

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

# EQUAÇÃO DE GASSMANN: DERIVAÇÃO, APLICAÇÕES E EXTENSÕES

BRENO MIRANDA DAMIÃO

SALVADOR – BAHIA DEZEMBRO – 2015

### Equação de Gassmann: derivação, aplicações e extensões

por

Breno Miranda Damião

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

## GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento de Geofísica

DO

Instituto de Geociências

DA

Universidade Federal da Bahia

Amin Bargen a	
Calles A va	
Daugeonte	

Comissão Examinadora

Dr. Amin Bassrei

M. Sc. Geraldo Girão Nery

Dra. Susana Silva Cavalcanti

Data da aprovação: 22/12/2015

É melhor atirar-se à luta em busca de dias melhores, mesmo correndo o risco de perder tudo, do que permanecer estático, como os pobres de espírito, que não lutam, mas também não vencem, que não conhecem a dor da derrota, nem a glória de ressurgir dos escombros. Esses pobres de espírito, ao final de sua jornada na Terra não agradecem a Deus por terem vivido, mas desculpam-se perante Ele, por terem apenas passado pela vida. "Robert Nesta Marley"

# RESUMO

Gassmann foi um dos mais importantes pesquisadores na área de petrofísica, contribuindo com uma grande parcela de informação acerca da relação que os constituintes de uma rocha tem com a variação da velocidade sísmica. O presente Trabalho de Graduação discute as ideias de Gassmann e a de outros pesquisadores que utilizaram novos métodos para a extensão da teoria, provando de modo sucinto a relação da velocidade compressional e longitudinal com o módulo de incompressibilidade e o módulo cisalhante, da rocha saturada e da rocha seca, obtida em laboratório. Além do detalhamento da dedução da equação de Gassmann, foram estudados meios onde ela pode ser aplicada, isto é, os tipos de rochas, assim como as faixas de porosidade e do valor do módulo de incompressibilidade. Também, foram estudados os minerais e fluidos para satisfazer a equação de Gassmann, juntamente com a influência da compactação do solo na porosidade e o efeito da capilaridade. A importância de tal equação está em relacionar o módulo de incompressibilidade da rocha com a porosidade, o arcabouço e o fluido, tornando possível o estudo de saturações, sendo aplicável tanto na injeção de  $CO_2$ como de outros fluidos. A indústria do petróleo está cada vez mais utilizando métodos para recuperar os poços e para isto estão investindo em monitoramento. A equação de Gassmann é bastante utilizada para indicar a variação das propriedades dos fluidos e seu deslocamento, mostrando em qual região do reservatório ainda existe petróleo ou em caso de injeção de gás, como este irá se comportar e para quais locais irá migrar

# ABSTRACT

Gassmann was one most important researchers in petrophysics, contributing a great deal of information about the relationship that the constituents of a rock have with the variation of seismic velocity. The Graduation Thesis discusses Gassmann ideas and other researchers who used new methods to extent the theory, proving succinctly the relationship of compressional and longitudinal velocities with the incompressibility modulus and shear modulus, of the saturated rock and dried rock, obtained in the laboratory. Besides the details of the derivation of the Gassmann equation, it was studied the media were where it can be applied, that is, the types of rocks as well as the porosity range and incompressibility modulus range. Also, it was studied the minerals and fluids that satisfy the Gassmann equation, along with the effect of soil compaction on the porosity and the effect of capillarity. The importance of this equation is to relate the rock incompressibility modulus with porosity, the framework and the fluid, making possible the study of saturation, being applicable to both the injection  $CO_2$  and other fluids. The oil industry is increasingly using methods to recover the wells and in order to do that they are investing in monitoring. The Gassmann equation is often used to indicate the variation of the fluid properties and its displacement, showing in which region of the reservoir still exists oil or in case of gas injection, how it will behave and which locations will migrate.

# ÍNDICE

RESU	ΜΟ	iii
ABST	RACT	iv
ÍNDIC	${f E}$	v
ÍNDIC	E DE TABELAS	vii
ÍNDIC	E DE FIGURAS	viii
INTRO	ODUÇÃO	1
CAPÍ	FULO 1    Dedução da equação de Gassmann	3
1.1	Rocha Reservatório	4
1.2	Dedução da Equação de Gassmann	5
1.3	Módulo de Cisalhamento	9
1.4	Velocidades	12
CAPÍ	FULO 2    Extensão de Gassmann	17
2.1	Validade da equação	17
2.2	Módulo de incompressibilidade do Fluido	18
	2.2.1 Viscosidade	20
	2.2.2 Permeabilidade	21
2.3	Módulo de incompressibilidade do mineral	22
	2.3.1 Argila	23
2.4	Módulo de incompressibilidade da rocha seca	25
2.5	Temperatura variando com a profundidade	26
2.6	Densidade da Rocha	26
	2.6.1 Densidade do Fluido	27
	2.6.2 Densidade do Mineral	28
2.7	Porosidade	28
	2.7.1 Compactação	31
	2.7.2 Capilaridade	31
2.8	Sísmica.	32
	2.8.1 Impedância acústica	32
	2.8.2 Coeficiente de reflexão	33
		50

	2.8.3	Razão de Poisson	34
	2.8.4	Razão $V_L/V_T$	34
CAPÍ	FULO 3	Aplicação da equação de Gassmann	36
3.1	Determ	inação das velocidades sísmicas da rocha saturada	36
3.2	Determ	inação da saturação da rocha	39
3.3	Correçã	ăo de valores de porosidade	42
CAPÍ	TULO 4	Resultados do estudo da Equação de Gassmann	45
4.1	Módulo	o de incompressibilidade do Fluido	45
	4.1.1	Viscosidade	48
	4.1.2	Permeabilidade	50
4.2	Módulo	de incompressibilidade do mineral	52
4.3	Módulo	de incompressibilidade da rocha seca	58
4.4	Densida	ade da Rocha	61
4.5	Porosid	lade	62
	4.5.1	Compactação	68
4.6	Velocid	ades Sísmicas	72
CAPÍ	TULO 5	6 Conclusão	76
ANEX	0 I	Programa de computador em linguagem Fortran para	
		obtenção das velocidades sísmicas através da equação	
		de Gassmann	78
ANEX	O II	Programa de computador em linguagem Fortran para	
		obtenção da saturação de uma rocha a partir de veloci-	
		dades sísmicas preestabelecidas, utilizando a equação de	
		Gassmann	81
ANEXO III		Programa de computador em linguagem Fortran para	
		apontar porosidade com valores anômalos utilizando a	
		equação de Gassmann	84
Agrad	eciment	OS	87
APÊN	DICE A	A Tabelas	88
Referê	ncias B	ibliográficas	91

# ÍNDICE DE TABELAS

1.1	Tabela de equivalência	15
1.2	Tabela de equivalência	16
0.1		0.0
3.1	Tabela dos dados laboratoriais (Gassmann, 1951)	36
3.2	Tabela dos dados laboratoriais manipulados.	40
3.3	Tabela dos dados laboratoriais manipulados.	42
A.1	Tabela de minerais com seus respectivos valores de módulo de incompressibi-	
	lidade (Lima, 2014). $\ldots$	88
A.2	Tabela de rochas com seus respectivos valores de densidade (Schon, 2015). $$ .	89
A.3	Tabela de fluidos com seus respectivos valores de densidade (Schon, 2015). $% \left( \left( {{\rm{S}}_{\rm{chon}}} \right) \right)$	90
A.4	Tabela de minerais com seus respetivos valores de densidade (Schon, 2015)	90
A.5	Tabela de classificação do diâmetro dos poros (Schon, 2015)	90

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	A rocha é caracterizada por quatro componentes: a matriz da rocha, os po- ros/fluido, a rocha seca e a rocha saturada (Russell, 2001)	5
4.1	Variação do módulo de incompressibilidade do fluido $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com a	
	saturação de gás.	46
4.2	Variação do módulo de incompressibilidade do fluido com os módulos de in-	
	compressibilidade da rocha seca, da rocha saturada e do mineral $(10^{10} dina/cm^2)$ .	47
4.3	Variação do módulo de incompressibilidade do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$ com o	
	módulo de incompressibilidade do mineral $(10^{10} dina/cm^2)$ para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	47
4.4	Variação do módulo de incompressibilidade do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$ com o	
	módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} dina/cm^2)$ para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	48
4.5	Variação do módulo de incompressibilidade do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$ com a	
	porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.	49
4.6	Viscosidade $(10^{-2} dina \cdot s/cm^2)$ variando com a temperatura (°C)	49
4.7	Viscosidade $(10^{-2} dina \cdot s/cm^2)$ variando com a temperatura (°C)	50
4.8	Permeabilidade $(10^{-11} cm^2)$ variando com a porosidade	51
4.9	Permeabilidade $(10^{-11} \ cm^2)$ variando com o diâmetro de grão $(10^{-4} \ cm)$ .	51
4.10	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha mineral $(10^{10} dina/cm^2)$	
	com a percentagem de argila.	52
4.11	Variação da média dos minerais $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com $K_{min}$ fixo (da halita,	
	muscovita, almandina e calcita) usando diferentes percentagens e valores de	
	módulos de incompressibilidade diferentes $(10^{10} dina/cm^2)$	53
4.12	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada $(dina/cm^2)$	
	com a variação do módulo de incompressibilidade do mineral $\left(10^{10}\;dina/cm^2\right)$	
	portando diferentes volumes de argila.	54
4.13	Variação do módulo de incompressibilidade do mineral com os módulos de in-	
	compressibilidade da rocha saturada, da rocha seca e do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$ .	55
4.14	Variação do módulo de incompressibilidade do mineral $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com	
	o módulo de incompressibilidade do fluido (10 <sup>10</sup> $dina/cm^2$ ) para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	55

4.15	Variação do módulo de incompressibilidade do mineral $(10^{10} dina/cm^2)$ com o	
	módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} dina/cm^2)$ , para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	56
4.16	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} \ dina/cm^2)$	
	com a porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de	
	Gassmann.	57
4.17	O gráfico mostra a variação da permeabilidade $(10^{-11} \ cm^2)$ de um folhelho	
	com sua porosidade.	58
4.18	O gráfico mostra a variação da velocidade compressional $(cm/s)$ de um arenito	
	com sua porosidade e fração de argila.	59
4.19	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca com os módulos de	
	incompressibilidade da rocha saturada, do mineral e do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$ .	60
4.20	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} dina/cm^2)$ com	
	o módulo de incompressibilidade do mineral $(10^{10} dina/cm^2)$ para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.	60
4.21	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} dina/cm^2)$ com	
	o módulo de incompressibilidade do fluido $(10^{10} \ dina/cm^2)$ , para a obtenção	
	do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	61
4.22	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca $(10^{10} \ dina/cm^2)$	
	com a porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de	
	Gassmann	62
4.23	Obtendo a densidade da rocha saturada $(g/cm^3)$ com a variação da densidade	
	do mineral e do fluido $(g/cm^3)$ mantendo a porosidade constante	63
4.24	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada $(10^{10} dina/cm^2)$	
	para diferentes módulos de incompressibilidade do mineral $(10^{10} \ dina/cm^2)$ e	
	distintos valores de porosidade.	64
4.25	Variação da velocidade compressional da rocha saturada $(cm/s)$ com sua den-	
	sidade $(g/cm^3)$ .	64
4.26	Variação da porosidade para diferentes módulos de incompressibilidade da	
	rocha saturada $(dina/cm^2)$	65
4.27	Variação da porosidade para diferentes velocidades compressionais da rocha	
	saturada $(cm/s)$	66
4.28	Variação da porosidade com os módulos de incompressibilidade da rocha seca,	
	da rocha saturada, do mineral e do fluido $(10^{10} dina/cm^2)$	66
4.29	Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade do mineral	
	$(10^{10}\ dina/cm^2)$ para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de	
	Gassmann	67

4.30	Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade da rocha seca	
	$(10^{10}\ dina/cm^2),$ para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de	
	Gassmann	68
4.31	Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade do fluido para	
	a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann	69
4.32	Variação da porosidade para diferentes profundidades $(10^2 \ cm)$ de um arenito.	70
4.33	Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada $(10^{10}dina/cm^2)$	
	para diferentes profundidades $(10^2 \ cm)$ em areia, silte e folhelho	71
4.34	Variação da velocidade compressional $(cm/s)$ para diferentes profundidades	
	$(10^2 \ cm)$ em areia, silte e folhelho	71
4.35	Variação da velocidade compressional $(cm/s)$ com determinadas percentagens	
	de argila no módulo de incompressibilidade do mineral	72
4.36	Variação da velocidade cisalhante $(cm/s)$ com mudança na densidade $(g/cm^3)$ .	73
4.37	Variação do coeficiente de reflexão com a impedância $(g/s \cdot cm^2)$	74
4.38	Variação da velocidade compressional da rocha saturada $(cm/s)$ para os módu-	
	los de incompressibilidade do fluido, do mineral e da parcela seca $(10^{10} dina/cm^2)$ .	74

# INTRODUÇÃO

Tendo em vista as dificuldades encontradas pelo ser humano em explorar recursos não renováveis para a obtenção de energia e o contínuo investimento em descoberta de novos campos de petróleo, a equação de Gassmann vem sendo explorada no sentido de recuperação de poços, já que grandes empresas estavam os abandonando sem a sua exploração ter atingido ao menos cinquenta por cento de todo hidrocarboneto *in situ*.

A equação de Gassmann consegue relacionar os módulos de incompressibilidades das parcelas que constituem a rocha saturada, de modo que é possível realizar o estudo do movimento dos fluidos de um reservatório e aplicar técnicas adequadas para sua recuperação, como por exemplo injeção de fluidos como água e  $CO_2$ . Processos estes que ajudam a aumentar a vida útil da explotação e ao mesmo tempo diminuir os impactos ambientais.

A dedução da equação levou em conta um ambiente ideal. Assim, as principais dificuldades estão no fato de haver heterogeneidade e anisotropia no meio real. Por causa disso, a equação de Gassmann por muito tempo deixou de ser aplicada.

Com o desenvolar da história e a crescente necessidade de se estudar as propriedades da rocha, a equação de Gassmann começou a sofrer aproximações, surgindo novas condições e limites. Desta forma, o presente Trabalho visa reunir relações entre parâmetros já estudados e aplicá-los no estudo da referida.

O Trabalho tem como objetivo enfatizar o detalhamento da dedução da equação de Gassmann, visto que os termos usados no período em que desenvolveu sua teoria não se usava a simbologia moderna, dificultando o seu estudo e aprofundamento (pode ser vista nas Tabelas 1.1 e 1.2). Além disso, também são levados em conta a mistura dos minerais, já que a matriz não é composta por um único componente como propôs o ambiente ideal de Gassmann, bem como o fluido, as aproximações para a rocha seca, a influência da argila, da densidade e da porosidade.

Além disso, foram desenvolvidos três programas em linguagem Fortran, com três vias de aplicação: a primeira para obter a partir de uma amostra de rocha, as suas velocidades sísmicas, módulos de incompressibilidade de seus componentes, impedância e razão de Poisson; a segunda, para obter a partir das velocidades sísmicas e densidade, a saturação do meio, podendo assim ser caracterizada a básica substituição de fluidos; já a terceira, um programa para obter o módulo de incompressibilidade da rocha seca e apontar em valores negativos anomalia na aquisição da porosidade.

O Trabalho chama atenção para o grande número de reservatórios de petróleo que são abandonados em todo o mundo, sem uma devida pesquisa de recuperação de poço. Vamos mostrar que a substituição de fluidos é de grande valia no que diz respeito ao aprisionamento de  $CO_2$ como forma de prevenção ambiental e ao mesmo tempo um procedimento que aumenta os índices de produção de petróleo, evitando assim a exploração em outros locais do mundo, diminuindo seu impacto total.

Neste Trabalho foram usados dados propostos e também obtidos em laboratórios para que se pudesse observar o comportamento dos parâmetros em determinadas condições. Também foram consideradas situações hipotéticas, assumindo o módulo de incompressibilidade com valores negativos. Foram feitos resumos de teorias, obtenção de limites para o uso da equação de Gassmann e reunião de equações para o desenvolvimento dos programas. Os destaques foram para os autores Berryman (1999), Schon (2015), Reus (1929) e Hill (1952).

Este trabalho tem quatro capítulos, abordando no primeiro a dedução da equação de Gassmann com sua atualização. O segundo reúne um apanhado de informações de diversos autores que contribuíram com a extensão da equação de Gassmann. No terceiro, foram propostas três aplicações para a equação, bem como a elaboração de três programas com ideias centrais a aplicação de tal equação. E por último, no quarto capítulo, os resultados de todas as relações entre os parâmetros petrofísicos que foram obtidos com base na teoria exposta no Capítulo 2.

## CAPÍTULO 1

# Dedução da equação de Gassmann

Os parâmetros que caracterizam as ondas sísmicas são de suma importância para o mapeamento das unidades em subsuperfície, distinguindo pacotes de rochas, falhas, dentre outros. Atualmente, o estudo e desenvolvimento das estruturas do próprio formato da terra pode ser expresso com grande aceitação com base nas características destas ondas.

Sendo assim, os métodos sísmicos tornaram-se cada vez mais eficazes, os estudos que se desenvolveram com o passar do tempo os projetou para a grande industria de petróleo, usando para descobertas de novos campos. Contudo, com o aumento da procura pelo petróleo e com base no que tem se tornado a escassa exploração em subsuperfície rasa, os esforços foram voltados ao estudo e aproveitamento dos reservatórios já em produção, visto que os campos estavam sendo abandonados com menos de cinquenta por cento da capacidade de exploração atingida. Em detrimento destes fatos, cientistas de todo o mundo começaram a repensar formas para continuar a produção, com técnicas de recuperação de reservatório, abrindo um leque de aplicações para a chamada substituição de fluido com seu devido monitoramento no tempo.

Um dos principais esforços está voltado para a tentativa de estabelecer relações entre as velocidades sísmicas e as características das rochas em subsuperfície, apontando porosidade, densidade, módulo de incompressibilidade, tipo de fluido presente, permeabilidade, saturação entre outras.

Neste sentido, as principais dificuldades a serem contornadas envolvem o fato dos reservatórios apresentarem características diferentes uns dos outros, com grande heterogeneidade nos seus constituintes em relação a razão espacial que envolve porosidade, conteúdo de argila, permeabilidade dentre outros. A equação de Gassmann tenta de forma ideal relacionar algumas destas informações e projetá-las nas ondas sísmicas para tentar extrair a descrição do arcabouço, dos poros e dos fluidos da rocha em subsuperfície.

## 1.1 Rocha Reservatório

As propriedades dos fluidos de uma rocha reservatório são difíceis e onerosas para se obter. A armazenagem e o fluxo do fluido estão sujeitos a condições que inviabilizam o seu estudo por métodos diretos, devido as altas pressões, temperatura, e a geometria do local, as quais variam com a profundidade.

Tentando contornar tais dificuldades, com o desenrolar do tempo surgiram técnicas indiretas de investigação, sendo apresentados como sísmicos, elétricos, eletromagnéticos, potenciais e radiométricos. Estes métodos associados com dados experimentais tem permitido uma boa aproximação das profundidades hidráulicas para o modelo real.

O estudo dos processos envolvidos em reservatório tem sido fomentado pela atual conjuntura e demanda de energia, que depende do material fóssil não-renovável e gera como consequência o impulso à política de recuperação de poço.

A formação de um reservatório resulta de processos processos físico-químicos e soterramento de longas camadas contendo matéria orgânica que passa pelos processos de diagênese, catagênese e mesogênese. A depender da evolução do processo, as temperaturas e pressões atingem valores ideais para que ocorra o processo de maturação. Os esforços tectônicos e a compactação são agentes que permitem ou não a migração do fluido de seu local de origem para uma zona de menor pressão, podendo extrapolar até a superfície ou acondicionar em uma armadilha constituindo um reservatório.

No Brasil, as bacias sedimentares do tipo rifte conferem ao meio falhas que permitem a passagem de hidrocarbonetos e fluidos hidrotermais que em contato com a rocha reservatório acabam modificando sua matriz, por meio de processos químicos, modificando o teor de argila, a porosidade e a permeabilidade da rocha.

Com a perspectiva de exploração mundial dos campos petrolíferos e a ineficiência de extração total do hidrocarboneto do reservatório, surgiram então discussões e técnicas de recuperação visando atingir o volume de tal recurso que fica indisponível ao ser humano nas trapas.

Tendo em vista a grande necessidade dos países em disponibilizar a sua população recursos hídricos, torna-se igualmente necessário também o estudo dos aquíferos. Eles podem ser divididos em confinados, semi-confinados e livres. Os livres são tratados quando as condições de fluxo estão sujeitos a pressão da atmosfera, enquanto os confinados são fluxos aprisionados por rochas impermeáveis ou semi-impermeáveis conseguindo manter uma pressão superior a da atmosfera.

Para todo fluido encontrado em subsuperfície deve-se realizar um estudo químico visando obter informações sobre sua composição e os devidos métodos para extração e a sua utilização.

### 1.2 Dedução da Equação de Gassmann

Tendo em vista que as informações trazidas pelas ondas P e S são fundamentais no estudo de subsuperfície, alguns métodos foram desenvolvidos para otimizar as relações entre os parâmetros obtidos por laboratórios e os obtidos de forma indireta com base nas ondas sísmicas. Partindo deste pressuposto, Gassmann em seu trabalho sobre o estudo da elasticidade e comportamento do meio, desenvolve sua fórmula, levando em conta os parâmetros que podem ser obtidos em laboratórios, conseguiu chegar a resultados importantes que são representados e bem aproximados do cálculo de um modelo real.

Esta equação foi projetada com pressupostos que levaram muitos cientistas a não dar credibilidade a seu trabalho, porém, com o passar dos anos, a grande necessidade de se explorar e recuperar poços fez com que o desenvolvimento das pesquisas continuassem e comprovassem a eficácia do método e das relações propostas por Gassmann.

Em sua equação foram utilizadas várias considerações, dentre elas (Gassmann, 1951):

A rocha deve ser macroscopicamente homogênea e isotrópica; os fluidos não devem ter atrito; os poros devem ser interconectados; o sistema deve ser fechado; não deve haver interação química entre o fluido, os minerais e a matriz; o movimento dos constituintes da rocha deve ser desprezado em relação ao movimento de toda a formação; a pressão hidrostática  $(P_{fl})$ deve ser constante.

Todos os cálculos serão tratados com a prerrogativa de que a rocha seca é o volume rochoso estudado com a parte dos minerais somada a parte porosa. Já a rocha saturada será a rocha seca mais a porção saturada.



Figura 1.1: A rocha é caracterizada por quatro componentes: a matriz da rocha, os poros/fluido, a rocha seca e a rocha saturada (Russell, 2001).

Tomando uma superfície  $(S_{sat})$  que representa a soma das superfícies composta por uma porção dos minerais  $(S_{min})$  e com a parcela dos poros saturados  $(S_{fl})$ . A resultante das forças que atuam no sistema serão a total saturada  $(F_{sat})$ , a resultante para a porção dos poros saturados  $(F_{fl})$  e a resultante da parte dos minerais  $(F_{min})$ , onde:

$$F_{sat} = F_{fl} + F_{min}.\tag{1.1}$$

Levando em conta que todo o sistema está submetido a pressão hidrostática  $(P_{fl})$ , ficando com:

$$S_{sat}p_{fl} = S_{fl}p_{fl} + S_{min}p_{fl}.$$
(1.2)

A força resultante na porção dos minerais poderá ser escrita como a soma da força da rocha seca  $(F_{seca})$  mais a força da área dos minerais submetidas a pressão do fluido  $(p_{fl})$ :

$$F_{min} = S_{min} p_{fl} + F_{seca}.$$
(1.3)

Assim, a resultante da força na rocha saturada será:

$$F_{sat} = F_{seca} + S_{sat} p_{fl}.$$
(1.4)

Tomando tudo em termos de pressão:

$$F_{sat} = p_{sat} S_{sat}, \tag{1.5}$$

onde  $p_{sat}$  é a pressão total na rocha saturada.

$$F_{seca} = p_{seca} S_{sat}, \tag{1.6}$$

onde  $p_{seca}$  é a pressão total na rocha seca.

Então:

$$p_{sat} = p_{seca} + p_{fl}.\tag{1.7}$$

Em um sistema aberto, os poros devem ser expostos, e as variações na pressão dos poros saturados ( $\Delta p_{fl}$ ) e a variação na pressão da rocha seca ( $\Delta p_{seca}$ ) podem ser separados e tratados de forma independente.

Com a equação do módulo de incompressibilidade:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K},\tag{1.8}$$

Onde  $\Delta V$  é qualquer variação no volume, V é o volume tratado,  $\Delta p$  é qualquer variação de pressão e K é o módulo de incompressibilidade tratado, então:

Primeiro caso:

Para  $\Delta p_{fl} \neq 0$  e  $\Delta p_{seca} = 0$ , a rocha seca sofrerá uma expansão elástica por conta de uma pressão adicional do poro saturado. Como essa variação será uniforme em todo o volume, então pela auto similaridade:

$$\frac{\Delta V_{sat}}{V_{sat}} = \frac{\Delta V_{min}}{V_{min}} = -\frac{\Delta p_{fl}}{K_{min}}.$$
(1.9)

Segundo caso:

Para  $\Delta p_{fl} = 0$  e  $\Delta p_{seca} \neq 0$ , a rocha seca sofrerá uma contração ficando com a seguinte expressão:

$$\frac{\Delta V_{sat}}{V_{sat}} = -\frac{\Delta p_{seca}}{K_{seca}}.$$
(1.10)

Terceiro caso:

Para um meio elástico, homogêneo e isotrópico, a variação de volume pode ser expressa por:

$$\Delta V_{min} = -\frac{a\Delta H}{3K_{min}},\tag{1.11}$$

onde  $\Delta H$  é a variação de volume,  $V_{min}$  é a parte sólida da rocha,  $K_{min}$  é o módulo de incompressibilidade da parte sólida, a é a variação de comprimento em um eixo.

Fazendo  $\Delta H_i = a^2 \Delta p_{seca}$ , utilizando o somatório três vezes para representar os três eixos, tem-se:

$$\Delta V_{min} = \frac{-a^3}{3K_{min}} \sum_{i=1}^3 \Delta p i_{seca}.$$
(1.12)

Então:

$$\frac{\Delta V_{min}}{V_{sat}} = -\frac{\Delta p_{seca}}{K_{min}}.$$
(1.13)

Para o caso em que o sistema esteja fechado, ocorrem tensões adicionais  $\Delta p_{fl} \in \Delta p_{seca}$ , logo ocorre uma tensão geral  $\Delta p_{sat}$ , podendo ser escrita assim:

$$\Delta p_{sat} = \Delta p_{fl} + \Delta p_{seca}.$$
(1.14)

Enquanto que a rocha saturada leva em conta as contribuições de todos os componentes da rocha, sendo assim, podemos escrever:

$$\frac{\Delta V_{sat}}{V_{sat}} = -\frac{\Delta p_{sat}}{K_{sat}}.$$
(1.15)

Já a parcela dos poros saturados está restrita aos poros conectados e sua pressão de fluido, sendo explicada pela seguinte equação:

$$\frac{\Delta V_{fl}}{V_{fl}} = -\frac{\Delta p_{fl}}{K_{fl}}.$$
(1.16)

Com a variação dos dois modelos  $\Delta p_{fl} \neq 0$  e  $\Delta p_{seca} \neq 0$ , a incompressibilidade da rocha seca poderá ser a soma das frações em  $\Delta p_{fl}$  e  $\Delta p_{seca}$ , ficando:

$$\frac{\Delta V_{sat}}{V_{sat}} = -\frac{\Delta p_{fl}}{K_{min}} - \frac{\Delta p_{seca}}{K_{seca}}.$$
(1.17)

E com a mesma variação é possível descrever a incompressibilidade da parcela do mineral ficando com a soma dos constituintes para as duas variações:

$$\frac{\Delta V_{min}}{V_{sat}} = -\frac{(1-\phi)\Delta p_{fl}}{K_{min}} - \frac{\Delta p_{seca}}{K_{min}}.$$
(1.18)

Usando a soma das variações de volume:

$$\Delta V_{sat} = \Delta V_{min} + \Delta V_{fl}.$$
(1.19)

E usando a soma das parcelas do lado esquerdo da equação do módulo de incompressibilidade, tem-se:

$$\frac{\Delta V_{sat}}{V_{sat}} = \frac{\Delta V_{min}}{V_{sat}} + \frac{\Delta V_{fl}}{V_{sat}}.$$
(1.20)

A porosidade pode ser expressa em função do volume do fluido, vista na seguinte equação:

$$\phi = \frac{V_{fl}}{V_{sat}},\tag{1.21}$$

além disso, a parte dos minerais pode ser relacionada à porosidade e ao volume total da rocha saturada:

$$(1-\phi) = \frac{V_{min}}{V_{sat}}.$$
(1.22)

Relacionando as equações anteriores, é possível achar a variação de pressão da rocha saturada, ficando:

$$\Delta p_{sat} = -\frac{(1-\phi)K_{sat}\Delta p_{fl}}{K_{min}} - \frac{K_{sat}\Delta p_{seca}}{K_{min}} - \frac{\phi K_{sat}\Delta p_{fl}}{K_{fl}}.$$
(1.23)

Além de poder isolar a variação de pressão da fração saturada porosa, sendo expressa na seguinte equação:

$$\Delta p_{fl} = \frac{\Delta p_{seca}(-K_{min}K_{fl} + K_{seca}K_{fl})}{K_{seca}K_{fl} - (1-\phi)K_{seca}K_{fl} - K_{seca}K_{min}\phi}.$$
(1.24)

Usando todas as definições anteriores e substituindo a eq. (1.23) e a eq. (1.24) na eq. (1.14), é possível relacionar o módulo de incompressibilidade da rocha saturada com a porosidade e com os módulos de incompressibilidade da rocha seca, do mineral e do fluido, resultando na equação de Gassmann:

$$K_{sat} = K_{seca} + \frac{\left(1 - \frac{K_{seca}}{K_{min}}\right)^2}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1 - \phi)}{K_{min}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}^2}}.$$
(1.25)

A relação entre os parâmetros utilizados por Gassmann e a simbologia deste Trabalho estão explicitas nas Tabelas 1.1 e 1.2.

### 1.3 Módulo de Cisalhamento

Para explicar o módulo de cisalhamento, Gassmann trabalha com mais de uma hipótese, propondo a igualdade entre o módulo de cisalhamento da rocha seca e da saturada. Trabalhando com a matriz de esforços e acrescentando a influência da pressão do fluido do poro saturado usando a complacência (Berryman, 1999):

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11seca} & S_{12seca} & S_{12seca} & -\beta \\ S_{12seca} & S_{11seca} & S_{12seca} & -\beta \\ S_{12seca} & S_{12seca} & S_{11seca} & -\beta \\ -\beta & -\beta & -\beta & -\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -p_{fl} \end{pmatrix},$$
(1.26)

onde  $e_{ij}$  é a deformação,  $S_{ijseca}$  é a complacência,  $\sigma_{ii}$  é a tensão,  $p_{fl}$  é a pressão do fluido de saturação,  $\xi$  é a deformação causada pela pressão do fluido de saturação,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros que dependem do meio poroso e da complacência do fluido.

Obtendo a complacência para  $S_{11seca}$ :

$$S_{11seca} = \frac{1}{E_{seca}} = \frac{\lambda_{seca} + \mu_{seca}}{\mu_{seca}(3\lambda_{seca} + 2\mu_{seca})} = \frac{1}{9K_{seca}} + \frac{1}{3\mu_{seca}}.$$
 (1.27)

E também para  $S_{12seca}$ :

$$S_{12seca} = \frac{\nu_{seca}}{E_{seca}} = \frac{1}{9K_{seca}} - \frac{1}{6\mu_{seca}}.$$
 (1.28)

onde  $\nu_{seca}$  é a razão de Poisson,  $E_{seca}$  é o módulo de Young,  $\mu$  é o módulo de cisalhamento e  $\lambda$  é a incompressibilidade do fluido.

Como a hipótese de Gassmann menciona, ocorre uma variação de pressão no volume rochoso sem que haja deformação. Fazendo:

$$\xi = 0, \tag{1.29}$$

pode-se isolar a pressão do fluido:

$$p_{fl} = \frac{\beta}{\gamma} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}). \tag{1.30}$$

Igualando as matrizes descritas pela complacência da rocha saturada com a rocha seca, obtém-se as seguintes expressões:

$$\begin{pmatrix} S_{11sat} & S_{12sat} & S_{12sat} \\ S_{12sat} & S_{11sat} & S_{12sat} \\ S_{12sat} & S_{12sat} & S_{11sat} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} S_{11seca} & S_{12seca} & S_{12seca} \\ S_{12seca} & S_{11seca} & S_{12seca} \\ S_{12seca} & S_{12seca} & S_{11seca} \end{pmatrix} - \frac{\beta^2}{\gamma} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$
(1.31)

Simplificando para  $S_{11sat}$ :

$$S_{11sat} = S_{11seca} - \frac{\beta^2}{\gamma}.$$
 (1.32)

E também para  $S_{12sat}$ :

$$S_{12sat} = S_{12seca} - \frac{\beta^2}{\gamma}.$$
 (1.33)

Reescrevendo:

$$\frac{1}{9K_{sat}} + \frac{1}{3\mu_{sat}} = \frac{1}{9K_{seca}} + \frac{1}{3\mu_{seca}} - \frac{\beta^2}{\gamma}.$$
(1.34)

E também:

$$\frac{1}{9K_{sat}} - \frac{1}{6\mu_{sat}} = \frac{1}{9K_{seca}} - \frac{1}{6\mu_{seca}} - \frac{\beta^2}{\gamma}.$$
(1.35)

Subtraindo a eq. (1.35) da eq. (1.34), obtém-se que o módulo de cisalhamento da rocha seca é igual ao da rocha saturada, provando uma das considerações de Gassmann:

$$\mu_{seca} = \mu_{sat}.\tag{1.36}$$

As densidades dos constituintes da rocha saturada e da rocha seca são escritas como:

• A densidade da rocha saturada pode ser escrita como a razão entre a massa e seu volume:

$$\rho_{sat} = \frac{m_{sat}}{V_{sat}}.\tag{1.37}$$

• A densidade da parcela dos minerais é descrita como:

$$\rho_{min} = \frac{m_{min}}{V_{min}}.\tag{1.38}$$

• A densidade da parcela dos fluidos:

$$\rho_{fl} = \frac{m_{fl}}{V_{fl}}.\tag{1.39}$$

• Como a rocha seca trata-se do volume da rocha saturada sem a contribuição do fluido, então a densidade da rocha seca pode ser descrita como:

$$\rho_{seca} = \frac{m_{min}}{V_{sat}}.$$
(1.40)

Usando as relações de porosidade em conjunto com as definições de densidade, pode-se obter:

• A relação entre a densidade da rocha seca com a parcela dos minerais:

$$\rho_{seca} = (1 - \phi)\rho_{min}.\tag{1.41}$$

• E a relação entre a densidade da rocha saturada com a parcela dos fluidos:

$$\rho_{sat} = \rho_{seca} + \phi \rho_{fl}. \tag{1.42}$$

Que serão usadas na obtenção da densidade da rocha saturada usando dados laboratoriais.

### 1.4 Velocidades

A relação entre a tensão e deformação de um material elástico pode ser representado por uma equação tensorial (Lima, 2014).

$$\sigma_{iK} = C_{iKlm} \epsilon_{lm}, \tag{1.43}$$

onde  $\sigma_{iK}$  é o tensor de tensão,  $\epsilon_{lm}$  é o tensor de deformação e  $C_{iKlm}$  é o tensor do módulo elástico

O número de constantes independentes se reduz a 2, resultando em um tensor de elasticidade na forma:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0\\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0\\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}$$
(1.44)

Da matriz, tem-se que  $c_{12} = c_{11} - 2c_{44}$ . Reescrevendo em termos dos parâmetros de Lame:

$$c_{11} = \lambda + 2\mu, \tag{1.45}$$

$$c_{12} = \lambda, \tag{1.46}$$

$$c_{44} = \mu.$$
 (1.47)

Generalizando as tensões e deformações:

$$\sigma_{KK} = \lambda \theta + 2\mu \epsilon_{KK}; \quad K = x, y, z, \tag{1.48}$$

$$\tau_{iK} = 2\mu\epsilon_{iK}; \quad i = x, y, z; \quad i \neq K.$$
(1.49)

A componente de uma força atuante em um corpo pode ser expressa por:

$$F_x = \left(\frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta\tau_{xz}}{\delta z} + G_x\right)\Delta x\Delta y\Delta z,\tag{1.50}$$

onde  $G_x$  representa a componente de uma força volumétrica.  $F_y$  e  $F_z$  são encontradas com expressões equivalentes. Assim, aplicando a lei de Newton para o elemento de massa, encontra-se:

$$\frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta\tau_{xz}}{\delta z} + G_x = \rho \frac{\delta^2 u_x}{\delta t^2},\tag{1.51}$$

representações idênticas para  $y \in z$ . Considerando G = 0, e levando em conta as generalizações para as tensões e deformações, tem-se:

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla \theta = \rho \frac{\delta^2 u}{\delta t^2}.$$
(1.52)

Aplicando o divergente na equação anterior:

$$\rho \frac{\delta^2 \theta}{\delta t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \theta, \qquad (1.53)$$

Resultando na equação de velocidade de uma onda de compressão-dilatação:

$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}.$$
(1.54)

A velocidade longitudinal com as constantes que Gassmann utiliza, ficará:

$$V_L = \sqrt{\frac{K_{sat} + \frac{4\mu_{sat}}{3}}{\rho_{sat}}}.$$
(1.55)

Para obter a velocidade da onda cisalhante, deve-se aplicar o rotacional na eq. (1.52):

$$\rho \frac{\delta^2 (\nabla \times u)}{\delta t^2} = \mu + \nabla^2 (\nabla \times u), \qquad (1.56)$$

Finalmente, a velocidade cisalhante  $\left( V_{T}\right)$  pode ser expressa como:

$$V_T = \sqrt{\frac{\mu_{sat}}{\rho_{sat}}}.$$
(1.57)

Nomenclatura	Notação de Gassmann	Notação Moderna
Porosidade aparente	n	φ
Porosidade verdadeira	n <sub>w</sub>	$\phi_v$
Vazios inacessíveis	n <sub>f</sub>	$\phi_{min}$
Força	β	F
Àrea da rocha saturada	F	S <sub>sat</sub>
Àrea da parte sólida	Ê	S <sub>min</sub>
Área da parte fluida	<i>F</i>	S <sub>fl</sub>
Volume da parte sólida	Ŷ	V <sub>min</sub>
Volume da parte fluida	Ŷ	V <sub>fl</sub>
Volume da rocha saturada	v	Vsat
Volume de poro fechado	Ũ`	V <sub>f11</sub>
Variação de volume da parte sólida	$\Delta \hat{V}$	$\Delta V_{min}$
Variação de volume na parte fluida	$\Delta \tilde{V}$	$\Delta V_{fl}$
Variação de volume da rocha saturada	ΔV	$\Delta V_{sat}$
Variação de volume da rocha seca	$\Delta \overline{V}$	$\Delta V_{seca}$
Massa da parte sólida	ŵ	$m_{min}$
Massa da parte fluida	ñ	$m_{fl}$
Massa da rocha saturada	m	m <sub>sat</sub>
Densidade da parte sólida	ρ	$\rho_{min}$
Densidade da parte fluida	ρ	ρ <sub>fl</sub>
Densidade da rocha seca	P	ρ <sub>seca</sub>
Densidade da rocha saturada	ρ	Psat
Pressão da parte sólida	ŷ	$p_{min}$
Pressão da parte fluida	p	p <sub>fl</sub>
Pressão da rocha saturada	p	p <sub>sat</sub>

Tabela 1.1: Tabela de equivalência.

Nomenclatura	Notação de Gassmann	Notação Moderna
Pressão da rocha seca	p	p <sub>seca</sub>
Pressão total da rocha seca	$\bar{\mathfrak{p}}_N$	Pt <sub>seca</sub>
Pressão total da rocha saturada	$\mathfrak{p}_N$	Pt <sub>sat</sub>
Diferença de pressão da parte sólida	Δp̂	$\Delta p_{min}$
Diferença de pressão da parte fluida	Δp̃	$\Delta p_{fl}$
Diferença de pressão da rocha saturada	$\Delta p$	$\Delta p_{sat}$
Diferença de pressão da rocha seca	Δp̄	$\Delta p_{seca}$
Módulo de incompressibilidade da parte sólida	Ŕ	K <sub>min</sub>
Módulo de incompressibilidade da parte fluida	Ĩ	K <sub>fl</sub>
Módulo de incompressibilidade da rocha saturada	K	K <sub>sat</sub>
Módulo de incompressibilidade da rocha seca	R	K <sub>seca</sub>
Módulo de cisalhamento da parte sólida	μ̂	μ <sub>min</sub>
Módulo de cisalhamento da parte fluida	μ	μ <sub>fl</sub>
Módulo de cisalhamento da rocha saturada	μ	$\mu_{sat}$
Módulo de cisalhamento da rocha seca	μ	µ <sub>seca</sub>
Módulo da onda longitudinal da parte sólida	Ŵ	M <sub>min</sub>
Módulo da onda longitudinal da parte fluida	Ñ	M <sub>fl</sub>
Módulo da onda longitudinal da rocha saturada	М	M <sub>sat</sub>
Módulo da onda longitudinal da rocha seca	М	M <sub>seca</sub>
Velocidade da onda longitudinal na rocha seca	vt	V <sub>L seca</sub>
Velocidade da onda transversal na rocha seca	wt	V <sub>T seca</sub>
Velocidade da onda longitudinal na parcela fluida	Ũ	V <sub>Lfl</sub>
Velocidade da onda longitudinal na rocha saturada	v	V <sub>L sat</sub>
Velocidade da onda transversal na rocha saturada	w	V <sub>T sat</sub>

Tabela 1.2: Tabela de equivalência.

## CAPÍTULO 2

## Extensão de Gassmann

Neste capítulo foi utilizado a eq. (1.25) para realizar as representações dos modelos de Gassmann, para o desenvolvimento das pesquisas e tem como objetivo estudar o comportamento dessa equação em diversos meios e situações diferentes.

A origem de praticamente todos os sedimentos (excetuando-se os evaporitos e os carbonatos) é de área continental, tendo como ponto de partida as rochas das cadeias montanhosas que são levantadas por esforços tectónicos e expostas ao intemperismo e a erosão, seguido pelo transporte dispersivo e pela deposição nos mais variados sistemas deposicionais. Portanto, o processo sedimentar dependerá da tectônica (que controla a existência e/ou renovação de áreas-fonte de sedimento) da variação do nível do mar, do clima e do aporte sedimentar (Holz, 2012).

Tais eventos determinarão o tipo de rocha sedimentar que será gerada, sua porosidade, tipo de matriz, tamanho dos grãos, densidade, grau de compactação, fluidos, dentre outros.

## 2.1 Validade da equação

O módulo de incompressibilidade é um parâmetro que descreve a elasticidade volumétrica, ou seja, a tendência de um material em se deformar em alguma direção com a atuação de uma força. Na maioria dos sistemas elásticos, o módulo de incompressibilidade é positivo, ou seja, um objeto deformado experimenta uma força na mesma direção que a deformação (Wang e Lakes, 2005). Para estes casos, a eq. (1.25) pode ser reescrita para se obter os limites que satisfazem os resultados positivos do módulo de incompressibilidade da rocha seca.

Reescrevendo:

$$K_{sat} = \frac{\frac{K_{seca}\phi}{K_{fl}} + \frac{K_{seca}(1-\phi)}{K_{min}} - 2\frac{K_{seca}}{K_{min}} + 1}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}^2}}.$$
(2.1)

Para que o módulo de incompressibilidade tenha valor negativo, a eq. (2.1) deve ter um numerador menor que zero e um denominador maior que zero:

$$\begin{cases} \frac{K_{seca}\phi}{K_{fl}} + \frac{K_{seca}(1-\phi)}{K_{min}} - 2\frac{K_{seca}}{K_{min}} + 1 < 0, \\ \frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}^2} > 0. \end{cases}$$
(2.2)

O inverso: o numerador maior que zero e o denominador menor que zero.

$$\frac{C}{K_{seca}\phi} + \frac{K_{seca}(1-\phi)}{K_{min}} - 2\frac{K_{seca}}{K_{min}} + 1 > 0, 
\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}^2} < 0.$$
(2.3)

### 2.2 Módulo de incompressibilidade do Fluido

As rochas são compostas por vários tipos de fluidos, variações em gás, óleo, água, dentre outras denominações. Por conseguinte, não é suficiente apenas o conhecimento do volume poroso para se estabelecer as quantidades presentes nas formações. Para que essas quantidades sejam estimadas é preciso encontrar que o percentual do volume poroso é ocupado por cada fluido. Esses percentuais recebem o nome de saturação. O reservatório quando descoberto, apresenta certa saturação de líquidos e cada um de seus constituintes colaborará com o resultado total da rocha.

Para tratar de um meio não ideal, o fluido em estudo requer mais atenção, visto que seu módulo de incompressibilidade varia a medida em que ele se distribui no reservatório. Desta forma, tanto o gás, o óleo e a água envolvidos em uma armadilha devem ser aproximados a valores que possam representar de uma forma sucinta a descrição de todo o processo que o acondiciona. Para isto, considera-se que os esforços são uniformes e não as deformações, de modo que a média pode ser escrita como (Reuss, 1929):

$$K_R = \left(\sum_{i=1}^N \frac{V_i}{K_i}\right)^{-1},\tag{2.4}$$

onde  $K_R$  é a média de Reuss,  $V_i$  é o volume de fração e  $K_i$  é a medida do modulo de incompressibilidade para cada termo.

O módulo de incompressibilidade do fluido pode ser obtido com a eq. (2.1):

$$K_{fl} = \frac{K_{seca}\phi - K_{sat}\phi}{-1 + K_{sat}\left(\frac{(1-\phi)}{K_{min} - \frac{K_{seca}}{K_{min}^2}}\right) + K_{seca}\left(\frac{-(1-\phi)}{K_{min}} + \frac{2}{K_{min}}\right).$$
(2.5)

Segundo Quintilliano (2014), a curva de saturação de água, que é importante para o resultado da estimativa da incompressibilidade da mistura de fluidos nos poros da rocha reservatório, pode ser obtida com a equação de Archie (1942):

$$Sat_w = \left(\frac{R_w \phi^{-m}}{R_t}\right)^{-1/n},\tag{2.6}$$

onde  $Sat_w$  é a saturação de água,  $R_t$  corresponde à resistividade profunda de uma rocha parcialmente saturada com um fluido de resistividade  $R_w$ ,  $m \in n$  são os expoentes de cimentação e saturação, respectivamente.

Para a substituição de fluido, quando uma onda sísmica atravessa a rocha saturada, ocorre uma variação na pressão de poros que altera o módulo de incompressibilidade da rocha saturada. Assim, a equação de Gassmann é válida apenas para casos de baixa frequência (< 100 Hz), onde o incremento de pressão possa ser aproximado (Mavko e Mukerji, 1995).

Usando o sistema de equações (2.2), isolando a constante do módulo de incompressibilidade do fluido, é possível achar o intervalo que não satisfaz a equação, assim:

$$\begin{cases}
K_{fl} < \frac{K_{seca}\phi}{\frac{-K_{seca}(1-\phi)}{K_{min}} - 1 + \frac{2K_{seca}}{K_{min}}, \\
K_{fl} > \frac{\phi}{\frac{-(1-\phi)}{K_{min}} + \frac{K_{seca}}{K_{min}^2}.
\end{cases}$$
(2.7)

Já para o sistema de equações (2.3):

$$\begin{cases}
K_{fl} > \frac{K_{seca}\phi}{\frac{-K_{seca}(1-\phi)}{K_{min}} - 1 + \frac{2K_{seca}}{K_{min}}, \\
K_{fl} < \frac{\phi}{\frac{-(1-\phi)}{K_{min}} + \frac{K_{seca}}{K_{min}^2}.
\end{cases}$$
(2.8)

#### Perfil de Indução

A saturação pode ser obtida com ajuda do perfil de Indução e usada diretamente na equação de Gassmann. O perfil é obtido através de um campo eletromagnético que é produzido por uma corrente alternada em uma bobina. Este campo induz nas rochas saturadas uma voltagem alternada, defasada de 90°. A corrente alternada propaga-se no meio com velocidades altas, assim a magnitude do sinal em uma segunda bobina da ferramenta pode ser relacionada com a condutividades do meio, a potência de energia aplicada, a quantidade de voltas e a distância entre as espiras.

As soluções eletrolíticas contidas nas rochas sedimentares conduzem a corrente elétrica. Assim, as camadas condutivas comportam-se como um circuito secundário como se fossem várias espiras acopladas indutivamente a transmissora, proporcionando anéis unitários, fechados, circundantes à bobina transmissora.

A condutividade do meio, bem como sua localização espacial (bobina transmissora e receptora) estão relacionados a densidade de corrente. Assim, este campo secundário gerado nos anéis, viajam através das camadas até atingir a bobina receptora e induzir uma tensão (Nery, 2013).

Com as resistividades verdadeiras das rochas, é possível obter o fator de formação:

$$F = \frac{R_O}{R_W} = \frac{a}{\phi^m}.$$
(2.9)

E também uma aproximação da saturação em água, podendo ser usada para calcular a saturação com a eq. 2.6.

#### 2.2.1 Viscosidade

A viscosidade é a resistência que o fluido oferece ao escoamento. Nos líquidos, a viscosidade vem do atrito interno, ou seja, das forças de atração entre as moléculas relativamente juntas. Portanto, aumentando-se a temperatura as forças entre as moléculas diminuem, bem como a viscosidade (Viswanath e Ghosh, 1934).

$$\varpi = De^{\frac{B}{T}},\tag{2.10}$$

onde  $\varpi$  é a viscosidade, T é a temperatura e B e D são constantes obtidas em laboratório.

Já para o gás, a viscosidade vem da transferência da quantidade de movimento. De um modo geral, quanto maior a velocidade, maior o atrito, portanto a temperatura agita as moléculas fazendo a viscosidade aumentar (Sutherland, 1893).

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right),\tag{2.11}$$

onde  $\mu$  é a viscosidade, T é a temperatura,  $T_0$  é uma temperatura de referência para o gás utilizado,  $\mu_0$  é uma viscosidade obtida em laboratório e S é a constante de Sutherland obtida em laboratório.

#### 2.2.2 Permeabilidade

É a capacidade que uma rocha tem de transmitir um fluido, relacionando a taxa de fluxo com o gradiente de pressão aplicado e a sua viscosidade. O espaço vazio da rocha, juntamente com as conexões entre os poros interferem diretamente no fluxo do fluido.

A mobilidade é o produto da permeabilidade e da viscosidade do fluido.

A permeabilidade pode ser escrita para fluxo laminar como (Schon, 2015):

$$\upsilon = \frac{\eta \mu}{\nabla p},\tag{2.12}$$

onde v é a permeabilidade  $\mu$  é o fluxo de fluido,  $\eta$  é a viscosidade dinâmica do fluido e  $\nabla p$  é o gradiente de pressão do fluido.

$$\nabla p = \frac{p_1 - p_2}{l},\tag{2.13}$$

onde  $p_1$  é a pressão na câmara anterior ao fluido,  $p_2$  é a pressão na câmara a frente do fluido e l é o comprimento que o fluido ocupa no seu deslocamento.

Quando o gás nos poros possui fluxo, ele sofre um efeito que atrapalha a determinação da permeabilidade, porquê haverá uma velocidade para o gás na parede porosa enquanto para o líquido ela é zero. Esta velocidade provoca um aumento na taxa de fluxo resultando em superestimação da permeabilidade.

Para sedimentos clásticos, a porosidade se relaciona com a permeabilidade com a equação (Schon, 2015):

$$\upsilon = c_1 \phi^a d^2, \tag{2.14}$$

onde  $a \in c_1$  são parâmetros empíricos e d é o tamanho médio do grão.

Relacionando a porosidade com a permeabilidade:

$$\upsilon = 17885\phi^{3,91}.\tag{2.15}$$

E a permeabilidade com o diâmetro do grão:

$$v = 0,0079d^{2,2}. (2.16)$$

A permeabilidade também pode ser obtida através do estudo laboratorial de testemunhos de poços.

### 2.3 Módulo de incompressibilidade do mineral

A rocha, além dos constituintes relacionados ao fluido, possui também sua matriz que geralmente não é homogênea e depende dos minerais que a formam, sendo considerados primários e secundários.

Assim, uma média com os valores do módulo de incompressibilidade pode ser criada, considerando que uma tensão aplicada em um meio acaba levando a variações de deformação uniforme, culminando em uma média aritmética (Voigt, 1928):

$$K_V = \sum_{i=1}^{N} V_i K_i,$$
 (2.17)

onde  $K_V$  é a média de Voigt,  $V_i$  é o volume de fração (de cada mineral) e  $K_i$  é a medida do modulo de incompressibilidade para cada termo.

Levando em conta a média dos fluidos de Reuss e considerando a tensão constante e como resultado uma deformação também constante, pode-se escrever a média dos minerais da seguinte forma (Hill, 1952):

$$K_H = \frac{K_V + K_R}{2},$$
 (2.18)

onde  $K_H$  é a média de Hill,  $K_V$  é a média de Voigt e  $K_R$  é a média de Reuss.

Usando o sistema de equações (2.2), isolando a constante do módulo de incompressibilidade do mineral, é possível achar o intervalo que não satisfaz a equação, assim:

$$K_{min} > \frac{K_{seca}(1-\phi) - 2K_{seca}}{-1 - K_{seca}},$$

$$K_{min} < \frac{-1 + \phi + \sqrt{(1-\phi)^2 + \frac{2\phi K_{seca}}{K_{fl}}}}{\frac{2\phi}{K_{fl}}}$$

$$(2.19)$$

Já para o sistema de equações (2.3):

$$K_{min} < \frac{K_{seca}(1-\phi) - 2K_{seca}}{-1 - K_{seca}\frac{\phi}{K_{fl}}},$$

$$K_{min} > \frac{-1 + \phi + \sqrt{(1-\phi)^2 + \frac{2\phi K_{seca}}{K_{fl}}}}{\frac{2\phi}{K_{fl}}}$$

$$(2.20)$$

#### 2.3.1 Argila

A utilização da equação de Gassmann em rochas com matriz argilosa desconsidera um dos seus principais pressupostos que é o caminho livre para o fluido se deslocar sem gerar um gradiente de pressão. Porém, o ambiente de estudo não é ideal e está sempre tentando satisfazer aproximações.

Os folhelhos são rochas que possuem grãos de minerais de argila. Esta por sua vez caracteriza um grupo de filossilicatos e é comumente encontrada em sedimentos.

Usando a equação para média de minerais (Hill, 1952), inserindo os parâmetros para argila, a matriz da rocha pode ser obtida com a seguinte equação:

$$K_{min} = \frac{1}{2} \left( V_{argila} K_{argila} + V_{quartzo} K_{quartzo} + \frac{V_{argila}}{K_{argila}} + \frac{V_{quartzo}}{K_{quartzo}} \right)$$
(2.21)

onde  $K_{min}$  é o módulo de incompressibilidade do mineral,  $V_{argila}$  é o volume de argila,  $V_{quartzo}$  é o volume de quartzo,  $K_{argila}$  é o módulo de incompressibilidade da argila e  $K_{quartzo}$  é o módulo de incompressibilidade do quartzo.

A densidade da rocha saturada é o produto das interações entre seus constituintes, sendo assim, o fluido, a porosidade e a argila, podem ser expressos como (Mavko et al.,1998):

$$\rho_{sat} = \rho_{argila} V_{argila} + \rho_{quartzo} (1 - \phi - V_{argila}) + \rho_{fl} \phi, \qquad (2.22)$$

onde  $\rho_{sat}$  é a densidade da rocha saturada,  $\rho_{argila}$  é a densidade da argila,  $\rho_{quartzo}$  é a densidade do quartzo,  $\rho_{fl}$  é a densidade do fluido,  $\phi$  é a porosidade e  $V_{argila}$  é a fração de volume da argila.

Considerando um modelo real de arenito limpo, a densidade da rocha saturada pode incluir os parâmetros da argila e obter um valor aproximado para a densidade em estudo.

Também é possível obter a velocidade da onda compressional diretamente da permeabilidade, teor de argila e a porosidade para arenito, expressa na seguinte relação (Klimentos, 1991):

$$V_L = 5,27 - 5,4\phi - 2,54V_{argila} + 0,0001\upsilon, \qquad (2.23)$$

onde  $V_L$  é a velocidade da onda longitudinal,  $\phi$  é a porosidade,  $V_{argila}$  é a fração de argila e v é a permeabilidade.

Levando em conta as rochas compostas por argila, como por exemplo o folhelho, é possível obter uma relação entre a permeabilidade e a porosidade, podendo ser expressa por (England et al.,1987):

$$\upsilon = 4 \cdot 10^{-15} \phi^8. \tag{2.24}$$

#### Perfil de Raios Gama

Na perfilagem, o perfil de raios gama serve como indicador de argila. Tem como base a radioatividade, que trata do decaimento espontâneo de um núcleo atômico (instável) e tem como consequência a emissão de radiação. O registro de uma curva de raios gama pode ser realizado pelos detectores quando os raios gama interagem por ionização com os átomos do interior do detector.

As ferramentas utilizam um cristal que emite luz ao ser atingido por um fóton, assim um fotomultiplicador amplifica a corrente em milhares de vezes para se poder fazer o registro. Os cristais mais utilizados são de fósforo com iodeto de sódio de tálio ativado. Com o aparelho é possível inferir sobre a fonte da radiação, se foi do  $K^{40}$  (2,22 · 10<sup>-12</sup> erg), do  $U^{235}$  (2,81 · 10<sup>-12</sup> erg) ou do  $Th^{235}$  (4,19 · 10<sup>-12</sup> erg).

O cálculo do teor de argila do pacote sedimentar pode ser obtido através da seguinte equação (Nery, 2013):

$$IGR = \frac{GR_p - GR_{min}}{GR_{max} - GR_{min}},$$
(2.25)

onde  $GR_p$  é a medida de raio gama no perfil,  $GR_{min}$  é o menor valor do raio gama lido no perfil ,  $GR_{max}$  é a maior medida de raio gama lido no perfil e IGR é um índice linear de raios gama.

O IGR é usado para estimar a argilosidade de acordo com a idade da rocha, podendo ser visto no livro de Nery (2013):

1. Para arenitos não consolidados (Terciário):

$$V_{Araila} = 0,083(2^{3,7IGR} - 1).$$
(2.26)

2. Para arenitos consolidados (Cretácio):

$$V_{Araila} = 0,33(2^{2IGR} - 1).$$
(2.27)

#### 2.4 Módulo de incompressibilidade da rocha seca

A aplicação da equação de Gassmann é dependente do módulo de incompressibilidade da rocha seca, o qual pode ser obtido em testes de laboratório ou diretamente dos perfis de poços. No entanto, alguns valores tanto de saturação, propriedades dos fluidos ou litologia podem levar a erros nos valores calculados.

Usando a eq. (1.25), isolando o módulo de incompressibilidade da rocha seca, obtém-se:

$$K_{seca} = \frac{K_{sat}(\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}}) - 1}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(-1-\phi)}{K_{min}} - \frac{K_{sat}}{K_{min}^2}}.$$
(2.28)

Como os valores negativos do módulo de incompressibilidade indicam anomalidade, então quando valores negativos de  $K_{seca}$  forem encontrados com dados de poço, eles apontarão propriedades incorretas em leituras de perfis, mesmo com trechos com alta permeabilidade e baixa quantidade de argila, assim, a equação de Gassmann pode ser aplicada para correção de perfis (Quintilliano, 2014).

Usando o sistema de equações (2.2), isolando a constante do módulo de incompressibilidade da rocha seca, é possível achar o intervalo em que a equação de Gassmann adquire valores incorretos, assim:
$$\begin{cases}
K_{seca} > \frac{-1}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}} - \frac{2}{K_{min}}}, \\
K_{seca} > K_{min}(1-\phi) + \frac{K_{min}^2\phi}{K_{fl}}.
\end{cases}$$
(2.29)

Já para o sistema de equações (2.3):

$$\begin{cases}
K_{seca} < \frac{-1}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_{min}} - \frac{2}{K_{min}}}, \\
K_{seca} < K_{min}(1-\phi) + \frac{K_{min}^2\phi}{K_{fl}}.
\end{cases}$$
(2.30)

## 2.5 Temperatura variando com a profundidade

A temperatura pode ser medida descendo-se termômetros em poços, e o gradiente geotérmico varia de 8 a  $40^{\circ} C/Km$ , segundo a seguinte equação (Batzle e Wang, 1992):

$$G_G = \frac{T_f - T_s}{H}.$$
(2.31)

onde  $G_G$  é o gradiente geotérmico,  $T_f$  é a temperatura para o fundo do poço,  $T_s$  é a temperatura da superfície e H é a profundidade medida do poço.

### 2.6 Densidade da Rocha

A rocha é constituída por frações subdivididas que dependerá da porosidade (poros, fraturas) da mesma. Tais subdivisões serão tratadas como densidade do mineral e densidade do fluido em que juntas compões a densidade total e pode ser representada por (Gassmann, 1951):

$$\rho_{sat} = \rho_{min}(1-\phi) + \phi\rho_{fl}, \qquad (2.32)$$

onde  $\rho_{sat}$  é a densidade da rocha saturada,  $\rho_{min}$  é a densidade da rocha da parcela do mineral,  $\rho_{fl}$  é a densidade da rocha da parcela do fluido e  $\phi$  é a porosidade da rocha saturada.

### Perfil de Densidade

É possível se determinar a densidade da rocha usando o perfil de Densidade, que trata do registro contínuo das variações da densidade dos elétrons das formações atravessadas pelo poço.

A medida da densidade é realizada pelo bombardeamento das camadas por um feixe monoenergético de raios gama. A transmissão de raios gama através da matéria pode ser relacionada a densidade eletrônica.

Tendo como base o espalhamento Compton como principal ocorrência, e com parâmetros pré determinados como a posição da fonte do aparelho e do receptor, juntamente com os registros de energia emitida e captada, é possível calcular a densidade da rocha com base na medida de atenuação dos raios que atravessam a formação.

A equação que representa a atenuação é um modelo de queda exponencial do fluxo de energia, que tem como incógnita a densidade eletrônica (Nery, 2013):

$$I_{final} = I_{Inicial} e^{-\alpha x \rho_e}, \qquad (2.33)$$

onde  $I_{final}$  é o fluxo final dos fótons,  $I_{Inicial}$  é o fluxo inicial,  $\alpha$  é o coeficiente de absorção de massa do material alvo, x é a espessura e  $\rho_e$  é a densidade eletrônica do material.

A densidade eletrônica é a quantidade de elétrons por volume amostrado. Sendo assim, para encontrar a densidade da rocha saturada pode-se usar:

$$\rho_B = 1,07\rho_e - 0,1883,\tag{2.34}$$

onde  $\rho_B$  é a densidade da formação, sendo um valor muito próximo da adquirida em laboratório. Esta relação foi estabelecida com uma ferramenta calibrada para calcário.

### 2.6.1 Densidade do Fluido

As densidades dos fluidos são definidas pela composição química, podendo haver a influência de componentes solúveis, da temperatura e da pressão.

Como a massa é uma componente constante, a temperatura acaba atuando na variação de volume, modificando os valores de densidade, bem como a pressão que altera o movimento das partículas da substância o que infere diretamente na variação de temperatura.

Para a densidade da rocha, pode-se obter uma equação simples em função da porosidade e dos parâmetros que a compõe (Silva, 2013):

$$\rho_{fl} = \sum_{i=1}^{N} Sat_i \rho_{fli}, \qquad (2.35)$$

onde  $\rho_{fl}$  é a densidade da parcela do fluido,  $Sat_i$  é a saturação da i-ésima parte da rocha e  $\rho_{fli}$  é a densidade da i-ésima parte da parcela do fluido.

### 2.6.2 Densidade do Mineral

Os minerais irão depender também da estrutura interna, da composição química, da temperatura e da pressão, parâmetros estes que controlarão a densidade do agregado de minerais. A média para os minerais pode ser obtida com:

$$\rho_{min} = \sum_{i=1}^{N} F_{Vi} \rho_{mini}, \qquad (2.36)$$

onde  $\rho_{min}$  é a densidade da parcela do mineral,  $F_{Vi}$  é a fração de volume da i-ésima parte da matriz e  $\rho_{mini}$  é a densidade da i-ésima parte da parcela do mineral.

## 2.7 Porosidade

As rochas possuem características próprias que alteram as respostas dos métodos geofísicos. Uma destas características é o espaço poroso, que em reservatórios são importantes para a classificação do movimento e tipo de fluido armazenado.

A porosidade se relaciona com a permeabilidade e ambas dependem da disposição dos minerais, das dimensões médias volumétricas e do tamanho da garganta dos poros.

Para medir a porosidade são consideradas técnicas laboratoriais de aplicação direta (expansão do gás, volume total, volume sólido) e métodos de perfilagem que são considerados indiretos (densidade, resposta de nêutrons e velocidade da onda sísmica).

Assim, a porosidade é definida como o volume total da rocha ocupada pelos poros, que podem ser qualquer tipo de espaço ocupado por fluido na rocha, sendo escrita como:

$$\phi = \frac{V_{fl}}{V_{sat}},\tag{2.37}$$

onde  $\phi$  é a porosidade,  $V_{fl}$  é o volume ocupado pelo fluido e  $V_{sat}$  é o volume total da rocha saturada.

A porosidade não possui dimensão e sua definição se amplia para configurar poros conectados e não conectados. Os não conectados são separados, não permitindo fluxo, desta forma a porosidade efetiva será a razão entre a o volume efetivo (conectado) e o volume total.

Após ser depositado, o material sedimentar passa a responder às condições de um novo ambiente, o do soterramento. Ao conjunto de transformações que o depósito sofre após sua deposição da-se o nome de diagênese; esta é capaz através dos seus processos (dissolução, cimentação, compactação e recristalização) fechar e criar poros, alterando a porosidade da rocha (Teixeira et al., 2009). A porosidade secundária corresponde aos espaços vazios que aparecem com a influencia da diagênese.

Usando o sistema de equações (2.2), isolando a porosidade, é possível achar o intervalo que não satisfaz a equação, assim:

$$\begin{cases}
\phi > \frac{-1 + \frac{K_{seca}}{K_{min}}}{\frac{K_{seca}}{K_{fl}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}}}, \\
\phi < \frac{\frac{K_{seca}}{K_{min}^2} - \frac{1}{K_{min}}}{\frac{1}{K_{fl}} - \frac{1}{K_{min}}}.
\end{cases}$$
(2.38)

Já para o sistema de equações (2.3):

$$\begin{pmatrix}
\phi < \frac{-1 + \frac{K_{seca}}{K_{min}}}{\frac{K_{seca}}{K_{fl}} - \frac{K_{seca}}{K_{min}}}, \\
\phi > \frac{\frac{K_{seca}}{K_{min}^2} - \frac{1}{K_{min}}}{\frac{1}{K_{fl}} - \frac{1}{K_{min}}}.
\end{cases}$$
(2.39)

### Perfil Neutrônico

Uma das maneiras de se obter a porosidade das rochas em relação a profundidade é por meio da utilização do perfil neutrônico. As ferramentas neutrônicas possuem uma fonte de nêutrons e alguns detectores (a depender do tipo de aparelho). Os nêutrons atuam de forma a atingir primeiramente a parede do poço, em suas camadas adjacentes, assim várias colisões irão ocorrer, fazendo o nêutron perder parte de sua energia. Essa perda de energia é proporcional ao tipo de átomo atingido, nos mais variados tipos de trajetórias, até o nêutron ser capturado por um núcleo.

Quando o núcleo recebe o nêutron, ele emite raios gama de alta energia para se tornar estável. Como o elemento de hidrogênio é o que é mais eficaz, já que suas proporções equivalem a do nêutron, num choque ele acaba por reduzir a energia do nêutron eficientemente, então os registros irão depender da quantidade de hidrogênio por unidade de volume.

A água e o óleo possuem alta quantidade de hidrogênio, dando um resultado normal para a porosidade, porém, quando existe gás, a quantidade de hidrogênio por volume é menor, indicando uma baixa porosidade, o que pode não ser um valor bem representativo. Para este problema, usa-se a combinação de perfis. Usando-se o perfil de densidade com o neutrônico, a resposta nas rochas com gás melhora substancialmente.

### Perfil Sônico

Uma outra forma de calcular a porosidade do meio é pelo perfil sônico, que possui um transmissor de alta frequência constante que emite um impulso em forma de onda elástica muito curto e de alta amplitude que se propaga até dois receptores.

A onda sofre espalhamento e atenuações enquanto atravessa todo o material da formação. Ao chegar nos receptores, as ondas serão registradas e calculados seus tempos. As primeiras ondas a chegar serão as compressionais, por possuirem maior velocidade de propagação, em seguida chegam as cisalhantes, que viajam transversalmente. Também chegam as ondas de Rayleigh e Stoneley que são superficiais e por último uma onda de corpo que viaja através da lama.

A diferença entre os tempos de trânsito do receptor 1 e do receptor 2 fornecem o tempo da onda que percorre a camada, desde que a trajetória c seja igual a f. Caso negativo, há necessidade de correção ou compensações.

$$t_1 = \frac{a}{V_m} + \frac{b}{V_{fm}} + \frac{c}{V_m},$$
(2.40)

$$t_2 = \frac{a}{V_m} + \frac{b}{V_{fm}} + \frac{d}{V_{fm}} + \frac{f}{V_m},$$
(2.41)

onde  $f, a, b, c \in d$  são distâncias da ferramenta a parede do poço,  $V_m$  é a velocidade da lama,  $V_{fm}$  é a velocidade da camada,  $t_1$  é o tempo de trânsito entre o transmissor e o receptor 1 e  $t_2$  é o tempo de trânsito entre o transmissor e o receptor 2.

O tempo de transito pode ser usado para calcular a porosidade de um sistema de camadas em série:

$$\Delta t = (1 - \phi)\Delta t_m + \phi \Delta t_f. \tag{2.42}$$

De outra forma, o tempo de trânsito também pode ser usado para calcular a porosidade de um sistema de camadas em paralelo podendo ser visto no livro de Nery (2013):

$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{(1-\phi)^2}{\Delta t_m} + \frac{\phi}{\Delta t_f},\tag{2.43}$$

onde  $\Delta t$  é a diferença de tempo de trânsito total,  $\phi$  é a porosidade,  $\Delta t_f$  é a diferença de tempo para o fluido e  $\Delta t_m$  para a matriz.

### 2.7.1 Compactação

Verticalmente, as rochas e seus fluidos intersticiais estão submetidos à pressão devido ao peso das camadas sotopostas, denominadas de pressão litostática. Horizontalmente, tais processos variam em razão de forças tectônicas, tencionais ou compressionais, e pela falta de homogeneidade da crosta, fraturas etc. A compressão efetuada pela força litostática tende a esmagar as rochas e em casos de reservatórios, com a retirada do fluido, a pressão diminui aumentando o efeito de compactação da rocha (Nery, 2013).

A compactação se trata da redução do volume de vazios de um solo, por ação direta da pressão exercida pelas camadas adjacentes. A relação com a profundidade pode ser representada pela equação (Hantschel e Kauerauf, 2009):

$$\phi_z = \phi_i^{-CZ},\tag{2.44}$$

onde  $\phi_z$  é a porosidade variando com a profundidade, Z é a profundidade,  $\phi_i$  é a porosidade em Z = 0 e C é um parâmetro que caracteriza a profundidade do sedimento.

Já a cimentação se trata do processo de deposição de material químico que age como um cimento nos grãos de uma rocha sedimentar, podendo fechar poros e canais, resultando em sua consolidação.

### 2.7.2 Capilaridade

A capilaridade é definida pela pressão capilar e é o resultado da descontinuidade na pressão através da interface que separa os dois fluidos. A curvatura da interface determina a magnitude da descontinuidade e interfere no fluxo de um fluido quando não há outros sistemas de pressão na rocha. Portanto, em um reservatório, a saturação é dependente da capilaridade. A pressão capilar pode ser expressa da seguinte forma (Bear, 1972):

$$P_C = P_{NW} - P_W, \tag{2.45}$$

onde  $P_C$  é a pressão capilar,  $P_{NW}$  é a pressão da fase não molhante e  $P_W$  é a pressão da fase molhante.

A fase molhante é a parcela do fluido que está aderida a rocha (fase aquosa) enquanto que a fase não molhante é o inverso (fase com gás ou óleo).

Ela pode ser relacionada ao raio do capilar por onde vai se deslocar (Bear, 1972):

$$P_C = \frac{2\iota cos\vartheta}{r},\tag{2.46}$$

onde  $P_C$  é a pressão capilar,  $\iota$  é tensão interfacial,  $\vartheta$  é o ângulo de contato (molhabilidade) e r é o raio capilar.

## 2.8 Sísmica

A modelagem AVO (Amplitude Variation with Offset) é um método usado para o estudo da composição da rocha através das constantes elásticas e é definido como: a mudança na amplitude das reflexões sísmicas com fonte distância - geofone. Depende do contraste da velocidade, densidade e proporção do coeficiente de Poisson. Pode ser usado como um indicador de hidrocarbonetos gasosos devido às mudanças significativas para o coeficiente de Poisson (que pode ocorrer quando o fluido dos poros é um gás), que causa um aumento na amplitude com a distância (Sheriff, 1991).

A modelagem pode ser obtida com a ajuda da equação de Gassmann, pois esta relaciona as propriedades da rocha com as velocidades sísmicas e com a densidade, parâmetros fundamentais na modelagem AVO.

### 2.8.1 Impedância acústica

A impedância acústica de um sistema vibratório trata da oposição que este meio oferece à propagação da onda sísmica. Pode ser definida como o produto entre a densidade e a velocidade da onda (Dourado, 2007). Ela atua como um indicador de litologia. Pode ser usada para denunciar variações nos parâmetros da rocha, como por exemplo variação das propriedades físicas das rochas saturadas por conta da substituição de fluido, dentre outros.

A impedância é representada por:

$$Z = V\rho, \tag{2.47}$$

onde Z é a impedância, V é a velocidade da onda e  $\rho$  é a densidade da rocha.

#### 2.8.2 Coeficiente de reflexão

Quando uma onda longitudinal atinge uma interface entre dois meios, cujas camadas determinam uma impedância acústica contrastante, acabam gerando uma divisão que envolve os dois meios de forma a refletir uma parte desta onda e a outra parte acaba penetrando a interface, gerando ondas longitudinais refletidas e transmitidas bem como ondas transversais refletidas e transmitidas. Assim, o contraste de impedância acústica define a reflexão entre dois meios.

Para um ângulo de incidência paralelo a normal ou próximo da normal, pode-se escrever (Dourado, 2007):

$$R = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1},\tag{2.48}$$

onde R é o coeficiente de reflexão,  $V_1$  é a velocidade da onda no meio 1,  $V_2$  é a velocidade da onda no meio 2,  $\rho_1$  é a densidade do meio 1 e  $\rho_2$  é a densidade no meio 2.

Quando a impedância acústica do meio 2 é maior que a do meio 1, o coeficiente de reflexão é positivo, e está entre 0 e 1 e uma parte da amplitude é refletida sem inversão de fase. Para o caso negativo, a impedância acústica do meio 2 é menor que a do meio 1, assim o coeficiente de reflexão é negativo e o pulso inicial refletido será uma distensão de modo que o pulso refletido que chega na superfície será uma compressão.

Para o coeficiente de reflexão que varia com o ângulo de incidência (Silva et al., 2010), tem-se

$$R(\theta)\sin A + B\sin^2(\theta) + C\sin^2(\theta)\tan^2(\theta), \qquad (2.49)$$

O termo A é chamado de intercepto, se trata do coeficiente de reflexão quando o ângulo de incidência é zero e depende do contraste de impedância acústica da onda, podendo ser escrita como:

$$A = \frac{V_{L2} - V_{L1}}{V_{L1} + V_{L2}} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{(\rho_1 + \rho_2)}.$$
(2.50)

onde  $\rho_1$  é a densidade do meio 1,  $\rho_2$  é a densidade do meio 2,  $V_{L1}$  é a velocidade da onda longitudinal do meio 1 e  $V_{L2}$  é a velocidade da onda longitudinal do meio 2.

Já o termo B é conhecido como gradiente, seu resultado trata-se de uma aproximação de quanto o coeficiente de reflexão diminui ou aumenta em função do quadrado do seno do ângulo de incidência, sendo escrito como:

$$B = \frac{V_{L2} - V_{L1}}{V_{L1} + V_{L2}} - 2\left(\frac{V_{T1} + V_{T2}}{V_{L1} + V_{L2}}\right)^2 \times \left(4\frac{V_{T2} - V_{T1}}{V_{T1} + V_{T2}} + 2\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}\right).$$
 (2.51)

onde  $V_{T1}$  é a velocidade da onda transversal do meio 1 e  $V_{T2}$  é a velocidade da onda transversal do meio 2.

O termo complementar, pode ser escrito como:

$$C = \frac{V_{L2} - V_{L1}}{V_{L1} + V_{L2}}.$$
(2.52)

O coeficiente de reflexão é utilizado para denunciar tipos diferentes de litologia, indicando onde começa um reservatório, servindo assim, para definir seus limites. É muito utilizado no estudo das camadas sedimentares.

### 2.8.3 Razão de Poisson

A razão de Poisson representa a razão entre a deformação transversal associada a uma deformação longitudinal na direção do esforço de tração. As velocidades sísmicas dependem das propriedades elásticas das rochas, podendo ser escrita em termos da razão de Poisson:

$$\sigma = \frac{\left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 - 2}{2\left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 - 2},\tag{2.53}$$

onde  $\sigma$  é a razão de Poisson,  $V_T$  é a velocidade da onda transversal,  $V_L$  é a velocidade da onda longitudinal.

O coeficiente de Poisson é sensível à composição mineralógica, a anisotrópia, aporosidade, fraturas dentre outras. Os valores são próximos de 0,05 para rochas compactas (duras) e 0,45 para rochas pouco compactadas.

## 2.8.4 Razão $V_L/V_T$

O estudo da velocidade sísmica da rocha é fundamental no processo de obtenção dos parâmetros elásticos e tem como interferências diretas no seu valor final, o fluido, a temperatura, a pressão, a porosidade dentre outros. A razão  $V_L/V_T$  é uma constante que denuncia a litologia, o tipo de fluido e a matriz de uma rocha. Estatisticamente, rochas com alto teor de argila possuem baixas velocidades e altas razões  $V_L/V_T$ , enquanto óleos mais viscosos e mais densos possuem altas propriedades sísmicas. A razão para o quartzo é 0,077, enquanto que minerais máficos como a hornblenda e a forsterita apresentam valores de 0,287 e 0,240 respectivamente (Marques, 2011).

## CAPÍTULO 3

# Aplicação da equação de Gassmann

Este capítulo mostra algumas aplicações para a equação de Gassmann, desde sua utilização em pesquisa de laboratório até a substituição de fluidos e indicações em erro para os perfis de porosidade.

## 3.1 Determinação das velocidades sísmicas da rocha saturada

O objetivo desta aplicação é achar o módulo de incompressibilidade de qualquer rocha saturada que esteja dentro das considerações de Gassmann, com apenas uma amostra de laboratório dessa rocha, quando, será possível determinar as velocidades sísmicas da rocha saturada.

Abaixo listamos os dados de entrada (no CGS) para um sistema fechado (os poros não estão em contato com a atmosfera), obtidos em laboratório:

Porosidade efetiva $(\phi)$	13,3~%
Densidade da rocha seca $(\rho_{seca})$	$2,23 \ g/cm^3$
Velocidade da onda longitudinal na rocha seca $(V_{Lseca})$	$2,3\cdot 10^5~cm/s$
Velocidade da onda transversal na rocha seca $(V_{Tseca})$	$1,3\cdot 10^5~cm/s$
Velocidade da onda longitudinal da parcela fluida $\left( V_{Lfl} \right)$	$1,435\cdot 10^5\ cm/s$
Densidade do gás preso na porosidade fechada $(\rho_{gs})$	$0,0013 \ g/cm^{3}$
Densidade da água $(\rho_{gua})$	$1 g/cm^3$
Módulo de incompressibilidade do mineral $(K_{min})$	$25\cdot 10^{10} \ dina/cm^2$

Tabela 3.1: Tabela dos dados laboratoriais (Gassmann, 1951).

Para a densidade do mineral usa-se a eq. (1.41) obtendo:

$$\rho_{min} = 2,57 \ g/cm^3. \tag{3.1}$$

Encontrando o módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(K_{seca})$ :

$$V_{Lseca} = \sqrt{\frac{M_{seca}}{\rho_{seca}}},\tag{3.2}$$

$$M_{seca} = 11, 8 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2, \tag{3.3}$$

onde  $V_{Lseca}$  é a velocidade da propagação longitudinal da rocha seca,  $\rho_{seca}$  é densidade da rocha seca e  $M_{seca}$  é o módulo da onda longitudinal da rocha seca.

$$V_{Tseca} = \sqrt{\frac{\mu_{seca}}{\rho_{seca}}},\tag{3.4}$$

$$\mu_{seca} = 3,77 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2, \tag{3.5}$$

onde  $V_{Tseca}$  é a velocidade da propagação transversal (cisalhante) da rocha seca,  $\rho_{seca}$  é densidade da rocha seca e  $\mu_{seca}$  é o módulo cisalhante da rocha seca.

Então, substituindo os termos para a porção seca:

$$K_{seca} = M_{seca} - \frac{4\mu_{seca}}{3},\tag{3.6}$$

$$K_{seca} = 6,8 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2,\tag{3.7}$$

onde  $\mu_{Seca}$  é o módulo cisalhante da rocha seca,  $M_{Seca}$  é o módulo da onda longitudinal da rocha seca e  $K_{seca}$  é o módulo de incompressibilidade da rocha seca.

Encontrando o módulo de onda do fluido:

$$V_{Lfl} = \sqrt{\frac{M_{fl}}{\rho_{fl}}},\tag{3.8}$$

$$M_{fl} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2, \tag{3.9}$$

onde  $V_{Lfl}$  é a velocidade da propagação longitudinal do fluido,  $\rho_{fl}$  é a densidade do fluido (nesse caso a água) e  $M_{fl}$  é o módulo da onda longitudinal do fluido.

$$V_{Tfl} = \sqrt{\frac{\mu_{fl}}{\rho_{fl}}},\tag{3.10}$$

Não existe velocidade cisalhante no fluido, assim:

$$\mu_{fl} = 0, (3.11)$$

onde  $V_{Tfl}$  é a velocidade da propagação transversal (cisalhante) do fluido,  $\rho_{fl}$  é densidade do fluido (nesse caso a água) e  $\mu_{fl}$  é o módulo da onda longitudinal do fluido.

Encontrando o modulo de incompressibilidade do fluido:

$$K_{fl} = M_{fl} - \frac{4\mu_{fl}}{3},\tag{3.12}$$

$$K_{fl} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2, \tag{3.13}$$

onde  $\mu_{fl}$  é o módulo cisalhante do fluido,  $M_{fl}$  é o módulo da onda longitudinal do fluido e  $K_{fl}$  é o módulo de incompressibilidade do fluido da rocha.

Encontrando o módulo de incompressibilidade da rocha saturada:

Usando a eq. (1.25) e aplicando todos os dados encontrados:

$$K_{sat} = 12, 8 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.14}$$

Encontrando o módulo de cisalhamento da rocha saturada:

$$\mu_{sat} = \mu_{seca},\tag{3.15}$$

$$\mu_{sat} = 3,77 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2,\tag{3.16}$$

onde  $\mu_{seca}$  é o módulo de cisalhamento da rocha seca e  $\mu_{sat}$  é o módulo de cisalhamento da rocha saturada.

Encontrando a densidade da rocha saturada com a eq. (1.42):

$$\rho_{sat} = 2,363 \ g/cm^3. \tag{3.17}$$

Encontrando a velocidade longitudinal da rocha saturada usando a equação da velocidade longitudinal eq. (1.55):

$$V_{Lsat} = 2,748394 \cdot 10^5 \ cm/s. \tag{3.18}$$

Encontrando a velocidade cisalhante da rocha saturada usando a equação da velocidade cisalhante eq. (1.57):

$$V_{Tsat} = 1,2628854 \cdot 10^5 \ cm/s. \tag{3.19}$$

Encontrando a impedância da rocha saturada usando a eq. (2.47):

$$Z = 6,4870050 \cdot 10^5 \ g/cm^2 s^2. \tag{3.20}$$

Encontrando a razão de Poisson (adimensional) usando a eq. (2.53):

$$\sigma = 0,36578411. \tag{3.21}$$

Usando a razão  $V_L/V_T$ :

$$\frac{V_L}{V_T} = 2,1737850. \tag{3.22}$$

Um programa em linguagem Fortran foi desenvolvido para encontrar todas estas incógnitas (no Anexo I).

## 3.2 Determinação da saturação da rocha

O objetivo desta aplicação é achar a saturação de qualquer rocha com valores de velocidade e densidade obtidas por métodos geofísicos, utilizando a equação de Gassmann.

Abaixo listamos os dados de entrada (no CGS) para um sistema fechado.

Para a densidade do mineral usa-se a eq. (1.41) obtendo:

$$\rho_{min} = 2,59 \ g/cm^3. \tag{3.23}$$

Encontrando o módulo de onda da rocha seca  $(M_{seca})$ :

$$M_{seca} = 13, 12 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.24}$$

Achando a velocidade transversal da rocha seca  $(V_{Cseca})$  com a eq. (3.4):

$$\mu_{seca} = 4,11 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.25}$$

19,2~%
$2,21 \ g/cm^{3}$
$2,5\cdot 10^5~cm/s$
$1,4\cdot 10^5~cm/s$
$1,435\cdot 10^5\ cm/s$
$1,035\cdot 10^5\ cm/s$
$1 g/cm^3$
$0,7 \ g/cm^3$
$29\cdot 10^{10} \ dina/cm^2$
$2,29  g/cm^3$
$2,97\cdot 10^5~cm/s$
$1, 34 \cdot 10^5 \ cm/s$

Tabela 3.2: Tabela dos dados laboratoriais manipulados.

Encontrando o módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(K_{seca})$  com a eq. (3.6):

$$K_{seca} = 7,64 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.26}$$

Para o módulo de onda do fluido 1  $(M_{fl1})$  eq. (3.8):

$$M_{fl1} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.27}$$

Para o módulo de cisalhamento do fluido 1 ( $\mu_{fl}$ ) eq. (3.10):

$$\mu_{fl1} = 0. (3.28)$$

Encontrando o módulo de incompressibilidade do fluido 1 ( $K_{fl1}$ ) eq. (3.12):

$$K_{fl1} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2.$$
 (3.29)

Para o módulo de onda do fluido 2 ( $M_{fl2}$ ) eq. (3.8):

$$M_{fl2} = 0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.30}$$

Para o módulo de cisalhamento do fluido 2 ( $\mu_{fl2}$ ) eq. (3.10):

$$\mu_{fl2} = 0. \tag{3.31}$$

Encontrando o módulo de incompressibilidade do fluido 2 ( $V_{Lfl2}$ ) eq. (3.12):

$$K_{fl2} = 0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2.$$
 (3.32)

Para o módulo de cisalhamento usa-se a eq. (1.57):

$$\mu_{sat} = 4.12 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.33}$$

O módulo de incompressibilidade da rocha saturada pode ser encontrado usando a eq. (1.55):

$$K_{sat} = 14,72 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.34}$$

O módulo de incompressibilidade do fluido pode ser encontrado usando a eq. (2.5):

$$K_{fl} = 1,36 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.35}$$

A saturação pode ser encontrada usando a eq. (2.4):

$$S = 0,706.$$
 (3.36)

Também podem ser obtidos as seguintes relações para ajudar na análise de uma substituição de fluido:

A impedância da rocha saturada usando a eq. (2.47):

$$Z = 6,80 \cdot 10^5 \ g/cm^2 s^2. \tag{3.37}$$

Encontrando a razão de Poisson (adimensional)usando a eq. (2.53):

$$\sigma = 0,37. \tag{3.38}$$

Usando a razão  $V_L/V_T$ :

$$\frac{V_L}{V_T} = 2,22.$$
 (3.39)

Um programa em linguagem Fortran foi desenvolvido para encontrar todas estas incógnitas (no Anexo II).

## 3.3 Correção de valores de porosidade

O cálculo do módulo de incompressibilidade da rocha seca a partir de parâmetros utilizados na perfilagem de poço pode ajudar a identificar pontualmente parâmetros anômalos que comprometem a interpretação dos perfis (Quintilliano, 2014).

Porosidade efetiva $(\phi)$	19,2~%
Saturação $(S)$	0,71
Velocidade da onda longitudinal da parcela fluida 1 $\left(V_{Lfl1}\right)$	$1,435\cdot 10^5\ cm/s$
Velocidade da onda longitudinal da parcela fluida 2 $\left(V_{Lfl2}\right)$	$1,035\cdot 10^5\ cm/s$
Densidade do fluido 1 $(\rho_{gua})$	$1 \ g/cm^3$
Densidade do fluido 2 $(\rho_{fl2})$	$0,7 \ g/cm^3$
Módulo de incompressibilidade do mineral $(K_{min})$	$29 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$
Densidade da rocha saturada $(\rho_{sat})$	$2,29 \ g/cm^3$
Velocidade da onda longitudinal na rocha saturada $(V_{Lsat})$	$2,97\cdot 10^5~cm/s$
Velocidade da onda transversal na rocha saturada $(V_{Tsat})$	$1, 34 \cdot 10^5 \ cm/s$

Tabela 3.3: Tabela dos dados laboratoriais manipulados.

Para o módulo de onda do fluido 1  $(M_{fl1})$  eq. (3.8):

$$M_{fl1} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.40}$$

Para o módulo de cisalhamento do fluido 1 ( $\mu_{fl1}$ ) eq. (3.10):

$$\mu_{fl1} = 0. (3.41)$$

Encontrando o módulo de incompressibilidade do fluido 1 ( $K_{fl1}$ ) eq. (3.12):

$$K_{fl1} = 2,06 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2.$$
 (3.42)

Para o módulo de onda do fluido 2  $(M_{fl2})$  eq. (3.8):

$$M_{fl2} = 0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.43}$$

Para o módulo de cisalhamento do fluido 2 ( $\mu_{fl2}$ ) eq. (3.10):

$$\mu_{fl2} = 0. \tag{3.44}$$

Encontrando o módulo de incompressibilidade do fluido 2 ( $V_{Lfl2}$ ) eq. (3.12):

Encontrando o módulo de cisalhamento da rocha saturada com a eq. (3.15):

$$\mu_{sat} = 3,77 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.46}$$

O módulo de incompressibilidade da rocha saturada pode ser encontrado usando a eq. (1.55):

$$K_{sat} = 14,72 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.47}$$

A saturação é obtida usando a eq. (2.6):

$$S = 0,71.$$
 (3.48)

O módulo de incompressibilidade do fluido é obtida usando a eq. (2.4):

$$K_{fl} = 0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.49}$$

O módulo de incompressibilidade da rocha seca é obtida usando a eq. (2.28), onde valores negativos acusarão anomalia na leitura da porosidade, ou qualquer parâmetro relacionado a ela:

$$K_{seca} = 0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2. \tag{3.50}$$

Também podem ser obtidos as seguintes relações para ajudar na análise da litologia:

A impedância da rocha saturada usando a eq. (2.47):

$$Z = 6,80 \cdot 10^5 \ g/cm^2 s^2. \tag{3.51}$$

Encontrando a razão de Poisson (adimensional)usando a eq. (2.53):

$$\sigma = 0,37. \tag{3.52}$$

Usando a razão  $V_L/V_T$ :

$$\frac{V_L}{V_T} = 2,22. \tag{3.53}$$

Um programa em linguagem Fortran foi desenvolvido para encontrar todas estas incógnitas (no Anexo III).

## CAPÍTULO 4

# Resultados do estudo da Equação de Gassmann

Este capítulo contém todas as relações e interpretações que foram propostas para a equação de Gassmann. O estudo envolveu a observação das variações e dos limites dos parâmetros mais relevantes, juntamente com as principais respostas e aproximações que podem ser aplicadas de forma confiável. Este Trabalho também considerou situações hipotéticas assumindo valores negativos, os quais ocorrendo podem ser decorrentes de aplicação de dados anômalos ou na manipulação dos dados, para se obter um estudo completo das variações.

## 4.1 Módulo de incompressibilidade do Fluido

Os fluidos são prioridade no monitoramento e devem ser mapeados e delimitados com propriedades medidas diretamente do reservatório, com obtenção a partir da equação de estado e com equações obtidas de forma empírica.

A Figura 4.1 mostra a variação das médias com a eq. (2.18) (Hill, 1952), eq. (2.4) (Reuss, 1929) e com a eq. (2.17) (Voigt, 1928), todas variando com a saturação de gás. Usando como módulo de incompressibilidade  $2, 25 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  para a água e  $0, 157 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  para o gás (Silva, 2013).

As médias atingem seus valores limites de elasticidade quando a saturação em gás atinge dois pontos, o de origem zero e o de saturação total um. Para obter as médias dos módulos de incompressibilidade, a mais eficaz é Reuss, com a aplicação da deformação constante, favorecendo uma média harmônica, com uma queda linear, quando se aumenta a saturação de gás.

Para a Figura 4.2, foi usada a eq. (1.25) (Gassmann, 1951) com o objetivo de isolar o módulo de incompressibilidade do fluido. Aplicou-se os dados da seção 3.1 e variou-se cada parâmetro dos módulos de incompressibilidade (seca, sat e min).

Para o módulo de incompressibilidade da rocha seca, percebe-se que há um decréscimo muito rápido, mostrando que o  $K_{fl}$  é muito sensível a sua variação. Para o módulo de incompressibilidade do mineral, há uma "explosão" determinando valores anômalos para um módulo de incompressibilidade inferior a  $15 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ . Para o módulo de incompressibilidade da rocha saturada, há um aumento quase linear até os  $40 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ , então a partir deste ponto, começa diminuir a influência do  $K_{fl}$ .

Usando os dados da seção 3.1, é possível obter os intervalos que não satisfazem a equação de Gassmann. Usando o sistema 2.7, para o módulo de incompressibilidade do fluido, ele não pode ser representado pelo intervalo  $-5,58 < K_{fl} < -1,31 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ , já para o sistema 2.8, o resultado é impossível de ser obtido.

A Figura 4.3 mostra a variação do módulo de incompressibilidade do mineral. O intervalo, NKmin (numerador) e DKmin (denominador) representam os sistemas de equações 2.7 ou 2.8 com variação no módulo de incompressibilidade do mineral e  $K_{fl}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do mineral e  $K_{fl}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do fluido usado na seção 3.1.

Para que o valor do módulo de incompressibilidade do fluido seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade do mineral valores entre 5,35 a 5,55 ou 7,7 a 7,84  $\cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

De um modo geral, a partir de  $7,85 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  o intervalo cresce indefinidamente para valores negativos de  $K_{fl}$ , portanto, a partir deste valor, no sentido crescente para o módulo de incompressibilidade do mineral, a equação de Gassmann é válida.

A Figura 4.4 mostra a variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca. O intervalo, NKseca e DKseca representam os sistemas de equações 2.7 ou 2.8 com variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca e  $K_{fl}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do



Figura 4.1: Variação do módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com a saturação de gás.



Figura 4.2: Variação do módulo de incompressibilidade do fluido com os módulos de incompressibilidade da rocha seca, da rocha saturada e do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ .



Figura 4.3: Variação do módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com o módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.4: Variação do módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com o módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

fluido usado na seção 3.1.

Para que o valor do módulo de incompressibilidade do fluido seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade da rocha seca valores entre 21,70 a 22,05 ou acima de  $62,03 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ .

A Figura 4.5 expõe a variação da porosidade. O intervalo, *NPorosidade* e *DPorosidade* representam os sistemas de equações 2.7 ou 2.8 com variação na porosidade e  $K_{fl}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do fluido usado na seção 3.1.

Para que o valor do módulo de incompressibilidade do fluido seja possível, a equação não pode ter como porosidade valores acima de 0,74 aproximadamente.

### 4.1.1 Viscosidade

A Figura 4.6 se trata da eq. (2.10) (Viswanath e Ghosh, 1934). Usando  $D = 2,58 \cdot 10^2 dina \cdot s/cm^2$  e B = 8.85917 como dados laboratoriais, é possível perceber que a viscosidade em líquidos diminui com o aumento da temperatura.

Como a temperatura tem seu gradiente aumentando com a profundidade, então a viscosidade diminui com a profundidade e a equação de Gassmann passa a ser mais fiel quando possui líquido e é usada em maior profundidade.



Figura 4.5: Variação do módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ com a porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.6: Viscosidade  $(10^{-2} dina \cdot s/cm^2)$  variando com a temperatura (°C).



Figura 4.7: Viscosidade  $(10^{-2} dina \cdot s/cm^2)$  variando com a temperatura (°C).

A Figura 4.7 mostra a eq. (2.11) (Sutherland, 1893). Usando  $\mu_0 = 1,716 \cdot 10^{-4} dina \cdot s/cm^2$ ,  $T_0 = -0,04 \ ^{\circ}C \ e \ S = -162,59 \ ^{\circ}C$  obtidos em laboratório. Assim, para a viscosidade em gás, o inverso acontece, o aumento de temperatura que está associado a uma profundidade maior, faz com que a viscosidade do gás aumente, inviabilizando a equação de Gassmann.

### 4.1.2 Permeabilidade

A equação de Gassmann tem como pressuposto ser estática, o fluido não pode ter viscosidade e a permeabilidade deve estar tendendo ao infinito, para que quando uma onda compressional passe pela rocha, não gere um gradiente de pressão. Esta situação é ideal, portanto, para a utilização da fórmula, algumas aproximações são feitas.

A Figura 4.8 mostra a variação da permeabilidade com a porosidade, com a eq. (2.15) (Schon, 2015). O aumento da porosidade interfere diretamente na permeabilidade, sendo assim, a equação de Gassmann será bem representada para valores altos de porosidade (quando se leva em conta apenas esse fator), por caracterizarem bom fluxo de fluido (alta permeabilidade).

A Figura 4.9 mostra a variação da permeabilidade com o diâmetro do grão, usando a eq. (2.16) (Schon, 2015). O aumento do grão interfere diretamente na permeabilidade, assim, quanto maior for o tamanho dos grãos (maior que a argila com  $200\eta cm$ ), melhor será para a aplicação da equação de Gassmann.



Figura 4.8: Permeabilidade  $(10^{-11} \ cm^2)$  variando com a porosidade.



Figura 4.9: Permeabilidade  $(10^{-11} cm^2)$  variando com o diâmetro de grão  $(10^{-4} cm)$ .

Além disso, o comprimento da onda sísmica deve ser muito maior que o grão usado para o estudo da fórmula, por causa da frequência, que deve ser baixa para configurar um modelo quase estático.



Figura 4.10: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com a percentagem de argila.

## 4.2 Módulo de incompressibilidade do mineral

A Figura 4.10 compara as médias utilizando a eq. (2.18) (Hill, 1952), a eq. (2.4) (Reuss, 1929) e a eq. (2.17) (Voigt, 1928) para a obtenção da média que melhor representa o módulo de incompressibilidade do mineral. Para esse estudo, a média mais indicada é a de Hill, porque leva em conta os dois tipos de deformações aplicados pelas médias de Voigt e Reuss aproximando o resultado total da rocha calculado com o medido em laboratório.

Os dados utilizados foram  $20, 9 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para o modulo de incompressibilidade da argila e  $36, 6 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para o módulo de incompressibilidade do quartzo. Assim, no geral, quanto maior for a percentagem de argila, menor será a média dos minerais, já que o módulo de incompressibilidade dos minerais comumente é maior do que o da argila.

Tendo como base a eq. (2.18) (Hill, 1952), a Figura 4.11 estabelece como a média varia em função de diferentes módulos de incompressibilidade dos minerais, juntamente com sua fração em volume ocupado na matriz da rocha. Os dados utilizados foram da Tabela A.1, tendo destaque para a halita, a muscovita, a almandina e a calcita.

Foram realizadas simulações para variação de qualquer módulo de incompressibilidade ( $0 < nK_{min} < 145 \text{ em } 10^{10} \ dina/cm^2$ ) variando juntamente com sua percentagem na matriz da rocha. Mostrando que quanto maior for a fração de volume do mineral com maior módulo de incompressibilidade, maior será o resultado final da média.



Figura 4.11: Variação da média dos minerais  $(10^{10} dina/cm^2)$  com  $K_{min}$  fixo (da halita, muscovita, almandina e calcita) usando diferentes percentagens e valores de módulos de incompressibilidade diferentes  $(10^{10} dina/cm^2)$ .

Com auxílio da Tabela A.1, os dados mostram que os minerais máficos, que são os principais constituintes de rochas básicas e ultrabásicas, tem constantes elásticas mais elevadas que os minerais félsicos.

Desta forma, para rochas sedimentares, a rocha fonte terá grande importância no desenvolvimento de estudos com a equação de Gassmann, pois o conhecimento acerca da composição de seus minerais facilitará o estudo de composição e a média atribuída para um estudo de substituição de fluido, caso a rocha sedimentar tratada seja um reservatório.

A Figura 4.12 mostra como a eq. (1.25) (Gassmann, 1951) se comporta com a variação do módulo de incompressibilidade do mineral através da eq. (2.18) (Hill, 1952), usando  $20, 9 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para o modulo de incompressibilidade da argila e  $36, 6 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para o módulo de incompressibilidade do quartzo.

Assim, quanto maior for a percentagem de argila, menor será o módulo de incompressibilidade da rocha saturada, que por sua vez, terá uma menor velocidade compressional. As velocidades compressionais e cisalhantes, além da impedância acústica, decrescem em função do aumento do conteúdo de argila nas rochas de maneira linear.

Para a Figura 4.13, foi usada a eq. (1.25) (Gassmann, 1951) e em seguida isolou-se o módulo de incompressibilidade do mineral. Aplicou-se os dados da seção 3.1 e variou-se cada parâmetro dos módulos de incompressibilidade (seca, sat e fl). Para o módulo de



Figura 4.12: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada  $(dina/cm^2)$  com a variação do módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  portando diferentes volumes de argila.

incompressibilidade da rocha seca, percebe-se que há um decréscimo muito rápido, mostrando que o  $K_{min}$  é muito sensível a sua variação não sendo válido a partir de valores maiors que  $13 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

Já para o módulo de incompressibilidade da rocha saturada, há um trecho anômalo determinando valores com erro para módulo de incompressibilidade superior a  $19 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ e também para uma faixa entre 3,7 e  $6.3 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ . Já para um aumento no módulo de incompressibilidade do fluido, há uma diminuição do  $K_{min}$ , assim, valores de  $K_{fl}$  acima de  $5 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  já são apontados como anômalo.

Usando os dados da seção 3.1, é possível obter os intervalos que não satisfazem a equação de Gassmann. Usando o sistema 2.19 e 2.20, para o módulo de incompressibilidade do mineral, ele não pode ser representado pelo intervalo  $5,35 < K_{min} < 5,55 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

A Figura 4.14 expõe a variação do módulo de incompressibilidade do fluido. O intervalo,  $NKfl \in DKfl$  representam o sistema 2.19, com variação no módulo de incompressibilidade do fluido e  $k_{min}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do mineral usado na seção 3.1.

Para que o valor do módulo de incompressibilidade do mineral, qualquer valor de  $K_{fl}$  é válido. De um modo geral, o intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann aparece entre  $0 < K_{min} < 7, 8 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

A Figura 4.15 expõe a variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca. O intervalo,



Figura 4.13: Variação do módulo de incompressibilidade do mineral com os módulos de incompressibilidade da rocha saturada, da rocha seca e do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ .



Figura 4.14: Variação do módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com o módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.15: Variação do módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com o módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ , para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

NKseca e DKseca representam o sistema 2.19 com variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca e  $K_{min}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do mineral usado na seção 3.1.

Para que o  $K_{min}$  seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade da rocha seca valores maiores que  $62 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ . Levando em conta o intervalo, com uma variação máxima de  $150 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  no  $K_{seca}$ , o máximo que o intervalo atinge é  $42 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

A Figura 4.16 expõe a variação da porosidade, tendo a figura de baixo como uma ampliação da faixa de interesse da figura de cima. O intervalo, *NPorosidade* e *DPorosidade* representam o sistema 2.19 com variação na porosidade e  $K_{min}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do mineral usado na seção 3.1.

O valor do módulo de incompressibilidade do mineral é possível para qualquer valor de porosidade, segundo o gráfico, porém os valores do módulo de incompressibilidade do mineral entre 3, 15 e 6,  $8 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ , possuem intervalos que não satisfazem.

Tendo como base a eq. (2.24) (England et al.,1987), a Figura 4.17 mostra a relação entre a permeabilidade  $(10^{-11} \ cm^2)$  de um folhelho e sua porosidade.

A permeabilidade em folhelhos é menor que  $10^{-14} cm^2$ , como mostrado, é extremamente



Figura 4.16: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com a porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.17: O gráfico mostra a variação da permeabilidade  $(10^{-11} cm^2)$  de um folhelho com sua porosidade.

baixa, portanto a permeabilidade é quase inexistente, inviabilizando a equação de Gassmann no estudo de folhelhos.

Tendo como base a eq. (2.23) (Klimentos, 1991), a Figura 4.18 mostra a relação entre a velocidade compressional (cm/s) de um arenito com sua porosidade e fração de argila. Utilizando os dados para porosidade 20,0 % do arenito e uma permeabilidade de 200 ·  $10^{-11} cm^2$ .

É possível perceber que a ação da permeabilidade (v) no controle da velocidade é muito pequena se comparada ao conteúdo de argila, e principalmente à porosidade.

## 4.3 Módulo de incompressibilidade da rocha seca

No modelo real, o ar é o fluido que preenche a rocha seca, em termos de módulo de incompressibilidade e densidade, é desconsiderado devido sua baixa influencia, assim, a rocha seca (com ar) é aproximada para a rocha vazia (sem qualquer fluido).

Para a Figura 4.19, foi usada a eq. (1.25) (Gassmann, 1951) com o objetivo de isolar o módulo de incompressibilidade da rocha seca. Aplicou-se os dados da seção 3.1 e variou-se cada parâmetro dos módulos de incompressibilidade (fl, sat e min). Para o módulo de incompressibilidade do fluido, há uma "explosão" determinando valores anômalos para valores entre 3 a  $7, 3 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .



Figura 4.18: O gráfico mostra a variação da velocidade compressional (cm/s) de um arenito com sua porosidade e fração de argila.

Já para o módulo de incompressibilidade do mineral, percebe-se um aumento no  $K_{seca}$  seguido de uma queda a partir de  $15 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ . Para o módulo de incompressibilidade da rocha saturada, há um aumento gradual com o aumento do  $K_{seca}$ .

Com os dados da seção 3.1, é possível se obter os intervalos que não satisfazem a equação de Gassmann. Usando o sistema 2.29, para o módulo de incompressibilidade da rocha seca, ele não pode ser representado pelo intervalo  $K_{seca} > 62,03 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ . Já para o sistema 2.30, o resultado é o intervalo de  $K_{fl} < -10,08 \ (10^{10} \ dina/cm^2)$ .

A Figura 4.20 mostra a variação do módulo de incompressibilidade do mineral. O intervalo,  $NKmin \ e \ DKmin$  representam os sistemas de equações 2.29 ou 2.30 com variação no módulo de incompressibilidade do mineral e  $K_{seca}$  é o valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca usado na seção 3.1.

Já para que o valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade do mineral valores de 0 a  $5,35 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  (quase impossível quando comparada a Tabela A.1). De um modo geral, para satisfazer a equação, o módulo de incompressibilidade do mineral não deve ser muito menor do que o módulo de incompressibilidade da rocha seca. O intervalo cresce indefinidamente para valores positivos de  $K_{min}$ .

A Figura 4.21 mostra a variação do módulo de incompressibilidade do fluido. O intervalo,  $NKfl \in DKfl$  representam os sistemas de equações 2.29 ou 2.30 com variação do módulo de



Figura 4.19: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca com os módulos de incompressibilidade da rocha saturada, do mineral e do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ .



Figura 4.20: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com o módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.21: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com o módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ , para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

incompressibilidade do mineral e  $K_{seca}$  é o valor do módulo de incompressibilidade do fluido usado na seção 3.1.

Já para que o valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade do fluido valores entre 0 e  $0,75 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .

A Figura 4.22 denuncia a variação da porosidade. O intervalo, *NPorosidade* e *DPorosidade* representam os sistemas de equações 2.29 ou 2.30 com variação na porosidade e  $K_{seca}$  é o valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca usado na seção 3.1.

O valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca é possível para qualquer valor de porosidade, segundo o gráfico, porém os valores do módulo de incompressibilidade da rocha seca acima de  $25 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ , começam a ter intervalos que não satisfazem a equação de Gassmann.

## 4.4 Densidade da Rocha

A densidade da rocha saturada também é escrita em termos de parcelas de todo o material envolvido nos estudos, levando em conta que a porosidade efetiva é a base para todos os


Figura 4.22: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  com a porosidade para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

tipos de relações que condizem boa aproximação para o estudo adotado.

Tendo como base a eq. (2.32) (Gassmann, 1951), a Figura 4.23 mostra a relação entre a densidade da rocha saturada  $(g/cm^3)$  com a variação da densidade do mineral e do fluido  $(g/cm^3)$  mantendo a porosidade constante igual a 13 %. Assim, é possível perceber que a densidade dos minerais são mais representativos para a variação da densidade da rocha saturada.

Rochas ígneas possuem um padrão de densidade variando de mais baixas para as félsicas a mais altas para as máficas. Para rochas sedimentares com poros ou fraturas, nota-se uma diminuição da densidade com o aumento da porosidade e diminuição da saturação de liquido com aumento em gás.

#### 4.5 Porosidade

Em um reservatório contendo fluido, vários agentes internos e externos são responsáveis por alterar a porosidade da rocha, como por exemplo: diagênese, sedimentação de minerais contidos em fluidos que estejam dentro do poro, esforços compressionais ou distencionais (tectônico), quantidade de argila que compõe a rocha, temperatura de todo o sistema, forma da deposição de material sedimentar, dentre outros.



Figura 4.23: Obtendo a densidade da rocha saturada  $(g/cm^3)$  com a variação da densidade do mineral e do fluido  $(g/cm^3)$  mantendo a porosidade constante.

O módulo de incompressibilidade do mineral pode ser obtido usando a eq. (1.25) (Gassmann, 1951). A Figura 4.24 contempla a relação entre a variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada ( $10^{10} dina/cm^2$ ) com diferentes módulos de incompressibilidade do mineral ( $10^{10} dina/cm^2$ ) e valores de porosidade. Usando os dados da seção 3.1, nota-se anomalias que estão abaixo de aproximadamente  $7 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ , para qualquer valor de porosidade, mostrando que um  $K_{min}$  baixo é difícil de se obter e pode caracterizar pontos incorretos.

Tendo como base a eq. (1.55) (Lima, 2014), a Figura 4.25 mostra a relação entre a velocidade compressional (cm/s) com a densidade  $(g/cm^3)$ . Usando os dados da seção 3.1, variando a densidade da rocha saturada, nota-se uma tendência na curva do gráfico, mostrando que para rochas com densidade médias de 2 *a* 3  $g/cm^3$  as velocidades variam entre 240.000 *a* 300.000 cm/s que é uma variação alta. Levando em conta que a porosidade e os módulos de incompressibilidade se mantiveram constantes, juntamente com a saturação do fluido.

Em uma nova abordagem com a eq. (1.25) (Gassmann, 1951), a Figura 4.26 mostra a relação entre a variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada ( $10^{10} dina/cm^2$ ) com a porosidade, mostrando que o aumento da porosidade faz o  $K_{sat}$  diminuir, assim quanto maior for a profundidade (porosidade tende a ser menor), a tendência é que o  $K_{sat}$  seja maior.

A porosidade determinará a mudança da velocidade nos modelos, portanto, menores valores de porosidades implicarão em aproximação para o módulo de incompressibilidade da rocha



Figura 4.24: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  para diferentes módulos de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} \ dina/cm^2)$  e distintos valores de porosidade.



Figura 4.25: Variação da velocidade compressional da rocha saturada (cm/s) com sua densidade  $(g/cm^3)$ .



Figura 4.26: Variação da porosidade para diferentes módulos de incompressibilidade da rocha saturada  $(dina/cm^2)$ 

seca com a rocha saturada, dificultando o estudo sísmico de monitoramento.

Usando a eq. (1.25) e também a eq. (1.55) (Lima, 2014), a Figura 4.27 indica a variação entre a porosidade e a velocidade compressional da rocha saturada (cm/s). Como mostrado, quanto maior for a porosidade, menor será a velocidade compressional e o módulo de incompressibilidade. Assim, a análise é satisfatória para porosidades entre 0 e 0,5, porque quando ultrapassa esse valor, a porosidade é considerada inversa, de modo que não se tem fluido na rocha e sim fragmentos de rocha dentro do fluido. Então, o decréscimo da velocidade começa a sofrer pouca variação a partir desse ponto (0.5 de porosidade).

A Figura 4.28 foi desenvolvida usando a eq. (1.25) (Gassmann, 1951) com o intuito de isolar a porosidade. Aplicando-se os dados da seção 3.1, foi possível variar cada parâmetro dos módulos de incompressibilidade (seca, fl, sat e min). Para o módulo de incompressibilidade da rocha seca, percebe-se que há valores anômalos acima de  $9 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ .

Já para o módulo de incompressibilidade do mineral, os valores abaixo de  $20 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ , começam a mostrar anomalia. Para o módulo de incompressibilidade da rocha saturada, há um aumento muito rápido e valores superiores a  $15 \cdot 10^{10} dina/cm^2$  já mostram irregularidades. Já para o módulo de incompressibilidade do fluido, o aumento é muito rápido chegando no máximo em  $10 \cdot 10^{10} dina/cm^2$ , para valores irreais de 100 % de porosidade. Mostrando assim, que a porosidade, dentre todos os parâmetros é o que é mais sensível a variações das propriedades da rocha, podendo ser usado para corrigir perfis, como é mostrado no caso da seção 3.3.



Figura 4.27: Variação da porosidade para diferentes velocidades compressionais da rocha saturada (cm/s).



Figura 4.28: Variação da porosidade com os módulos de incompressibilidade da rocha seca, da rocha saturada, do mineral e do fluido  $(10^{10} dina/cm^2)$ .



Figura 4.29: Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} dina/cm^2)$  para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

Usando os dados da seção 3.1, é possível obter os intervalos que não satisfazem a equação de Gassmann. Usando o sistema 2.38, para a porosidade, ele não pode ser representado pelo intervalo  $-0, 24 < \phi < 0, 23$ . Já para o sistema 2.39, o resultado é impossível de se obter, com intervalo de  $-0, 24 > \phi > 0, 23$ .

A Figura 4.29 mostra a variação do módulo de incompressibilidade do mineral  $(10^{10} dina/cm^2)$ . O intervalo, *NKmin* e *DKmin* representam os sistemas de equações 2.38 ou 2.39 com variação no módulo de incompressibilidade do mineral e *PL* é o valor da porosidade usado na seção 3.1.

Para que o valor da porosidade usada na seção 3.1 seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade do mineral valores de 5,35 a  $5,55 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ . Já para o módulo de incompressibilidade do mineral  $(25 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2)$  usada na seção 3.1, qualquer valor de porosidade é aceito.

Já para a Figura 4.30, usou-se a variação do módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ . O intervalo, *NKseca* e *DKseca* representam os sistemas de equações 2.38 ou 2.39 com variação do módulo de incompressibilidade do mineral e *PL* é o valor da porosidade usado na seção 3.1. Para que o valor da porosidade usado na seção 3.1 seja possível, a equação não pode ter como módulo de incompressibilidade da rocha seca valores a partir de  $40, 35 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$ .



Figura 4.30: Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade da rocha seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ , para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.

Para a Figura 4.31, ocorreu uma variação no módulo de incompressibilidade do fluido  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ . A imagem inferior é uma ampliação da faixa de interesse da figura superior. O intervalo, NKfl e DKfl representam os sistemas de equações 2.38 ou 2.39 com variação na porosidade e PL é o valor do módulo de incompressibilidade da rocha seca usado na seção 3.1. O valor da porosidade usado na seção 3.1 é inválido para o intervalo 12,22 a  $24,95 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  do módulo de incompressibilidade do fluido.

A capilaridade em reservatórios profundos é ignorada por conta da pressão que o reservatório está submetido. Assim, a capilaridade só terá efeito quando não houver mais pressão das rochas de soterramento, permitindo o fluido se deslocar em capilares de reservatórios com pressão atmosférica até a força capilar se igualar a força gravitacional. Fator que pode ser aproximado para o uso da equação de Gassmann.

#### 4.5.1 Compactação

A porosidade é um dos parâmetros que alteram diretamente a densidade, com o fator de compactação devido a pressão, a porosidade tem uma tendência de diminuir com a profundidade. Relacionando este fator a densidade, quanto menor a quantidade de fluido e porosidade, maior será a densidade da rocha, portanto, as rochas tendem a ficar mais densas com a profundidade, quando são compostas de um mesmo material. A compactação não varia linearmente com a profundidade.



Figura 4.31: Variação da porosidade com o módulo de incompressibilidade do fluido para a obtenção do intervalo que não satisfaz a equação de Gassmann.



Figura 4.32: Variação da porosidade para diferentes profundidades  $(10^2\ cm)$  de um arenito.

Tendo como base a eq. (2.44) (Hantschel e Kauerauf, 2009), a Figura 4.32 mostra a relação entre a porosidade e a profundidade ( $10^2 cm$ ). Usando como constantes para  $C e \phi_i$  respectivamente  $-5, 1 \cdot 10^{-4} e 0, 803$  do folhelho,  $-2, 7 \cdot 10^{-4} e 0, 49$  do arenito  $e -3, 8 \cdot 10^{-4} e 0, 44$  do arenito.

É possível observar que o folhelho dentre os três é o que possui maior fator de compactação, visto que o aumento da profundidade faz a porosidade diminuir consideravelmente mais rápido do que os outros litotipos, levando em conta que geralmente os folhelhos são mais porosos, porém, com menor permeabilidade, fator este que inviabiliza a aplicação da equação de Gassmann neste tipo de formação.

Tendo como base a eq. (2.44) (Hantschel e Kauerauf, 2009) e a eq. (1.25) (Gassmann, 1951), a Figura 4.33 mostra a relação entre o módulo de incompressibilidade da rocha saturada e a profundidade (10<sup>2</sup> cm). Usando os dados da seção 3.1 e da Figura 4.32, é possível observar que o  $K_{sat}$  do folhelho é o que cresce mais rápido com a profundidade caso as considerações de Gassmann fossem postas de lado, esta formação apresentaria boa variação em seu resultado.

Tendo como base a eq. (2.44) (Hantschel e Kauerauf, 2009) e a eq. (1.55) (Lima, 2014), a Figura 4.34 mostra a relação entre a velocidade compressional da rocha saturada (cm/s) e a profundidade  $(10^2 \ cm)$ . Usando os dados da seção 3.1 e da Figura 4.32, observa-se que o crescimento das curvas com a profundidade são parecidas com a Figura 4.33.



Figura 4.33: Variação do módulo de incompressibilidade da rocha saturada  $(10^{10} dina/cm^2)$  para diferentes profundidades  $(10^2 cm)$  em areia, silte e folhelho.



Figura 4.34: Variação da velocidade compressional (cm/s) para diferentes profundidades  $(10^2 \ cm)$  em areia, silte e folhelho.



Figura 4.35: Variação da velocidade compressional (cm/s) com determinadas percentagens de argila no módulo de incompressibilidade do mineral.

#### 4.6 Velocidades Sísmicas

A equação da velocidade pode ser escrita em termos da parte porosa, da parte fluida, da rocha seca e da rocha saturada. O módulo cisalhante foi provado ser igual tanto para a parte da rocha seca quanto para a parcela da rocha saturada (seção 1.3).

Tendo como base as equações 2.18 (Hill, 1952), a 1.25 e a 1.55 (Lima, 2014). A Figura 4.35 representa a relação entre a velocidade compressional da rocha saturada (cm/s) e a percentagem de argila. Usando os dados da seção 3.1 e com valores de  $37, 0 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para o quartzo e  $20, 9 \cdot 10^{10} \ dina/cm^2$  para a argila, é possível perceber que o aumento da taxa de argila faz com que a a velocidade compressional decresça quase linearmente.

Usando a eq. (1.57) (Lima, 2014). A Figura 4.36 se trata da velocidade cisalhante da rocha saturada (cm/s) e densidade da rocha saturada  $(g/cm^3)$ . É possível observar que mesmo que o módulo de cisalhamento da rocha saturada seja igual ao da rocha seca, a velocidade cisalhante da rocha saturada é diferente da velocidade cisalhante da rocha seca, porque o fluido irá influenciar na densidade, e a densidade dará valores diferentes para as velocidades finais.

A densidade é um dos parâmetros que mais influencia a velocidade cisalhante, sendo assim é possível determinar alteração no reservatório quando ocorre a substituição de fluido, mudando a densidade da rocha saturada e por consequência também a velocidade da onda cisalhante. Desta forma, o monitoramento pode ser auxiliado com medidas de densidade



Figura 4.36: Variação da velocidade cisalhante (cm/s) com mudança na densidade  $(g/cm^3).$ 

com aparelhos gravimétricos.

Usando a eq. (2.48) (Dourado, 2007). A Figura 4.37 é a representação da variação do coeficiente de reflexão com a impedância  $(g/s \cdot cm^2)$ . Considerando-se dois meios paralelos horizontalmente, um com impedância de 500.000  $g/s \cdot cm^2$  e variando a impedância do meio 2, obtém-se que quanto maior for a impedância do meio 2, menor será o coeficiente de reflexão.

A equação de Gassmann pode ser usada para obter as velocidades sísmicas, a densidade da rocha saturada e cada parcela da rocha, com seu devido módulo de incompressibilidade (fluido, mineral e rocha seca) terá respaldo no coeficiente de reflexão.

A Figura 4.38 mostra o resultado da variação da velocidade compressional da rocha saturada (cm/s) para os módulos de incompressibilidade do fluido, do mineral e da parcela seca  $(10^{10} dina/cm^2)$  usando a eq. (1.55) (Lima, 2014) e também a eq. (1.25) (Gassmann, 1951), é possível perceber que o aumento do valor do módulo de incompressibilidade de qualquer parcela da rocha, fará com que a velocidade compressional da rocha saturada aumente. O módulo de incompressibilidade da rocha seca é o que é mais sensível na variação da velocidade.

Rochas saturadas com gás tem baixas velocidades compressionais e cisalhantes, além de baixas densidades, resultando em baixos índices de  $V_L/V_T$ . A presença de gás afeta consideravelmente as propriedades sísmicas. A saturação completa de uma rocha por um líquido eleva a velocidade compressional e diminui a cisalhante, resultando em um aumento de



Figura 4.37: Variação do coeficiente de reflexão com a impedância  $(g/s \cdot cm^2)$ .



Figura 4.38: Variação da velocidade compressional da rocha saturada (cm/s) para os módulos de incompressibilidade do fluido, do mineral e da parcela seca  $(10^{10} \ dina/cm^2)$ .

 $V_L/V_T$ . Estas relações são totalmente invertidas quando o fluido saturante é o gás, por possuir características de viscosidade e densidade diferentes.

Alterações químicas que ocorrem na substituição de fluido ainda são uma incógnita, porque ainda não é possível mensurar, como por exemplo, o dióxido carbônico, que quando injetado altera as características do meio, precipitando minerais e alterando a própria porosidade.

### CAPÍTULO 5

## Conclusão

O estudo dos reservatórios ao longo dos anos tem por característica ser oneroso e demorado. Pensando nisto, a equação de Gassmann foi projetada como método indireto de investigação e seus dados podem ser obtidos através de leituras de densidade, velocidades da onda longitudinal e transversal, neutrônico, sônico ou até mesmo a partir de laboratórios.

A dedução da equação de Gassmann depende de modelos ideais. As variações de volume, pressão e módulo de incompressibilidade podem ser relacionadas a uma amostra de rocha seca, ao fluido contido em seu interior, a média de minerais e a própria rocha saturada. O módulo de cisalhamento da rocha seca é igual ao da rocha saturada e as velocidades de ondas longitudinais e transversais se relacionam com base na densidade, no próprio módulo de cisalhamento e no módulo de incompressibilidade.

Em modelos reais, os dados usados são aproximados. A rocha seca é obtida com ar nos seus poros e seu módulo de incompressibilidade aponta anomalia em baixos valores do módulo de incompressibilidade do mineral, em baixos valores de porosidade e independência para valores de módulo de incompressibilidade do fluido.

O fluido tem como módulo de incompressibilidade a média de Reuss, que depende da mistura de todos os fluidos que compõe a rocha. O módulo de incompressibilidade do fluido tem intervalos inválidos para baixos valores de módulo de incompressibilidade do mineral, altos valores de modulo de incompressibilidade da rocha seca e altos valores de porosidade.

A média que é usada para os minerais deve ser a de Hill. Os minerais máficos possuem módulo de incompressibilidade mais elevados do que os minerais félsicos. O módulo de incompressibilidade do mineral aponta intervalos anômalos em todos os valores do módulo de incompressibilidade do fluido e da porosidade, porém, em altos valores para o módulo de incompressibilidade da rocha seca.

Além disso, as rochas tendem a ficar mais densas com a profundidade, as velocidades das ondas longitudinais e transversais diminuem com o aumento da porosidade, da densidade e da saturação de argila. A porosidade possui intervalos anômalos para valores pequenos de módulo de incompressibilidade do mineral, altos para o módulo de incompressibilidade da rocha seca e baixos para o módulo de incompressibilidade do fluido. A viscosidade depende do tipo de fluido que satura a rocha, levando em conta que a profundidade varia com a temperatura, assim, a equação de Gassmann terá respostas melhores para altas profundidades sendo a rocha saturada por líquidos e baixas profundidades para saturações em gás.

Alguns problemas ainda precisam de mais atenção, o sônico poderia fornecer as velocidades sísmicas, porém, como utiliza alta frequência, os dados não são confiáveis, visto que a alta frequência cria um gradiente de pressão desconsiderando uma das condições de Gassmann. Há também a necessidade de estender o estudo para rochas carbonáticas pois são bastante imprevisíveis (podem apresentar vazios de grande proporções) quando se trata de sua distribuição em subsuperfície.

A argila em geral diminui o valor do módulo de incompressibilidade do mineral, além de diminuir a permeabilidade por possuir grãos muito pequenos. A questão para futuras pesquisas será descobrir a partir de qual fração de volume a argila vai inviabilizar a equação de Gassmann.

A pressão de poros, juntamente com a saturação, o tipo de rocha, fluido, idade, razão arenito e argila, a profundidade, dentre outros, irão influenciar os dados para o uso da equação de Gassmann. Porém, apesar de tantas restrições, o uso da equação ainda é válida, mesmo depois de muito tempo deduzida e hipóteses lançadas. Assim, ao contrário do que se esperava, ela está reforçada por ter suas conjecturas provadas, possibilitando o aprofundamento das investigações das propriedades petrofísicas das rochas.

### ANEXO I

# Programa de computador em linguagem Fortran para obtenção das velocidades sísmicas através da equação de Gassmann

PROGRAM EqGassmann IMPLICIT NONE REAL PhiEf, PhoSeca, Vlseca, Vlseca, Vlfl, Phofl, Kmin, rhomin REAL vlsat, vtsat, Ksat, ua, Kfl, ut, bsat, ms, us, ma, Kseca, C, Imp, Rp, Q **INTEGER** bloco COMPLEX j,y LOGICAL KfINEG CHARACTER(4) A,B,H A = "(X)"B="()" OPEN(9, FILE="entrada.txt") OPEN(10, FILE="saida.txt") DO READ(9,\*)PhiEf,PhoSeca,Vlseca,Vtseca,Vtfl,Phofl,Kmin,bloco IF(PhiEf.EQ.99999999)EXIT rhomin=PhoSeca/(1-PhiEf)

!rhomin= densidade do mineral, PhiEf=porosidade efetiva, PhoSeca= densidade da rocha seca.

ms = (Vlseca\*Vlseca)\*PhoSeca

!ms= modulo da onda longitudinal da rocha seca, Vlseca= velocidade longitudinal da rocha !seca, PhoSeca= densidade da rocha seca.

us=(Vtseca\*Vtseca)\*PhoSeca

!us= modulo de cisalhamento da rocha seca, Vtseca= velocidade transversal da rocha

!seca, PhoSeca= densidade da rocha seca.

Kseca=ms-((4\*us)/3)

!Kseca= modulo de incompressibilidade da rocha seca, ms= modulo da onda longitudinal !da rocha seca, us= modulo de cisalhamento da rocha seca

ma=(VLfl\*VLfl)\*Phofl

!ma= modulo da onda longitudinal do fluido (agua), VLfl= velocidade longitudinal

!do fluido (agua), Phofl= densidade do fluido (agua).

ua=0

! A velocidade cisalhante no fluido e zero. ma= modulo cisalhante.

Kfl=ma-((4\*ua)/3)

!Kfl= modulo de incompressibilidade do fluido

Ksat=Kseca+(((1-(Kseca/Kmin))\*\*2))/((PhiEf/Kfl)+((1-PhiEf)/Kmin)

& -(Kseca/(Kmin\*Kmin)))

ut = us

!ut= modulo da rocha saturada. Como provado no capitulo 1, o modulo da rocha

!seca deve ser igual ao modulo da rocha saturada

bsat=PhoSeca+PhiEf\*Phoff

!bsat= densidade da rocha saturada

```
j = (Ksat + ((4*ut)/3))/bsat
```

!x foi necessario para poder usar o sqrt.

vlsat=sqrt(j)

!vlsat= velocidade longitudinal da rocha saturada

y=ut/bsat

!y foi necessario para poder usar o sqrt

vtsat = sqrt(y)

!vtsat= velocidade transversal da rocha saturada.

Imp=bsat\*vlsat

!Imp = impedancia

Rp=((((vlsat/vtsat)\*\*2)-2)/(2\*((vlsat/vtsat)\*\*2)-2))

Q = vlsat/vtsat

 $IF((Kmin \le 0).or.(Kseca \le 0).or.(Kfl \le 0).or.(0 \ge PhiEF).or.$ 

```
(PhiEf > 0.55).or.(Ksat <= 0).or.(PhoSeca > 3.2).or.(PhoSeca < 1.2).or.
```

```
& (Phofl<=0).or.(Phofl>1.20).or.(bsat<=0))THEN
```

H = A

ELSE

H=B

ENDIF

WRITE (10,\*)"Anomalo :",H,"BLOCO:",bloco,

& "Velocidade Longitudinal: ",vlsat,

& "Velocidade Transversal: ",<br/>vtsat, "Densidade da Rocha saturada: ",

& bsat, "Ksat: ", Ksat, "Kmin: ", Kmin, "Kfl: ", Kfl, "Kseca: ", kseca,

& "Porosidade: ",PhiEf,"Impedancia: ",Imp,"Razao de Poisson: ",

& Rp,"Vl/Vt= ", Q

END DO

CLOSE(9)

CLOSE(10)

END PROGRAM EqGassmann

### ANEXO II

# Programa de computador em linguagem Fortran para obtenção da saturação de uma rocha a partir de velocidades sísmicas preestabelecidas, utilizando a equação de Gassmann

PROGRAM EqGassmannSubstituicao

IMPLICIT NONE

 $REAL\ PhiEf, PhoSeca, Vlseca, Vlseca, Vlf1, Phof1, Kmin, rhomin$ 

 $REAL \ vlsat, vtsat, Ksat, ua1, Kfl1, ut, bsat, ms, us, ma1, Kseca, Imp, Rp$ 

REAL ma2,ua2,Kfl2,Phofl2,S,VLfl2,Kfluido,Q

INTEGER bloco

CHARACTER(4) A,B,H

A = "(X)"

B = "()"

OPEN(9, FILE="entrada.txt")

OPEN(10, FILE="saida.txt")

DO

READ(9,\*)PhiEf,PhoSeca,Vlseca,Vlseca,Vlf1,VLf12,Phof11,Phof12,

& Kmin,vlsat,vtsat,bsat,bloco

if(PhiEf.EQ.99999999)EXIT

rhomin=PhoSeca/(1-PhiEf)

!rhomin= densidade do mineral, PhiEf=porosidade efetiva, PhoSeca= densidade da rocha seca.

ms = (Vlseca\*Vlseca)\*PhoSeca

ms = modulo da onda longitudinal da rocha seca, Vlseca = velocidade longitudinal velocidade longitudinal da rocha seca, Vlseca = velocidade longitudinal velocidade longitudinal velocidade velocida

!da rocha seca, PhoSeca= densidade da rocha seca.

us=(Vtseca\*Vtseca)\*PhoSeca

!us= modulo de cisalhamento da rocha seca, Vtseca= velocidade transversal da rocha

!seca, PhoSeca= densidade da rocha seca.

Kseca=ms-((4\*us)/3)

 $!Kseca=modulo \ de \ incompressibilidade \ da \ rocha \ seca, \ ms=modulo \ da \ onda \ longitudinal$ 

!da rocha seca, us= modulo de cisalhamento da rocha seca

ma1=(VLfl1\*VLfl1)\*Phofl1

!ma1= modulo da onda longitudinal do fluido (agua), VLfl= velocidade longitudinal

!do fluido1, Phofl= densidade do fluido1).

ua1=0

! A velocidade cisalhante no fluido , zero. ma<br/>= modulo cisalhante.

Kfl1=ma1-((4\*ua1)/3)

!Kfl1= modulo de incompressibilidade do fluido 1

```
ma2=(VLfl2*VLfl2)*Phofl2
```

ua2=0

Kfl2=ma2-((4\*ua2)/3)

ut=(Vtsat\*Vtsat)\*bsat

!ut= modulo da rocha saturada. Como provado no capitulo 1, o modulo da rocha seca

!deve ser igual ao modulo da rocha saturada.

 $Ksat = (bsat^{*}(vlsat^{*}vlsat) - (4^{*}ut/3))$ 

!Ksat= modulo de incompressibilidade da rocha saturada

Kfluido= (((Kseca\*PhiEf)-(Ksat\*PhiEf)))/(-1)+(Ksat\*

&(((1-PhiEf)/Kmin)-(Kseca/(Kmin\*Kmin))))+(Kseca\*

&((-(1-PhiEf)/Kmin)+(2/Kmin)))

S=((Kfl1\*Kfl2)-(Kfl1\*Kfluido))/(Kfluido\*(Kfl2-Kfl1))

!Saturacao

Q=vlsat/vtsat Imp=bsat\*vlsat !Imp= impedancia Rp=((((vlsat/vtsat)\*\*2)-2)/(2\*((vlsat/vtsat)\*\*2)-2)) IF((Kmin<=0).or.(Kseca<=0).or.(Kfl1<=0).or.(0>=PhiEF).or. &(PhiEf>0.55).or.(Ksat<=0).or.(PhoSeca>3.2).or.(PhoSeca<1.2).or. &(Phof11<=0).or.(Phof12<=0).or.(Phof11>1.20).or.(bsat<=0).or. &(Kf12<=0).or.(Phof12>1.20))THEN H=A ELSE H=B ENDIF WRITE (10,\*)"Anomalo :",H,"BLOCO:",bloco ,"Saturacao do Fl1: ",S, & "Velocidade Longitudinal: ",vlsat, & "Velocidade Transversal: ",vtsat,"Densidade da Rocha saturada: ",

& bsat, "Ksat: ", Ksat, "Kmin: ", Kmin, "Kfl1: ", Kfl1, "Kfl2: ", Kfl2,

& "Kseca: ",Kseca, "Porosidade: ",PhiEf, "Impedancia: ",

- & Imp,"Razao de Poisson: ",Rp,
- & "Modulo de cisalhamento da rocha saturada: ",ut,
- & "Modulo de cisalhamento da rocha seca: ",<br/>us , "Vl/Vt: ",Q
- END DO
- CLOSE(9)
- CLOSE(10)
- END PROGRAM EqGassmannSubstituicao

### ANEXO III

# Programa de computador em linguagem Fortran para apontar porosidade com valores anômalos utilizando a equação de Gassmann

PROGRAM EqFiltroGassmann IMPLICIT NONE REAL PhiEf, VLf1, Phof1, Kmin REAL vlsat, vtsat, Ksat, ua1, Kfl1, ut, bsat, ma1, Kseca, Imp, Rp REAL ma2,ua2,Kfl2,Phofl2,S,VLfl2,Kfluido,Q **INTEGER** bloco CHARACTER(4) A,B,H A = "(X)"B="()" OPEN(9, FILE="entrada.txt") OPEN(10, FILE="saida.txt") DO READ(9,\*)PhiEf,VLfl1,VLfl2,Phofl1,Phofl2, & Kmin,vlsat,vtsat,bsat,S,bloco IF(PhiEf.EQ.99999999)EXIT ma1=(VLfl1\*VLfl1)\*Phofl1 !ma= modulo da onda longitudinal do fluido (agua), VLfl= velocidade longitudinal

! do fluido1, Phofl= densidade do fluido1.

ua1=0

! A velocidade cisalhante no fluido , zero. ma= modulo cisalhante.

Kfl1=ma1-((4\*ua1)/3)

!Kfl= modulo de incompressibilidade do fluido

ma2=(VLfl2\*VLfl2)\*Phofl2

ua2=0

Kfl2=ma2-((4\*ua2)/3)

ut=(Vtsat\*Vtsat)\*bsat

!ut=modulo da rocha saturada. Como provado no cap<br/>jtulo 1, o modulo da rocha seca

!deve ser igual ao modulo da rocha saturada.

 $Ksat = (bsat^{*}(vlsat^{*}vlsat) - (4^{*}ut/3))$ 

Kfluido = (Kfl1\*Kfl2)/(S\*(Kfl2-Kfl1)+Kfl1)

Kseca= (-1+Ksat\*((PhiEf/Kfluido)+((1-PhiEf)/Kmin)))/

&((PhiEf/Kfluido)+((-1-PhiEf)/Kmin)+(Ksat/(Kmin\*Kmin)))

Q=vlsat/vtsat

Imp=bsat\*vlsat

!Imp= impedancia

Rp=((((vlsat/vtsat)\*\*2)-2)/(2\*((vlsat/vtsat)\*\*2)-2))

IF(Kseca <= 0)THEN

H=A

ELSE

H=B

ENDIF

WRITE (10,\*)"Anomalo :",H,"BLOCO:",bloco, "Saturacao do Fl1: ",S,

& "Velocidade Longitudinal: ",vlsat,

& "Velocidade Transversal: ",vtsat,"Densidade da Rocha saturada: ",

& bsat, "Ksat: ", Ksat, "Kmin: ", Kmin, "Kfl1: ", Kfl1, "Kfl2: ", Kfl2,

& "Kseca: ",Kseca,"Porosidade: ",PhiEf,"Impedancia: ",

& Imp,"Razao de Poisson: ",Rp,

& "Modulo de cisalhamento da rocha saturada: ",<br/>ut,

& "Vl/Vt: ",Q

END DO

CLOSE(9)

CLOSE(10)

END PROGRAM EqFiltroGassmann

## Agradecimentos

Dedico este trabalho em especial a minha família por conceder um ambiente adequado de afeto e apoio.

Agradeço aos meus pais, minha mãe Maria das Graças de Miranda Damião e ao meu pai José Nilton Silva Damião que me incentivaram e mostraram o caminho quando achava que já não era possível. Aos meus irmãos Bruno e Juliana, que me encorajaram a seguir em frente e por terem me importunado sempre que possível, obrigado por tudo, amo vocês.

Agradeço ao meu orientador Amin Bassrei pela amizade, paciência, dedicação e compromisso na criação deste trabalho.

Aos meus professores, amigos e colegas do curso de geofísica.

Quero agradecer também a minha namorada Millena Ferreira pelo companheirismo durante todo este tempo.

# APÊNDICE A

## Tabelas

Mineral	$K (10^{10} dina/cm^2)$
Albita	55, 2
Almandina	145, 1
Argila	20, 9
Augita	95,0
Biotita	51, 4
Calcita	71, 9
Clorita	95, 3
Diopsídio	113, 6
Granada	176, 3
Halita	24, 8
Hematita	100, 2
Hornblenda	88,9
Microclina	55, 7
Muscovita	33,2
Ortoclásio	52,4
Pirita	115,8
Quartzo	37,0

Tabela A.1: Tabela de minerais com seus respectivos valores de módulo de incompressibilidade (Lima, 2014).

ROCHAS ÍGNEAS INTRUSIVAS	$ ho~(g/cm^3)$
Granito	$2, 5 \ a \ 2, 8$
Sienito	$2, 6 \ a \ 2, 9$
Diorito	$2,7\ a\ 3,0$
Gabro	$2,8\ a\ 3,1$
Dunito	$3, 2 \ a \ 3, 3$
Peridotito	$3, 1 \ a \ 3, 3$
Piroxenito	$3, 1 \ a \ 3, 4$
ROCHAS ÍGNEAS EXTRUSIVAS	$\rho (g/cm^3)$
Riolito	$2,1 \ a \ 2,6$
Porfirito	$2, 6 \ a \ 2, 9$
Diábase	$2, 8 \ a \ 3, 1$
Basalto	$2, 4 \ a \ 3, 2$
Tufos	$1, 3 \ a \ 2, 4$
ROCHAS METAMÓRFICAS	$\rho ~(g/cm^3)$
Quartzito	$2, 6 \ a \ 2, 7$
Mármore	$2, 6 \ a \ 2, 8$
Filito	$2, 6 \ a \ 2, 8$
Xisto	$2, 5 \ a \ 2, 9$
Gnaisse	$2,5\ a\ 2,9$
Anfibolito	$2,8\ a\ 3,2$
Eclogito	$2, 2 \ a \ 2, 4$
ROCHAS SEDIMENTARES	$ ho (g/cm^3)$
Aluvião	$1,9\ a\ 2,0$
Argila	$1, 6 \ a \ 2, 6$
Cascalho	$1,7\ a\ 2,4$
Loess	$1, 4 \ a \ 1, 9$
Siltito	$1,8\ a\ 2,2$
Solo	$1, 2 \ a \ 2, 4$
Areia	$1,7\ a\ 2,3$
Arenito	$1, 6 \ a \ 2, 7$
Argila Xistosa	$1,7\ a\ 3,2$
Calcário	$1,9\ a\ 2,9$
Dolomito	$2, 2 \ a \ 2, 9$
Halita	$2,1\ a\ 2,6$

Tabela A.2: Tabela de rochas com seus respectivos valores de densidade (Schon, 2015).

Fluido	$ ho ~(g/cm^3)$
Água doce	1,000
Água salgada	1,146
Gás	0,0013
Óleo	0,85

Tabela A.3: Tabela de fluidos com seus respectivos valores de densidade (Schon, 2015).

Mineral	$\rho ~(g/cm^3)$
Albita	2,620
Almandina	4,318
Augita	3,300
Biotita	2,900
Calcita	2,710
Diopsídio	3,277
Halita	2,163
Hematita	5,275
Hornblenda	3,080
Microclina	2,560
Muscovita	2,831
Ortoclásio	2,570
Pirita	5,011
Quartzo	2,648

Tabela A.4: Tabela de minerais com seus respetivos valores de densidade (Schon, 2015).

Tipo de tamanho do poro	Diâmetro
Poros grossos	d > 2mm
Macrocapilar	$2 mm > d > 50 \mu m$
Capilar	$50 \ \mu m > d > 2 \ \mu m$
Microcapilar	$2\ \mu m > d > 50\ nm$
Macroporo	$50 \ nm > d > 2 \ nm$
Mesoporo	2 nm > d > 0, 8 nm
Microporo	$0,8 \ nm > d$

Tabela A.5: Tabela de classificação do diâmetro dos poros (Schon, 2015).

### **Referências Bibliográficas**

- Archie, G. E. (1942) The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics, Trans. AIME, p. 57.
- Batzle, M. e Wang, Z. (1992) Seismic Properties of Pore Fluids, Society of Exploration Geophysicists, p. 1397-1406.
- Bear, J. (1972) Dynamics of Fluids in Porous Media, Dover, New York, p. 441-453, ISBN 0486656756.
- Berryman, J. G. (1999) Tutorial Origin of Gassmann's Equations, V. 64, p. 1627-1629.
- Dourado, J. C. (2007) Sísmica de Reflexão 2 Aspectos sobre a Propagação da Onda que Incluenciam o Método da Reflexão Sísmica, Unesp, p. 2-3.
- England, W. A.; Mackenzie, A.; Mann, D. M. e Quigley, D. (1987) The Movement and Entrapment of Petroleum Fluids in the Subsuface., J. Geol. Soc. London 144, p. 327-347. doi:10.1144/gsjgs.144.2.0327.
- Gassmann, F. (1951) Ueber die Elastizitat poroser Medium. Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich, p. 1-23.
- Hantschel, T. G. e Kauerauf, A. I. (2009) Fundamentals of Basin and Petroleum Systems Modeling, Springer, Verlag Berlin Heidelberg, p. 476, ISBN 978-3-540-72317-2.
- Hill, R. (1952) The Elastic Behavior of a Cristaline Aggregate: Proceedings of the Royal Society of London, Angew, Mathem, p. 349-354.
- Holz, M. (2012) Estratigrafia de Sequências, Editora Interciência, Rio de Janeiro, p. 83, ISBN 978-85-719-3290-6.
- Klimentos, T. (1991) The Effects of Porosity-Permeability-Clay Content on the Velocity of Compressional Waves., V. 56, p. 1930-1939.
- Lima, O. (2014) Propriedades Físicas das Rochas, Bases da Geofísica Aplicada, Sociedade Brasileira de Geofísica, Instituto Nacional de Ciências e Tecnologia de Geofísica do Petróleo, Rio de Janeiro, Salvador, p. 68-70, 72.
- Marques, D. S. (2011) Simulação Numérica Da Resposta Sísmica De Modelos Geológicos De Reservatórios De Petróleo E Gás, Dissert. de Mestrado, UFF.
- Mavko, G. e Mukerji, T. (1995) Seismic por Espace Compressibility and Gassmann's Relation, GEOPHYSICS, V. 60, p. 1746.
- Mavko, G.; Mukerji, T. e Dvorkin, J. (1998) The Rock Physics Handbook, p. 355-358.

- Nery, G. G. (2013) Perfilagem Geofísica em Poço Aberto, Fundamentos básicos com Ênfase em Petróleo, Sociedade Brasileira de Geofísica, Instituto Nacional de Ciências e Tecnologia de Geofísica do Petróleo, Rio de Janeiro, Salvador, p. 66, 72, 114, 141-4, ISBN 978-85-88690-19-6.
- Quintilliano, J. D. M. (2014) Influência da Porosidade e da Saturação de Água Sobre o Módulo Bulk da Rocha Seca via Equação de Gassmann, Sociedade Brasileira de Geofísica, IV Simpósio Brasilero de Geofísica, p. 1-2.
- Reuss, A. (1929) Berechnung der Fliessgrense von Mischkristallen Aufground der Plastizitatbedingung fur Einkristalle: Zeitschrift fur Angewandte Mathematik aus Mechnik, Angew, Mathem, p. 49-58.
- Russell, B. (2001) Fluid-Property Discrimination with AVO: A Biot-Gassmann Perspective, CREWES, V. 13, p. 404.
- Schon, J. H. (2015) Propriedades Físicas das Rochas Aplicadas à Engenharia de Petróleo, Elsevier Editora Ltda, Rio de Janeiro, p. 20, 34, 38, 102, 154-6, ISBN 978-85-352-7130-0.
- Sheriff, R. (1991) Dicionário Enciclopédico de Geofísica de Exploração dos Termos.
- Silva, C. J. M. G. (2013) Tomografia Sísmica de Difração para Monitoramento da Injeção de CO2 em Reservatórios Salinos Profundos, Dissertação (pós-graduação), p. 44, UFBA.
- Silva, E. P.; Portugal, R. S. e Vidal, A. (2010) Modelagem AVO Estudo de Caso em um Poço no Campo de Namorado, Sociedade Brasileira de Geofísica, 28(2): p. 211.
- Sutherland, W. (1893) The Viscosity of Gases and Molecular Force, Philosophical Magazine, Series 5, 36:223, p. 513, DOI: 10.1080/14786449308620508.
- Teixeira, W.; Toledo, M. C. M.; Fairchild, T. R. e Taioli, F. (2009) Decifrando a Terra, Companhia Editora Nacional, São Paulo, p. 288, ISBN 978-85-04-01173-9.
- Viswanath, D. e Ghosh, T. K. (1934) Viscosity of Liquids, Springer, p. 139, ISBN 1402054815.
- Voigt, W. (1928) Lehrbueh der Kristallphysik: Teubner, Serial A65, p. 349-354.
- Wang, Y. C. e Lakes, R. S. (2005) Composites with Inclusions of Negative Bulk Modulus: Extreme Damping and Negative Poisson's Ratio, Sage Publications, Departament of Engineering, p. 1645.