UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

ATENUAÇÃO DO *GROUND ROLL* UTILIZANDO FILTRAGEM SVD

CARLOS AMÉRICO REIS CARDOSO

SALVADOR – BAHIA

DEZEMBRO – 2010

Atenuação do *Ground Roll* utilizando Filtragem SVD

por

Carlos Américo Reis Cardoso

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento de Geologia e Geofísica Aplicada

do

Instituto de Geociências

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

_____ Dr. Milton José Porsani - Orientador

_____ Dr. Reynam da Cruz Pestana

_____ Ms. Michelângelo Gomes da Silva

Data da aprovação: 27 de dezembro de 2010

Agradeço aos meus pais
e minha avó Maria Bernadete,

RESUMO

A atenuação do ruído *Ground Roll* sem perdas do sinal sísmico de interesse (reflexões) é um desafio para o processamento de dados sísmicos terrestres. Esse ruído possui como características básicas as altas amplitudes, baixas velocidades e baixas frequências. A presença do *ground roll* contamina os sismogramas e prejudica seriamente a qualidade da seção sísmica empilhada que representa a subsuperfície. Seções sísmicas de qualidade, ou seja, alta razão Sinal/Ruído, são de grande interesse para a indústria do petróleo uma vez que possibilitam que os alvos potenciais sejam mapeados com maior precisão, reduzindo desta forma os riscos e o custo da exploração. Filtros de frequência são comumente aplicados no processamento sísmico realizado pelas indústrias, porém nem sempre os resultados obtidos são satisfatórios. O principal problema desses filtros é que, além de atenuar o *ground roll*, eles atenuam também as componentes de baixa freqüência do sinal, normalmente associadas aos tempos de registro mais avançados. Nesse trabalho utilizamos um método de filtragem baseado na Decomposição em Valores Singulares ou SVD (Singular Value Decomposition). A filtragem SVD decompõe a matriz dos dados sísmicos em uma soma finita de matrizes de posto unitário ponderada pelos respectivos valores singulares. Essa filtragem é aplicada de forma adaptativa utilizando-se de uma janela espacial de traços sísmicos que se desloca ao longo de todo painel de dados, selecionando-se o traço central da(s) primeira(s) autoimagens de cada janela. A escolha das primeiras autoimagens vem do fato delas preservarem os eventos de maior correlação horizontal presente nos dados de entrada, com isso enfatizamos os eventos de interesse e atenuamos o ruído sem perdas significativas de sinal. A filtragem SVD foi testada em um dado sintético e posteriormente aplicada sobre dados da Linha Sísmica 204-RL-247 da Bacia do Tacutu e o resultado obtido é claramente superior aquele obtido com a filtragem de freqüência to tipo passa-banda.

ABSTRACT

The ground roll attenuation without signal losses is a challenge for the terrestrial seismic data processing. This noise has as its basic characteristic the high amplitudes, low velocities and low frequences. The presence of ground roll contaminates the seismograms and damages severely the quality of the stacked seismic section which represents the subsurface. High quality seismic sections are of extreme interest to the hidrocarbons industry, because with them the oil reservois can be mapped out more precisely resulting in less costs with hole drillings. Frequence filters are generaly applied to the processing done by the industries, however the results are not always satisfactory. The main problem with these filters is that they not only attenuate the ground roll, but also the low frequence signals, which means that the reflections with great traveltimes are attenuated. In the present work we use a filtering method based on the Singular Value Decomposition (SVD). The SVD factorizes the data matrix into a weighted, ordered sum of separable matrices. The SVD filter operator has a window that moves through the space axes covering the whole data matrix, the filtered data has only the central trace of the first eigenimages. The filtered seismogram has the same dimension as the input matrix. The choice of the first eigenimages is based on the horizontal correlation of the imput data, so that the events of interest are preserved and the noise is attenuated without significant signal loss. The SVD filter was tested on synthetic data with success. After that we applied all the filters that were studied in this work on the Seismic Line 204-RL-247 from the Tacutu Basin and the results of SVD filters were clearly superior to the frequence filterings.

ÍNDICE

RESUMO iii

ABSTRACT iv

ÍNDICE v

ÍNDICE DE FIGURAS vii

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 1 O *Ground Roll* 3
1.1 Características 3

CAPÍTULO 2 Filtragens Convencionais 5
2.1 O filtro de frequência passa-banda 5
2.2 O filtro f-k 8

CAPÍTULO 3 Obtenção do filtro SVD 11
3.1 As matrizes de covariância U e V 11
3.2 Os Autovalores e Autovetores 12
3.3 Decomposição em Valores Singulares 13
3.4 O Filtro SVD 14

CAPÍTULO 4 Resultados 17
4.1 Aplicação da filtragem SVD em dados sintéticos 17
4.2 Aplicação na linha sísmica 204-RL-247 da Bacia do Tacutu 19
4.2.1 Descrição dos dados 19
4.2.2 Processamento 19
4.2.3 Empilhamento do dado Bruto 20
4.2.4 Utilizando o filtro passa-banda 23
4.2.5 Utilizando o filtro f-k 29
4.2.6 Utilizando o Fitro SVD 33
4.3 Comparação dos resultados das técnicas de filtragem 42
4.4 Deconvolução 46

CAPÍTULO 5 Conclusões 48

Agradecimentos 49

APÊNDICE A Teorema da Decomposição em Valores Singulares 50

Referências Bibliográficas 55

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1 Propagação das ondas *Rayleigh* na superfície da terra. 3
1.2 Área em verde da região do sismograma contaminado pelo *ground roll*. . . . 4

2.1 Esquema da aplicação do filtro passa-banda no domínio da frequência (Yilmaz, 2001). 6
2.2 Esquema da aplicação do filtro passa-banda no domínio do tempo (Yilmaz, 2001). 7
2.3 Formas de aplicação de filtros de frequência, em (a) passa-baixa/corta-alta, em (b) corta-baixa/passa-alta, em (c) passa-banda e em (d) o rejeita-banda. 8
2.4 Transformada de Fourier 2D (Yilmaz, 2001). 9
2.5 Ilustração da filtragem f-k (Serpa, 2007). 10

3.1 Demonstração da janela de 5 traços na aplicação do operador do filtro SVD no sismograma. 16

4.1 Família de traços de um tiro sintético corrigido de NMO. 18
4.2 Dado sintético filtrado contendo apenas a primeira autoimagem. 18
4.3 *Supergather* com 100 cdps do dado original muito contaminado pelo *ground roll* que está delimitado em vermelho. 21
4.4 Fluxograma de processamento do dado sem filtragem. 21
4.5 Dado original empilhado. 22
4.6 Espesctro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, e o mesmo tiro com filtro passa-banda 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0 Hz em vermelho. 23
4.7 Espesctro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, e o mesmo tiro com filtro passa-banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz em vermelho. 24
4.8 *Supergather* com 100 CDPs do dado com a aplicação do filtro passa-banda 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0 Hz. 24
4.9 *Supergather* com 100 cdps do dado com a aplicação do filtro passa-banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz. 25
4.10 Painel de tiro 117 1 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro passa-banda. 25
4.11 Painel de tiro 117 2 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro passa-banda. 26

4.12 Fluxograma de processamento com a aplicação do filtro passa-banda com as diferentes bandas de frequência. 26
4.13 Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem Passa-banda. 27
4.14 Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem Passa-banda com banda de frequência (10,16,50,60). 28
4.15 A direita o tiro 117 original e ao lado o espectro no domínio f-k. 29
4.16 A direita o tiro 117 filtrado e ao lado o espectro no domínio f-k com uma região removida. 30
4.17 *Supergather* com 100 cdps do dado com a aplicação do filtro f-k. 30
4.18 Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro f-k. 31
4.19 Fluxograma de processamento com a aplicação do filtro F-K. 31
4.20 Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem F-K. 32
4.21 *Supergather* com 100 cdps do dado com a filtragem SVD no domínio do *offset* sem correção de NMO. 33
4.22 Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* e em (c) o resíduo. 34
4.23 Espectro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, em vermelho o mesmo tiro com Filtro SVD aplicado no *offset*, e em preto o resíduo da filtragem. 35
4.24 Fluxograma de processamento com filtro SVD aplicado no domínio do *offset* sem NMO, mostrando a geração da seção da Figura 4.21. 35
4.25 Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem no domínio do *offset* sem NMO. 36
4.26 *Supergather* com 100 CDPs do dado com a filtragem SVD no domínio do *offset* sem correção de NMO e depois mais uma aplicação no domínio do tiro com a correção NMO. 37
4.27 Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* mais tiro e em (c) o resíduo. 38
4.28 Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* mais tiro e em (c) o resíduo. 38
4.29 Espectro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, em vermelho o mesmo tiro com Filtro SVD aplicado no *offset* mais tiro, e em preto o resíduo da filtragem. 39
4.30 Fluxograma de processamento com filtro SVD aplicado no domínio do *offset* sem NMO mais a aplicação no domínio do tiro, mostrando a geração da seção da Figura 4.31. 40
4.31 Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem no domínio do *offset* sem NMO mais uma segunda filtragem no domínio do tiro com NMO. 41

4.32 Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro f-k e em (c) com a filtragem SVD. 42
4.33 Imagem comparativa em área variável entre o dado bruto e métodos de filtragem. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f - k$ e em (d) com a filtragem SVD. 43
4.34 Imagem comparativa em densidade variável, entre o dado bruto e métodos de filtragem. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f - k$ e em (d) com a filtragem SVD. . . 44
4.35 Espectro de amplitude médio da seção sísmica empilhada sem filtragem em azul, em vermelho com o filtro passa-banda, em verde com o filtro $f - k$ e com a filtragem SVD em preto 45
4.36 Espectro de amplitude médio das seções empilhadas com a aplicação da deconvolução, sem filtragem em azul, em vermelho com o filtro passa-banda, em verde com o filtro $f - k$ e com a filtragem SVD em preto. 46
4.37 Imagem comparativa em densidade variável, entre o dado bruto e métodos de filtragem com a aplicação da deconvolução. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f - k$ e em (d) com a filtragem SVD. 47

INTRODUÇÃO

A geofísica é a ciência que estuda a terra através de medidas físicas que refletem as variações das propriedades dos materiais da subsuperfície. A partir dessas medidas procura-se estimar a distribuição dos materiais terrestres em subsuperfície bem como sua composição e estado físico. Dentre os métodos geofísicos, temos o método sísmico de reflexão. Este é o método geofísico tem seu uso consagrado na exploração de petróleo e é mundialmente utilizado pelas indústrias de petróleo na exploração e estudos de reservatórios de hidrocarbonetos. O método sísmico é dividido em três etapas, sendo elas a aquisição dos dados, processamento e interpretação. O processamento de dados sísmicos de reflexão é uma atividade rotineira na indústria de petróleo e tem por objetivo fundamental a obtenção de uma imagem representativa da subsuperfície (Silva, 2004). A filtragem é uma etapa do processamento que tem o objetivo de melhorar a razão Sinal/Ruído dos sismogramas.

As ondas superficiais normalmente são consideradas como ruído para a sísmica de exploração e sua atenuação ou remoção dos registros sísmicos é de grande importância quando do processamento dos dados sísmicos. O objetivo principal deste trabalho é a atenuação do ruído associado às ondas superficiais. Esse tipo de ruído representa um grande problema nos dados sísmicos terrestres,.Ele é oriundo da componente vertical das ondas tipo Rayleigh e é chamado de *Ground Roll*. As ondas Rayleigh propagam-se com uma frente de onda cilíndrica e se atenuam mais lentamente com a distância, comparado às ondas de corpo que possuem uma frente de onda volumétrica, fazendo com que esses eventos sejam dominantes no registro sísmico (Lay e Wallace, 1995). Assim, o *ground roll* contamina os registros sísmicos e, com seus altos valores de amplitude, interferem mascarando as reflexões de interesse.

Os filtros de frequência tipo passa banda e $f - k$ estão normalmente disponíveis nos *softwares* comerciais de processamento sísmico e eles são largamente utilizados nas indústrias para atenuar o *ground roll*. Esses filtros se aproveitam das características de baixa frequência e do caráter linear do *ground roll* para atenuá-lo. Eles são normalmente eficazes e removem os ruídos com sucesso, porém, eles atenuam também parte do sinal. O grande problema da filtragem sísmica é remover os ruídos preservando ao máximo as reflexões de interesse. Muitos trabalhos foram desenvolvidos nos últimos anos para resolver esse problema, entre eles temos (Pestana, 1988,Lay e Wallace, 1995, Liu, 1999, Silva, 2004, Melo, 2007, Porsani et al. 2009).

Neste trabalho apresentamos um método de filtragem que utiliza a Decomposição em

Valores Singulares ou SVD do inglês (*Singular Value Decomposition*). A decomposição possibilita que qualquer matriz de dados possa ser fotorada em uma soma ponderada finita de matrizes de posto unitário. Em dados sísmicos essa decomposição pode ser utilizada na separação e filtragem de eventos, já que os eventos com maior correlação horizontal são preservados nas primeiras autoimagens onde ocorrem associados os maiores valores singulares. Dessa forma, a filtragem SVD pode ser realizada através de uma escolha adequada das autoimagens, resultando em imagens sísmicas filtradas com mesma dimensão do dado de entrada (Porsani et al. 2009).

A filtragem SVD pode ser aplicada sobre painéis de traços sísmicos coletados nos domínios de afastamento comum ou ponto de tiro comum ou mesmo em ambos os domínios. No presente trabalho ela foi aplicada em dados sintéticos e reais. Nos dados reais utilizamos painéis de traços sísmicos dos domínios de ponto de tiro comum e afastamento comum. Foram utilizados os dados sísmicos da Linha 204-RL-247 da Bacia do Tacutu. Esta linha apresenta-se muito contaminada pelo *ground roll* e o resultado da aplicação da filtragem SVD foi muito animador, revelando reflexões antes mascaradas e melhorando a qualidade da seção sísmica empilhada. A filtragem SVD mostrou-se superior à filtragem passa-banda.

CAPÍTULO 1

O *Ground Roll*

As ondas sísmicas superficiais são divididas em dois tipos, Love e *Rayleigh*. As ondas Love são responsáveis pelos terremotos e sua propagação ocorre somente no plano horizontal. Já as ondas *Rayleigh* possuem um movimento elíptico e retrógrado contido no plano vertical, contrário ao sentido de propagação no topo da elipse (Stein e Wysession, 2003). O termo *ground roll* é dado a todas as ondas superficiais, porém os geofones normalmente utilizados são capazes de captar apenas as vibrações verticais do terreno, dessa forma, os sismogramas apresentam somente a componente vertical das ondas *Rayleigh*, e é o registro dessa componente vertical que é denominada de *ground roll*.

1.1 Características

Em 1885, Lord Rayleigh, matemático e físico inglês, determinou a teoria das ondas superficiais, anos mais tarde com o desenvolvimento dos estudos sobre essas ondas, um tipo de onda superficial recebeu o nome ondas *Rayleigh* em sua homenagem. De acordo com a teoria das ondas superficiais em uma superfície livre de tensão de um sólido homogêneo semi-infinito, as ondas superficiais que nessas condições se propagam na direção do eixo x, com órbita elíptica no plano vertical, cujo movimento das partículas seja retrógrado são denominadas de ondas *Rayleigh*. Essas ondas são consideradas como o resultado do acoplamento entre as ondas de corpo P e SV e são geradas pelas fontes sísmicas em aquisições sísmicas terrestres. Podemos observar uma ilustração da propagação desse tipo de onda na Figura 1.1.

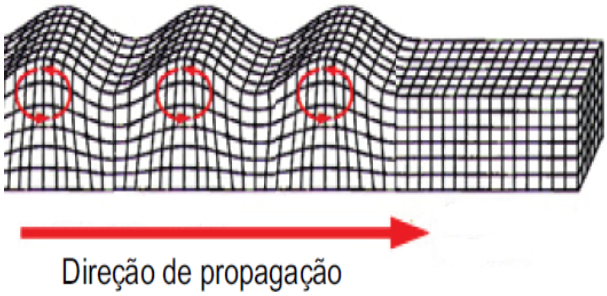

Figura 1.1: Propagação das ondas *Rayleigh* na superfície da terra.

Na sismologia as ondas superficiais são de grande interesse para o estudo da estrutura da terra, porém, na sísmica de exploração esse tipo de onda é considerado um ruído que prejudica a razão sinal/ruído dos sismogramas. Em geral, a velocidade de propagação das ondas *Rayleigh* está na faixa de 100 a 1000m/s e a frequência do *ground roll* inferior a dos eventos de refração e reflexão, por volta de 10 Hz (Telford et al., 1976).

As ondas de corpo possuem uma propagação tridimensional e volumétrica, enquanto as ondas superficiais possuem uma propagação bidimesional e cilíndrica. De acordo com essa diferença na propagação o espalhamento da energia nas ondas superficiais é menor, resultando em um decaimento da sua amplitude proporcional à $1/\sqrt{r}$ diferentemente das ondas refletidas que decaem de 1/r, sendo r a distância de propagação. O resultado do menor decaimento da amplitude das ondas superficiais é a contaminação do sismograma pelo *ground roll* com altas amplitudes mascarando as reflexões de interesse e reduzindo a razão sinal/ruído.

O *ground roll* aparece em dados sísmicos terrestres e marinhos rasos. Suas principais características são as baixas velocidades, altas amplitudes, baixas frequências. Esse se apresenta nos sismogramas como um ruído linear e coerente semelhante a onda refratada e a onda direta, entretanto com mergulho bem mais acentuado, superpondo boa parte do sismograma em forma de "cone". Na Figura 1.2 podemos observar um painel de tiro de um dado terrestre contaminado com *ground roll*.

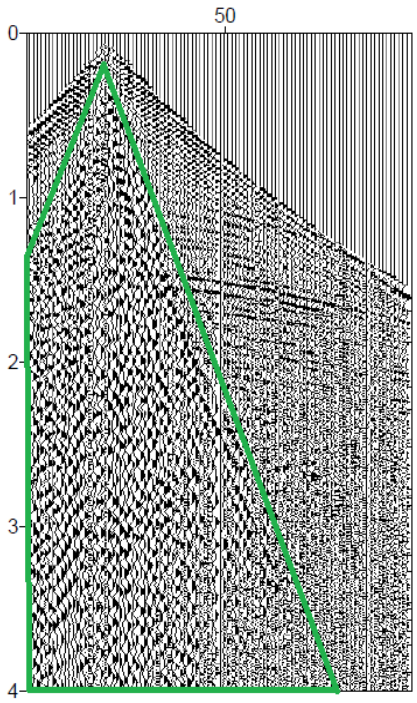

Figura 1.2: Área em verde da região do sismograma contaminado pelo *ground roll*.

CAPÍTULO 2

Filtragens Convencionais

As técnicas de filtragem mais comumente usadas, são conhecidos como passa-banda e f-k. Elas são largamente utilizadas pela indústria do petróleo por ocasião do processamento de dados sísmicos, particularmente na filtragem do *ground roll*. A maioria dos softwares comerciais de processamento sísmico (PROMAX, FOCUS, SU) possuem aqueles módulos de filtragem disponíveis. A maior limitação deles está no fato de se eliminar parte do sinal juntamente com o ruído quando há sinal nas baixas frequências. Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos desses filtros.

2.1 O filtro de frequência passa-banda

Esse filtro é normalmente aplicado no domínio da freqüência e age removendo e atenuando uma banda de frequência desejada. Essa mudança de domínio pode ser feita antes ou depois do empilhamento dos dados, sempre com o intuito de remover uma banda selecionada de frequência. Como sabemos, o traço sísmico é comumente representado como uma função que varia tempo, portanto, ele pode ser decomposto em um somatório de senóides e cossenóides com diferentes amplitudes e fase. Essa transformação é comumente realizada através do método de Transformada Discreta de Fourier unidimensional. Dessa forma, o traço passa do domínio do tempo para o domínio da frequência temporal e o dado transformado tem suas amplitudes modificadas no domínio da freqüência. Isso resulta na modificação do espectro de freqüência de cada traço sísmico.

A integral que define a mudança de domínio numa função f(t) através da transformada direta unidimensional de Fourier é dada por

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt. \tag{2.1}$$

onde $F(\omega)$ representa a função no domínio da freqüência , t é o tempo e ω a freqüência ângular ($\omega = 2\pi f$).

Já que os dados sísmicos são amostrados de maneira discreta, com certo intervalo de

amostragem, devemos utilizar a Transformada Discreta de Fourier. A maior parte dos programas de computador utiliza o algoritmo FFT (Fast Fourier Transform) ou "transformada rápida de Fourier".

Depois de efetuada a retirada das frequências associadas ao ruído que se deseja suprimir é aplicada a transformada inversa de Fourier, isso só é possível devido ao processo de tranformação ser reversível. A tranformada inversa é dada por

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t}dt. \tag{2.2}$$

A Figura 2.1 demonstra um esquema prático para a filtragem no domínio da freqüência.

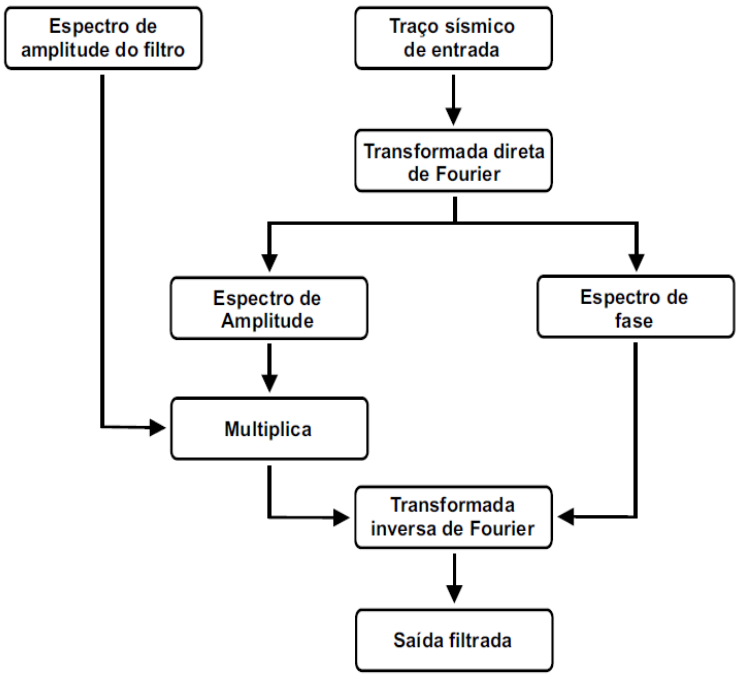

Figura 2.1: Esquema da aplicação do filtro passa-banda no domínio da frequência (Yilmaz, 2001).

A filtragem de freqüência pode ser também realizada no domínio do tempo através de um operador de filtragem de fase zero (simétrico) associado à transformada inversa do com uma faixa de amplitude determinada. A saída conterá somente aquelas freqüências na banda do filtro (Yilmaz, 2001). A representação no domínio do tempo do pulso é o operador do filtro. As amostras individuais no tempo desse operador são os coeficientes do filtro, a partir daí convolvemos o operador do filtro com a matriz dos dados de entrada. A filtragem no domínio da freqüência e do tempo resulta em resultados idênticos. A filtragem em tempo é mais leve computacionalmente, uma vez que, a convolução tem um custo computacional menor que a transformada de Fourier do dado todo. Na Figura 2.2 temos o esquema da filtragem no domínio do tempo.

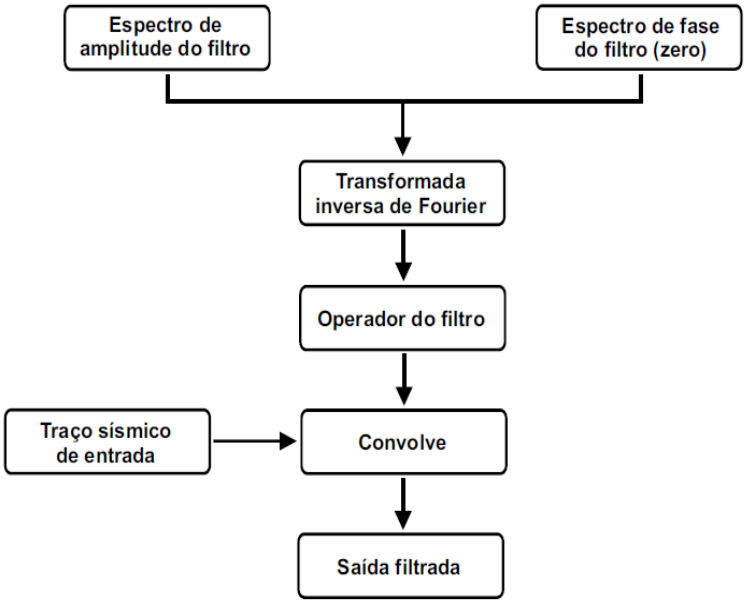

Figura 2.2: Esquema da aplicação do filtro passa-banda no domínio do tempo (Yilmaz, 2001).

A filtragem passa-banda é utilizada quando deseja-se preservar apenas a banda de freqüência do sinal. Dessa forma, a filtragem com esse filtro é escolhida quando o ruído a ser atenuado está presente nas baixas freqüências, e essa é uma característica do ground roll.

Existem muitas formas de se aplicar um filtro de frequência, ele pode ser passa-alta, passa-baixa, passa-banda, rejeita-banda e outros.O limite de frequência temporal e do filtro passa-alta fica limitado por uma freqüência f_N chamada de freqüência de Nyquist. A freqüência de Nyquist é definida como a maior freqüência possível de se reconstituir durante a amostragem das amplitudes em campo, sendo dada através da equação

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \tag{2.3}$$

onde Δt é o intervalo de amostragem.

Na Figura 2.3 temos a representação dos filtros de frequência ilustrados de forma trapezoidal. Esses são exemplos de aplicação, sendo possíveis mais formas de uso do filtro. A determinação das freqüências f_1, f_2, f_3 e f_4 são necessárias com o intuito de evitar o fenômeno de Gibbs (Bracewell, 1965).

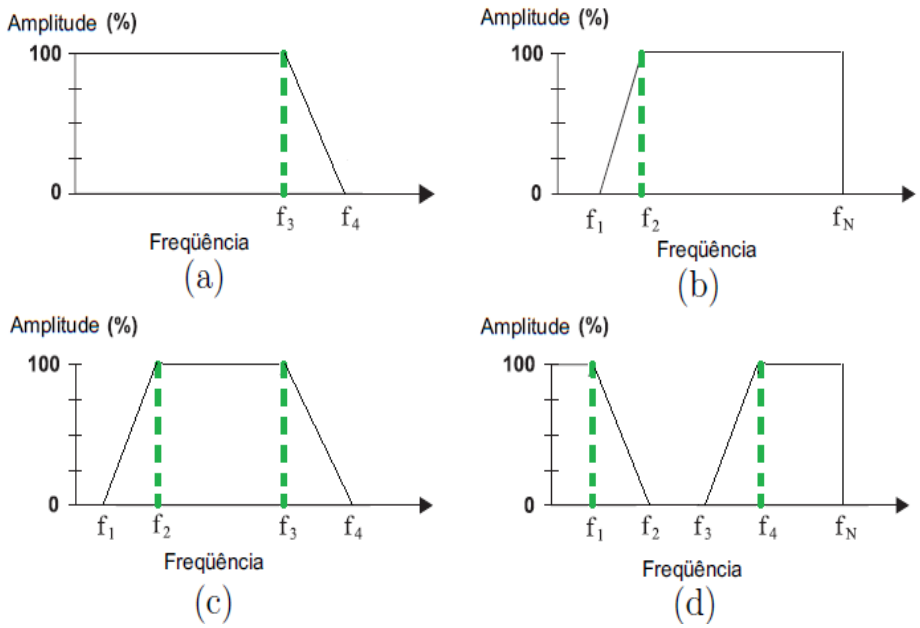

Figura 2.3: Formas de aplicação de filtros de frequência, em (a) passa-baixa/corta-alta, em (b) corta-baixa/passa-alta, em (c) passa-banda e em (d) o rejeita-banda.

2.2 O filtro f-k

O método de filtragem desse filtro é baseado numa mudança de domínio que utiliza a transformada de Fourier 2D. Essa mudança promove uma separação melhor dos eventos lineares dos não lineares. Dessa forma o filtro f-k é utilizado em grande escala no processamento sísmico para a atenuação de ruídos lineares, entre eles, o *ground roll*.

No domínio do tempo podemos definir a frequência temporal como o número de ciclos realizado pelo evento por unidade de tempo e da mesma forma podemos definir a frequência espacial como o número de ciclos por unidade de distância, ou número de onda. Para encontrar o número de onda de um evento inclinado, deve-se contar o número de picos de amplitude em uma unidade de distância. Existe uma relação fundamental entre f (frequência espacial) e k (número de onda) para um evento mergulhante de velocidade constante. Por definição temos:

$$f = \frac{v}{\lambda} \tag{2.4}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.5}$$

assim,

$$\frac{f}{k} = \frac{v}{2\pi} = C(constante) \tag{2.6}$$

Para a realização da mudança de domínio usamos a transformada direta de Fourier 2D de uma função contínua f(x,t), ela pode ser pensada como uma aplicação sucessiva de duas transformadas unidimensionais, uma temporal e outra espacial. Ela é dada por

$$F(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,t) e^{ik_x x - i\omega t} dx dt \tag{2.7}$$

A mundaça de domínio é reversível e podemos retornar a f(x,t) utlizando a transformada inversa de Fourier 2D a qual é representada por

$$f(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, \omega) e^{-ik_x x + i\omega t} dk_x d\omega \tag{2.8}$$

Os dados sísmicos são amostrados discretamente, portanto não são representados por funções contínuas, sendo assim devemos utilizar a transformada discreta de Fourier. Na Figura 2.4 temos o esquema da aplicação da transformada de Fourier 2D utilizando as equações 2.7 e 2.8.

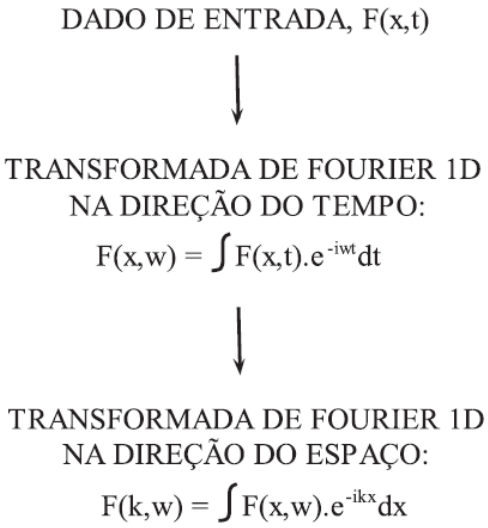

Figura 2.4: Transformada de Fourier 2D (Yilmaz, 2001).

No filtro f-k, o objetivo é aniquilar as amplitudes dos ruídos para um par (f,k) (freqüência-número de onda), ou seja, escolhemos uma região para a aplicação do filtro. A região a ser rejeitada é escolhida sabendo-se que os eventos lineares com mesmo mergulho aparente no domínio t-x são mapeados, no domínio f-k, como uma linha reta partindo da origem do espectro. Na Figura 2.5 temos a representação do *ground roll* e das reflexões nos domínios (a) e (b), a região a ser retirada em (c) e o sismograma filtrado em (d).

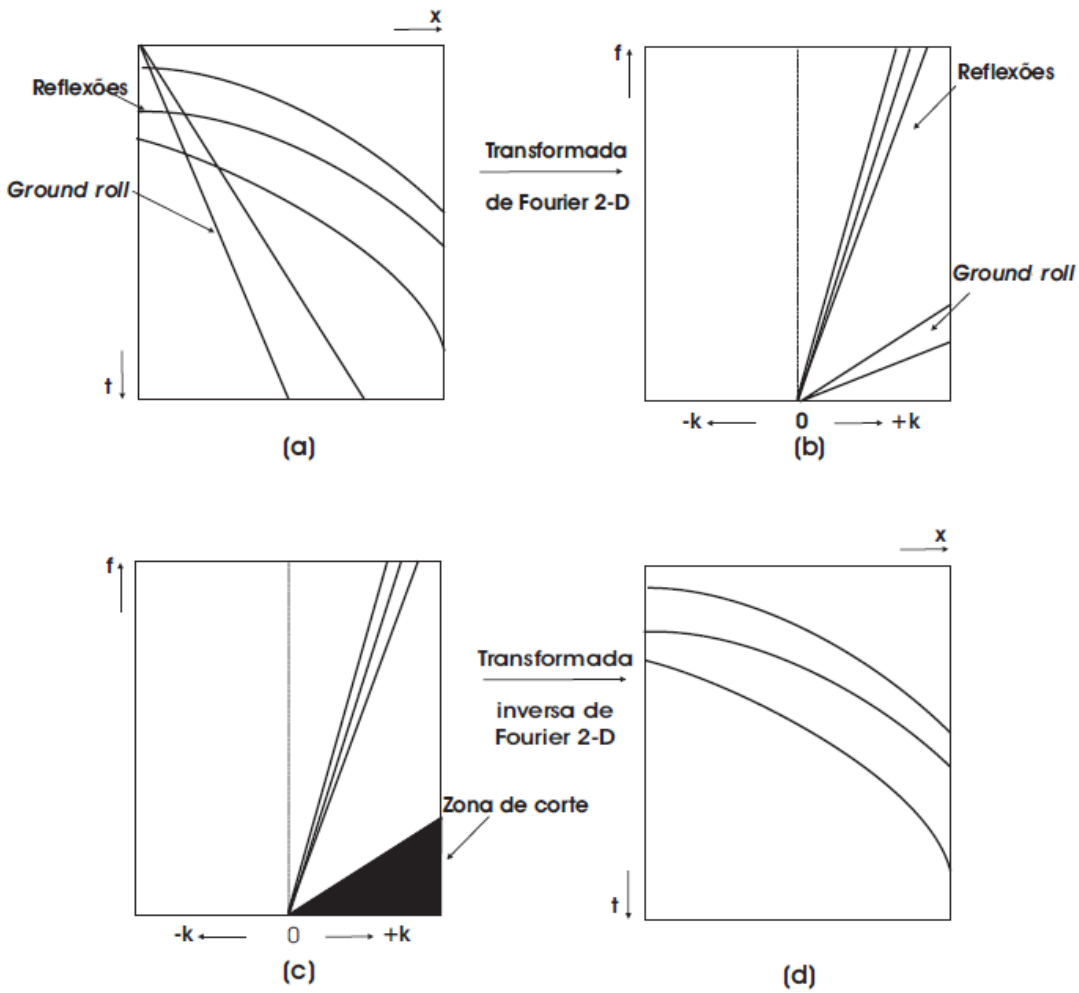

Figura 2.5: Ilustração da filtragem f-k (Serpa, 2007).

Existe uma frequência espacial máxima a ser representada na transformação de domínio.Como os dados sísmicos são amostrados espacialmente com intervalo de amostragem Δx (distância entre receptores, ou canais). Essa frequência é representada pela frequência espacial de Nyquist e é dada por

$$k_N = \frac{1}{2\Delta x} \tag{2.9}$$

CAPÍTULO 3

Obtenção do filtro SVD

A Decomposição em Valores Singulares ou SVD do inglês (*singular value decomposition*) possibilita que qualquer matriz de dados possa ser decomposta em uma soma ponderada finita de matrizes de posto unitário. Em dados sísmicos Essa decomposição pode ser utilizada na separação de eventos, já que os eventos com maior correlação horizontal estaram presentes nas primeiras autoimagens onde estão associados os maiores valores singulares.

Nesse capítulo é apresentado os fundamentos teóricos a respeito da decomposição SVD e como o filtro SVD funciona na filtragem do *ground roll*.

3.1 As matrizes de covariância U e V

Para entender a melhor as aplicações e propriedades da decomposição em valores singulares é necessário estudar as matrizes que compõe a parte fatorada. A matriz dos dados de entrada é decomposta em três matrizes, entre elas, estão U e V, a outra matriz é analisada no próximo item. As matrizes de covariância são unicamente oriundas da matriz de entrada A e são representadas por $U = AA^T$ e $V = A^TA$. Vamos estudar o significado de cada uma em relação a uma matriz A de entrada de dados sísmicos.

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \tag{3.1}$$

sendo $A = a_{ij}$ onde a_{ij} é o elemento de A na posição (i, j), m é o número de traços de A e n é o número de amostras por traço. Vamos determinar dois vetores para facilitar as representações:

$$\mathbf{y}_j^T = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}) \tag{3.2}$$

$$\mathbf{x}_i^T = (a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni}) \tag{3.3}$$

onde T denota transposta, $\mathbf{y}_j$ são os elementos de A em um determinado instante de tempo j e $\mathbf{x}_i$ representa o traço i. Como $U = AA^T$, U será de ordem m e seus elementos são representados pelo cálculo do produto interno dos traços sísmicos. Dessa forma, cada elemento (i, j) de U é a projeção do traço i de A sobre o traço j. Utilizando os vetores $\mathbf{y}$ e $\mathbf{x}$ podemos mostrar:

$$U_{mxm} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T\mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_1^T\mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_1^T\mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_1^T\mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_2^T\mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_2^T\mathbf{x}_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_1^T\mathbf{x}_m & \mathbf{x}_2^T\mathbf{x}_m & \dots & \mathbf{x}_m^T\mathbf{x}_m \end{bmatrix}, \tag{3.4}$$

cada elemento da diagonal principal de U é a energia do traço correspondente em A, assim, a soma dos elementos da diagonal representa o conteúdo total de energia presente em A.A magnitude dos elementos de fora da diagonal informam o grau de correlação ou de coerência horizontal entre os traços.

A matriz V de ordem n é formada pelo produto interno entre os valores $\mathbf{y}_j$, contendo os valores das amostras de A em um determinado instante de tempo j. Ela é dada por:

$$V_{nxn} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1^T\mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_1^T\mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{y}_1^T\mathbf{y}_n \\ \mathbf{y}_1^T\mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_2^T\mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{y}_2^T\mathbf{y}_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}_1^T\mathbf{y}_n & \mathbf{y}_2^T\mathbf{y}_n & \dots & \mathbf{y}_n^T\mathbf{y}_n \end{bmatrix}, \tag{3.5}$$

os elementos de V indicam em que tempo e com que intensidade a correlação existe. A informação presente em cada instante de tempo é medida na diagonal principal enquanto que os elementos de fora da diagonal fornecem a medida do grau de correlação entre dois instantes diferentes de tempo.

3.2 Os Autovalores e Autovetores

Uma matriz quadrada A pode ser vista como um operador linear que leva um vetor $\mathbf{v}$ não nulo, em um outro vetor $\mathbf{s}$ que pertence ao mesmo espaço de $\mathbf{v}$, Boldrini et al (1980). Ou seja, uma tranformação linear de tal forma que:

$$A\mathbf{v} = \mathbf{s} = \lambda\mathbf{v} \tag{3.6}$$

Como $\mathbf{s}$ é um vetor proporcional a $\mathbf{v}$, λ se comporta como um fator de proporcionalidade e é definido como o autovalor ou valor principal de A associado ao autovetor $\mathbf{v}$. Agora temos duas incógnitas a determinar, λ e $\mathbf{v}$. A solução é conseguida formando-se um sistema homogêneo utilizando facilmente a matriz identidade I, fazendo com que a equação 3.6 possa ser escrita como:

$$(A - \lambda I)\mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{3.7}$$

Sendo I de mesma ordem de A e $\mathbf{0}$ um vetor nulo. Essa equação 3.7 apresenta solução não trivial se:

$$P(\lambda) = det(A - \lambda I) = 0 \tag{3.8}$$

onde $P(\lambda)$ é um polinômio de grau igual a ordem da matriz A conhecido como polinômio característico da transformação e suas raízes são os autovalores de A. Depois de encontrado os autovalres, voltamos a equação 3.6 e calculamos o autovetor associado a cada autovalor.

Os valores singulares σ são os valores da raíz quadrada de cada autovalor encontrado, Poole (1955).

3.3 Decomposição em Valores Singulares

Seja a matiz A_{mxn} de dados:

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \tag{3.9}$$

onde m é o número de traços e n é o número de amostras. Os vetores da base da decomposição são autovetores associados a U e V mostrados no item 3.1. A SVD de uma matriz mxn com m diferente de n é possível e consiste na determinação de duas matrizes ortogonais, U e V, e também da matriz dos valores singulares Σ, a partir da matriz A, de modo que satisfaz a seguinte condição:

$$A = U\Sigma V^T \tag{3.10}$$

onde Σ é uma matriz diagonal, retangular, do mesmo tipo de A com a diagonal principal contendo os valores singulares oriundos da raiz quadrada positiva dos autovalores associados. O número de valores singulares presentes na matriz diagonal nos mostra o posto da matriz de entrada. Dessa forma, se todas as colunas da matriz de entrada são iguais, o posto da matriz é 1, e consequentemente toda a informação na reconstrução da matriz estará em 1 valor singular, se houver uma coluna diferente e todas as outras iguais a matriz tem posto 2 e 2 valores singulares são encontrados e usados na reconstrução da matriz de entrada, e assim

sucessivamente. O teorema da Decomposição em Valores Singulares pode ser encontrado em vários livros de Álgebra Linear, e é mostrado por Noble e Daniel (1977) no Apêndice A.

A SVD pode ser também representada como um somatório de matrizes de posto unitário, ponderadas pelos respectivos valores singulares. Ou seja,

$$A = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \tag{3.11}$$

onde $\mathbf{u}_i$ é o i-ésimo autovetor de U, $\mathbf{v}_i$ o i-ésimo autovetor de V e σ_i é o i-ésimovalor singular de A. O produto escalar externo $(\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T)$ é chamado de i-ésima autoimagem de A. Cada autoimagem é uma matriz de posto unitário do mesmo tipo de A, calculada pelo produto de um autovetor do espaço de dimensão m (dos traços) e o correspondente autovetor do espaço de dimensão n (do tempo).

3.4 O Filtro SVD

A característica básica da SVD está na capacidade de se encontrar o posto ou grau de singularidade de uma matriz. Quando utilizamos uma matriz de dados sísmicos estamos calculando o grau de correlação entre os traços ou correlação dos eventos horizontais. A proposta de um filtro bidimensional está no fato de que ao se fazer uma escolha adequada das autoimagens possamos atenuar o *ground roll* sem prejudicar as reflexões de interesse. Isso é possível já que a maior correlação horizontal estará presente nas primeiras autoimagens que são ponderadas pelos grandes valores singulares.

A correlação horizontal dos eventos de interesse nos dados sísmicos é perfeita considerando-se por exemplo um sismograma gerado por um modelo de camadas planas e horizontais em seções zero *offset* ou no domínio do tiro corrigido de NMO (*normal moveout*). Mesmo existindo uma grande correlação estratigráfica entre os pacotes sedimentares, é importante perceber que em um número grande de traços os eventos não serão mais correlacionáveis, pois perderam a grande correlação, o que dificulta o sucesso do filtro. Dessa forma, o filtro SVD proposto nesse trabalho realiza uma filtragem utilizando um operador com um número determinado de traços. Esse número de traços utilizado no operador é bem menor que a matriz de entrada, isso é interessante considerando que há uma maior correlação entre os traços vizinhos tanto no domínio do *offset* (seção zero *offset*) quanto no domínio do tiro com correção NMO.

Consideremos o dado real $A(t, x_n), t = 1, \ ... \ , N_t, n = 1, \ ... \ , N_x$, de modo que os eventos refletidos serão organizados ao longo do eixo x. Com o objetivo de reforçar o sinal coerente ao longo do eixo x, realizamos a decomposição SVD de um sub-conjunto de dados $A(t, x_n), n = n_0 - M, \ ... \ , n_0, \ ... \ , n_0 + M$. Como na equação 3.11 podemos representar a

decomposição como:

$$A(t, x_j) = \sum_{k=1}^{2M+1} \sigma_k \mathbf{u}_k(t) \mathbf{v}_k(x_j) \tag{3.12}$$

onde $\sigma_k = \sigma_1, \ldots, \sigma_{2M+1}$, com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_{2M+1} \geq 0$ e $j = -M + n_0, \ldots, M + n_0$. A matriz U é de dimensão $N_t \times N_t$ e possui autovetores $\mathbf{u}_k$. V é de dimensão $(2M + 1)$ e possui autovetores $\mathbf{v}_k$. As matrizes U e V são unitárias tal que $U^{-1} = U^T$ e $V^{-1} = V^T$. Em que $j = -M + n_0, \ldots, M + n_0$. O dado filtrado $\bar{A}(t, x_{n_0})$ contém apenas o traço central da primeira ou das primeiras autoimagens , $k = 1$ ou $k = 2$.

$$\bar{A}(t, x_{n_0}) = \sum_{k=1}^{K} \sigma_k \mathbf{u}_k(t) \mathbf{v}_k(x_{n_0}) \ . \tag{3.13}$$

Em cada filtragem essa operação é realizada sobre todos os dados com um avanço da janela de um traço na direção do eixo x. A janela escolhida foi de $2M + 1 = 5$, 5 traços. A cada nova posição da janela uma nova decomposição SVD é realizada e um novo traço filtrado é obtido através da equação 3.13.

No início e no final dos dados, são preservados os primeiros e os últimos $M + 1$ correspondentes às primeiras K autoimagenes. O resultado é o dado filtrado $\bar{A}(t, x_n)$ com a mesma dimensão dos dados de entrada. Tanto o caráter quanto a amplitude relativa dos eventos horizontais são bem preservados uma vez que representa as primeiras autoimagens que possuem maior energia ou maior informação.

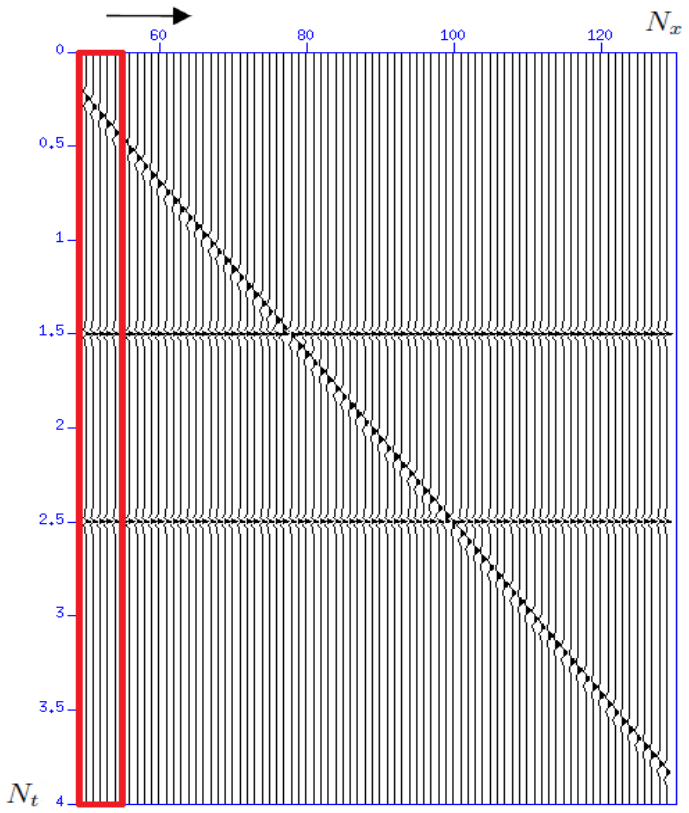

Figura 3.1: Demonstração da janela de 5 traços na aplicação do operador do filtro SVD no sismograma.

CAPÍTULO 4

Resultados

Neste capítulo testamos o Filtro SVD em um dado sintético, analisamos o resultado e posteriormente aplicamos todas as três técnicas de filtragem estudadas numa Linha Sísmica real da Bacia do Tacutu e comparamos os resultados. O processamento dos dados foi realizado com os *softwares Seismic Unix* e o *FOCUS*. Na linha sísmica real todo o processamento é o mesmo mudando-se apenas o método de filtragem.

4.1 Aplicação da filtragem SVD em dados sintéticos

A aplicação da filtragem SVD em um dado sintético é de grande importância para uma inicial ilustração da sua eficácia. O painel de tiro sintético contém duas reflexões corrigidas de NMO e um *ground roll* cortando as mesmas. Aplicamos o Filtro SVD com uma janela de 5 traços com o objetivo de reforçar a correlação horizontal e remover o ruído sem prejudicar as reflexões. Na Figura 4.1 temos o painel original de tiro e na Tabela abaixo as informações.

Descrição do dado Sintétido	
Número de canais	80
Intervalo entre estações (ΔG)	$50\,m$
Intervalo entre pontos de tiro (ΔS)	$50\,m$
Intervalo de amostragem temporal	$4\,ms$
Tempo de registro	$4\,s$
Número de amostras	1001

O dado filtrado contém apenas o traço central da primeira autoimagem e é mostrado na Figura 4.2. Podemos observar que a coerência horizontal foi mantida e o ruído foi bastante atenuado, mostrando o sucesso de sua aplicação.

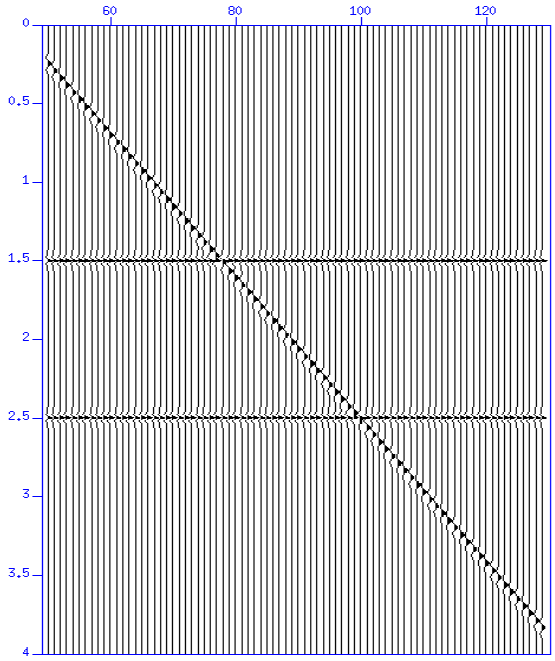

Figura 4.1: Família de traços de um tiro sintético corrigido de NMO.

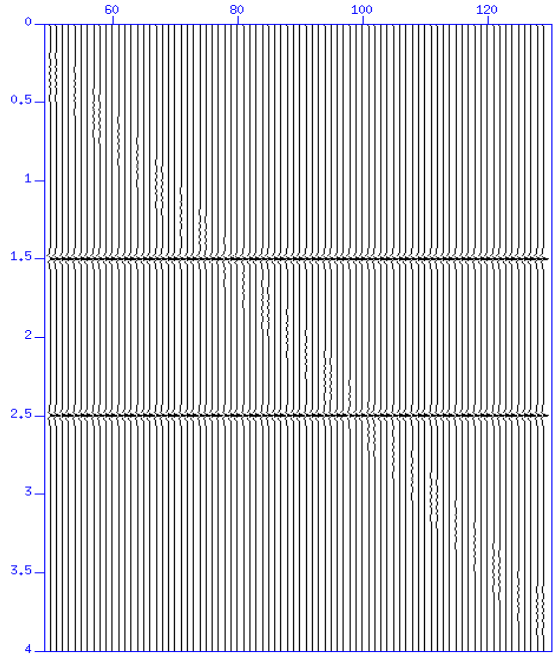

Figura 4.2: Dado sintético filtrado contendo apenas a primeira autoimagem.

4.2 Aplicação na linha sísmica 204-RL-247 da Bacia do Tacutu

4.2.1 Descrição dos dados

A bacia do Tacutu está localizada na fronteira entre o estado brasileiro de Roraima e o distrito de Rupununi na Guiana Francesa. A linha 204-RL-247 foi selecionada para a aplicação de métodos de filtragem citados nos capítulos 2 e 3.

Muitos levantamentos 2D foram realizados na década de 80 pela PETROBRÁS, com o intuito de iniciar o processo exploratório na porção brasileira da bacia do Tacutu. Algumas linhas foram adquiridas junto à Agência Nacional do Petróleo, Gás e Biocombustíveis-ANP, pela Universidade Federal da Bahia.

A Tabela abaixo contém as informações dado.

Descrição da Linha 204-RL-247	
Bacia	Tacutu
Localização	Roraima, Brasil
Lanço	3850 - 100 - 0 - 100 - 1050 m
Cobertura	4800%
Número de canais	96
Intervalo entre estações (ΔG)	50 m
Intervalo entre pontos de tiro (ΔS)	50 m
Intervalo de amostragem temporal	4 ms
Tempo de registro	4 s
Arranjo	L-10/50 m

4.2.2 Processamento

O processamento de dados sísmicos é dividido em etapas, entre elas temos as etapas inicias que trabalham com as técnicas mais simples que preparam o dado para as etapas avançadas como filtragem, análise de velocidade, empilhamento e migração. O pré-processamento contém essas etapas inicias de geometria, edição **mute** e correção de amplitude. É importante lembrar que não existe uma sequência definida para o processamento. No dado usado nesse trabalho utilizamos as seguintes etapas:

- Geometria: define as informações referentes às coordenadas (verdadeiras ou fictícias) da fonte e receptores. Realiza a definição do lanço ou arranjo usado na aquisição. Essa etapa é fundamental para o processamento e qualquer erro pode comprometer as etapas posteriores e todo o trabalho, portanto essa etapa foi realizada com muito cuidado;

- Edição: essa etapa visa eliminar traços ruidosos. É de extrema importância pois durante a aquisição podem ocorrer diversos problemas durante o registro das ondas, como a passagem de um animal pelo receptor e até gotas de chuva. Caso seja necessário, alguns traços ou até famílias de traço podem ser ocultadas para evitar que esses ruídos prejudiquem as espatas posteriores e consequentemente o resultado do processamento.

- *Mute*: alguns sismogramas contém ruídos aleatórios que se encontram antes da chegada de qualquer evento oriundo da subsuperfície. Esses ruídos se apresentam no topo dos registros e são retirados com o comando top mute do *Focus*, que aniquila as amplitudes de uma parte superior de cada traço;

- Correção de amplitude: as ondas sísmicas sofrem uma atenuação durante a sua propagação. A causa dessa atenuação está basicamente associada aos fatores de espalhamento geométrico e perdas por absorção. Para menores distâncias a perda por espalhamento geométrico é mais significativa em relação à dissipação por atrito, porém com o aumento da distância de propagação tonar-se mais significante as perdas por absorção em detrimento do espalhamento geométrico (Yilmaz, 2001);

- Filtragem: Atenua ou remove os eventos sísmicos indesejados e ruídos aleatórios, melhorando a razão Sinal/Ruído dos sismogramas.

- Análise de velocidade: nessa etapa determinamos a velocidade das ondas nas camadas em subsuperfície. Essa determinação é de extrema importância e a sua precisão está diretamente relacionada com a qualidade da seção sísmica gerada. A análise deve ser feita criteriosamente para que se haja sucesso no processamento;

- Correção do sobretempo normal (NMO): corrige o atraso do tempo de achegada das reflexões, causado pelo afastamento fonte-receptor, com relação ao tempo duplo de incidência normal (Silva, 2004);

- Empilhamento: após a aplicação do NMO é feita uma soma aritmética das amplitudes dos traços das famílias CDPs, produzindo um traço para cada família CDP normalizado pela média aritmética e preservando a relação entre as amplitudes. O sucesso desta etapa está diretamente dependente da análise de velocidade.

4.2.3 Empilhamento do dado Bruto

Após o pré-processamento realizamos o processamento avançado. Foram realizados a filtragem, análise de velocidade e o empilhamento. A análise de velocidade utilizada para o empilhamento das seções é igual a obtida com o filtro $f - k$. Nenhumas das seções sísmicas empilhadas sofreram migração. Obtivemos primeiramente a seção sísmica empilhada do dado sem nenhum tipo de filtragem para mostrar o efeito prejudicial do *ground roll* e sua

interferência na análise de velocidade. Na Figura 4.3 temos o ruído delimitado em vermelho contaminando substancialmente o dado.

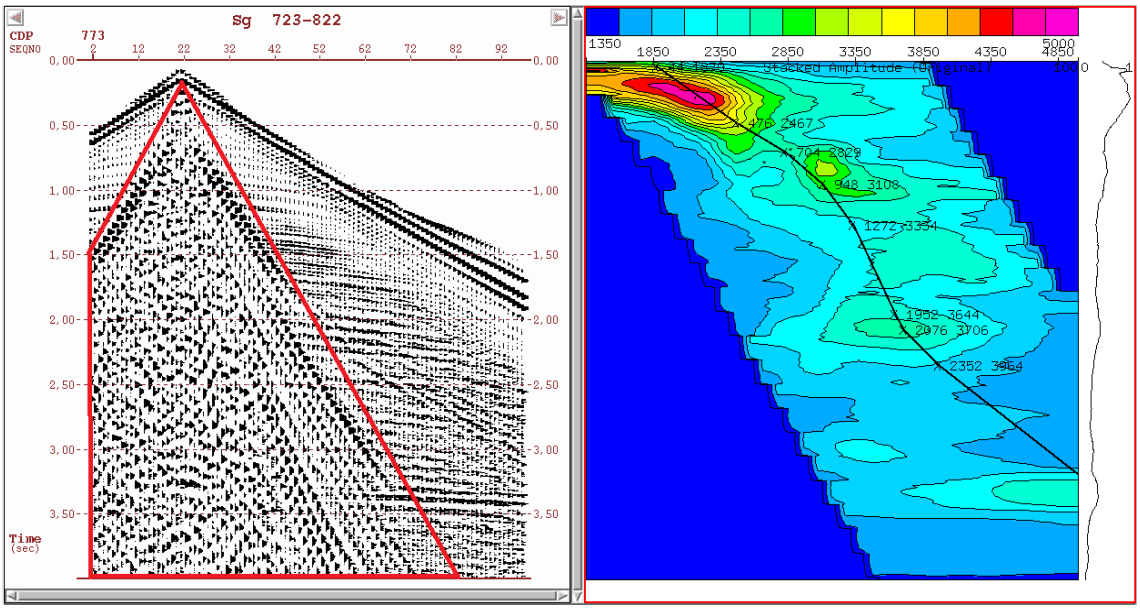

Figura 4.3: *Supergather* com 100 cdps do dado original muito contaminado pelo *ground roll* que está delimitado em vermelho.

O fluxograma de processamento responsável pela geração da seção empilhada na Figura 4.5 do dado original está presente na Figura 4.4. O fluxograma mostra as etapas de processamento sem nenhuma etapa de filtragem, ou seja, o dado está bruto ou original.

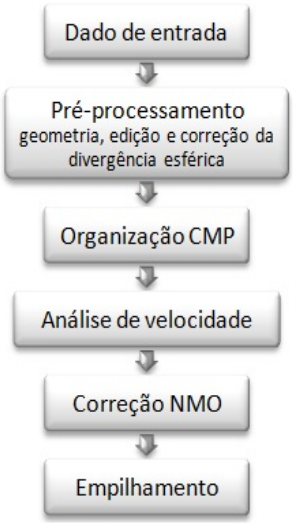

Figura 4.4: Fluxograma de processamento do dado sem filtragem.

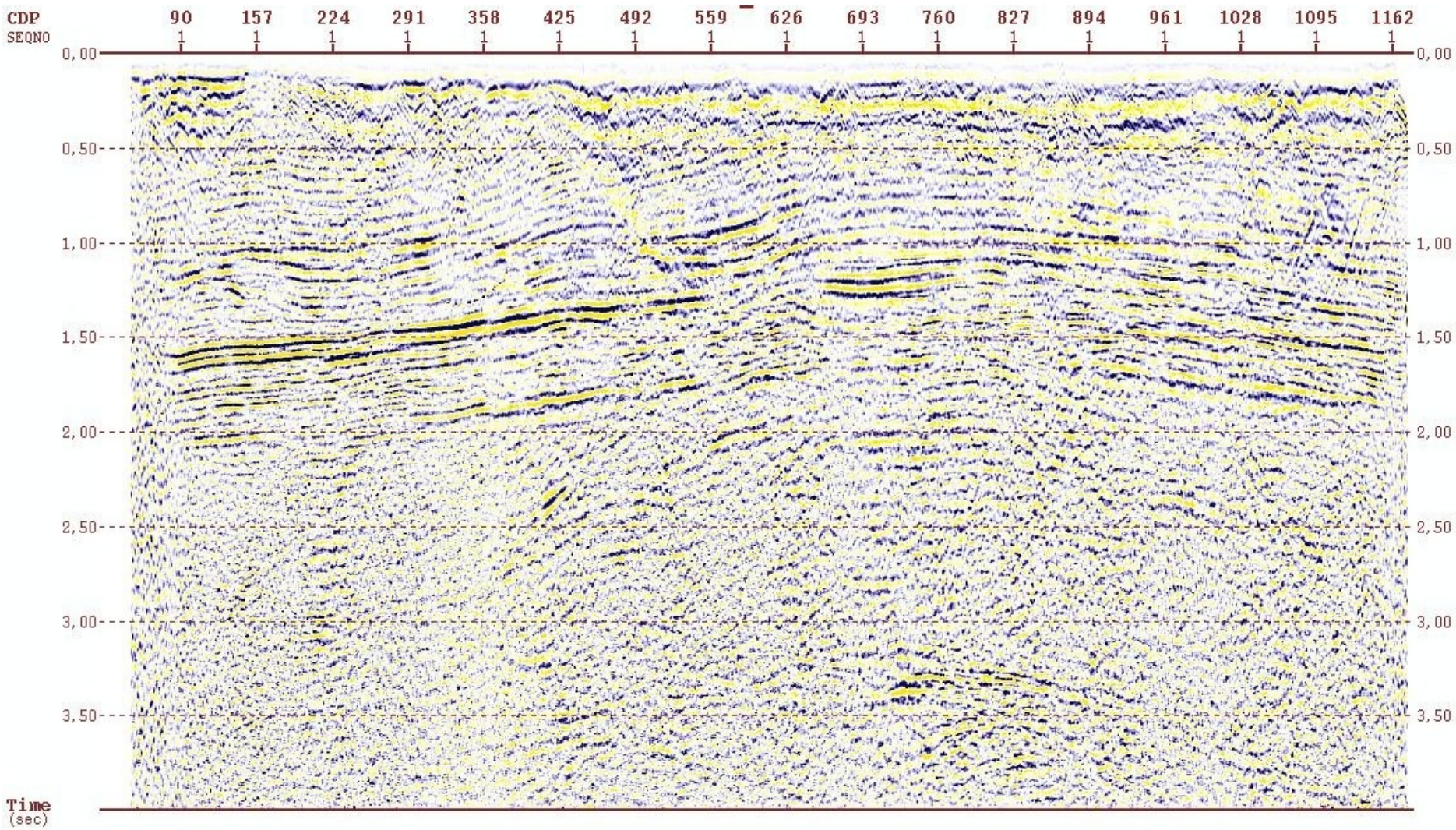

Figura 4.5: Dado original empilhado.

4.2.4 Utilizando o filtro passa-banda

Para a construção do trapézio de corte do filtro passa-banda ou passa-alta (seção 2.1), foram escolhidas duas bandas de frequências, uma de 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0, e outra de 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz. A escolha dessas frequências foi feita tomando-se como parâmetro o espectro de amplitude do tiro 117 sem filtragem em azul na Figura 4.6 . A região das baixas frequências é a região dominada pelo ruído. A escolha de duas bandas de frequêcia possibilita que em um maior corte das baixas frequências podemos atenuar mais o *ground roll*, e consequentemente resulta em maiores perdas de sinal. Percebe-se que o ruído está concentrado, em sua grande maioria, em torno de 8 e 16 Hz, enquanto que as reflexões tem uma faixa de frequência mais ampla entre 10 e 50 Hz. No mesmo espectro de amplitude podemos observar o resultado obtido após o processo de filtragem com as duas bandas de frequência.

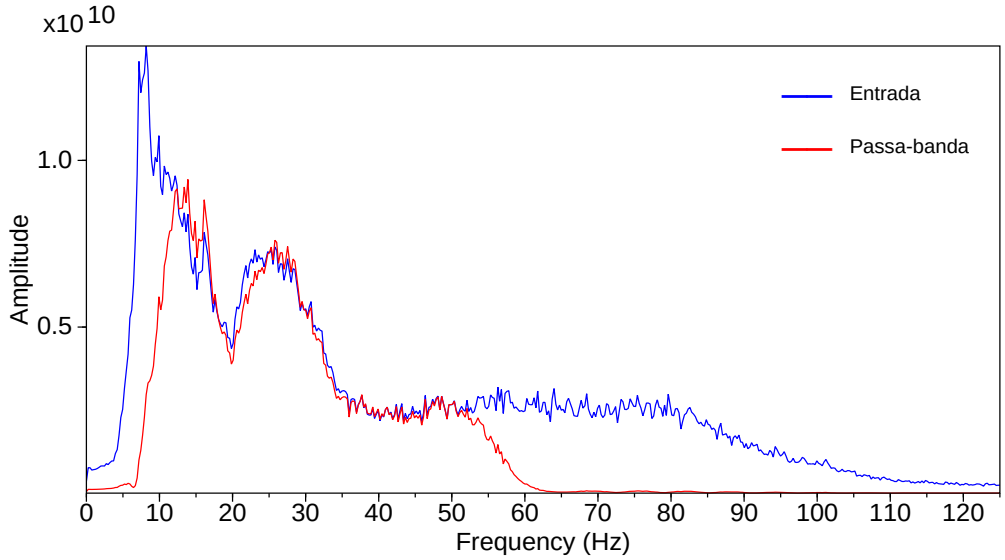

Figura 4.6: Espesctro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, e o mesmo tiro com filtro passa-banda 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0 Hz em vermelho.

Na Figura 4.8 e 4.9 temos os *super gathers* com o resultado da filtragem com cada trapézio no respectivo *semblance*. Depois da aplicação da filtragem foi observado uma melhora no *semblance*, as reflexões se tornaram mais visíveis, auxiliando assim a análise de velocidade. É evidente a maior atenuação do ruído pelo filtro de banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz.

Para visualizar o tiro 117 com o tiro sem filtragem e depois do filtro com cada trapézio do passa-banda temos as Figuras 4.10 e 4.11. O fluxograma de processamento está exposto na Figura 4.12 e as seções sísmicas empilhadas referentes a esse fluxograma, mudando somente

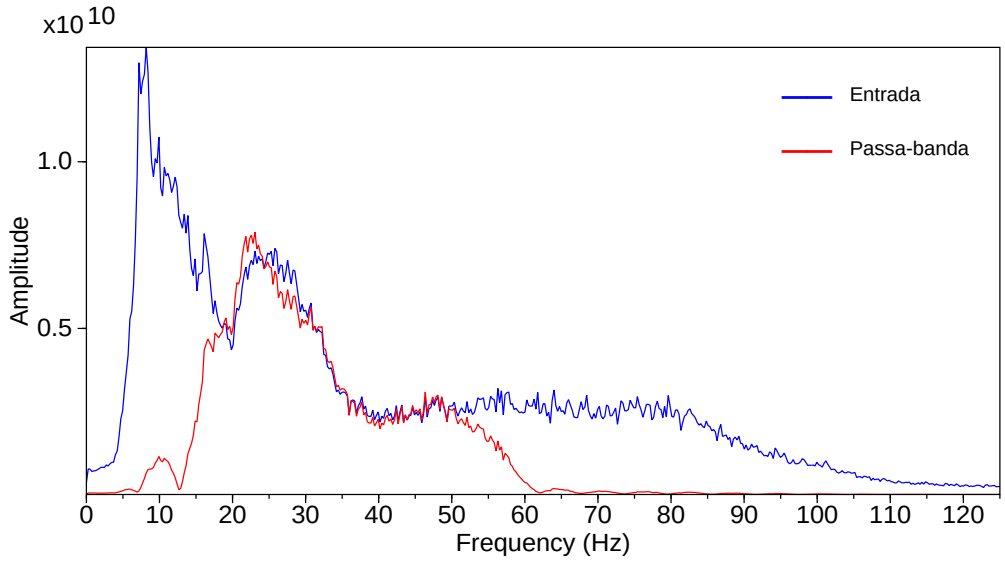

Figura 4.7: Espesctro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, e o mesmo tiro com filtro passa-banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz em vermelho.

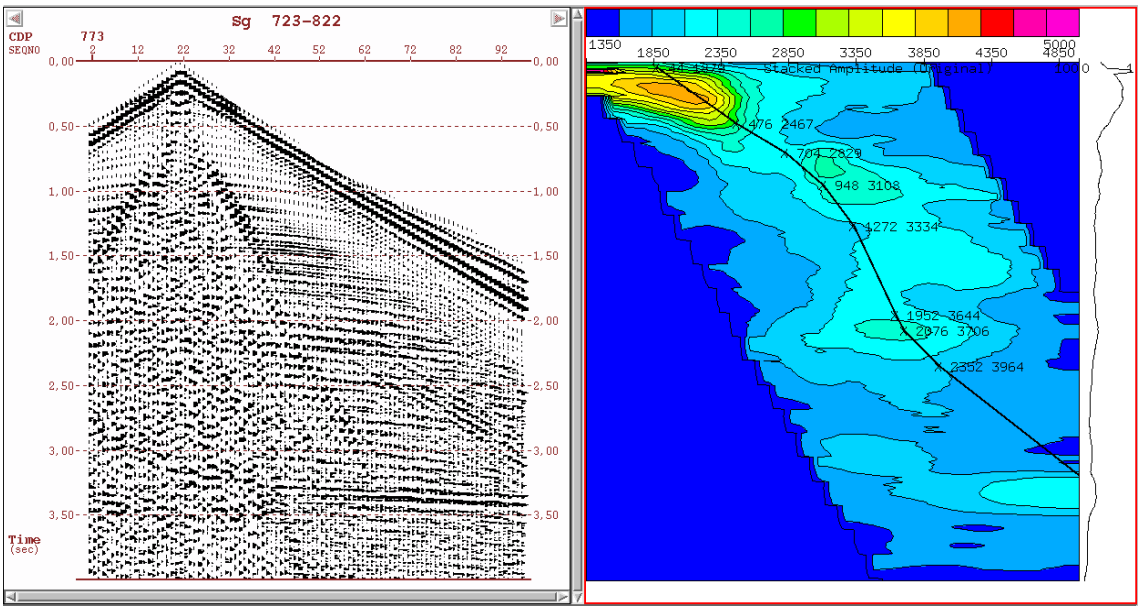

Figura 4.8: *Supergather* com 100 CDPs do dado com a aplicação do filtro passa-banda 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0 Hz.

a banda da frequencia de atuação do filtro, estão na Figura 4.13 e 4.14. As seção referente a banda 8.0, 15.0, 50.0 e 60.0 Hz mostra uma pequena melhora devido a atenuação do ruído sem muitas perdas de sinal, já com a banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz a atenuação do ruído é bastante eficaz mas também ocasiona perdas de sinal e na continuidade dos refletores.

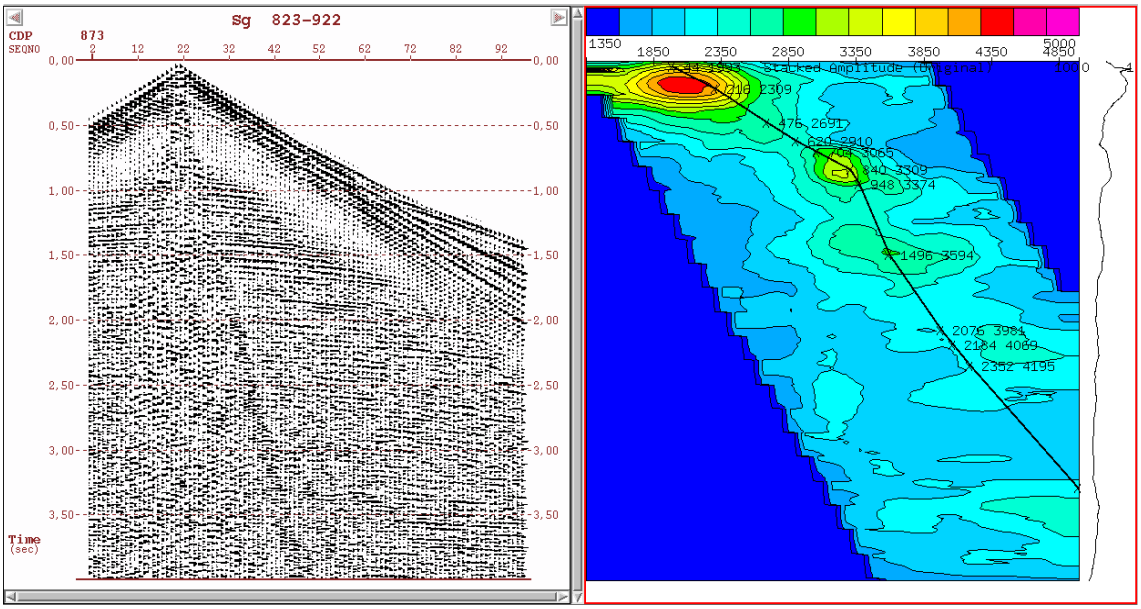

Figura 4.9: *Supergather* com 100 cdps do dado com a aplicação do filtro passa-banda 10.0, 16.0, 50.0 e 60.0 Hz.

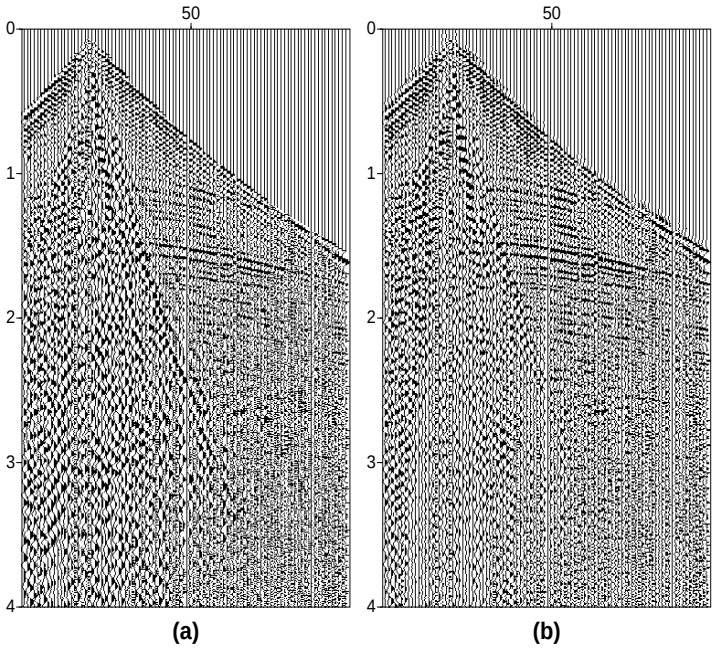

Figura 4.10: Painel de tiro 117 1 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro passa-banda.

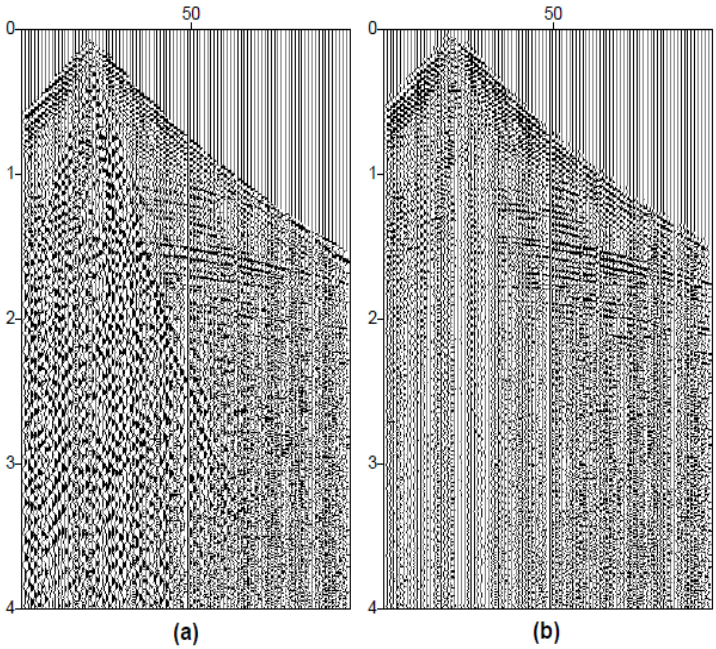

Figura 4.11: Painel de tiro 117 2 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro passa-banda.

Figura 4.12: Fluxograma de processamento com a aplicação do filtro passa-banda com as diferentes bandas de frequência.

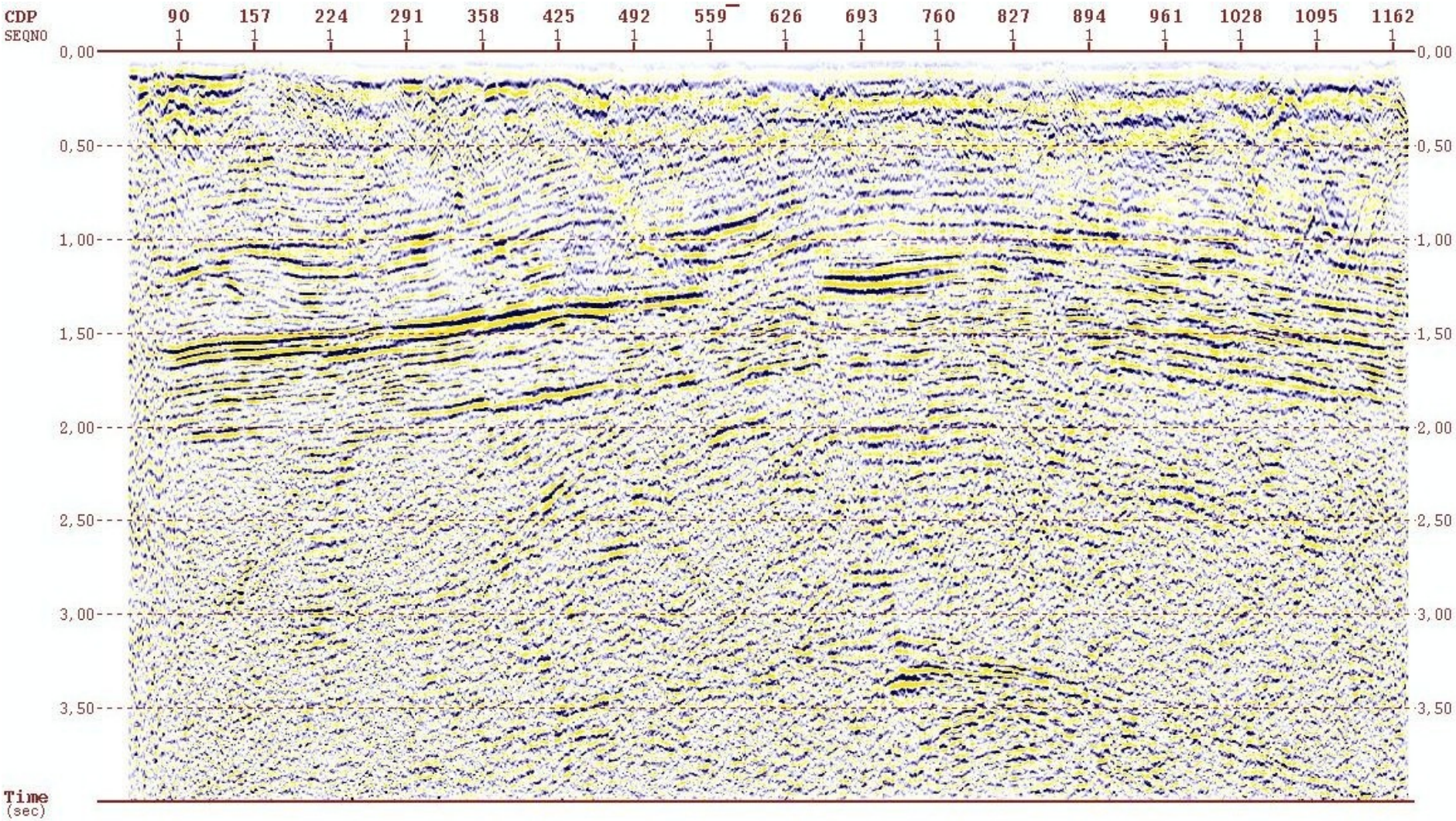

Figura 4.13: Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem Passa-banda.

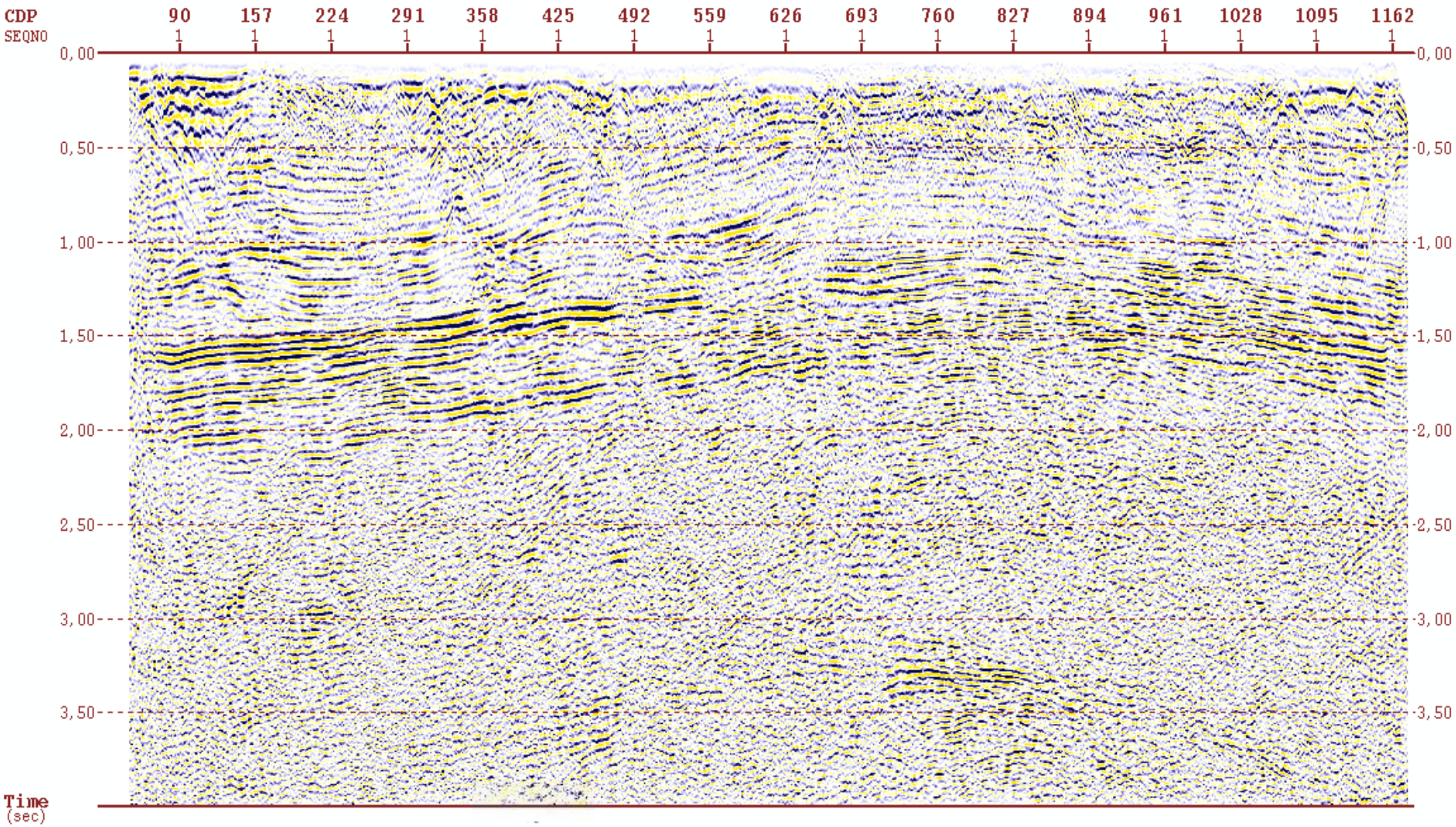

Figura 4.14: Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem Passa-banda com banda de frequência (10,16,50,60).

4.2.5 Utilizando o filtro f-k

Para a aplicação do filtro é preciso escolher uma área onde as amplitudes serão preservadas ou retiradas. Para a escolha da área devemos levar em consideração a preservação do sinal e atenuação de eventos lineares no domínio $f - k$. Para isso utilizou-se o tiro 117 para definir o filtro a ser aplicado. A Figura 4.15 apresenta o tiro e o respectivo espectro de amplitude 2D no domínio $f - k$ com uma direção indicada do *ground roll* em vermelho no sismograma e em preto no espectro. Para delimitar o polígono de corte, como mostrado na seção 2.2 levou-se em consideração a eliminação dos eventos lineares, ou seja, a onda direta e o *ground roll*.

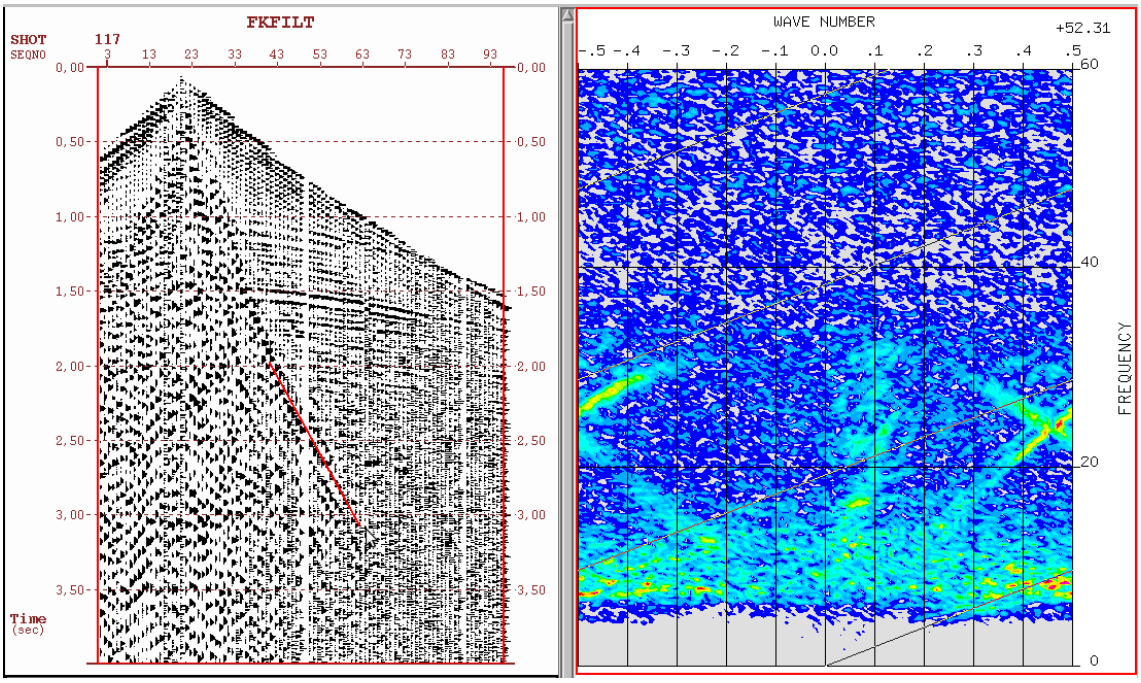

Figura 4.15: A direita o tiro 117 original e ao lado o espectro no domínio f-k.

Após a escolha da região, rejeitamos as amplitudes delimitadas em obtemos o resultado da filtragem. Podemos observar o resultado na Figura 4.16 com o tiro 117 filtrado. Houve uma melhora significativa no tiro. Na Figura 4.17 temos o *super gather* mostrando a melhora no *semblance*, facilitando a análise de velocidade.

Para uma vizualização comparativa temos a Figura 4.18 com o tiro 117 antes da aplicação do filtro $f - k$ e depois lado a lado. O fluxograma de processamento referente ao resultado da filtragem é exposto na Figura 4.19 e a seção sísmica empilhada referente a esse fluxograma está na Figura 4.20.

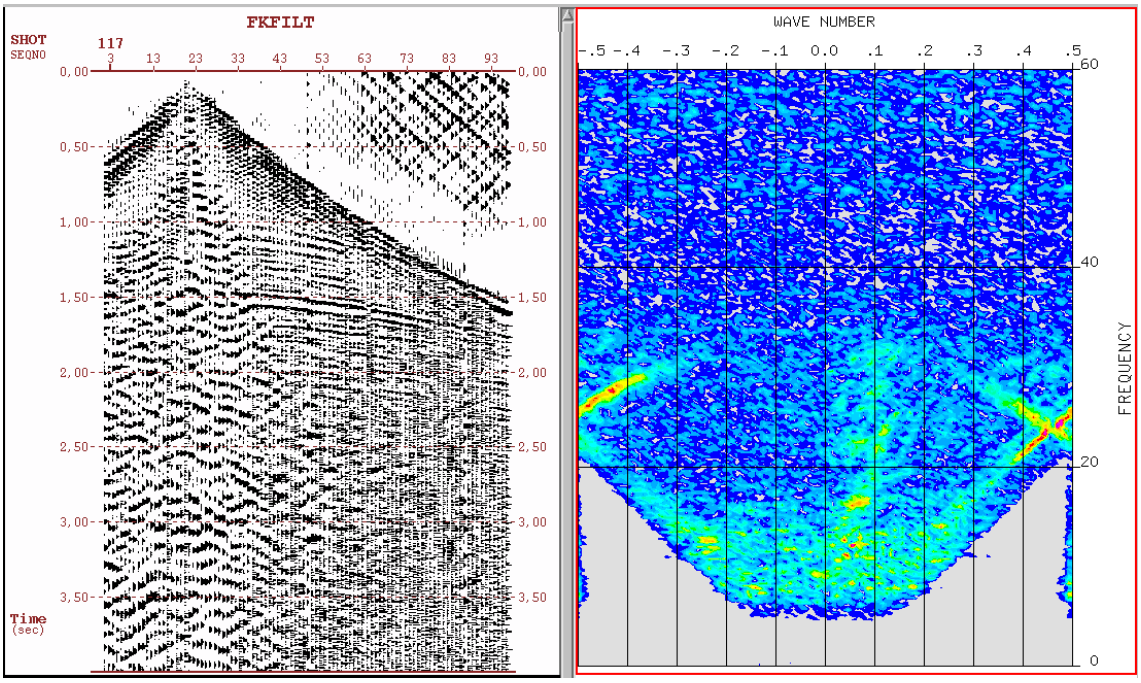

Figura 4.16: A direita o tiro 117 filtrado e ao lado o espectro no domínio f-k com uma região removida.

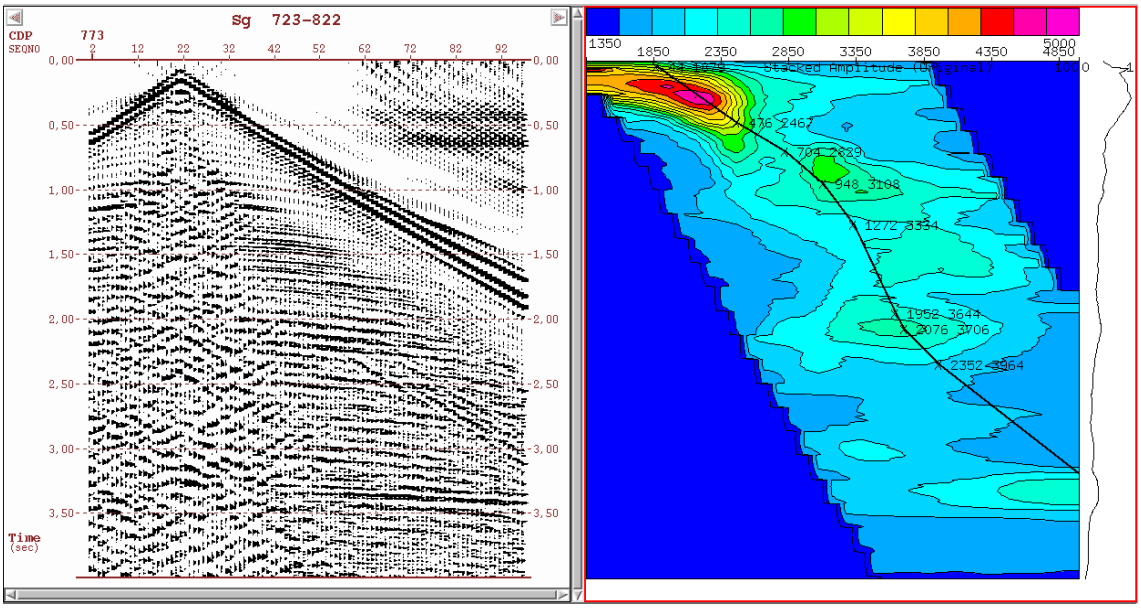

Figura 4.17: *Supergather* com 100 cdps do dado com a aplicação do filtro f-k.

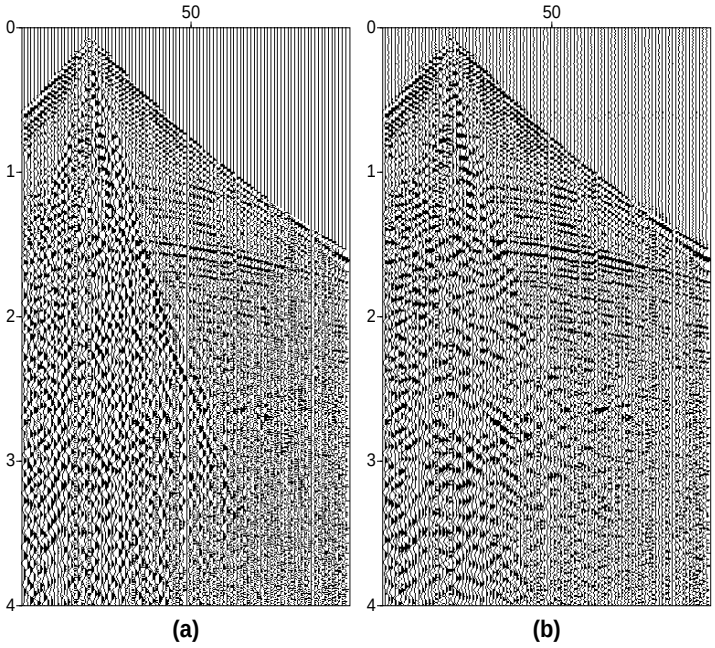

Figura 4.18: Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro f-k.

Figura 4.19: Fluxograma de processamento com a aplicação do filtro F-K.

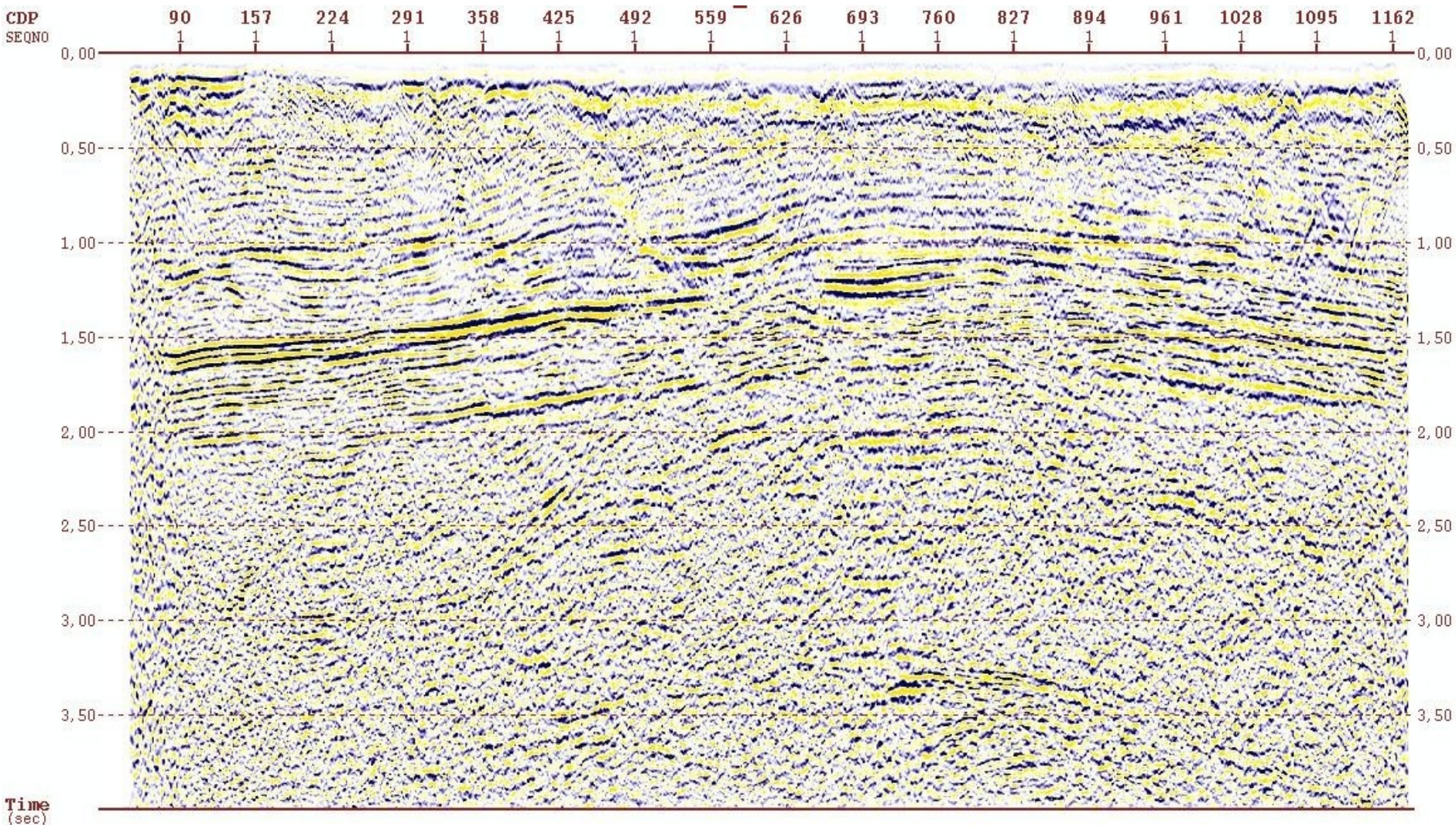

Figura 4.20: Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem F-K.

4.2.6 Utilizando o Fitro SVD

Várias aplicações da filtragem SVD (seção 3.4) foram realizadas no domínio do tiro, no domínio do *offset*, e em ambos domínios de forma sucessiva, ou seja, primeiro em um e depois no outro, o melhor resultado é apresentado nesse trabalho. Usamos uma janela de 5 traços que foi suficiente para reforçar a correlação horizontal e atenuar o ruído. O melhor resultado é oriundo da filtragem no domínio do *offset* sem a correção NMO, depois pegamos esse dado filtrado fazemos a correção NMO e aplicamos a filtragem SVD no domínio do tiro. Nas duas filtragens o dado filtrado contém apenas o traço central referente à primeira autoimagem.

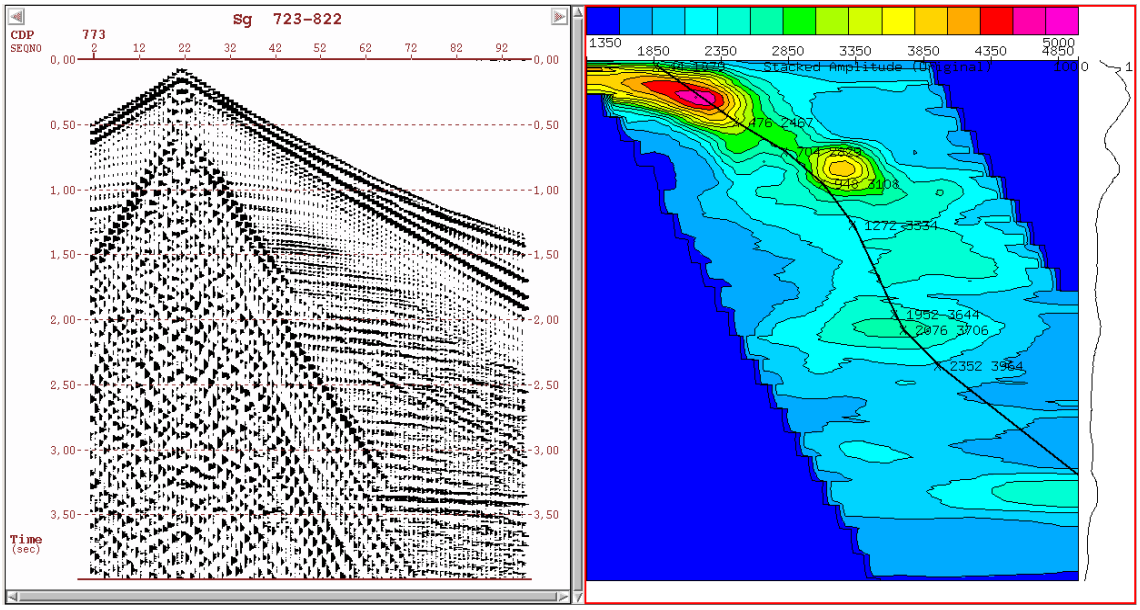

Figura 4.21: *Supergather* com 100 cdps do dado com a filtragem SVD no domínio do *offset* sem correção de NMO.

Nesta seção vamos mostrar todos os passos da filtragem e o produto gerado por cada etapa da filtragem até chegarmos ao resultado final. Na Figura 4.21 temos o *super gather* resultado da primeira aplicação da filtragem SVD. A figura mostra que ainda existe uma presença marcante do ruído no dado, porém na Figura 4.22 podemos visualizar o tiro 117 do dado sem filtragem em (a), com a primeira filtragem em (b) e o resíduo da filtragem em (c), podemos observar que essa etapa de filtragem foi importante, pois apesar de não atenuar completamente o ruído, ele age de forma importante. Na Figura 4.23 temos o espectro de amplitude médio que mostra que a as amplitudes da baixa frequência foram atenuados, mas não foram removidas completamente. A vantagem dessa primeira filtragem é que ela pode ser feita antes da análise de velocidade, e auxiliando a análise de velocidade que será feita. Na Figura 4.24 mostra o fluxograma de processamento para a geração da seção sísmica empilhada da Figura 4.25 produto da primeira filtragem.

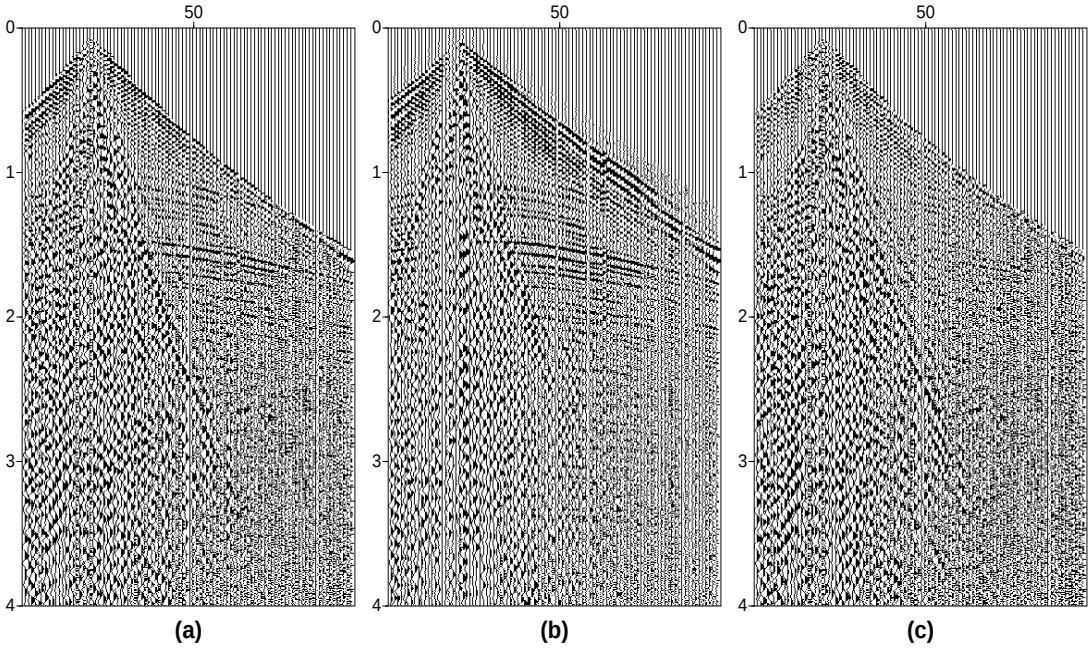

Figura 4.22: Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* e em (c) o resíduo.

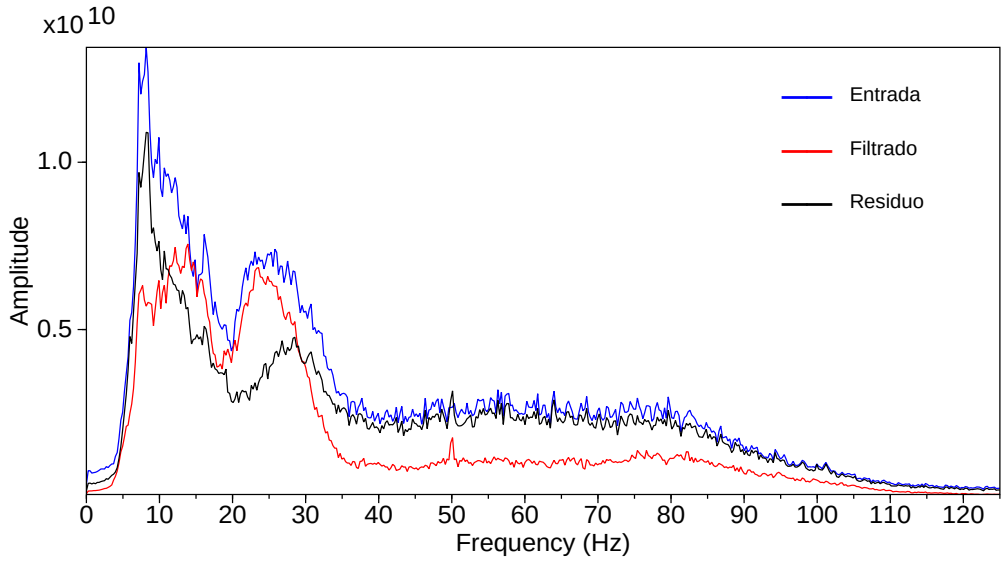

Figura 4.23: Espectro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, em vermelho o mesmo tiro com Filtro SVD aplicado no *offset*, e em preto o resíduo da filtragem.

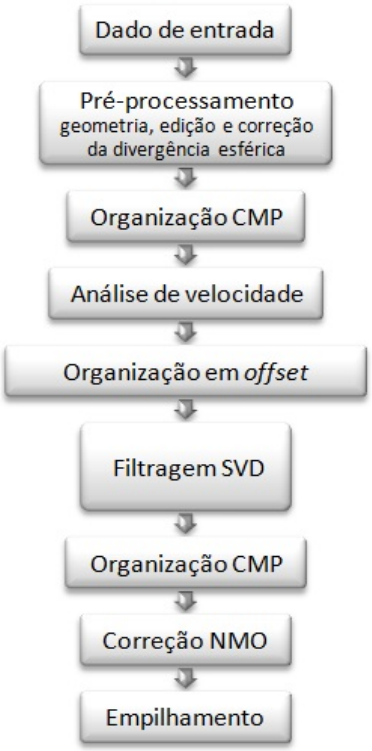

Figura 4.24: Fluxograma de processamento com filtro SVD aplicado no domínio do *offset* sem NMO, mostrando a geração da seção da Figura 4.21.

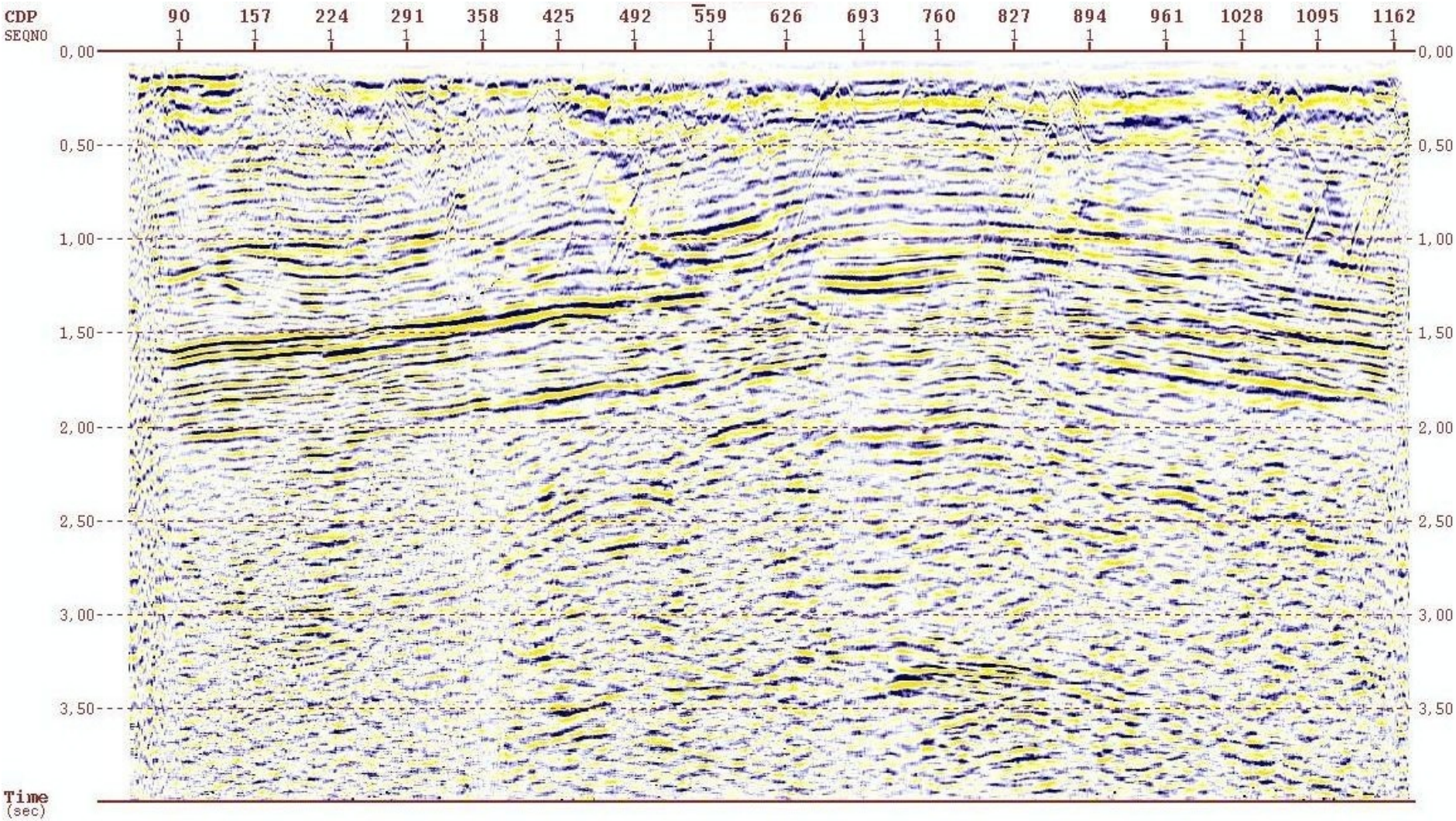

Figura 4.25: Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem no domínio do *offset* sem NMO.

Após a filtragem no domínio do *offset*, pegamos o dado e fizemos a correção NMO e organizamos no domínio do tiro, no intuito de horizontalizar as reflexões. Com as reflexões horizontalizadas aplicamos o Filtro SVD mais uma vez. O *supergather* da Figura 4.26 mostra o resultado dessa segunda aplicação. O *supergather* mostra que o ruído foi bastante atenuado, reflexões antes mascaradas se tornam evidentes e facilita a realização de uma nova análise de velocidade mais precisa. Na figura 4.27 podemos observar o resultado no tiro 117 com a correção NMO, nessa figura é clara a atenuação do *ground roll*, em (a) temos o sismograma de tiro do dado original e em (b) temos o filtrado praticamente sem o ruído e em (c) temos o resíduo referente a soma da segunda a quinta autoimagem, ou seja, onde se concentra o ruído. Para uma visualização sem a correção de NMO temos a Figura 4.28, que mostra que as reflexões antes mascaradas pelo ruído ficam muito mais contínuas e evidentes. O espectro de amplitude médio da Figura 4.29 nos mostra como o filto atenua as baixas frequências mas não as remove completamente, preservando o sinal de baixa frequência de forma análoga a primeira filtragem realizada no *offset*.

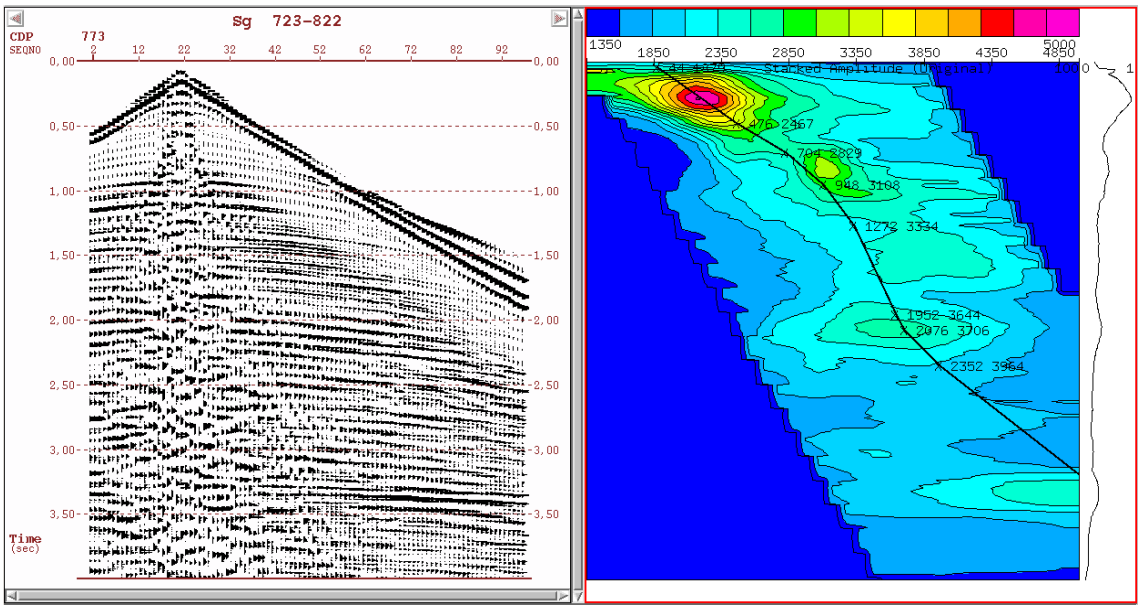

Figura 4.26: *Supergather* com 100 CDPs do dado com a filtragem SVD no domínio do *offset* sem correção de NMO e depois mais uma aplicação no domínio do tiro com a correção NMO.

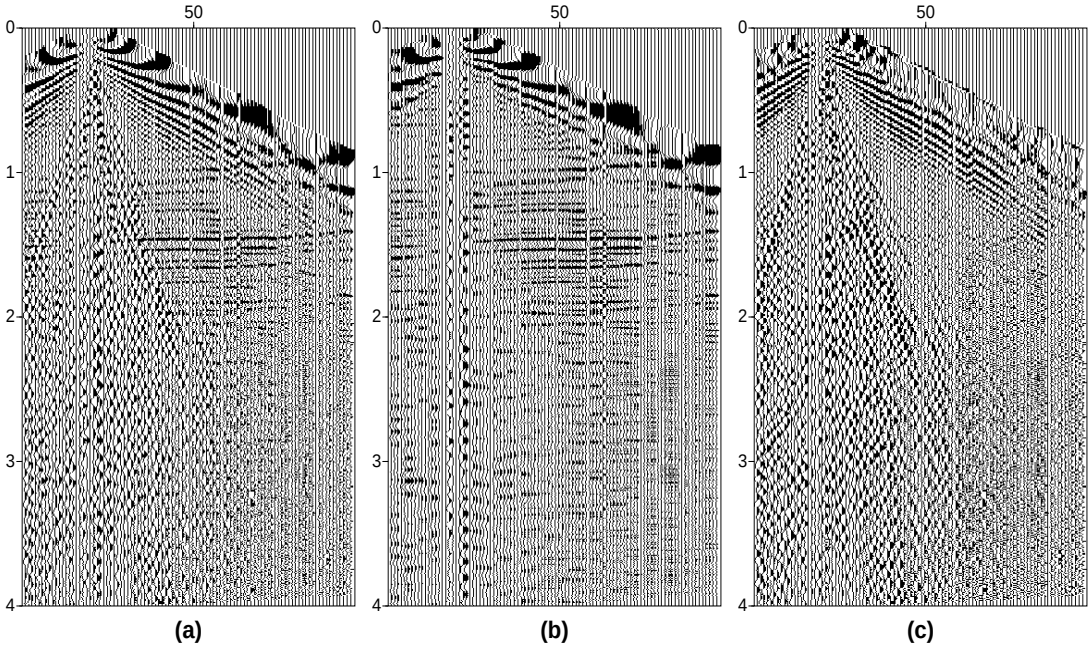

Figura 4.27: Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* mais tiro e em (c) o resíduo.

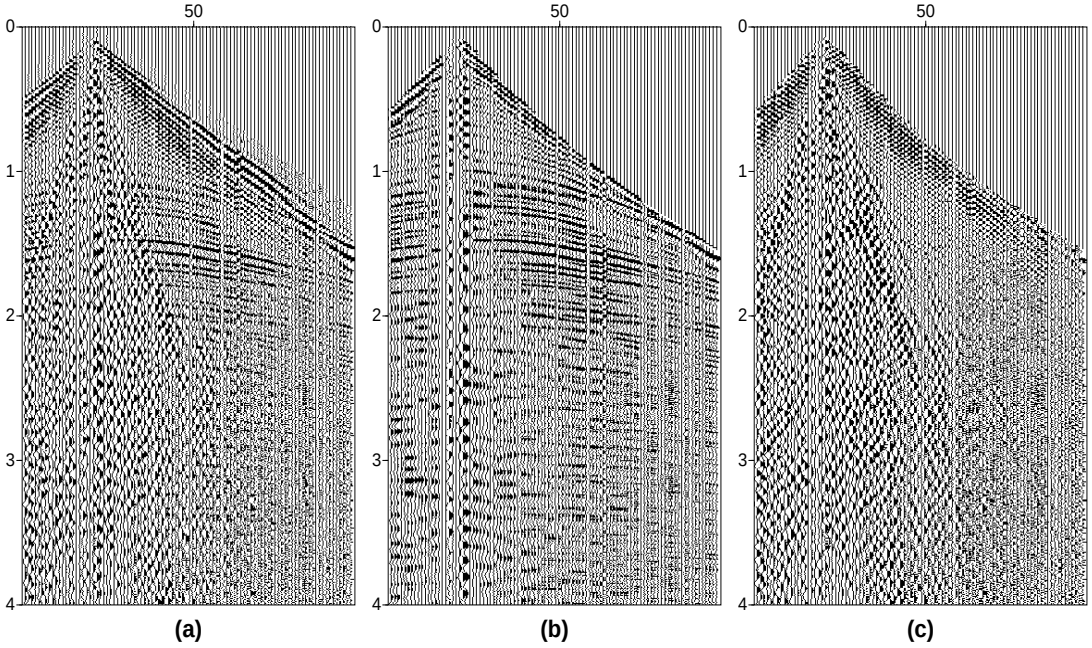

Figura 4.28: Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a filtragem SVD no domínio do *offset* mais tiro e em (c) o resíduo.

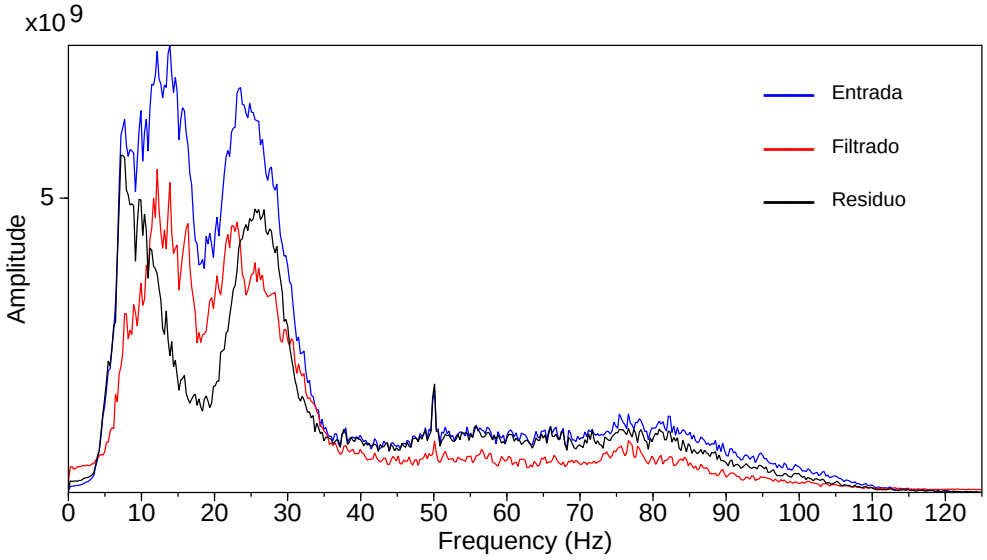

Figura 4.29: Espectro de amplitude médio do sismograma de tiro 117 sem filtragem em azul, em vermelho o mesmo tiro com Filtro SVD aplicado no *offset* mais tiro, e em preto o resíduo da filtragem.

Na figura 4.30 temos o fluxograma de processamento responsável pela geração da seção sísmica empilhada da Figura 4.31. Essa seção com a aplicação das duas filtragens é muito mais viva e seus refletores são mais contínuos do que na seção bruta. A melhora é evidente e superior aos filtros de frequência. Porém ainda temos um pouco do *ground roll* Na seção sísmica.

Para remover os últimos indícios do *ground roll*, poderíamos ainda aplicar o Filtro SVD pela terceira vez no dado, utilizando o filtro preservando mais autoimagens. Essa última filtragem pode ser realizada na seção sísmica empilhada. É importante lembrar que na seção sísmica temos refletores inclinados, mas como a janela do filtro é de 5 traços, muito menor do que o número de traços seção empilhada que possui 1154 traços, é possível reforçar a coerência horizontal sem forçar a horizontalização dos refletores.

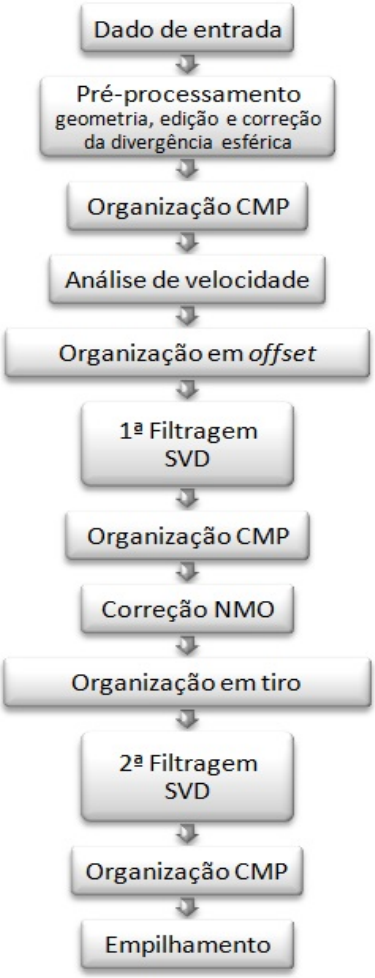

Figura 4.30: Fluxograma de processamento com filtro SVD aplicado no domínio do *offset* sem NMO mais a aplicação no domínio do tiro, mostrando a geração da seção da Figura 4.31.

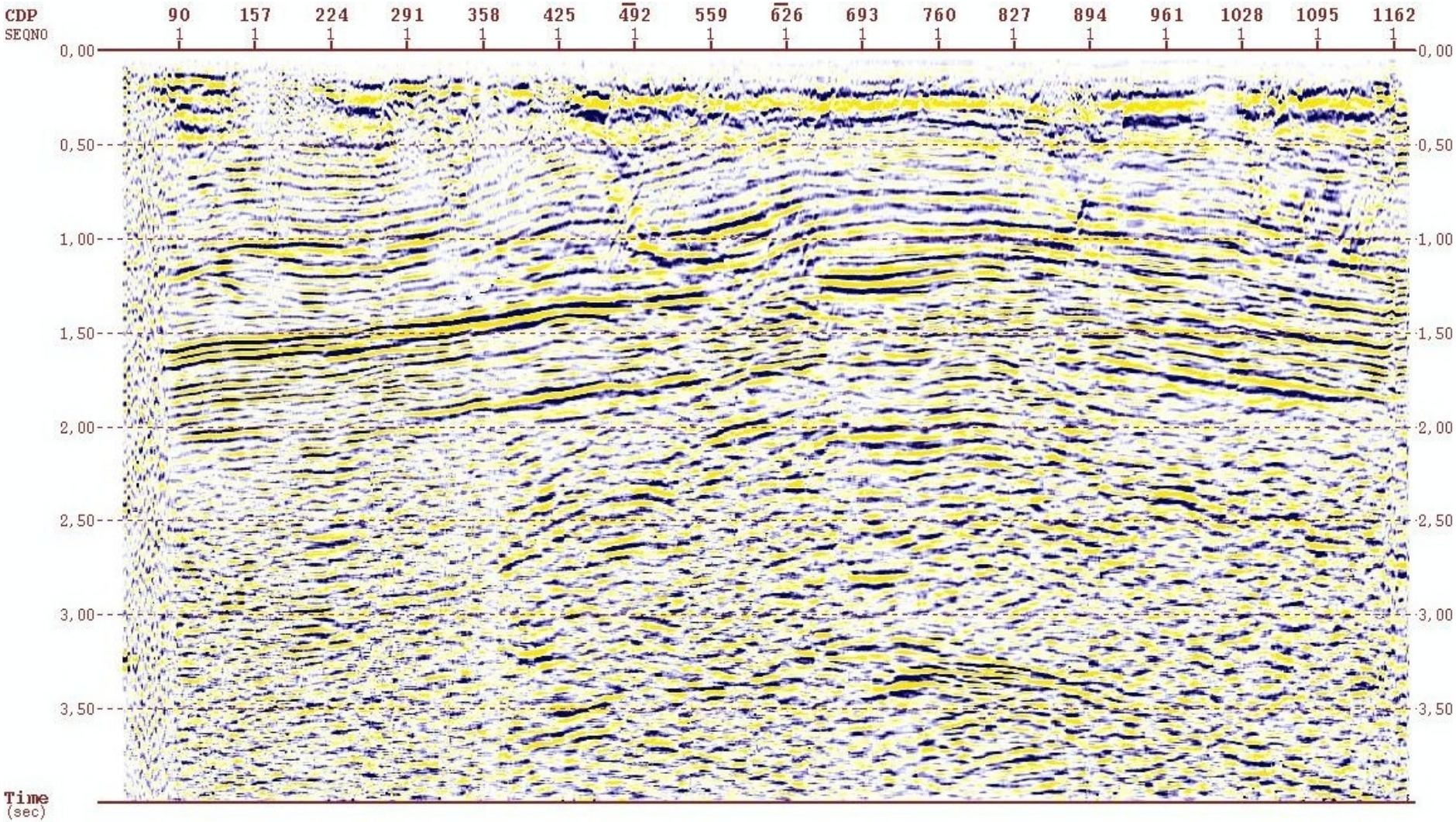

Figura 4.31: Seção sísmica empilhada do dado com a filtragem no domínio do *offset* sem NMO mais uma segunda filtragem no domínio do tiro com NMO.

4.3 Comparação dos resultados das técnicas de filtragem

Analisando os resultados podemos tirar as seguintes conclusões:

- O filtro passa-banda foi eficaz na atenuação do *ground roll*, e quanto maior a banda de corte podemos atenuar mais o ruído, porém isso ocasiona em mais perdas de sinal de baixa frequência.
- O filtro $f-k$ apresentou melhores resultados comparado ao passa-banda, as perdas de sinal de baixa frequência foram menores, mas ainda não houve uma boa continuidade das reflexões mascaradas pelo ruído.
- O filtro SVD apresentou os melhores resultados, atenuou bem o ruído e revelou reflexões que antes estavam mascaradas. O sinal de baixa frequência foi mais preservado, isso foi mostrado nos espectros de amplitude. Com isso os refletores com maior tempo de trânsito se tornaram mais contínuos. A continuidade dos refletores é muito mais clara e evidente e a seção final quase não apresenta indícios do *ground roll*.

Na Figura 4.32 temos os painéis de tiro 117 do dado bruto em (a), com o filtro $f-k$ em (b) e com a filtragem SVD em (c), as reflexões em (c) são mais contínuas comparando com (b). Nas Figuras 4.33 e 4.34 podemos visualizar uma parte da seção empilhada do dado sem filtragem e com as técnicas comparadas nesse trabalho em dois tipos de visualização. Podemos observar que a continuidade dos refletores é mais evidente em 4.33(d) e 4.34(d).

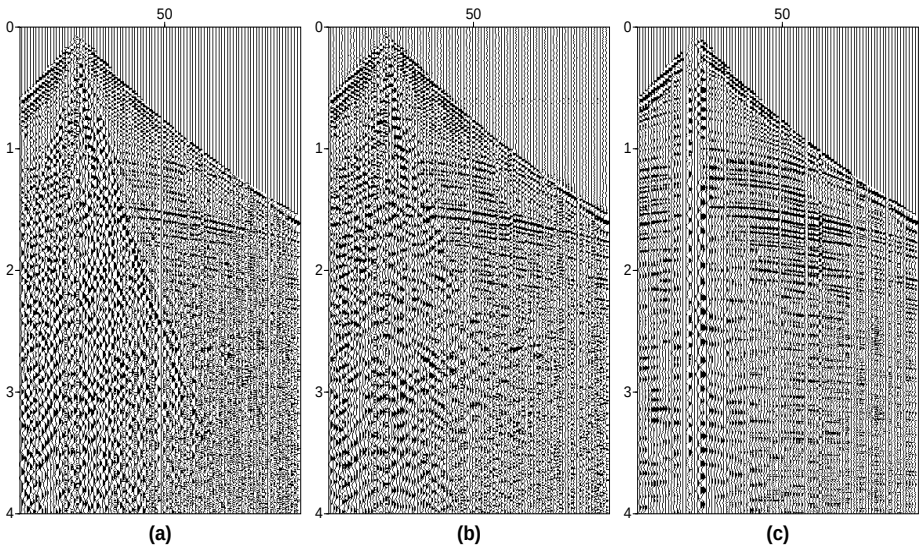

Figura 4.32: Painel de tiro 117 do dado original em (a) e em (b) com a aplicação do filtro f-k e em (c) com a filtragem SVD.

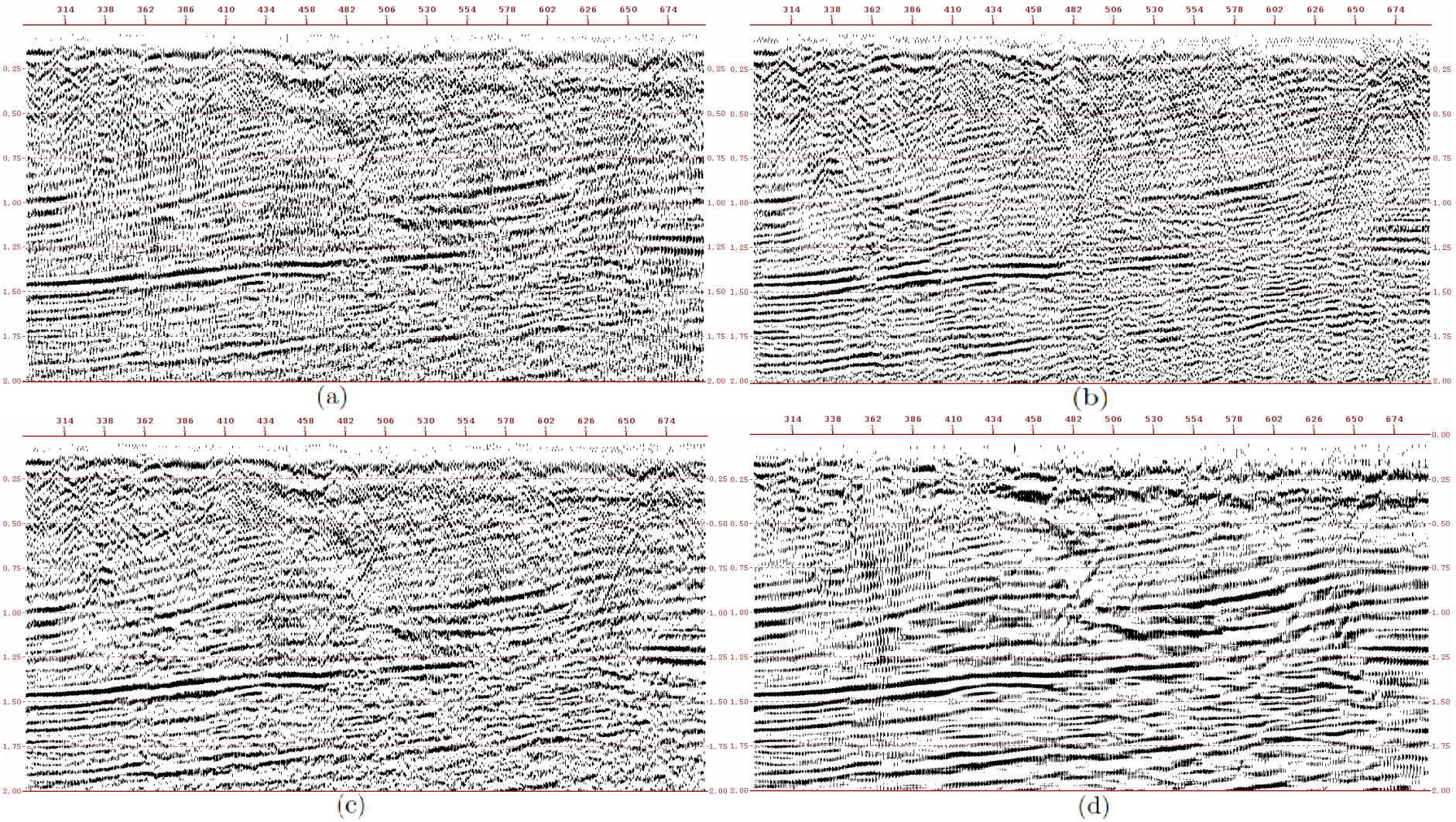

Figura 4.33: Imagem comparativa em área variável entre o dado bruto e métodos de filtragem. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f-k$ e em (d) com a filtragem SVD.

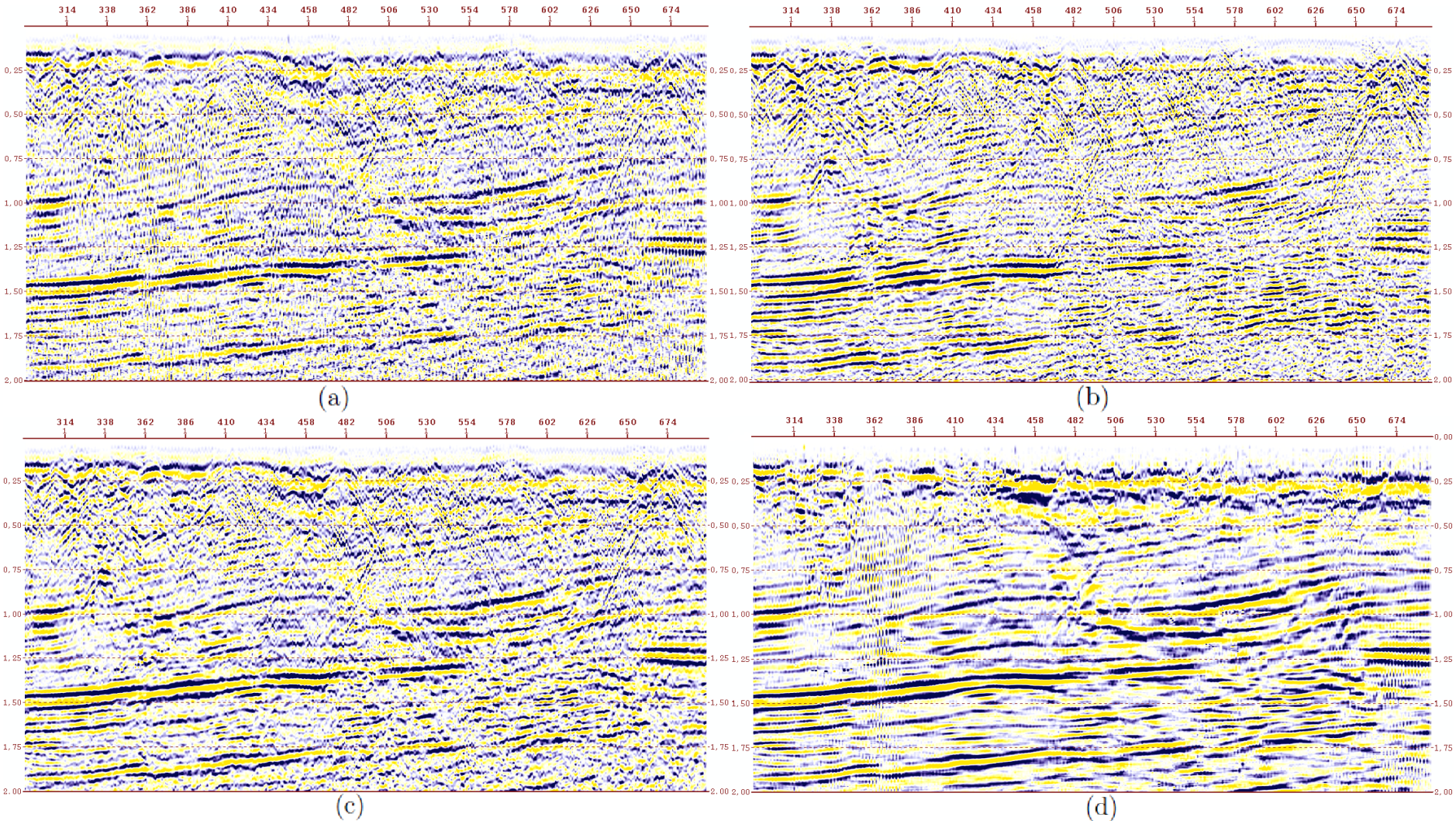

Figura 4.34: Imagem comparativa em densidade variável, entre o dado bruto e métodos de filtragem. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f - k$ e em (d) com a filtragem SVD.

Na Figura 4.35 podemos observar que o espectro de amplitude médio da seção sísmica empilhada com a filtragem SVD mantém as características do dado nas altas frequências e atenua a baixa frequência, mas não remove completamente as amplitudes de baixa frequência. Esse comportamento do filtro indica a vantagem principal em relação aos filtros convencionais.

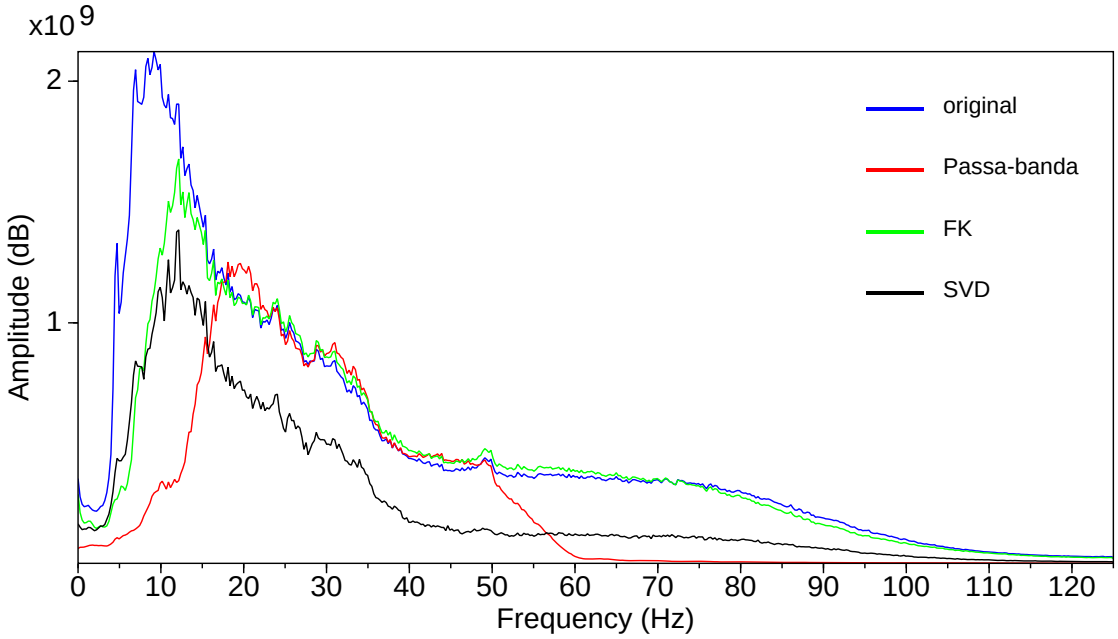

Figura 4.35: Espectro de amplitude médio da seção sísmica empilhada sem filtragem em azul, em vermelho com o filtro passa-banda, em verde com o filtro $f - k$ e com a filtragem SVD em preto .

4.4 Deconvolução

Após concluir que a correlação espacial foi reforçada com a filtragem SVD ocasionando numa melhor continuidade dos refletores e na resolução espacial, fizemos um teste para melhorar a resolução temporal nos dados. Depois de cada tipo de filtragem aplicada, aplicamos uma deconvolução no domínio CDP sem a correção de NMO. A deconvolução é a estimativa do filtro inverso que quando convolvido com o pulso básico o converta em um impulso, sendo capaz de fornecer a resposta impulsiva da terra. O resultado mostra uma melhor resolução temporal e o espectro de amplitude das seções da Figura 4.36 mostra que as altas frequências são mais respresentativas. Na Figura 4.37 temos uma imagem comparativa similar a Figura 4.33, só que agora na Figura 4.38 temos a mesma comparação com a decomvolução aplicada com 20 coeficientes e 1% de luz branca. A deconvolução foi aplicada com uso do módulo DECONA do *software FOCUS*.

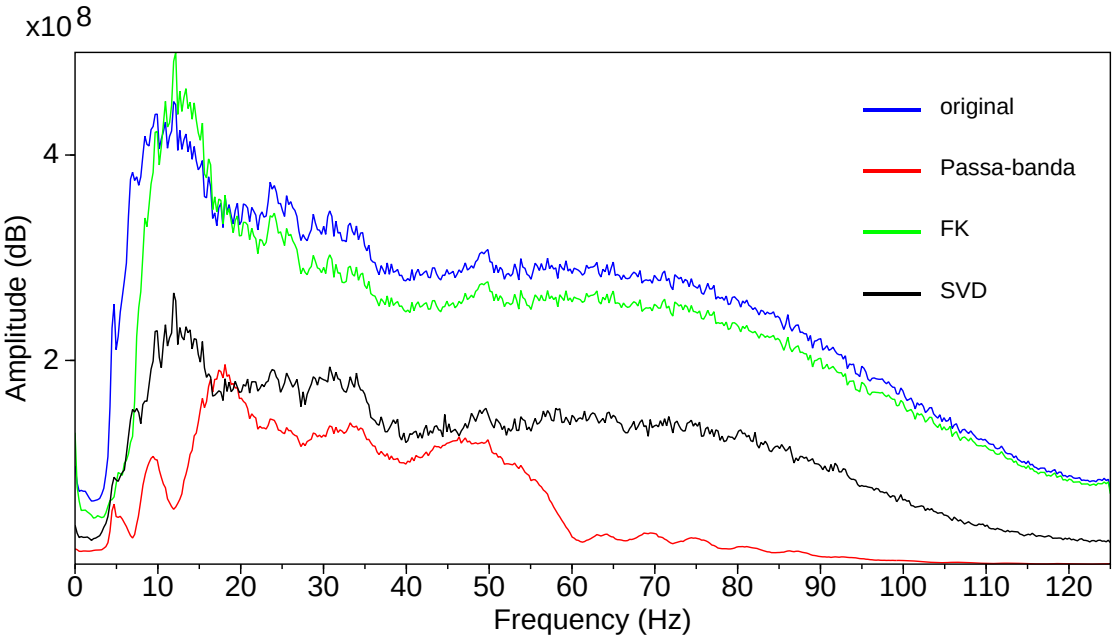

Figura 4.36: Espectro de amplitude médio das seções empilhadas com a aplicação da deconvolução, sem filtragem em azul, em vermelho com o filtro passa-banda, em verde com o filtro $f - k$ e com a filtragem SVD em preto.

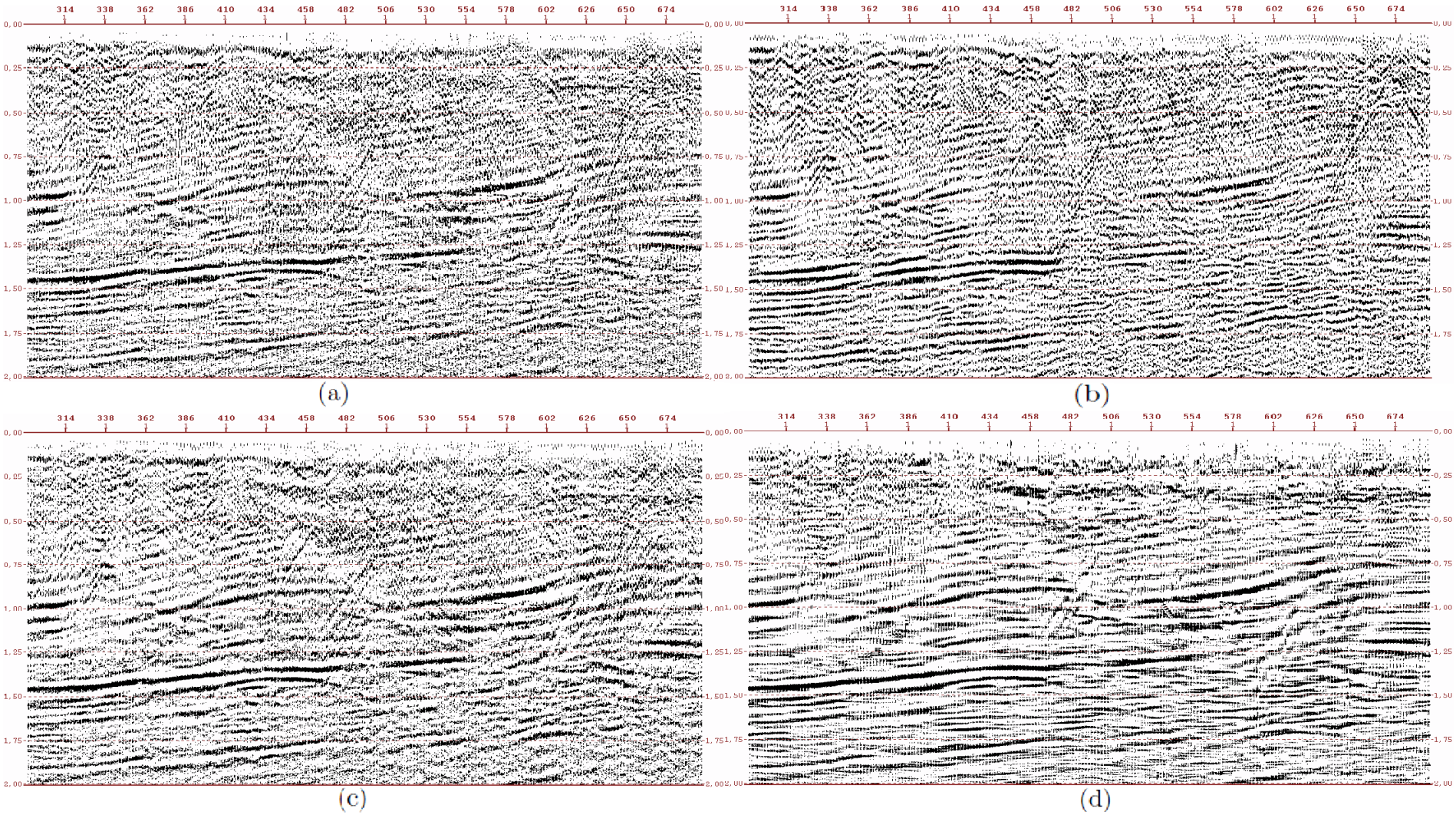

Figura 4.37: Imagem comparativa em densidade variável, entre o dado bruto e métodos de filtragem com a aplicação da deconvolução. Em (a) o dado bruto, em (b) o dado com o filtro passa-banda 10,16,50,60 Hz, em (c) com o filtro $f - k$ e em (d) com a filtragem SVD.

CAPÍTULO 5

Conclusões

A filtragem é um dos pilares do processamento sísmico, e se tratando de dados símicos terrestres a atenuação do *ground roll* é de incomensurável importância para que se obtenha uma seção empilhada final de qualidade, e bem representativa da subsuperfície.

Os filtros de freqüência foram eficazes na atenuação do ruído, mas também atenuaram parte das baixas freqüências do sinal. Esses filtros são baseados na separação entre o sinal e o ruído no domínio espectral, sendo que o $f - k$ demonstra um pouco de vantagem devido ao fato de atenuar menos o sinal de baixa freqüência.

Neste trabalho apresentamos um método de filtragem que utiliza a Decomposição em Valores Singulares. Foi utilizado um operador com uma janela de 5 traços. Esse operador varria todo o dado preservando apenas o traço central da primeira ou das primeiras autoimagens. O resultado da aplicação no dado sintético mostrou a eficácia do método em refoçar a correlação horizontal dos traços sísmicos.

Na Linha Sísmica 204-RL-247 os resultados com o filtro passa alta e $f - k$ deram bons resultados na atenuação, com uma pequena vantagem do último. Já a filtragem SVD obteve um ótimo resultado, melhorando significadamente a continuidade dos refletores e revelando reflexões antes mascaradas pelo *ground roll*.

A Decomposição em Valores Singulares é uma ferramenta promissora para os dados sísmicos. Existem muitas possibilidades de aplicações e tratamento de dados para a realização de futuros trabalhos.

Agradecimentos

Agradeço antes de tudo aos meus pais. Sem a confiança e o apoio deles em todos os momentos da minha vida eu não seria nada.

A minha avó Maria Bernadete e meus familiares por cuidar e me confortar durante momentos importantes nesses anos.

Aos meus amigos Danilo, Manoel e Heigon, os quais, sempre estiveram presentes na minha vida de forma positiva nos últimos anos.

Ao meu orientador Milton José Porsani, pela atenção, dedicação, paciência e ensinamentos, os quais, foram decisivos para o meu desenvolvimento durante três anos de graduação.

Á professora Jacira Cristina Freitas, pelo apoio em importantes momentos e por acreditar em mim como aluno.

A Michelângelo Gomes da Silva, pela ajuda em vários momentos.

A Enock, Vinicius e Vidal, pela grande ajuda com o sistema e processamento de dados.

Aos funcionários Ana e Joaquim.

Ao apoio financeiro concedido pelo PIBIC-CNPQ durante grande parte da minha gradução.

Ao CPGG-UFBA, pela estrutura e apoio.

Á *Paradigm Geophysical* pela licença do *software* FOCUS

Aos meus amigos de graduação, Fernanda, Cleriston, Tiago, Rodrigo, Naiane, Rejhane e outros.

APÊNDICE A

Teorema da Decomposição em Valores Singulares

Seja A_{mxn} uma matriz de dados com posto p $\min(m, n)$. Então existem números $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ ... \ \geq \sigma_m \geq 0$, ditos valores singulares de A, uma matriz ortogonal $U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ ... \ , \mathbf{u}_m)$ de ordem m e uma matriz ortogonal $V = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ ... \ , \mathbf{v}_n)$ de ordem n tal que valem as relações:

$$\Sigma = U^T A V \tag{A.1}$$

$$A = U \Sigma V^T \tag{A.2}$$

onde Σ é uma matriz mxn dada por

$$\Sigma = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{A.3}$$

onde D é uma matriz diagonal pxp, não singular, cujos elementos da diagonal são os valores singulares σ_i ; $i = 1, 2, ..., p$. Além disso, temos que para todo i, entre 1 e p podemos afirmar que

$$\mathbf{u}_i = \frac{1}{\sigma_i} A \mathbf{v}_i \tag{A.4}$$

$$\mathbf{v}_i = \frac{1}{\sigma_i} A^T \mathbf{u}_i \tag{A.5}$$

onde $\mathbf{u}_i$ e $\mathbf{v}_i$ são respectivamente os autovetores de AA^T e $A^T A$, ambos associados com os autovalores $\lambda_i = \sigma_i^2 \geq 0$. Para valores de i entre $(p + 1)$ e n, respectivamente $\mathbf{u}_i$ e $\mathbf{v}_i$ são respectivamente os autovetores de AA^T e $A^T A$ associados a autovalores nulos.

Prova:

Seja $\mathbf{z}$ um vetor não nulo pertencente ao espaço de dimensão n, de modo que

$$A^T A\mathbf{z} = 0 \tag{A.6}$$

Se pré-multiplicamos a equação (A.6) por $\mathbf{z}^T$

$$\mathbf{z}^T A^T A\mathbf{z} = 0 \tag{A.7}$$

o que implica em

$$A\mathbf{z} = 0 \tag{A.8}$$

A equação (A.8) indica que, embora $\mathbf{z}$ seja diferente de zero, a sua imagem no espaço de dimensão (n-p). Isto significa que a matriz $A^T A$, de dimensão n, possui p autovalores não nulos. Com isso os p valores singulares de X são bem definidos e vale que

$$A^T A\mathbf{v}_i = \sigma_i A^2 \mathbf{v}_i; 1 \leq i \leq p \tag{A.9}$$

que é a auto-estrutura de $A^T A$, para i entre 1 e p.

Seja $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_p)$ um conjunto ortogonal de p autovetores de $A^T A$ definidos por (A.8), associados aos autovalores com $i = 1, 2, ..., p$. Vamos definir outro conjunto $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, ..., \mathbf{u}_p)$ de modo que

$$\mathbf{u}_i = \frac{1}{\sigma_i} A\mathbf{v}_i \tag{A.10}$$

ou de forma equivalente

$$A\mathbf{v}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i \tag{A.11}$$

Dessa forma podemos escrever que

$$AA^T\mathbf{u}_i = AA^T \frac{1}{\sigma_i} A\mathbf{v}_i \tag{A.12}$$

ou ainda

$$AA^T\mathbf{u}_i = \frac{1}{\sigma_i} A(A^T A\mathbf{v}_i) \tag{A.13}$$

Entrando com a autoestrutura de A^TA em (A.13) vem

$$AA^T\mathbf{u}_i = \sigma_i^2(\frac{1}{\sigma_i}A\mathbf{v}_i) \tag{A.14}$$

Introduzindo agora a equação (A.10) em (A.14) teremos

$$AA^T\mathbf{u}_i = \sigma_i^2\mathbf{u}_i \tag{A.15}$$

Esta expressão, (A.15), é na verdade a auto-estrutura de AA^T, de modo que se escolhermos os vetores $\mathbf{u}_i$ como na equação (A.10), esses vetores são na verdade os autovetores de AA^T associados aos autovalores σ_i^2, com i entre 1 e p. Podemos comprovar a ortogonalidade entre os autovetores $\mathbf{u}_i$ a partir de

$$\mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j = (\frac{1}{\sigma_i}A\mathbf{v}_i)^T(\frac{1}{\sigma_i}A\mathbf{v}_j) \tag{A.16}$$

ou ainda

$$\mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j = \frac{1}{\sigma_i}\frac{1}{\sigma_j}(\mathbf{v}_i^TA^TA\mathbf{v}_j) \tag{A.17}$$

Entrando com (A.9) em (A.16) podemos escrever que

$$\mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j = \frac{\sigma_j}{\sigma_i}\mathbf{v}_i^T\mathbf{v}_j \tag{A.18}$$

Como os autovalores $\mathbf{v}_i$ são comprovadamente ortonormais temos que

$$\mathbf{u}_j^T\mathbf{u}_j = \frac{\sigma_j}{\sigma_i}\delta_{ji} = 1 se i = j; 0 \text{se } i \neq j. \tag{A.19}$$

em que $\delta_{ji} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ji} = 0 \text{se} i \neq j$, onde δ_{ji} é o delta de Kronecker.

Como A^TA AA^T possuem respectivamente n e m autovalores, dos quais $(n-p)$ e $(m-p)$ são nulos, e como já encontramos p autovalores não nulos, é possível estender os conjuntos $(\mathbf{u}_i)$ e $(\mathbf{v}_i)$ para

$$U = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, ..., \mathbf{u}_p, \mathbf{u}_{p+1}, ..., \mathbf{u}_m] \tag{A.20}$$

$$V = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_p, \mathbf{v}_{p+1}, ..., \mathbf{v}_n] \tag{A.21}$$

de modo que

$$A^T A\mathbf{v} = \mathbf{0}; (p+1) \leq i \leq n \tag{A.22}$$

$$AA^T\mathbf{u} = \mathbf{0}; (p+1) \leq i \leq m \tag{A.23}$$

A partir das matrizes U, Σ e V apresentadas no enunciado do teorema, podemos escrever que

$$U^T AV = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix} A[\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_n] \tag{A.24}$$

Usando as expressões (A.22) e (A.20) em (A.24) vem que

$$U^T AV = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix} [\sigma_1\mathbf{u}_1, \sigma_2\mathbf{u}_2, ..., \sigma_p\mathbf{u}_p, 0, ..., 0] \tag{A.25}$$

Devido à ortogonalidade dos autovetores, conforme demonstrado na equação (A.19), podemos afirmar que

$$U^T AV = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \Sigma \tag{A.26}$$

que é a matriz retangular diagonal de valores singulares. Dessa forma, a primeira parte do teorema está provada. Ou seja, através de operações ortogonais é sempre possível transformar qualquer matriz A real, em uma matriz diagonal retangular.

Devido a ortogonalidade das matrizes U e V temos que

$$U^{-1} = U^T \tag{A.27}$$

e,

$$V^{-1} = V^T \tag{A.28}$$

Pre-multiplicamos a equação (A.26) por U^{-1} e pos-multiplicamos por V^{-1}, e usando as expressões (A.27) e (A.28) obtemos

$$A = U\Sigma V^T \tag{A.29}$$

que é conhecida como a decomposição da matriz A em valores singulares.

A extensão dessa decomposição para matrizes complexas, é simples, bastando trocar T, a transposta, pelo H, transposta conjugada, conforme assinalado por Noble e Daniel (1977). Neste caso os valores singulares Continuam números reais positivos com outovetores complexos.

Referências Bibliográficas

BOLDRINI, J. L., COSTA, S. I. R., RIBEIRO, V.L.F. e WETZLER, H. G. (1980) Álgebrar Linear, 3ª Edição, Editora Happer & Row do Brasil.

FREIRE, Sérgio L. M. (1986) Aplicações do método de decomposição em valores singulares no processamento de dados sísmicos, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia.

FREIRE, S. L. M., and T. J. ULRYCH, 1988, *Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling: Gophysics*,53,778-785.

GOLUB, G. H., and C. F. V. LOAN (1996) *Matrix computations*: Johns Hopkins *University Press.*

LAY, T. & WALLACE, T. C.(1995). *Modern Global Seismology. Academic Press*

MELO, P. E. M. (2007) Novos métodos para filtragem de dados sísmicos de reflexão, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia.

NOBLE, B. and DANIEL, J.W. (1977) *Appllied linear algebra; Prentice Englewood Clifs, New Jersey.*

OLIVEIRA, V. Q. (2009) Filtragem de eventos lineares nos dados sísmicos utilizando derivada direcional bidimensional, Trabalho de Graduação, Universidade Federal da Bahia.

PESTANA, R. C. (1988) Deconvolução na presença de ruído coerente de alta amplitude, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

POOLE, David (1955) Álgebra Linear, *Trent University.*

PORSANI, M. J.; MELO, P. E. M.; SILVA, M. G.; URSIN B. (2009) Filtragem do *ground roll* utilizando SVD. 11ª Congresso Internacional da Sociedade Brasileria de Geofísica.

PORSANI, M. J.; MELO, P. E. M.; SILVA, M. G.; URSIN B. (2010) *SVD filtering applied to ground-roll attenuation. J. Geophys. Eng.* ***7*** *284.*

PORSANI, M. J.; MELO, P. E. M. e SILVA, M. G. (2007) *Ground roll attenuation using a* 2D *time-derivative filter.* Geophysical Prospecting, 57, 343-353.

SERPA, Fabiane Santos (2006). Atenuação do *groundroll* utilizando balanceamento espectral e deconvolução. Dissertação de mestrado CPGG-UFBA.

SILVA, Michelângelo Gomes da (2004) Processamento de dados sísmicos da Bacia do

Tacutu. Dissertação de mestrado CPGG-UFBA.

TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E. e KEYS, D. A. (1976) *Applied Geophysics. Cambridge Un. Press, Cambridge.*

YILMAZ, O. (2001) *Seismic Data Analysis. Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data: Society of Exploration Geophysicists*, *Tulsa.*