557\ km$. 17
3.11 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{108}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}45\ km$. 17
3.12 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{147}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}48\ km$. 18
3.13 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{192}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}44\ km$. 18
3.14 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{243}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}405\ km$. 18

3.15 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{300}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}3765\ km$. 19
3.16 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{1200}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}24\ km$. 19
3.17 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{4800}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}1518\ km$. 19
3.18 Perfil da anomalia gravimétrica do modelo de referência da barra cilíndrica enterrada M_C com raio e comprimento iguais à 1,5 km. 21
3.19 Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{C_{12}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios dos cilindros. 21
3.20 Perfil da anomalia gravimétrica causada por M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{C_{27}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios dos cilindros. . 21
3.21 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{48}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}52\ km$. 22
3.22 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{75}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}418\ km$. 22
3.23 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{108}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}36\ km$. 22
3.24 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{147}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}31\ km$. 23
3.25 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{192}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}268\ km$. 23
3.26 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{243}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}236\ km$. 23
3.27 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{300}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}212\ km$. 24

3.28 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{1200}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}107\ km$. 24
3.29 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{4800}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}0536\ km$. 24
3.30 Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo do domo de sal (M_I) mostrando camada superficial de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3. 26
3.31 Representação do modelo M_I através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$). 27
3.32 Perfis de anomalia gravimétrica produzidos por M_I parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde). 27
3.33 Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo da anticlinal (M_{II}) mostrando camada superficial de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3. 27
3.34 Representação do modelo M_{II} através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$). 28
3.35 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_{II} parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde). 28
3.36 Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo de falhas (M_{III}) mostrando camada de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3. 28
3.37 Representação do modelo M_{III} através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$). 29
3.38 Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_{III} parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde). 29

4.1 Cortes transversais da "parede" formada por "tijolos" esféricos mostrando a redução de espessura e; em consequência, da massa em relação ao modelo de referência M_E devido à diminuição dos raios esféricos. A sequência de situações ilustradas: (a) $M_{E_{12}}$, (b) $M_{E_{27}}$, (c) $M_{E_{48}}$, (d) $M_{E_{75}}$, (e) $M_{E_{108}}$, (f) $M_{E_{147}}$, (g) $M_{E_{192}}$, (h) $M_{E_{243}}$, (i) $M_{E_{300}}$, (j) $M_{E_{1200}}$ e (k) $M_{E_{4800}}$ mostra como é severa a diminuição de massa da placa de esferas relativamente a M_E. 31

A.1 Sucessivo aumento do número de elementos em uma mesma área, em (a) um único elemento, em (b) quatro elementos e em (c) n. 36

INTRODUÇÃO

Ao lado de três outras forças fundamentais da natureza (eletromagnética e nucleares forte e fraca), a força gravitacional é responsável pela atração entre corpos materiais.

Apresenta-se, neste parágrafo, um breve apanhado histórico do método gravimétrico. O mito de que a gravidade teria sido descoberta por Newton após ser atingido na cabeça por uma maçã nunca foi confirmado. Em 1666, Newton retira-se em Woolsthorpe (Inglaterra), onde escreveria os primeiros rascunhos sobre a lei da Gravitação Universal que seria publicada anos mais tarde (1687) em sua obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Ao propor tal lei, Newton generalizou e ampliou as teorias de Kepler. Ele mostra que a força gravitacional é estritamente atrativa, proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Além disso, ele confirmou a teoria de Galileu que afirma que: subtraindo-se a resistência do ar ou qualquer outra força de frenagem, todos os corpos caem da mesma altura no mesmo tempo. Pierre Bouguer, em expedições da Academia de Ciências Francesa para a Lapônia (norte da Escandinávia) e Peru (oeste da América do Sul), estabeleceu algumas relações gravitacionais básicas com respeito à variação da gravidade devido: à elevação, à latitude (consequência da forma elipsoidal do planeta), à distribuição de densidades no interior da Terra, e à atração horizontal devido às montanhas. A partir de 1817 e por mais de um século, o pêndulo composto do Capitão Henry Kater foi a principal ferramenta de investigação de gravidade. O Barão Roland Eötvös estabeleceu medições das derivadas ao invés de magnitudes totais pois, as variações da atração gravitacional são maiores. Em 1922, uma pesquisa no campo de petróleo Spindletop utilizando uma balança de torção iniciou a pesquisa de petróleo. Num poço de teste sobre o domo de sal Nash no condado de Brazoria, Texas, realizou-se a interpretação de dados gravimétricos (1924) e tornou-se a primeira exploração geofísica a descobrir hidrocarbonetos. Em 1940 os gravímetros substituíram os pêndulos portáteis e balanças de torção, por serem mais estáveis e convenientes. As anomalias que resultam de formas simples foram calculadas na década de 40, e na de 60, os computadores digitais aumentaram muito a capacidade de interpretação e de solução do problema inverso, que é o objetivo final de toda prospecção geofísica, em particular da gravimetria (Telford et al., 1976).

O método gravimétrico é empregado na pesquisa mineral, estudo da forma da Terra (geóide), na geodinâmica, na prospecção de petróleo, na identificação de estruturas geológicas (domos, dobramentos, falhas, etc...) sempre observando que esse método só pode ser aplicado em estruturas geológicas nas quais existam contrastes laterais de densidade.

O método gravimétrico tem por objetivo gerar imagens de distribuição de densidades de rochas de estruturas geológicas em subsubsuperfície usando dados gravimétricos medidos numa superfície de observação. Tais medições são realizadas graças a um instrumento chamado gravímetro e são chamadas de anomalias gravimétricas e, do ponto de vista da física, tratam-se de acelerações gravitacionais. Estas medidas sofrem várias correções a fim de que se tornem apropriadas para constituírem o chamado dado gravimétrico que quando inserido em relacionamentos físico-matemáticos (equações envolvendo dados observados e parâmetros de modelos) possibilitam a estimativa de um conjunto de valores numéricos (parâmetros) que permite a geração de uma imagem de um modelo que é passível de interpretações. Por tanto, ser capaz de parametrizar um modelo gravimétrico e, com isto, calcular anomalias gravimétricas, é de grande importância, pois, deste modo, pode-se comparar dados observados com dados calculados, sendo estes últimos função do modelo, ou de modo mais específico, função dos parâmetros deste modelo.

O trabalho consiste na modelagem gravimétrica da componente vertical do campo gravitacional, que num caso real seria medida em superfície, gerada por alguns modelos geológicos conhecidos. O cálculo dessa componente do campo gravitacional se dá através do somatório das contribuições individuais de cada elemento geométrico de parametrização do modelo. Este trabalho limita-se aos aspectos teóricos da dinâmica e da gravimetria consagrados na literatura.

CAPÍTULO 1

Conceitos Teóricos

1.1 Lei da Gravitação Universal

O módulo da força $\vec{F}$ com que dois corpos homogêneos de massas m_1 e m_2, cujos centros estão separados por uma distância R, se atraem é dada por;

$$|\vec{F}| = \frac{Gm_1m_2}{R^2}, \tag{1.1}$$

sendo G a constante gravitacional ou constante Newtoniana que vale $6,67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ no S.I. (Sistema Internacional de medidas).

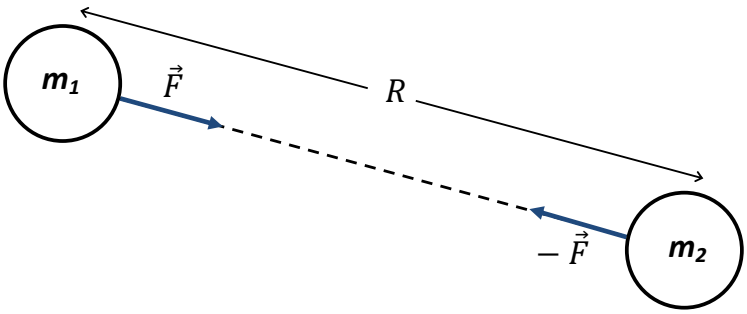


Figura 1.1: Interação dinâmica entre duas massas m_1 e m_2 separadas por uma distância R.

O corpo de massa m_2 atrai o de massa m_1 com uma aceleração igual à Gm_2/R^2, do mesmo modo que a aceleração que m_2 sofre devido à presença de m_1 é Gm_1/R^2 em direção à m_1.

No caso da interação da Terra com um corpo C qualquer, a Eq. (1.1) será escrita como:

$$F = \frac{GM_Tm_C}{R^2}, \tag{1.2}$$

onde M_T é a massa da Terra, m_C a massa do corpo C atraído pela Terra e R a distância entre os centros de M_T e m_C. Então, a aceleração da gravidade na Terra será dada por:

$$g_T = GM_T/R^2. \tag{1.3}$$

Portanto, a aceleração gravitacional que a Terra impõe aos corpos em suas proximidades depende exclusivamente de sua massa e da distância que os separa. A massa da Terra M_T, como a massa de qualquer corpo, pode ser expressa como uma relação entre sua densidade ρ_T e seu volume V_T, tal como:

$$M_T = \rho_T \cdot V_T, \tag{1.4}$$

que no caso de um corpo qualquer de massa m, densidade ρ e volume V será:

$$m = \rho \cdot V. \tag{1.5}$$

Daí pode-se escrever o módulo da aceleração de um corpo proporcionada por outro corpo como:

$$g = G\rho \cdot V \cdot \frac{1}{R^2}. \tag{1.6}$$

Observemos que o volume V de um corpo pode ser descrito através de sua geometria no espaço, e que, no caso da Terra, de ser aproximado pelo volume de uma esfera, já que a Terra é um elipsoide aproximadamente esférico. Portanto, o módulo da sua aceleração g_T pode ser escrito na forma:

$$g_T = G\rho_T \frac{4\pi}{3} R_T^3 \frac{1}{R^2}. \tag{1.7}$$

Conclui-se, então, que a aceleração gravitacional proporcionada por um corpo qualquer depende de sua densidade, da distância do corpo de prova ao seu centro de massa e da sua distribuição espacial (volume).

CAPÍTULO 2

Metodologia

São consideradas estruturas geológicas caracterizadas por uma distribuição de densidades em suas rochas que obedecem a algum padrão geométrico. Se tais estruturas são parametrizadas por elementos esféricos (ou cilíndricos), os parâmetros do modelo assim obtidos seriam: os raios, os centros, as densidades, e os comprimentos (no caso dos cilindros) para cada elemento. Entretanto, na parametrização proposta por este trabalho, apenas um parâmetro será considerado, num possível procedimento de inversão, a saber: o contraste de densidades. A densidade é atribuída a cada elemento de parametrização (esferas ou cilindros) a partir das coordenadas de seu centro (x_{c_k}, z_{c_k}) e da região compreendida por seu raio r_k. A média das densidades da região é dada por:

$$\overline{\rho}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \rho(x_i, z_i), \tag{2.1}$$

onde n é o número de pontos tomados na região e $\overline{\rho}_k$ é a densidade média do k-ésimo elemento. Os elementos esféricos (ou cilíndricos) foram cubicamente empacotados de modo a cobrir toda a extensão do modelo e a densidade média da área delimitada pelo raio r é atribuída a cada elemento esférico (ou cilíndrico) que é considerado homogêneo.

Para cada um dos elementos (esféricos e cilíndricos) foram feitas onze modelagens variando-se o número de elementos e, consequentemente, seus raios. Tais valores usados nos onze experimentos são apresentados nas Tabelas 1 e 2 para os casos do uso dos elementos esféricos e cilíndricos, respectivamente.

Todos os modelos foram construídos com 12,0 km de comprimento horizontal e 4,0 km de profundidade. Foram adotados dois modelos de referência M_E e M_C com um elemento central de 1,5 km de raio para calibração dos empacotamentos parametrizados com esferas e barras cilíndricas horizontais.

A seguir, Figura 2.1, estão ilustrados os modelos de referência (M_E e M_C) e as onze parametrizações proposta (Figuras 2.2 à 2.12) para efeito de comparação com M_E (e M_C).

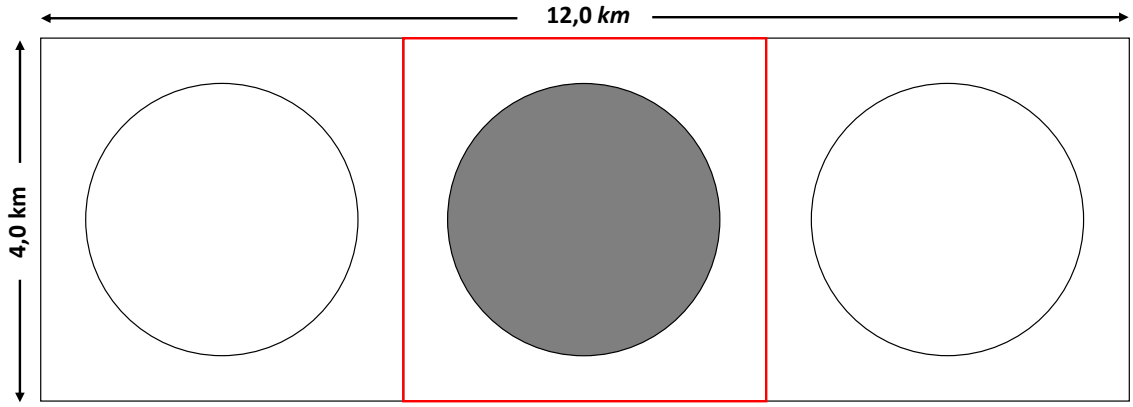


Figura 2.1: Modelos de referência usados na calibração do número ótimo de elementos parametrizadores. Os Modelos M_E e M_C referem-se, respectivamente, à esfera e à barra cilíndrica enterradas, ambas de raio 1,5 km e de coordenadas do centro $x_c = 6{,}0$ km e $z_c = 2{,}0$ km. O comprimento de M_c é 3,0 km.

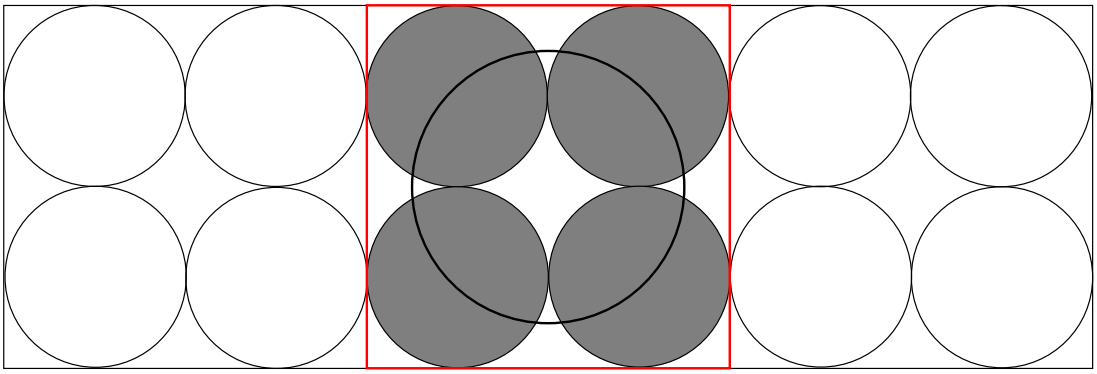


Figura 2.2: Modelo $M_{E_{12}}$ (ou $M_{C_{12}}$) resultante do empacotamento de 12 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 1,00 km.

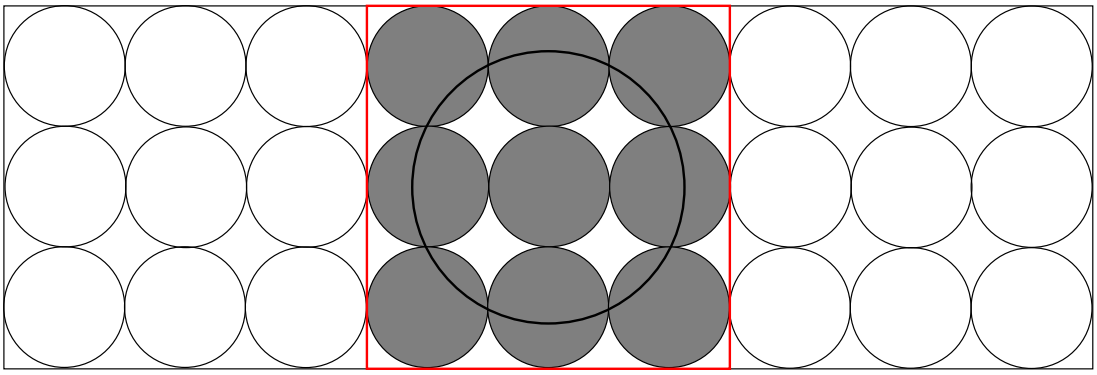


Figura 2.3: Modelo $M_{E_{27}}$ (ou $M_{C_{27}}$) resultante do empacotamento de 27 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,67 km.

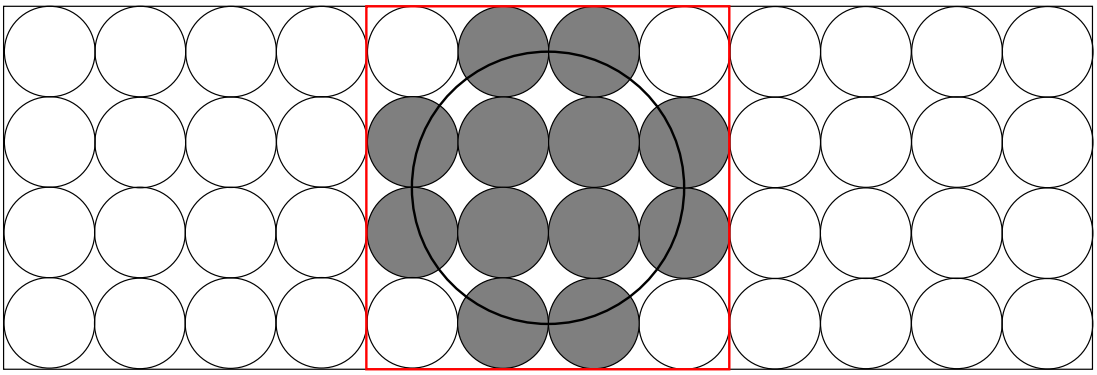


Figura 2.4: Modelo $M_{E_{48}}$ (ou $M_{C_{48}}$) resultante do empacotamento de 48 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,50 km.

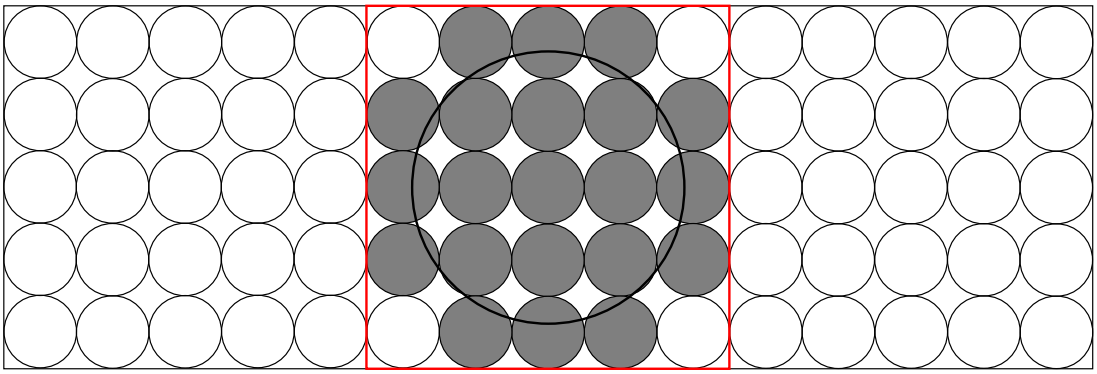


Figura 2.5: Modelo $M_{E_{75}}$ (ou $M_{C_{75}}$) resultante do empacotamento de 75 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,40 km.

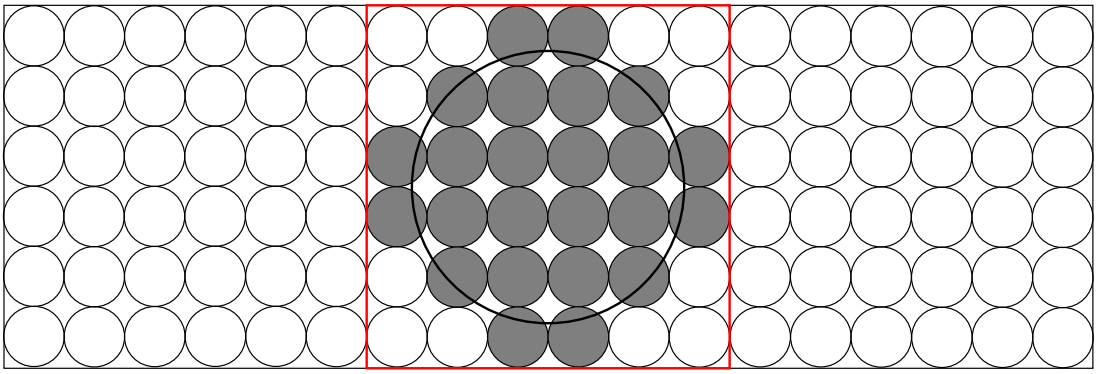


Figura 2.6: Modelo $M_{E_{108}}$ (ou $M_{C_{108}}$) resultante do empacotamento de 108 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,33 km.

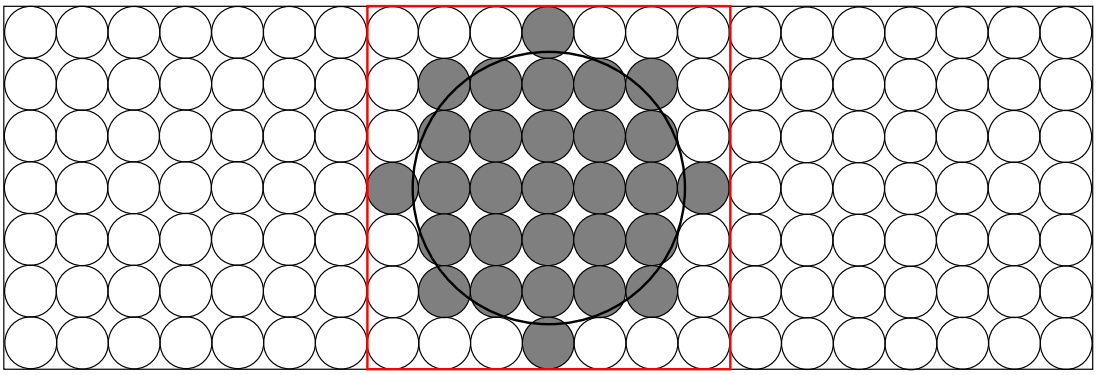


Figura 2.7: Modelo $M_{E_{147}}$ (ou $M_{C_{147}}$) resultante do empacotamento de 147 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,29 km.

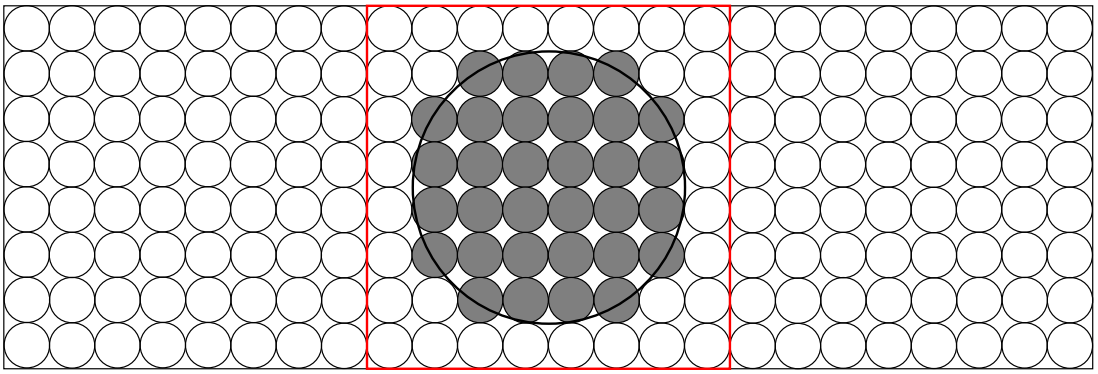


Figura 2.8: Modelo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$) resultante do empacotamento de 192 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,25 km.

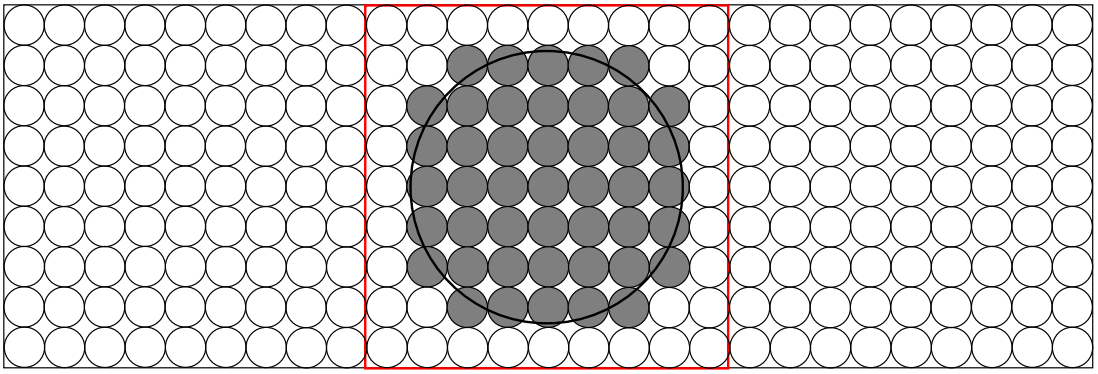


Figura 2.9: Modelo $M_{E_{243}}$ (ou $M_{C_{243}}$) resultante do empacotamento de 243 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,22 km.

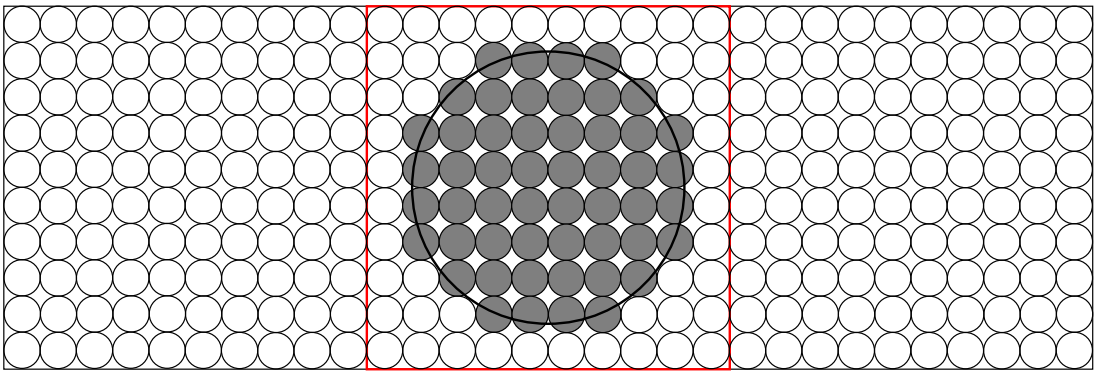


Figura 2.10: Modelo $M_{E_{300}}$ (ou $M_{C_{300}}$) resultante do empacotamento de 300 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,20 km.

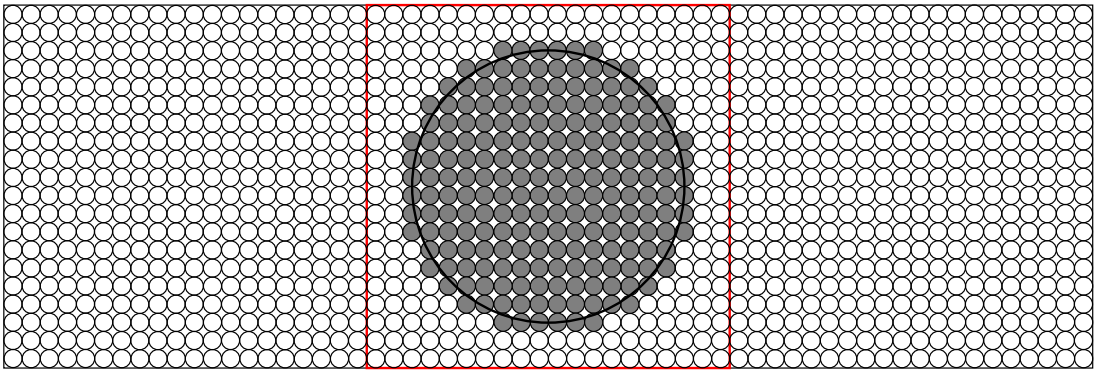


Figura 2.11: Modelo $M_{E_{1200}}$ (ou $M_{C_{1200}}$) resultante do empacotamento de 1200 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,10 km.

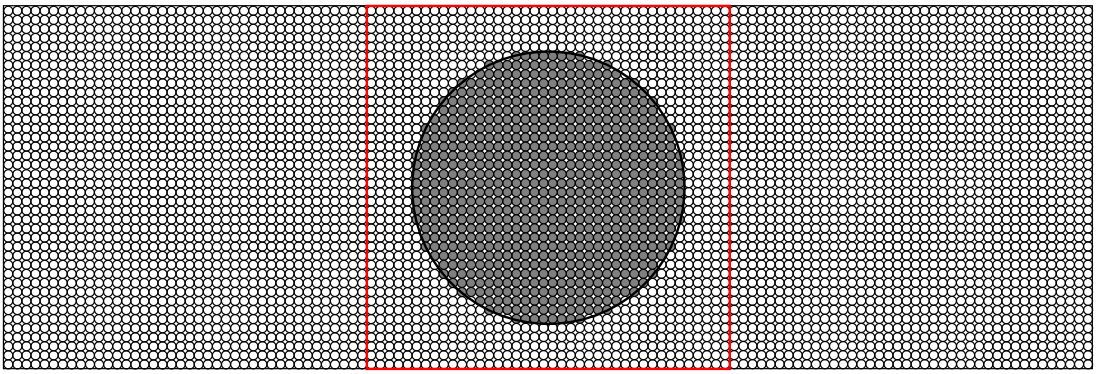


Figura 2.12: Modelo $M_{E_{4800}}$ (ou $M_{C_{4800}}$) resultante do empacotamento de 4800 elementos esféricos (ou cilíndricos) com raios de 0,05 km.

2.1 Parametrização por Esferas

A parametrização esférica consiste na representação de modelos gravimétricos por um conjunto de elementos esféricos homogêneos entre os quais a densidade pode variar. Neste

trabalho optou-se por organizar tal conjunto segundo um empacotamento cúbico. A partir daí, faz-se o cálculo da componente vertical da anomalia do campo gravitacional gerado por este conjunto de esferas que é apresentado sob a forma de perfis.

O cálculo da componente vertical do campo gravitacional (g_z), anomalia gravimétrica, produzida por uma única esfera é a seguinte (Fowler, 1990):

$$g_z(x) = \frac{4\pi G \Delta\rho r^3 z_c}{3[(x - x_c)^2 + z_c^2]^{3/2}}, \tag{2.2}$$

onde $4\pi G/3$ é igual a $2,79 \times 10^{-10} kg^{-1} m^3 s^{-2}$, r é o raio da esfera, x_c (z_c) é a coordenada horizontal (vertical) de seu contro, $\Delta\rho = \rho - \rho_e$ é o contraste entre a densidade da esfera (ρ) e a do ambiente rochoso no qual ela se encontra encaixada (ρ_e), e x é uma posição genérica na superfície. Para uma demonstração da Eq. (2.2) ver Apêndice B.

Que pode, também, ser escrita na forma (Fowler, 1990):

$$g_z(x) = 2,79 \times 10^{-10} \frac{\Delta\rho r^3 z_c}{[(x - x_c)^2 + z_c^2]^{3/2}}. \tag{2.3}$$

Se $\Delta\rho$ é dado em kg/m^3 e as variáveis de comprimento (r, x_c, z_c e x) em metros, a Eq. (2.3) deve ser multiplicada por 10^5 para que $g_z(x)$ seja dada em $mgal$.

O cálculo da contribuição de cada parâmetro do modelo é feito segundo o esquema da Figura 2.13.

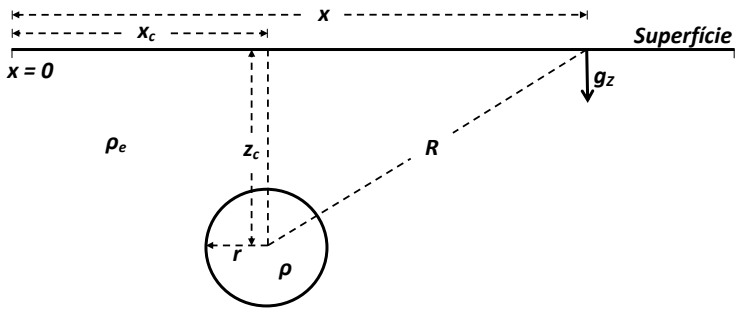


Figura 2.13: Esquema gráfico utilizado para o cálculo da anomalia gravimétrica produzida pela esfera e pela barra cilíndrica horizontal, ambas de raio r, na posição x da linha de aquisição na superfície de observação. A barra cilíndrica tem comprimento $2r$.

Cada elemento esférico (cilíndrico) possui quatro (cinco) parâmetros (r_k, x_{ck}, y_{ck}, $\Delta\rho_k$, (L_k)) e, portanto, o número de parâmetro em relação a cada empacotamento é $4n$ ($5n$), onde n é o número de elementos de parametrização de cada empacotamento. Entretanto, uma vez conhecido o número de elementos presentes no modelo calibrado, o número de parâmetros passa

ser os n contrastes de densidade de cada elemento, pois o centro e o raio (e o comprimento) dos elementos passam a ser fixos e conhecidos.

Sendo assim, o somatório das contribuições de todas as n esfera será escrito como:

$$g_{E_z}(x) = 2,79 \times 10^{-5} \sum_{k=1}^{n} \frac{(\rho_k - \rho_e) r_k^3 z_{ci}}{[(x - x_{ck})^2 + z_{ck}^2]^{3/2}} \text{ mgal}, \tag{2.4}$$

onde ρ_k é a densidade da k-ésima esfera, (x_{ck},z_{ck}) as coordenadas de seu centro, r_k seu raio, as densidades são dadas em kg/m^3 e as variáveis de comprimento em metros. Os raios foram fixados num único valor obtido através de calibração.

Duas observações devem ser consideradas: a primeira delas é que a anomalia gerada pela esfera aumenta quando o contraste de densidade (entre a esfera e o meio no qual ela se encontra encaixada) aumenta e a segunda é que quanto mais próxima a esfera estiver da superfície maior será o valor da anomalia causada por ela.

Foi efetuada uma calibração dos raios das esferas tomando-se como referência o modelo M_E. A calibração consiste no aumento dos raios das esferas do modelo M_{E_n} até que a anomalia gravimétrica por ele causada tenha a máxima aproximação com aquela causada por M_E. O índice n representa o número de esferas presentes no modelo M_{E_n}.

2.2 Parametrização por Barras Cilíndricas Horizontais

A parametrização por elementos cilíndricos horizontais é similar àquela por esferas exceto pelos elementos geométricos que neste caso são barras.

O cálculo da componente vertical da anomalia gravimétrica (g_z) produzida por uma única barra horizontal foi efetuado segundo a fórmula (Telford et al., 1976):

$$g_z(x) = \frac{G\pi\Delta\rho r^2 z_c}{[(x - x_c)^2 + z_c^2]} \times \left[\frac{2L}{[L^2 + (x - x_c)^2 + z_c^2]^{1/2}} \right], \tag{2.5}$$

que pode ser escrita como:

$$g_z(x) = \frac{2G\pi\Delta\rho r^2}{z_c[1 + (x - x_c)^2/z_c^2]} \times \left[\frac{1}{\{1 + [(x - x_c)^2 + z_c^2]/L^2\}^{1/2}} \right], \tag{2.6}$$

onde $2G\pi$ é uma constante que no S.I. vale $4,19 \times 10^{-10} kg^{-1} m^3 s^{-2}$, $\Delta\rho = \rho - \rho_e$ é o contraste entre as densidades ρ (do cilindro horizontal) e ρ_e (da rocha encaixante), r é o raio, L é seu semi-comprimento, x_c e z_c representam as coordenadas da posição de seu centro e x uma posição genérica sobre a linha de aquisição na superfície de observação.

O cálculo da contribuição de cada barra cilíndrica horizontal do modelo é feito segundo o esquema mostrado na Figura 2.13.

Se a densidade $\Delta\rho$ é dada em kg/m^3 e as grandezas de comprimento em metros, então g_z na Eq. (2.5) é dada em $mgal$ quando multiplicada por 10^5.

Assim, o somatório das contribuições das n barras cilíndricas horizontais (todas de comprimento $2L$ e raio r) será dada por:

$$g_{C_z}(x) = 4,19 \times 10^{-5} r^2 \sum_{k=1}^{n} \frac{(\rho_k - \rho_e)}{z_{ck}[1 + (x - x_{ck})^2/z_{ck}^2] \cdot \{1 + [(x - x_{ck})^2 + z_{ck}^2]/L^2\}^{1/2}} \text{ mgal}, \tag{2.7}$$

onde ρ_k é a densidade do k-ésimo cilindro dada em kg/m^3 e $(x_{ck},\ y_{ck})$, as coordenadas de seu centro, são dadas em metros assim como r, x e L. Neste trabalho o semi-comprimento L das barras foi considerado constante, apesar de estar dentro do somatório, o que pode ser feito com respeito ao raio r. Na análise de resultados estes fatos serão discutidos.

Os valores de anomalia gravimétrica foram calculadas em toda extensão horizontal dos modelos (12.000 m), pois como os modelos foram considerados com densidade constante (e igual a ρ_e) para além da referida extensão (e também abaixo da profundidade de 4.000 m), não ocorreram efeitos de borda. A Figura 2.14, ilustra tal situação.

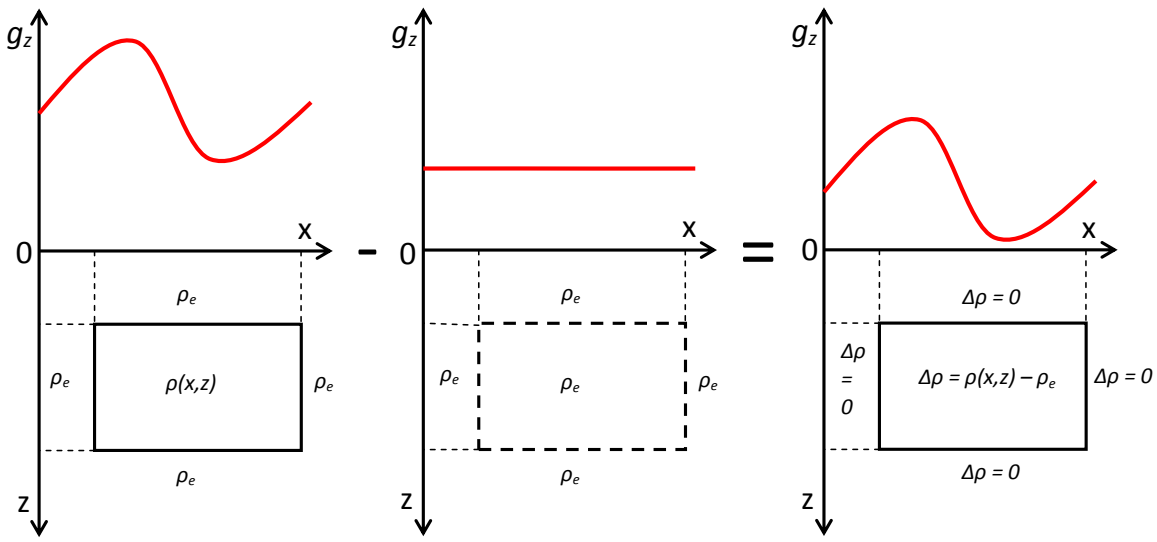


Figura 2.14: Obtenção do campo de contraste de densidades a partir da diferença entre o campo de densidades original e aquele homogêneo de densidade ρ_e.

CAPÍTULO 3

Resultados

Perfis de anomalia gravimétrica foram obtidos inicialmente para cinco modelos: da esfera enterrada com raio de 1,5 km (M_E), da barra cilíndrica horizontal enterrada com raio de 1,5 km e 3,0 km de comprimento (M_C), do domo de sal (M_I), da anticlinal (M_{II}) e o das falhas (M_{III}). O perfil da anomalia gravimétrica causado por M_E (M_C) serviu como referência para a calibração do raio das esferas (dos cilindros) na parametrização por elementos esféricos (cilíndricos).

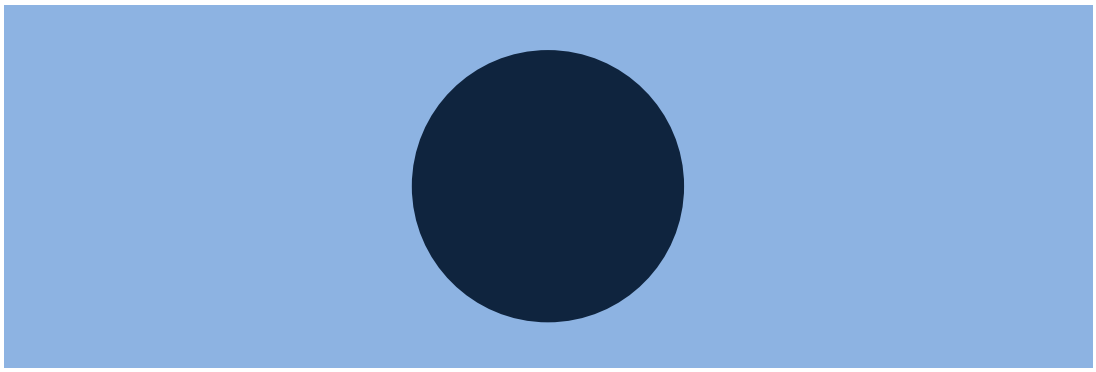


Figura 3.1: Imagem dos modelos de referência M_E e M_C, relativos à esfera e à barra cilíndrica enterradas, respectivamente. O modelo M_C é um cilindro horizontal perpendicular ao plano da página. As dimensões do modelo são 12,0 km de distância horizontal e 4,0 km de profundidade.

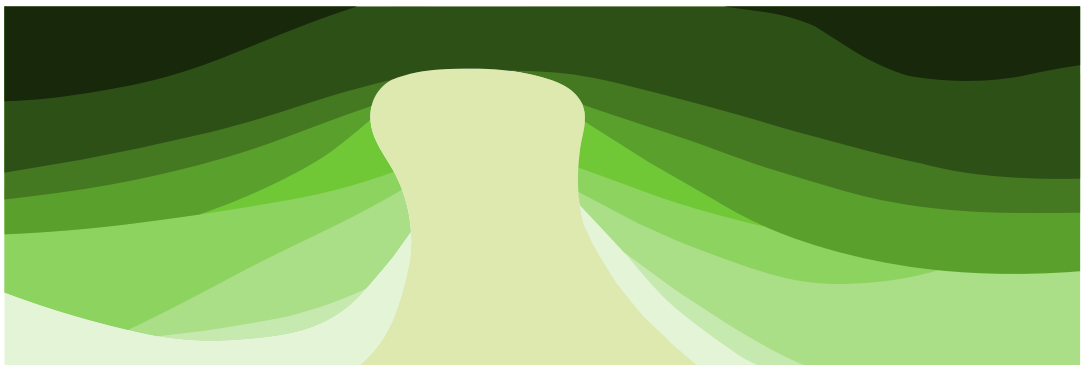


Figura 3.2: Modelo geológico do domo de sal (M_I). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade é de 4,0 km.

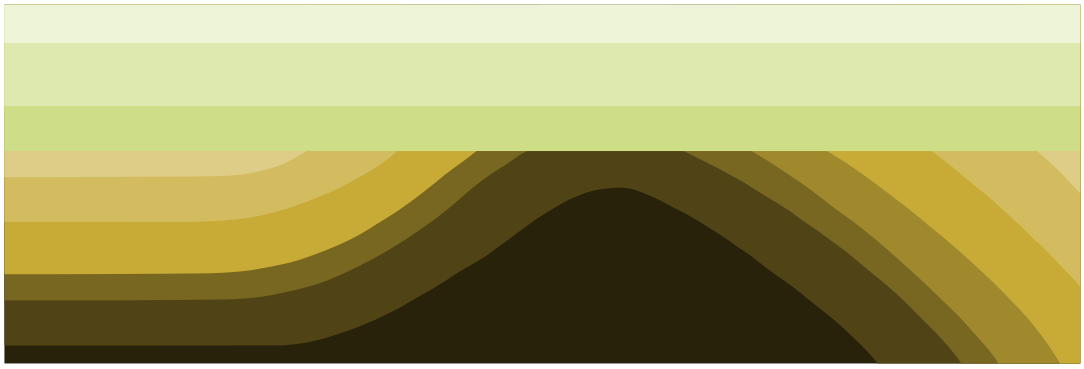


Figura 3.3: Modelo geológico de uma estrutura anticlinal erodida na charneira (discordância) e coberta com três camadas de sedimento sub-horizontais (M_{II}). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade de 4,0 km.

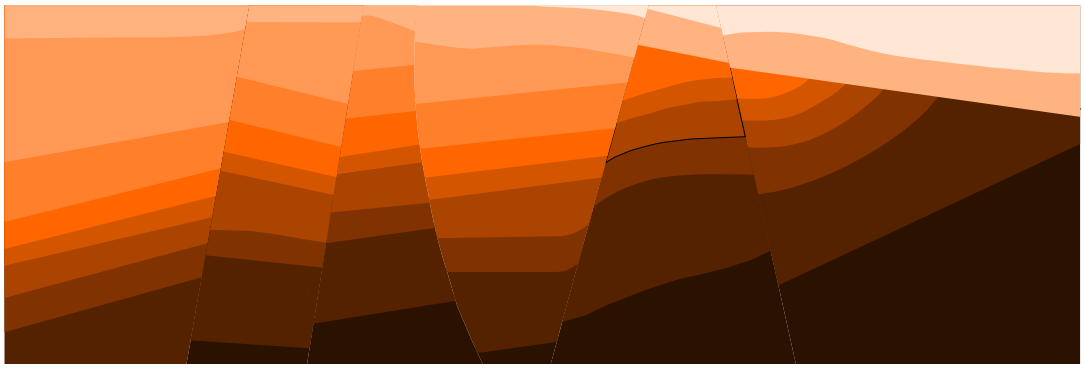


Figura 3.4: Modelo de um conjunto de falhas normais típicas de uma estrutura de rifte (M_{III}). Sua extensão horizontal é de 12,0 km e sua profundidade de 4,0 km.

Os dois modelos de referência e (M_E e M_C) foram utilizados para testar a validade dos programas utilizados. O passo seguinte foi escolher dentre as várias possibilidades de parametrização por elementos esféricos (cilíndricos) aquela que melhor aproxima o perfil de anomalia gravimétrica gerado pelo modelo M_E (M_C). Uma vez obtidas tais parametrizações (para cada caso: esferas e cilindros) elas são aplicadas aos modelos M_I, M_{II} e M_{III}.

Os modelos M_E e M_B têm os valores de densidades: de 3.000 kg/m^3 associada à esfera e à barra cilíndrica horizontal e de 2.250 kg/m^3 associada à rocha encaixante (que foi o valor de referência para todos os modelos). Essa densidade de referência foi escolhida como pertencente à faixa de valores de solos aluvionares para evitar o contraste de densidade entre os elementos geométricos da superfície e da rocha encaixante e também por ser um valor fácil de se obter no caso de levantamento de campo.

3.1 Calibração dos Raios

A parametrização por sólidos circulares (esferas e cilindros) apresentam algumas dificuldades. Estas formas não são capazes de cobrir totalmente o modelo deixando espaços vazios que fazem os valores totais das anomalias caírem em relação ao valor do modelo de referência associado e para compensar isso os raios das esferas sofreram um aumento. Esses aumentos devem ser os menores possíveis de forma que haja pouca sobreposição de elementos (sejam eles esféricos ou cilíndricos) e a configuração escolhida deve conter o mínimo de elementos geométricos possível, o que significa um menor número de parâmetros computacionais. Este detalhe é de grande importância, tendo em vista que possíveis algoritmos de inversão demandariam a menor quantidade possível de parâmetros, pois estas são as incógnitas do problema inverso que poderá ser tratado em desenvolvimentos futuros deste trabalho.

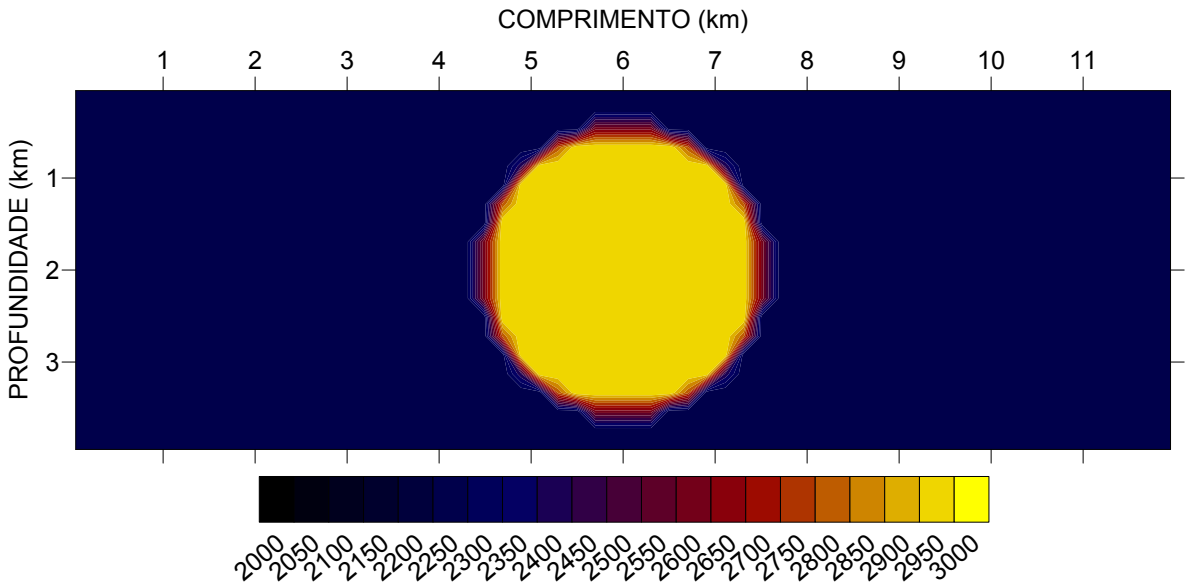


Figura 3.5: Imagem da distribuição numérica de densidades de rochas para os modelos do referência M_E e M_C. As densidades são dadas em kg/m^3

3.1.1 Calibração do Modelo de Esferas

A seguir, são apresentados perfis de anomalia gravimétrica causadas por vários modelos parametrizados por elementos esféricos comparativamente àquele causado por M_E.

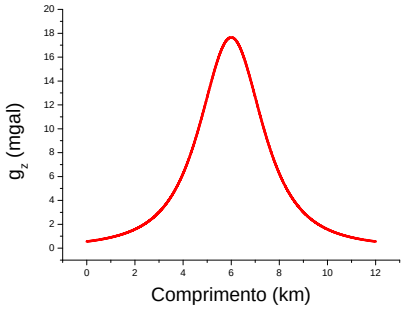


Figura 3.6: Perfil da anomalia gravimétrica do modelo de referência da esfera enterrada M_E com raio de 1,5 km e coordenadas de centro $x_c = 6{,}0\ km$ e $z_c = 2{,}0\ km$.

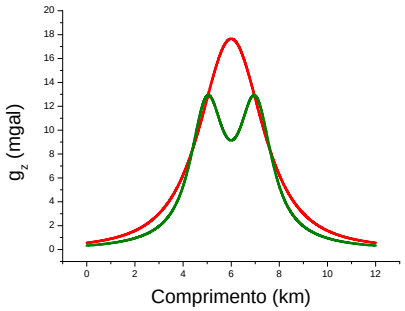
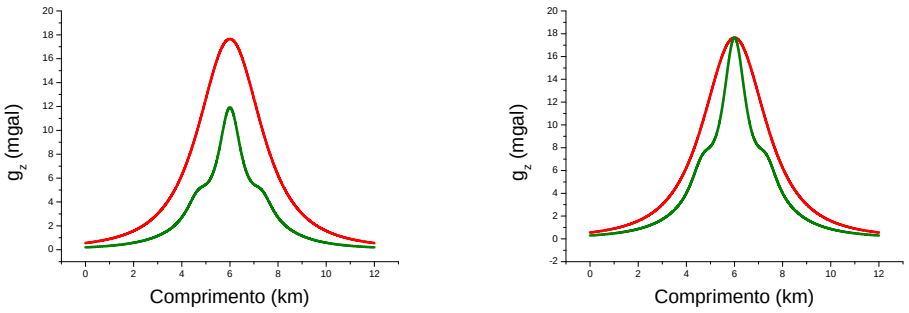
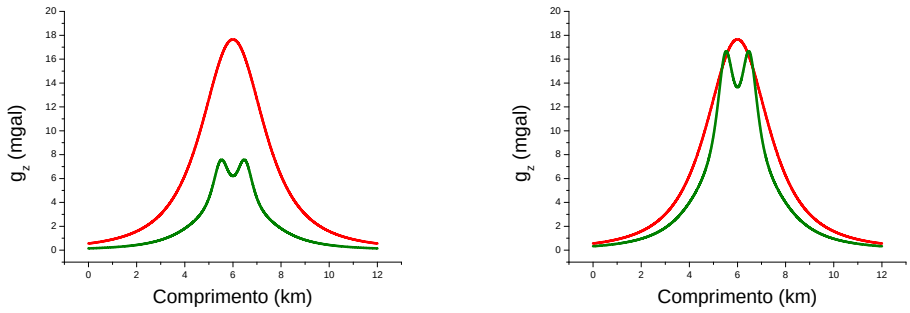


Figura 3.7: Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_E (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{E_{12}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios das esferas.



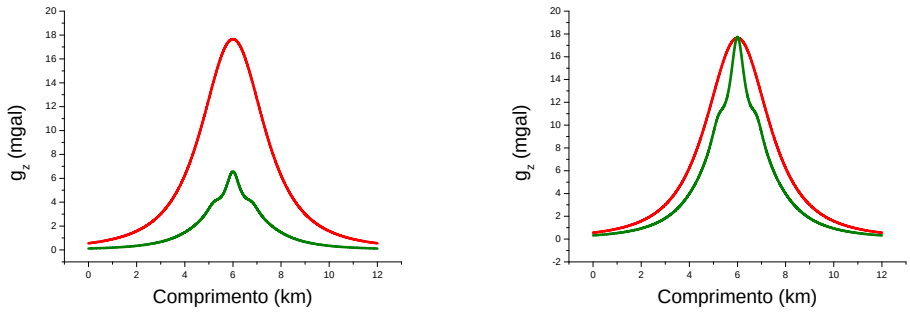
(a) (b)

Figura 3.8: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{27}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}76\ km$



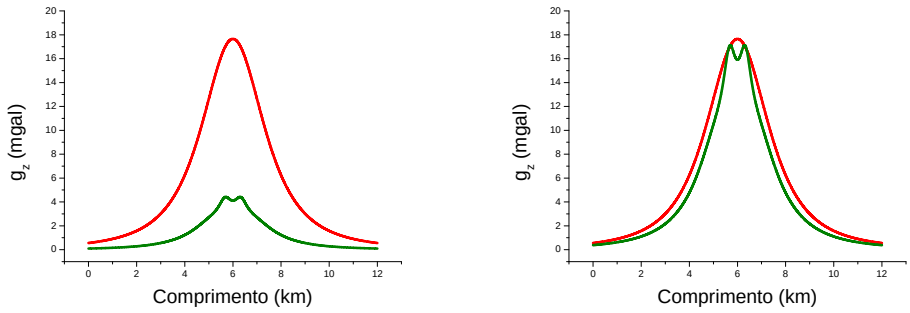
(a) (b)

Figura 3.9: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{48}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}65\ km$.



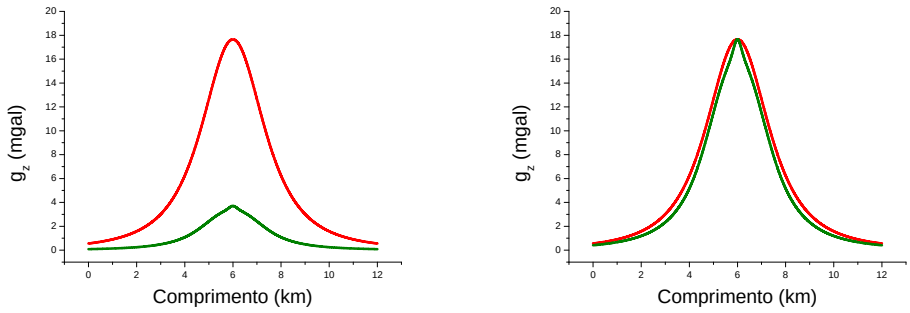
(a) (b)

Figura 3.10: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{75}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}557\ km$.



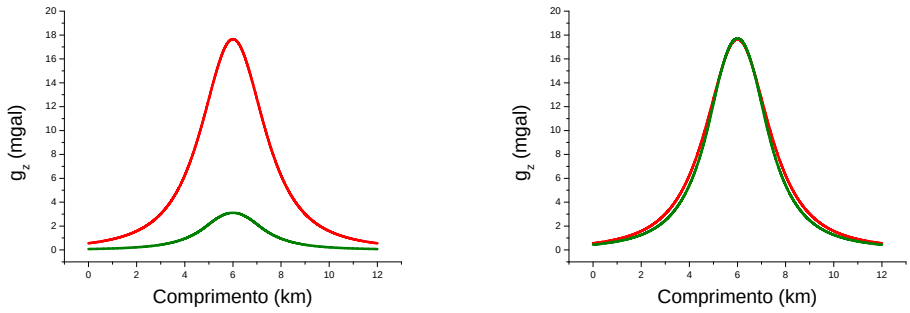
(a) (b)

Figura 3.11: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{108}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}45\ km$.



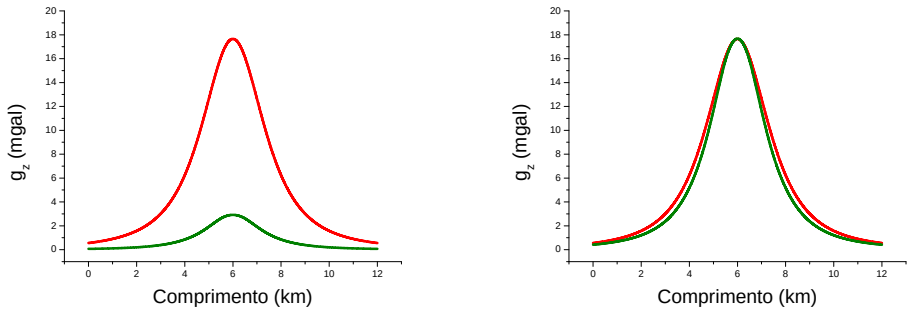
(a) (b)

Figura 3.12: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{147}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}48\ km$.



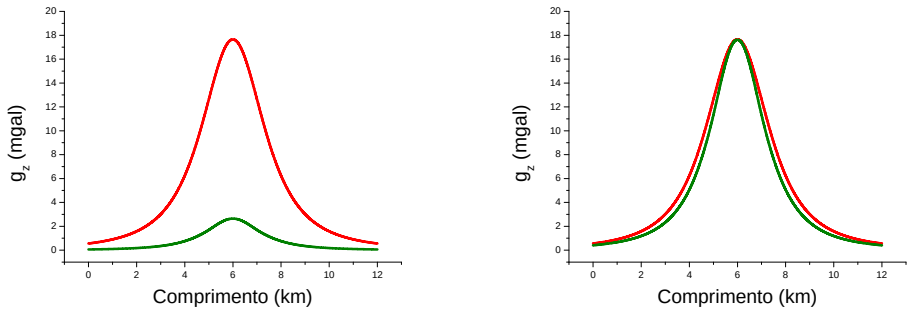
(a) (b)

Figura 3.13: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{192}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}44\ km$.



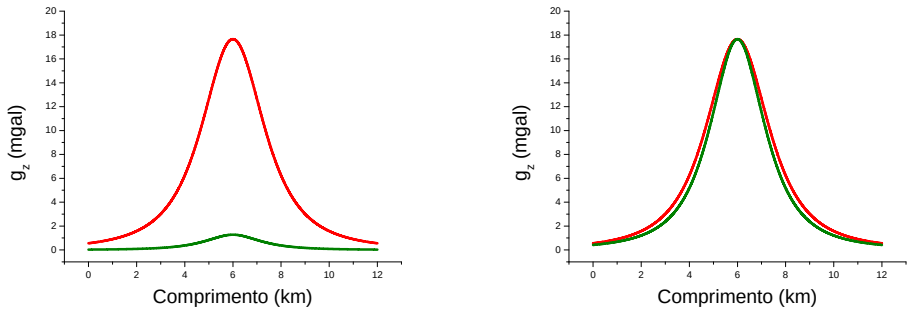
(a) (b)

Figura 3.14: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{243}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}405\ km$.



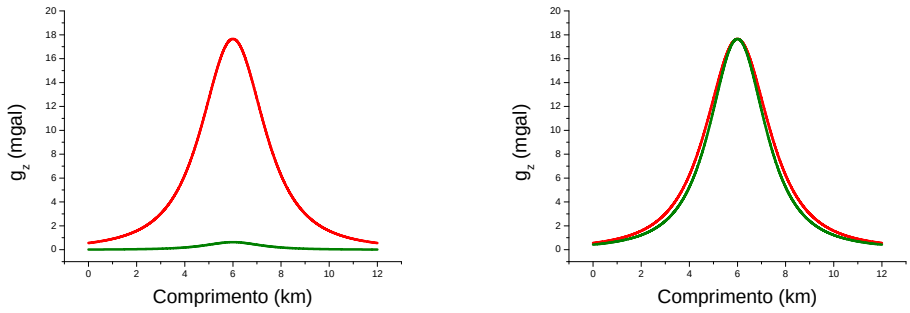
(a) (b)

Figura 3.15: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{300}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}3765\ km$.



(a) (b)

Figura 3.16: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{1200}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}24\ km$.



(a) (b)

Figura 3.17: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_E (em vermelho) e por $M_{E_{4800}}$ (em verde) antes (a) e depois (b) da calibração do raio que atingiu o valor $r \approx 0{,}1518\ km$.

A Tabela 3.1 mostra valores usados na modelagem por esferas: empacotamentos, raios, número de esferas e variação dos raios. Tais valores foram testados e obtidos na calibração usando modelos parametrizados por elementos esféricos.

Modelo	Nº de Esferas	Raios (km)	ΔR (km)	ΔR (%)	Δg_{dilat} (%)
M_E	3	1,50	0,0000	0,00	–
$M_{E_{12}}$	12	1,00	0,0000	0,00	–
$M_{E_{27}}$	27	0,67	0,0900	13,00	29,53
$M_{E_{48}}$	48	0,50	0,1500	30,00	23,84
$M_{E_{75}}$	75	0,40	0,1570	39,25	27,65
$M_{E_{108}}$	108	0,33	0,1200	36,00	16,27
$M_{E_{147}}$	147	0,29	0,1900	66,50	12,01
$M_{E_{192}}$	192	0,25	0,1900	76,00	07,06
$M_{E_{243}}$	243	0,22	0,1850	83,25	09,90
$M_{E_{300}}$	300	0,20	0,1765	88,25	11,54
$M_{E_{1200}}$	1200	0,10	0,1400	140,00	10,44
$M_{E_{4800}}$	4800	0,05	0,1018	203,60	09,60

Tabela 3.1: Listagem de resultados obtidos na comparação entre os perfis de anomalia gravimétrica gerados pelo modelo de referência M_E e aqueles parametrizados por elementos esféricos. O objetivo é encontrar um destes últimos que aproxima satisfatoriamente o perfil gerado por M_E e seja constituído pela menor quantidade possível de elementos esférico. O modelo encontrado é usado na representação de modelos geológicos de densidade sobre os quais se realizará a modelagem das anomalias gravimétricas. O valor de ΔR representa a dilatação realizada no raio e Δg_{dilat} fornece a diferença relativa aproximada entre os perfis gerados por M_E e M_{E_n} com esferas dilatadas.

O modelo $M_{E_{192}}$ foi o que mostrou melhor aproximação em relação ao modelo de referência M_E usando o menor número de parâmetros. Portanto, ele foi o escolhido para ser aplicado aos modelos geológicos M_I, M_{II} e M_{III}. Em $M_{E_{192}}$ o raio sofreu um aumento de 76% em relação ao seu valor inicial de 0,25 km.

3.1.2 Calibração do Modelo de Barras Cilíndricas Horizontais

A seguir, são apresentados perfis de anomalia gravimétrica causada por vários modelos parametrizados por elementos cilíndricos horizontais comparativamente àquele causado por M_C.

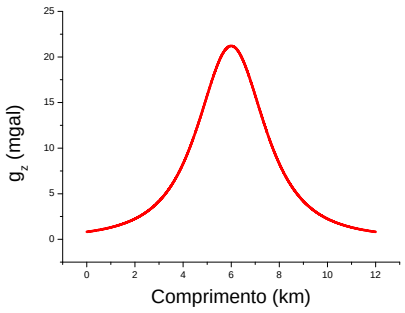


Figura 3.18: Perfil da anomalia gravimétrica do modelo de referência da barra cilíndrica enterrada M_C com raio e comprimento iguais à 1,5 km.

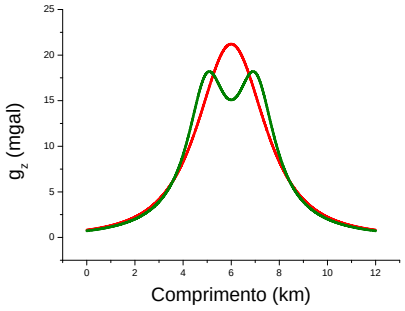


Figura 3.19: Perfil da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{C_{12}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios dos cilindros.

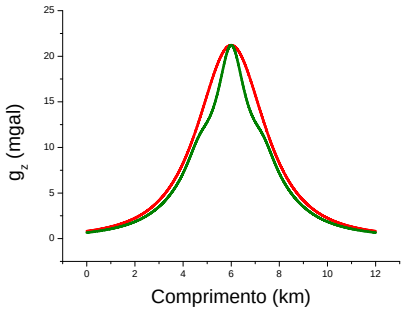
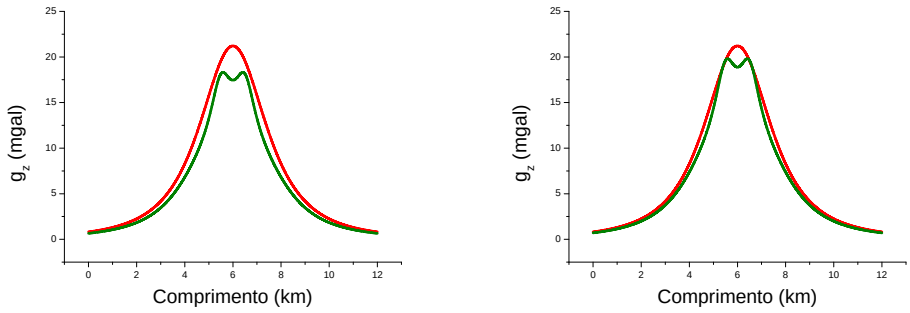
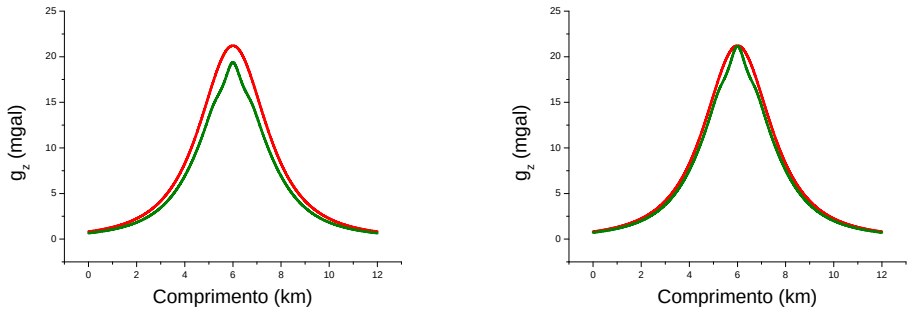


Figura 3.20: Perfil da anomalia gravimétrica causada por M_C (linha vermelha) em comparação com aquele produzido pelo modelo $M_{C_{27}}$ (linha verde). Neste empacotamento não foi realizada a calibração (dilatação) dos raios dos cilindros.



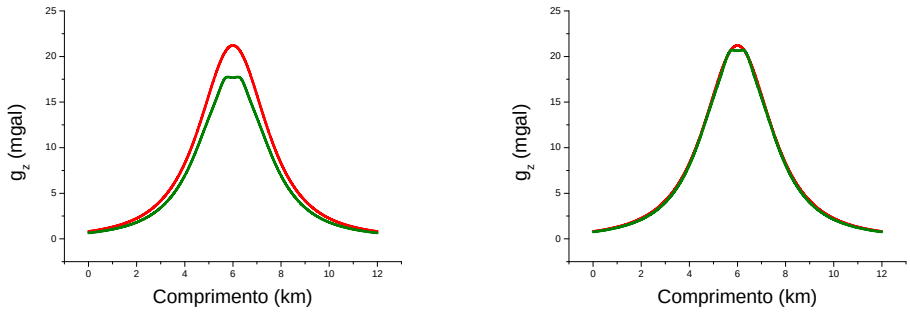
(a) (b)

Figura 3.21: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{48}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}52\ km$.



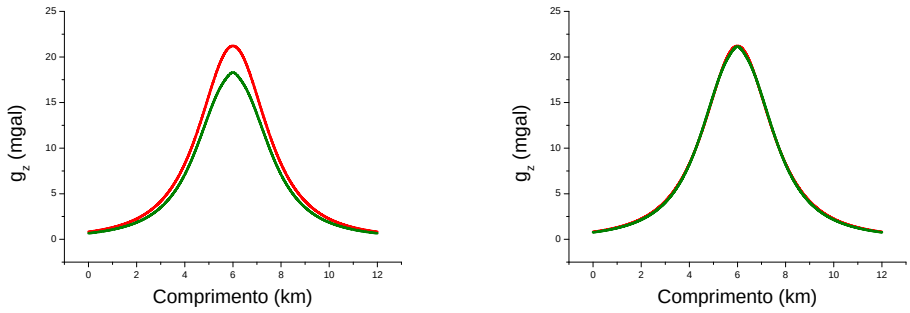
(a) (b)

Figura 3.22: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{75}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}418\ km$.



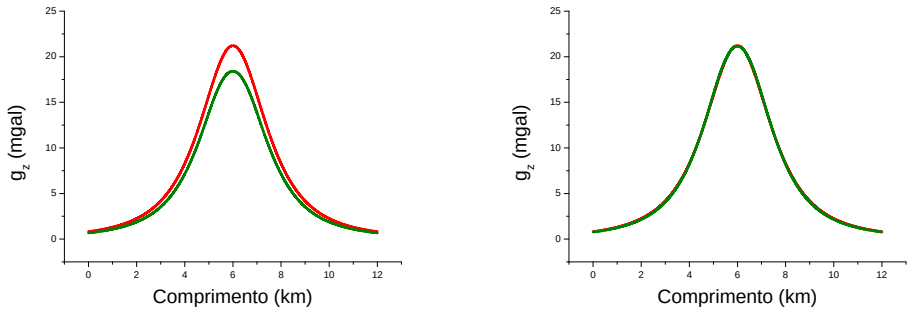
(a) (b)

Figura 3.23: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{108}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}36\ km$.



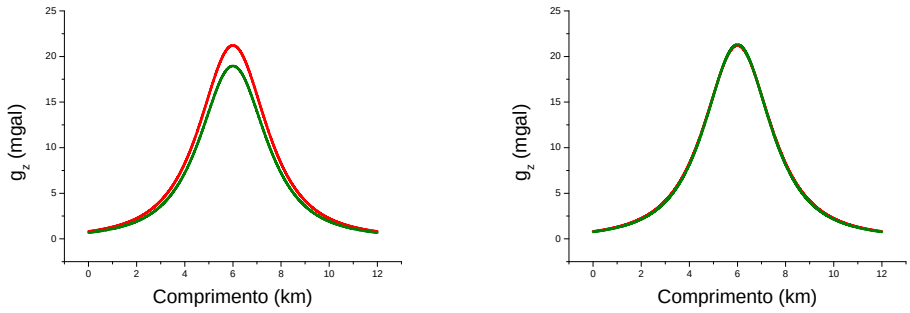
(a) (b)

Figura 3.24: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{147}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}31\ km$.



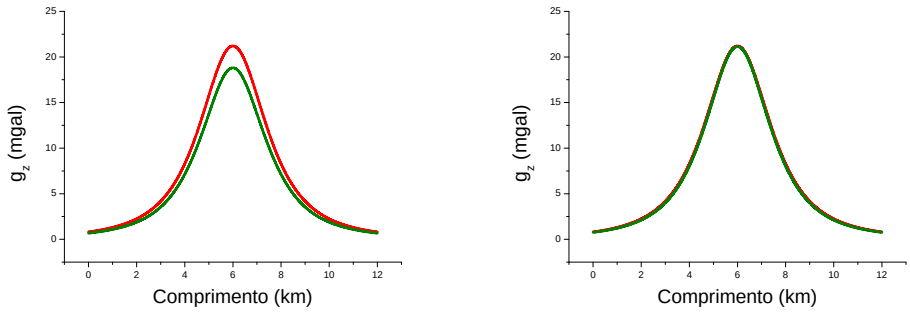
(a) (b)

Figura 3.25: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{192}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}268\ km$.



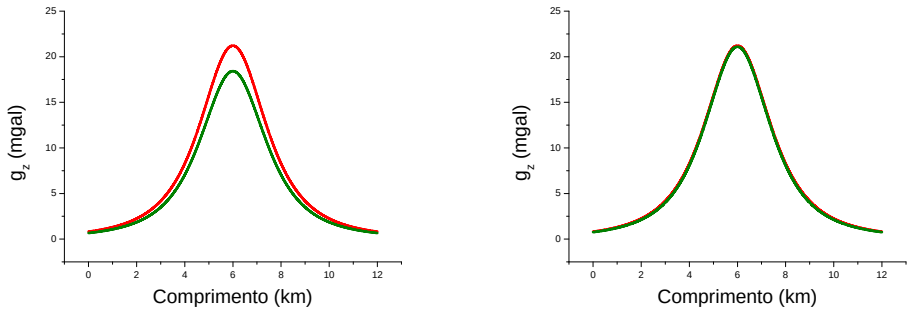
(a) (b)

Figura 3.26: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{243}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}236\ km$.



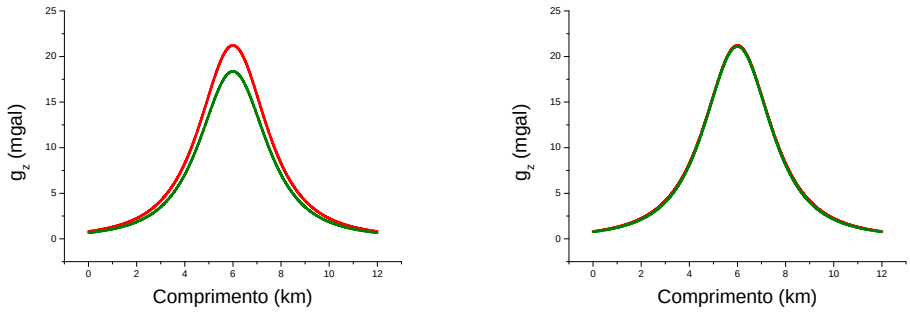
(a) (b)

Figura 3.27: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{300}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}212\ km$.



(a) (b)

Figura 3.28: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{1200}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}107\ km$.



(a) (b)

Figura 3.29: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_C (em vermelho) e por $M_{C_{4800}}$ antes (a) e depois (b) da calibração dos raios. O raio dilatado obtido que melhor aproximou as duas curvas foi $r \approx 0{,}0536\ km$.

A Tabela 3.2 mostra valores usados na modelagem por barras cilíndricas horizontais: empacotamentos, raios, número de barras e variação dos raios. Tais valores foram testados e obtidos na calibração usando modelos parametrizados por elementos cilíndricos.

Modelo	Nº de Cilindros	Raios (km)	ΔR (km)	ΔR (%)	Δg_{dilat} (%)
M_C	3	1,50	0,0000	0,00	–
$M_{C_{12}}$	12	1,00	0,0000	0,00	–
$M_{C_{27}}$	27	0,67	0,0000	0,00	–
$M_{C_{48}}$	48	0,50	0,0200	4,00	15,28
$M_{C_{75}}$	75	0,40	0,0180	4,50	15,64
$M_{C_{108}}$	108	0,33	0,0300	9,00	16,23
$M_{C_{147}}$	147	0,29	0,0200	5,95	14,43
$M_{C_{192}}$	192	0,25	0,0180	7,20	13,49
$M_{C_{243}}$	243	0,22	0,0160	7,20	12,09
$M_{C_{300}}$	300	0,20	0,0120	6,00	13,20
$M_{C_{1200}}$	1200	0,10	0,0070	7,00	14,49
$M_{C_{4800}}$	4800	0,05	0,0036	7,00	14,52

Tabela 3.2: Listagem de resultados obtidos na comparação entre os perfis de anomalia gravimétrica gerados pelo modelo de referência M_C e aqueles parametrizados por elementos cilíndricos. O objetivo é encontrar um destes últimos que aproxima satisfatoriamente o perfil gerado por M_C e seja constituído pela menor quantidade possível de elementos cilíndricos. O modelo encontrado é usado na representação de modelos geológicos de densidade sobre os quais se realizará a modelagem das anomalias gravimétricas. O valor de ΔR representa a dilatação realizada no raio e Δg_{dilat} fornece a diferença relativa aproximada entre os perfis gerados por M_C e M_{C_n} com cilindros dilatadas.

O Modelo $M_{C_{192}}$ foi o que mostrou melhor aproximação em relação ao modelo de referência M_C usando o menor número de parâmetros. Portanto, ele foi o escolhido para ser aplicado aos modelos geológicos M_I, M_{II} e M_{III}. Em $M_{C_{192}}$ o raio sofreu um aumento de 7,2% em relação ao seu valor inicial de 0,25 km.

3.2 Aplicação nos Modelos Geológicos

Nos dois experimentos realizados, os modelos escolhidos (levando-se em conta o grau de aproximação do perfil gerado por M_E e M_C e o número de elementos usados) foram, em cada caso, $M_{E_{192}}$ e $M_{C_{192}}$.

A seguir serão exibidos os modelos geológicos de densidades M_I, M_{II} e M_{III} como imagens interpoladas dos dados dos modelos digitais que são compostos de 4800 pontos dispostos regularmente sobre os modelos. Tais modelos de densidades serão representados por $M_{E_{192}}$ e $M_{C_{192}}$ que permitirão o cálculo dos perfis de anomalia gravimétrica. Os modelos M_I e M_{III} foram alteradas para conter uma camada superficial de aluvião de no mínimo 0,5 km de profundidade. Essa alteração garantiu a não influência das camadas mais rasas de elementos, o que fez com que os perfis fossem suavizados.

Com a finalidade de anular a influência das camadas mais superficiais e evitar a influência dos espaços não cobertos pelos elementos esféricos (ou cilíndricos) que causam abruptas quedas nos valores da anomalia gravimétrica total, atribuiu-se ao valor de referência da densidade o seu valor na camada superficial, que nos modelos aqui apresentados foi uma camada de aluvião ($\rho_e = 2.250\ kg/m^3$), o que causou contraste de densidade zero na camada superficial e em regiões externas àquela na qual o modelo é considerado.

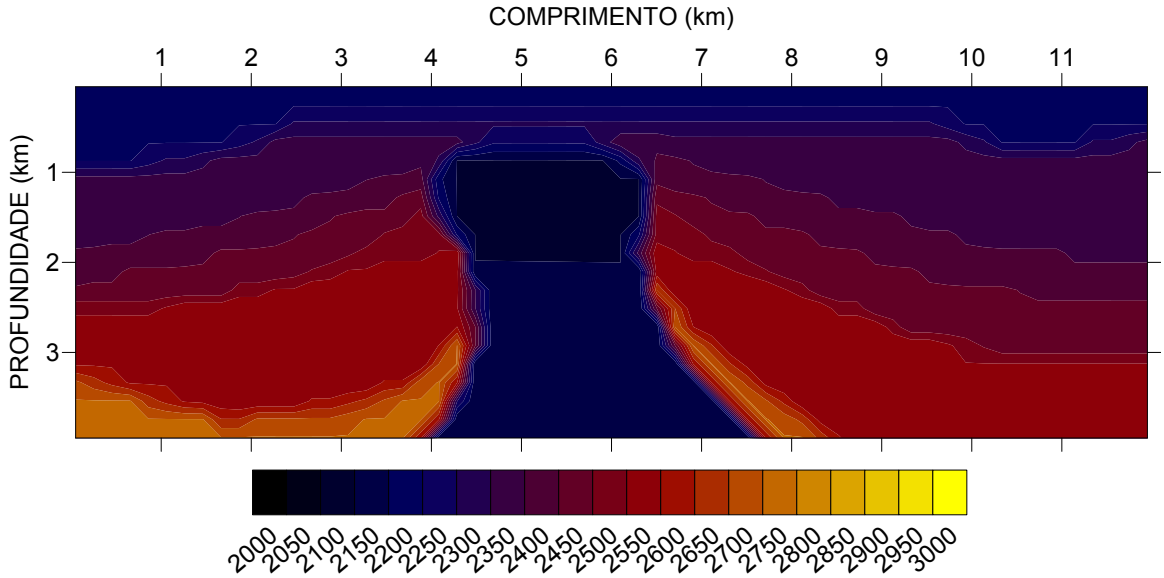


Figura 3.30: Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo do domo de sal (M_I) mostrando camada superficial de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3.

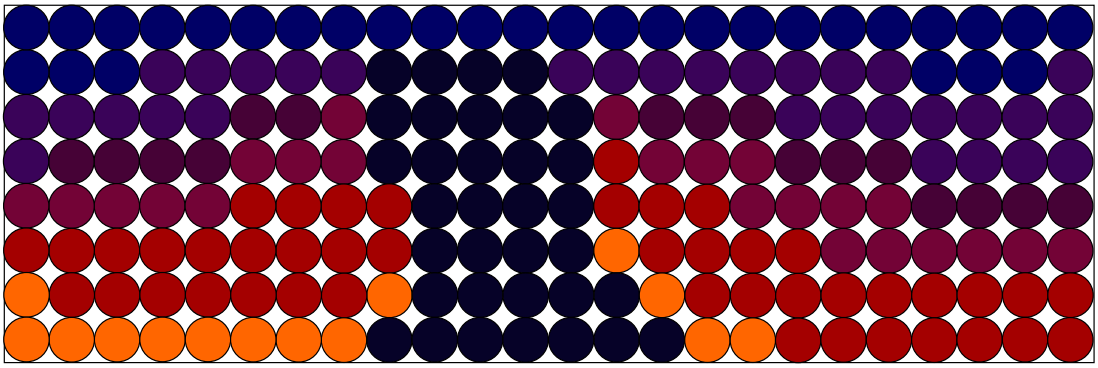


Figura 3.31: Representação do modelo M_I através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$).

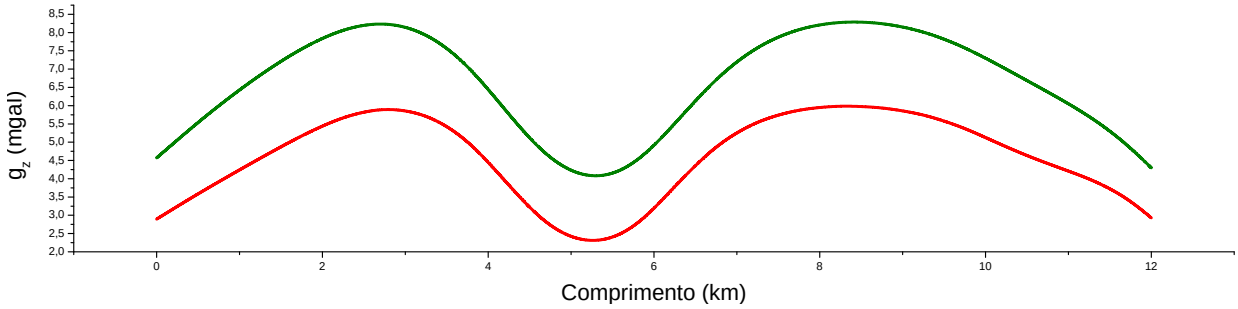


Figura 3.32: Perfis de anomalia gravimétrica produzidos por M_I parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde).

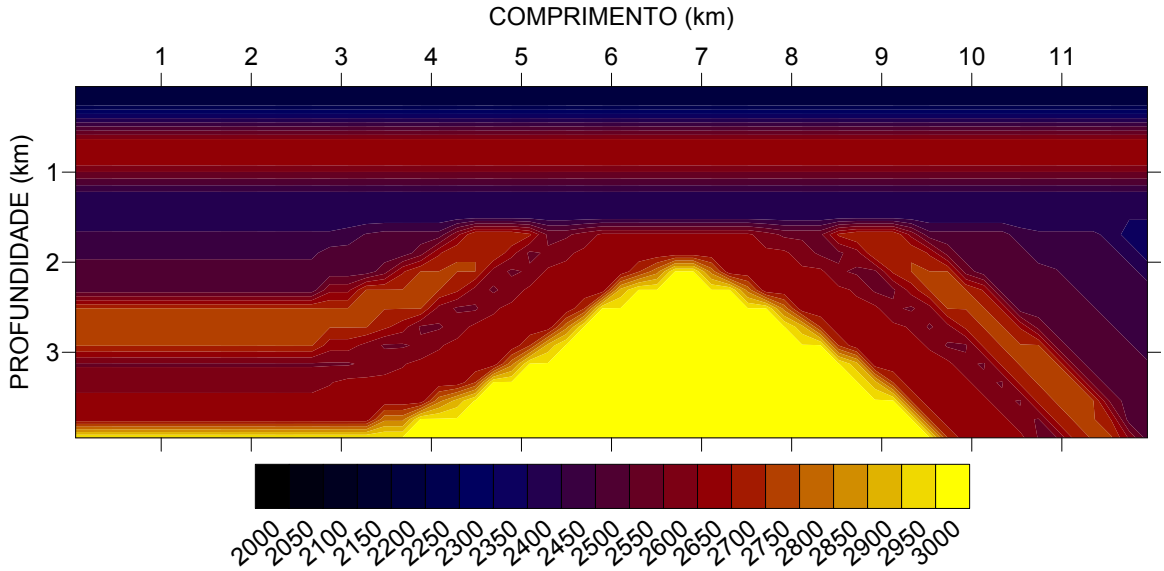


Figura 3.33: Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo da anticlinal (M_{II}) mostrando camada superficial de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3.

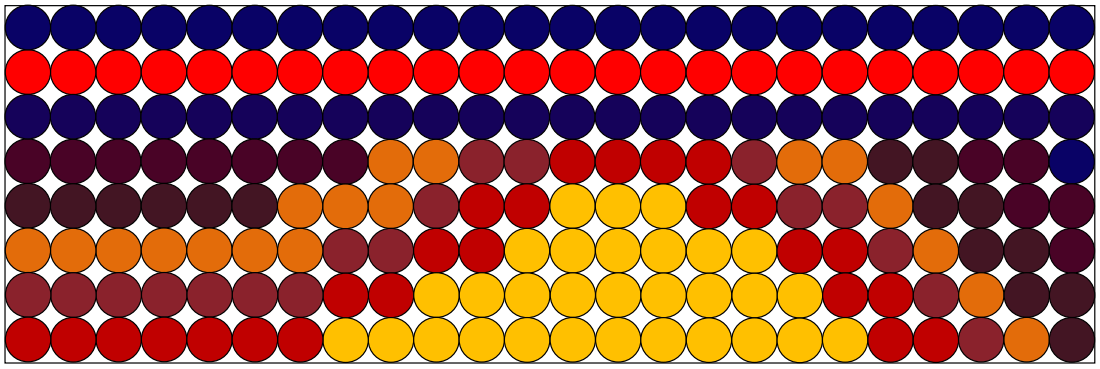


Figura 3.34: Representação do modelo M_{II} através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$).

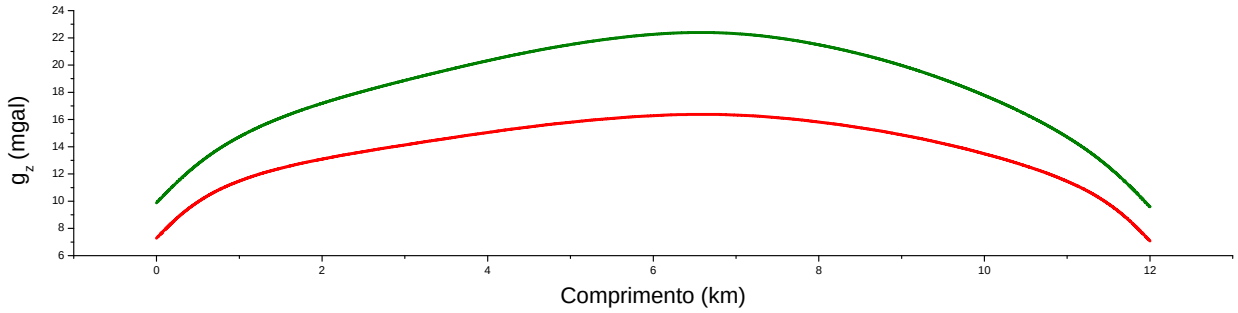


Figura 3.35: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_{II} parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde).

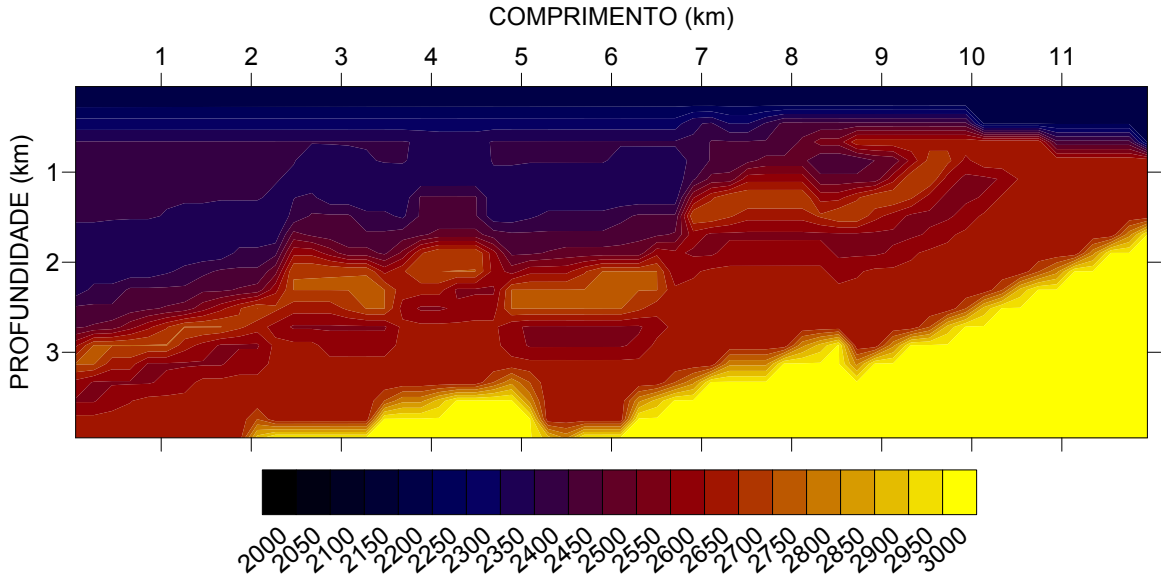


Figura 3.36: Imagem da interpolação dos valores de densidades do modelo de falhas (M_{III}) mostrando camada de 0,5 km de espessura de aluvião recobrindo o sistema. As densidades são dadas em kg/m^3.

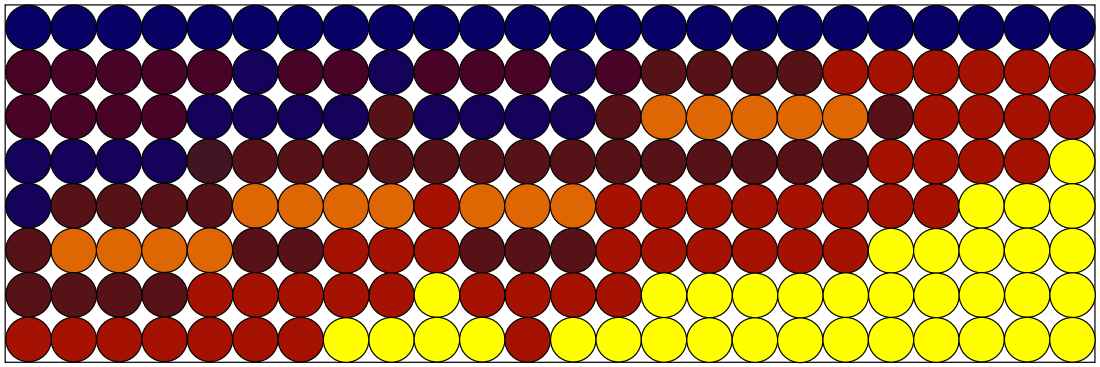


Figura 3.37: Representação do modelo M_{III} através de um modelo parametrizador do tipo $M_{E_{192}}$ (ou $M_{C_{192}}$).

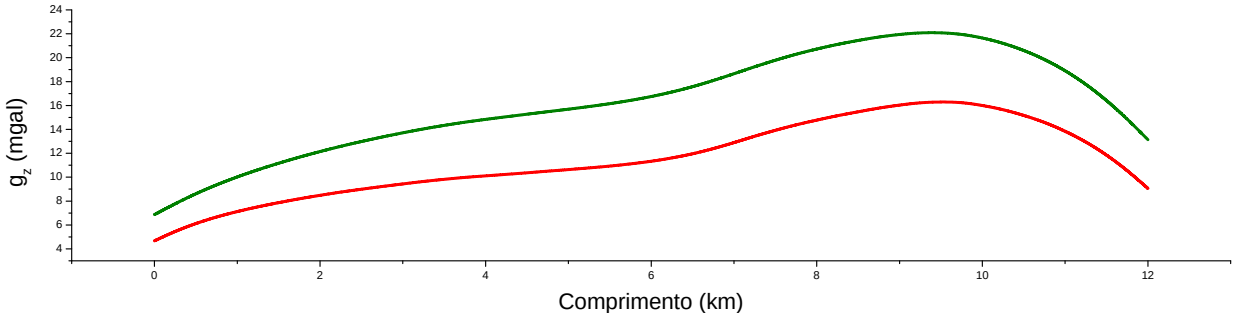


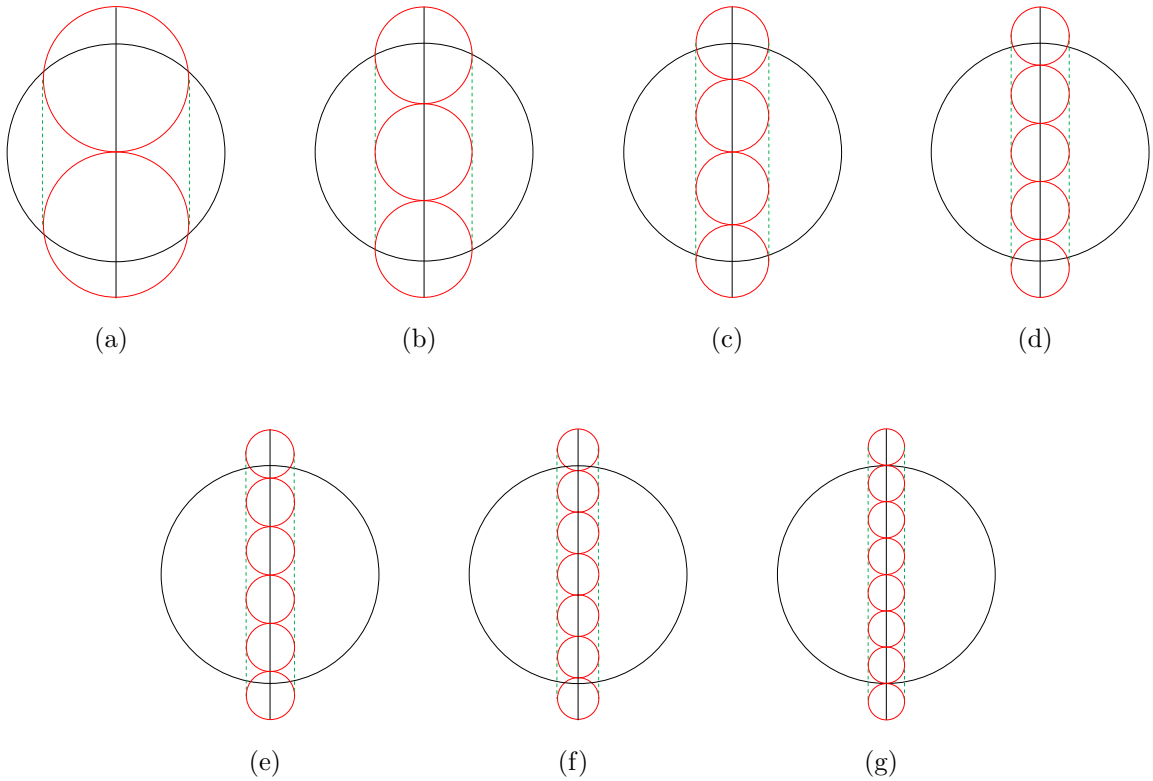
Figura 3.38: Perfis de anomalia gravimétrica gerados por M_{III} parametrizado por $M_{E_{192}}$ (em vermelho) e $M_{C_{192}}$ (em verde).

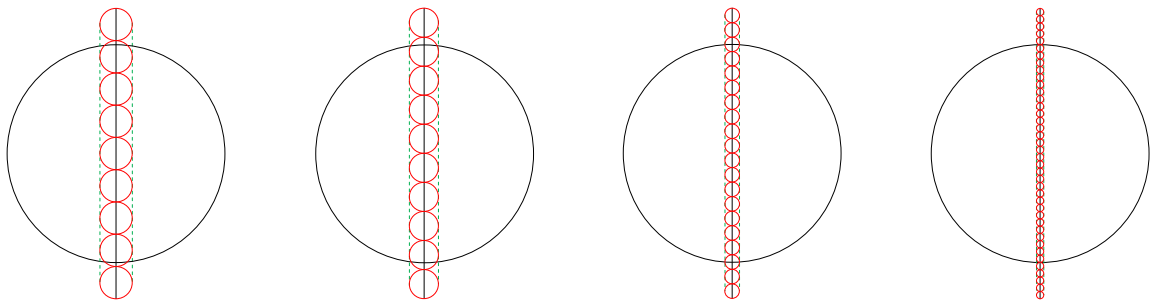
Todos os perfis apresentaram-se coerentes com os modelos geológicos. Para cada modelo as anomalias causadas pelas duas deferentes parametrizações (por elementos esféricos e cilíndricos) exibem comportamentos análogos. Elas só diferiram em magnitude, pois a anomalia causada por $M_{C_{192}}$ pode ser vista em termos aproximativos, como aquela produzida por $M_{E_{192}}$ deslocada verticalmente para cima. No capítulo posterior será discutido os motivos das diferenças de magnitudes entre as parametrizações por esfera e por cilindros horizontais apesar de ambas descreverem com sucesso a distribuição de densidades das litologias envolvidas.

CAPÍTULO 4

Análise dos Resultados

Era esperado que as anomalias totais calculadas em cada parametrização apresentassem valores ligeiramente menores em relação à anomalia do modelo de referência M_E pelo fato das esferas não cobrirem a totalidade da única esfera presente em M_E. Houve um progressivo decréscimo da magnitude da referida anomalia à medida que o modelo era parametrizado com esferas cada vez menores. Este fato ocorreu, pois a "parede" de "tijolos" esféricos diminui de espessura com a diminuição dos raios das esferas. Isto é, a placa constituída de esferas tem a sua massa diminuída, devido à diminuição de sua espessura, consequentemente, ocorre uma diminuição da anomalia gravimétrica. O mesmo não acontece no caso da "parede" com "tijolos" cilíndricos, ou melhor, a espessura dele não diminui com a diminuição do raio dos cilindros, ela permanece constante. Por conta disto, visando compensar tal perda de massa, os raios das esferas a cada parametrização sofreram um gradativo aumento percentual em relação aos raios iniciais que variaram desde 13% para o caso do modelo $M_{E_{27}}$ à 203% para o caso do modelo $M_{E_{4800}}$.





(h) (i) (j) (k)

Figura 4.1: Cortes transversais da "parede" formada por "tijolos" esféricos mostrando a redução de espessura e; em consequência, da massa em relação ao modelo de referência M_E devido à diminuição dos raios esféricos. A sequência de situações ilustradas: (a) $M_{E_{12}}$, (b) $M_{E_{27}}$, (c) $M_{E_{48}}$, (d) $M_{E_{75}}$, (e) $M_{E_{108}}$, (f) $M_{E_{147}}$, (g) $M_{E_{192}}$, (h) $M_{E_{243}}$, (i) $M_{E_{300}}$, (j) $M_{E_{1200}}$ e (k) $M_{E_{4800}}$ mostra como é severa a diminuição de massa da placa de esferas relativamente a M_E.

No casos da parametrização por cilindros horizontais a espessura dos empacotamentos não se alteram à medida que os raios dos cilindros são diminuídos pois a espessura das barras permanece constante durante todo o processo de modelagem e portanto a magnitude da anomalia total se mantêm relativamente constante e ligeiramente menores que a magnitude da anomalia gravimétrica causada pelo modelo M_C. Nesse caso os aumentos percentuais dos raios variam de 4% a 9%. O menor aumento percentual foi apresentado pelo modelo $M_{C_{48}}$ e o maior pelo modelo $M_{C_{108}}$.

No plano vertical, que contém a linha de aquisição, a área de vazios permanece constante com a diminuição do raio dos elementos, entretanto, no caso de elementos esféricos, o volume de vazios diminui, tendo em vista que apenas uma placa vertical de elementos esféricos é considerada. Em todos os empacotamentos, os vazios que causavam a diferença de magnitude entre os perfis causados pelos modelos com elementos esféricos e cilíndricos e aqueles causados pelo modelo de referência foi compensada com a dilatação dos raios das esferas (ou dos cilindros) mantendo as mesmas densidades originais.

Após calibração dos raios, resultados mostraram que os modelos parametrizados por elementos cilíndricos aproximaram melhor o perfil da anomalia gravimétrica, causada pelo respectivo modelo de referência, do que aquele parametrizado por elementos esféricos.

As duas parametrizações aplicadas aos modelos apresentaram também, ótima correlação com os modelos geológicos no que tange a distribuição de densidades para cada modelo. As Figuras 3.32, 3.35 e 3.38 mostram claramente como, com as duas parametrizações, os perfis seguem um mesmo padrão para as distribuições de densidades referentes a cada modelo geológico, a menos das magnitudes das anomalias gravimétricas totais para cada modelo.

Isto é, as anomalias causadas por $M_{C_{192}}$ podem ser vistas em termos aproximativos, como aquela produzida por $M_{E_{192}}$ deslocada verticalmente para cima.

CAPÍTULO 5

Conclusões

As parametrizações por barras cilíndricas horizontais apresentaram melhor aproximação da anomalia gravimétrica causada pelo modelo de referência da única barra cilíndrica horizontal enterrada em comparação com a parametrização por esferas e o modelo de referência da esfera enterrada. Em face disso, concluo que a parametrização por barras cilíndricas horizontais é mais indicado para modelagens gravimétricas 2D e 3D com isotropia de densidades em uma das direções horizontais (mais especificamente, naquela perpendicular à linha de aquisição) e a parametrização por esferas é mais indicado para modelagens 3D com anisotropia de densidades em todas as direções.

A parametrização por elementos esféricos e cilíndricos requer a anulação da influência das camadas mais superficiais afim de evitar a influência dos espaços não cobertos pelos elementos que causam abruptas quedas nos valores da anomalia gravimétrica total.

Nos modelos geológicos os perfis de anomalia gravimétrica, obtidos através das parametrizações com os empacotamentos escolhidos, apresentaram boa aproximação com respeito aos perfis causados pelos modelos de referência (M_E e M_C) e diferiram-se apenas na magnitude das anomalias totais.

Estudos realizados e resultados obtidos revelam a real possibilidade da utilização de elementos esféricos e cilíndricos na parametrização de modelos gravimétricos. Algumas vantagens de tal procedimento são: existência de fórmula matemática analítica que permite realizar com simplicidade e acurácia a modelagem direta, redução ao contraste de densidade como único parâmetro de cada elemento do modelo, e possibilidade de representação de estruturas complexas através de unidades elementares relativamente simples. Dentre as desvantagens pode-se ressaltar: existência irredutível de vazios deixados pelo empacotamento escolhido para os elementos (Apêndice A), não contribuição para redução da ambiguidade do método gravimétrico, e uma quantidade relativamente alta de parâmetros. Entretanto, por possibilitar uma satisfatória resolução do problema direto, as parametrizações propostas candidatam-se naturalmente como base para o desenvolvimento de qualquer um dos diversos métodos de resolução do problema inverso gravimétrico.

Agradecimentos

Quero agradecer ao professor *Wilson Mouzer Figueiró* pela dedicação e atenção dispensadas a mim durante a elaboração deste trabalho e em muitos outros momentos do curso.

Agradeço aos professores e funcionários do curso de geofísica pela atenção e conhecimento compartilhado.

Agradeço também a todos os colegas de graduações e de pós-graduação e amigos(as) que direta ou indiretamente contribuirão para o culminar deste momento.

Agradeço a um grande incentivador do meu desenvolvimento acadêmico, o professor *Antônio Sérgio Cavalcante Esperidião* (in memorian).

Agradeço aos meus avós (in memorian), pais, irmãos, tios e primos por todo apoio dado em todos os momentos.

Agradecimentos especiais aos amigos: *Hildérico Lage Santa Luzia de Jesus*, *Eronildo de Jesus Souza*, *Danilo Ribeiro de Sá Teles*, *Tiago Santos Cabral*, *Cleiton Montino dos Santos*, *Adriano de Carvalho Martinez*, *Valdencastro Pereira Vilas Boas Jr.*, *Marcos Kruschewsky Trigo* e *Jeã Carlos Nascimento Ferreira da Silva*.

Referências Bibliográficas

Machado, K. D. (2004) Teoria do Eletromagnetismo, vol. 1, Editora UEPG, Ponta Grossa, Paraná, Brasil.

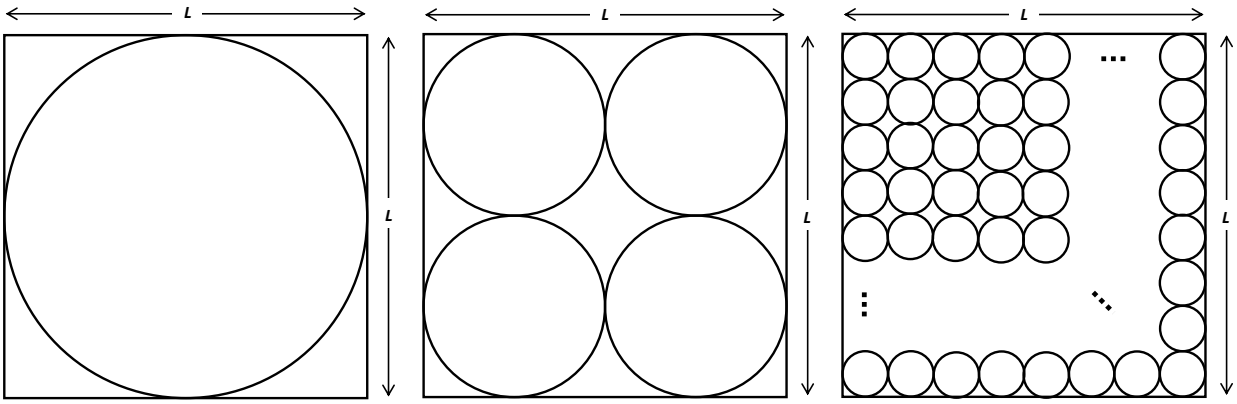
Fowler, C. M. R. (1990) The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics, Cambribge University Press, Cambridge, UK.

Munem, M. A. e Foulis, D. J. (1978) Calculus, vol. 2, Worth Publishers, Inc., New York, USA.

Telford, W. M.; Geldart, L. P.; Sheriff, R. E. e Keys, D. A. (1976) Applied Geophysics, Cambridge University Press, Cambridge.

APÊNDICE A

Análise da Área de Cobertura dos Empacotamentos



(a) (b) (c)

Figura A.1: Sucessivo aumento do número de elementos em uma mesma área, em (a) um único elemento, em (b) quatro elementos e em (c) n.

Considerando o caso (a), um círculo de raio $L/2$ e área $A_c^{'}$ está inscrito em um quadrado de lado igual a L e área $A_q^{'}$. Tais áreas são respectivamente, dadas por:

$$A_c^{'} = \pi R^2 = \pi (L/2)^2 = \frac{\pi L^2}{4} \tag{A.1}$$

e

$$A_q^{'} = L^2, \tag{A.2}$$

então, a área, $A_t^{'}$, não coberta pelo círculo será:

$$A_t^{'} = A_q^{'} - A_c^{'}, \tag{A.3}$$

que pode ser escrita na forma:

$$A_t^{'} = L^2 - \frac{\pi L^2}{4} = \frac{(4-\pi)L^2}{4}. \tag{A.4}$$

Considerando agora o caso (b), quatro círculos, de raios iguais a $L/4$ e áreas $A_c^{''}$, inscritos, segundo disposição mostrada na Figura A.1, em um quadrado de lado igual a L e área $A_q^{''}$. Suas áreas serão, respectivamente, dadas por:

$$A_c^{''} = 4\pi R^2 = 4\pi(L/4)^2 = \frac{4\pi L^2}{16} = \frac{\pi L^2}{4} \tag{A.5}$$

e

$$A_q^{''} = L^2, \tag{A.6}$$

então, a área, $A_t^{''}$, não coberta pelos círculos será:

$$A_t^{''} = A_q^{''} - A_c^{''}, \tag{A.7}$$

que pode ser escrita na forma:

$$A_t^{''} = L^2 - \frac{\pi L^2}{4} = \frac{(4-\pi)L^2}{4}. \tag{A.8}$$

Daí, têm-se:

$$A_t^{'} = A_t^{''}. \tag{A.9}$$

Considerando, finalmente, o caso (c), n círculos de raios iguais a $L/2\sqrt{n}$ e áreas $A_c^{(n)}$, inscritos segundo disposição mostrado na Figura A.1, em um quadrado de lado igual a L e área $A_q^{(n)}$. Suas áreas serão, respectivamente, dadas por:

$$A_c^{(n)} = n\pi R^2 = n\pi(L/2\sqrt{n})^2 = \frac{n\pi L^2}{4n} = \frac{\pi L^2}{4} \tag{A.10}$$

e

$$A_q^{(n)} = L^2, \tag{A.11}$$

então, a área, $A_t^{(n)}$, não coberta pelos círculos será:

$$A_t^{(n)} = A_q^{(n)} - A_c^{(n)}, \tag{A.12}$$

que pode ser escrita na forma:

$$A_t^{(n)} = L^2 - \frac{\pi L^2}{4} = \frac{(4-\pi)L^2}{4}. \tag{A.13}$$

Portanto, a área A_t não coberta pelos círculos para qualquer um dos casos mostrados na Figura A.1, é dada por:

$$A_t = \frac{(4-\pi)L^2}{4}, \tag{A.14}$$

ou seja, o aumento sucessivo do número de círculos não muda a área de cobertura dos círculos. Ela permanece constante.

APÊNDICE B

Lei de Gauss

B.1 Lei de Gauss

A Lei de Gauss trata do fluxo de um campo vetorial através de uma superfície qualquer, portanto aplicável também ao campo gravitacional. Partindo do teorema de Gauss aplicado ao campo gravitacional temos (Munem & Foulis, 1978)

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{g}) dV = \oint_S (\vec{g} \cdot \hat{n}) dS, \tag{B.1}$$

onde $\vec{g}$ é o campo gravitacional e o primeiro termo da igualdade representa o fluxo desse campo através da superfície S que contem o volume V. O segundo termo, também representa o mesmo fluxo obtido através do Teorema da Divergência ou Teorema de Gauss onde $\hat{n}$ é o vetor unitário perpendicular à superfície S em cada ponto.

Podemos escrever para o fluxo do campo gravitacional que (Machado, 2004):

$$\oint_S (\vec{g} \cdot \hat{n}) dS = -4\pi G \int_V \rho dV. \tag{B.2}$$

O sinal negativo se deve ao fato da força gravitacional ser meramente atrativa.

B.1.1 Lei de Gauss aplicada a um corpo em forma esférica

Admitindo-se que um corpo esférico de volume V e raio r envolto por uma casca esférica de área A e raio R concêntricos, por simetria temos que:

$$\int_S g(\hat{n} \cdot \hat{n}) dS = -4\pi G\rho \cdot \int_V dV, \tag{B.3}$$

como $\hat{n} \cdot \hat{n} = 1$ pois o campo $\vec{g}$ tem direção radial, temos:

$$g \int_S dS = -4\pi G\rho \int_V dV, \tag{B.4}$$

sendo $4\pi R^2$ a área da casca esférica dada pela integral $\int_S dS$ e $4/3\pi r^3$ o volume do corpo envolto pela casca esférica dado pela integral $\int_V dV$. Lembrando que $R > r$, temos:

$$g \cdot (4\pi R^2) = -4\pi G\rho \cdot (\frac{4}{3}\pi r^3), \tag{B.5}$$

sendo $R = [(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2]^{1/2}$, temos:

$$\vec{g} = \frac{-4\pi G\rho r^3}{3} \cdot \frac{1}{[(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2]^{3/2}} \vec{R}. \tag{B.6}$$

Medindo-se o campo sobre um plano que passa pelo centro do sistema (x_c, $y_c = 0$,z_c) e perpendicular ao eixo y então a componente vertical do campo medida ao longo da direção (x, $y = 0$, $z = 0$) será:

$$g_z = \frac{4\pi G\rho r^3}{3} \cdot \left[\frac{z_c}{[(x - x_c)^2 + z_c^2]^{3/2}}\right], \tag{B.7}$$

onde g_z representa a componente vertical do campo gravitacional em cada ponto. Note que nesse caso que o campos gravitacional à uma distância x do corpo depende apenas da posição de seu centro e da sua densidade, todos os outros parâmetros podem ser arbitrados.