



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

ESTIMATIVA DE TEMPO DE TRÂNSITO EM MEIOS HETEROGÊNEOS USANDO TRAJETÓRIAS RETILÍNEAS PARA RAIOS SÍSMICOS

DALILA SOUZA DOS SANTOS

SALVADOR – BAHIA

AGOSTO– 2010

**Estimativa de Tempo de Trânsito em Meios Heterogêneos Usando
Trajetórias Retilíneas de Raios Sísmicos**

por

DALILA SOUZA DOS SANTOS

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

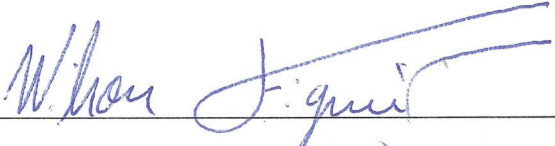
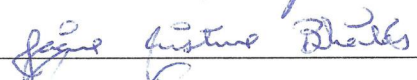
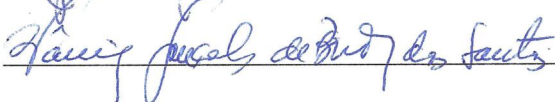
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora

Dr. Wilson M. Figueiró - Orientador

Dr. Jacira B. Freitas

Dr Vânia G. de Brito

Data da aprovação: 06/08/2010

Dedico este trabalho aos meus
pais João e Tereza pelo
grande apoio que sempre me
ofereceram em todos os
momentos
da minha vida e ao meu marido
Éder.

RESUMO

O uso de modelagens diretas para comparar tempos autênticos (calculados sobre trajetórias percorridas pelo raio sísmico) com tempos fictícios (valores numéricos calculados sobre segmentos retilíneos conectando fonte e receptor) e proposição de um método de conversão de tempos fictícios em tempos autênticos. Os tempos de trânsito obtidos sobre segmentos retilíneos, quando corrigidos, podem ter seu uso experimentado em inversões tomográficas, pois os resultados aqui obtidos mostram que seus valores não diferem significadamente daqueles calculados sobre autênticas trajetórias curvilíneas, além de exibirem mesmas tendências e comportamentos. A grande motivação para o uso de tempos obtidos sobre trajetórias retilíneas na tomografia sísmica está na grande economia de tempo de processamento, pois o “two-point ray-tracing problem” não necessita ser resolvido. Os campos de velocidades utilizados foram parametrizados polinomialmente, usando o Métodos dos Mínimos Quadrados para ajustar os campos de velocidade discretizados à uma forma polinomial. O método do bisseção foi utilizado para resolver o “Two-point Ray-Tracing problem”, que consiste em conseguir conectar fonte e receptor através de um raio sísmico. Tal problema foi resolvido tendo em vista a realização de comparações entre os tempos autênticos e aqueles corrigidos obtidos via trajetórias retilíneas. Os tempos de trânsito dos raios sísmicos e dos segmentos retilíneos foram interpolados polinomialmente com polinômios de grau 5. Os resultados numéricos foram animadores e sugerem a utilização dos tempos corrigidos em experimentos tomográficos.

ABSTRACT

The use of forward modeling to compare authentic times (calculated on seismic ray trajectories) with fictitious times (numerical values calculated on straight segments connecting source to receiver) and the proposition of a method for conversion from fictitious times to authentic times. The traveltimes obtained on straight segments, when corrected, can have their use experimented in tomographic inversions, because the results obtained here show that its values don't differ significantly from that calculated on authentic curve trajectories, beside that they exhibit similar behaviors and trends. The great motivation for the use of times obtained on straight lines trajectories in seismic tomography is in a big processing time economy, seeing that it is not necessary to solve the two-point ray-tracing problem. The used velocity fields were polynomially parameterized using the Least Squares Method to adjust such discretized fields to a polynomial form. The bisection method was used to solve the Two-point Ray-Tracing problem, which has to aim to connect source and receiver by a seismic ray. Such problem was solved in this work, just to make comparisons between values authentic times and that corrected and obtained on straight trajectories. The travel times of seismic rays and that obtained on straight segments were interpolated polynomially with polynomials of grade 5

ÍNDICE

RESUMO	2
ABSTRACT	3
ÍNDICE	4
ÍNDICE DE FIGURAS	6
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Fundamentos Teóricos	3
1.1 Teoria do raio	3
1.2 As equações do raio	3
1.3 Traçamento de raios	4
1.4 Cálculo do tempo de trânsito	5
CAPÍTULO 2 Metodologia	6
2.1 Traçamento do raio curvo e obtenção dos tempos de trânsito	6
2.2 Traçamento de trajetórias retas e obtenção dos tempos de trânsito fictícios	7
2.3 Razão entre os tempos de trânsito calculados sobre trajetórias curva e reta	7
2.4 Conexão entre fonte-receptor (Two-Point Ray Tracing Problem) . . .	8
2.5 Comparação entre os tempos autênticos e fictícios nas posições dos receptores	9
CAPÍTULO 3 Descrição dos modelos Sísmicos	10
3.1 Modelo Talude (M_I)	10
3.2 Modelo da Falha (M_{II})	13
3.3 Modelo da Intrusão (M_{III})	15
3.4 Modelo de Camadas com interfaces Curvas (M_{IV})	16
3.5 Modelo da Anticlinal (M_V)	17

CAPÍTULO 4	Resultados	19
4.1	Modelo M_I	19
4.2	Modelo M_{II}	25
4.3	Modelo M_{III}	30
4.4	Modelo M_{IV}	35
4.5	Modelo M_V	40
CAPÍTULO 5	Conclusões	45
Agradecimentos		47
Referências Bibliográficas		48
APÊNDICE A	Parametrização Polinomial	49
APÊNDICE B	Método da Bissecção	51
ANEXO I	Coefficientes dos Polinômios utilizados no ajuste dos tempos de trânsito	52

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Modelo esquemático que mostra três raios (R_1, R_2 e R_m) que se originam numa fonte S , atravessam um meio acamadado e chegam num poço vertical nas posições $z_1 = f(\theta_1)$, $z_2 = f(\theta_2)$ e $z_m = f(\theta_m)$; respectivamente. O problema de conexão dos pontos S e z_r , consiste, neste caso, na determinação do ângulo de partida, θ_r , na fonte de um raio R_r tal que $f(\theta_r) = z_r$	9
3.1	Modelo M_I esquemático simplificado da distribuição de velocidades sísmicas compressionais de parte do Talude.	11
3.2	Modelo M_I discretizado com uma malha $48 \times 17 = 816$ células.	11
3.3	Campo de Velocidades do Modelo M_I , representado pela função: $V(x, z) = 1,6388 - 0,7608x - 0,8087z + 0,6563x^2 + 1,2044xz + 4,4555z^2 - 0,1399x^3 + 0,0643x^2z - 1,4192xz^2 - 0,9418z^3$	12
3.4	Modelo da Falha, M_{II}	13
3.5	Modelo M_{II} discretizado com uma malha 60×20	14
3.6	Campo de velocidades do modelo M_{II} , representado pela função $V(x, z) = 2,1606 + 0,6457x + 3,1055z - 0,3599x^2 - 1,9475xz + 3,8877z^2 + 0,0589x^3 + 0,1153x^2z + 1,65012xz^2 - 4,8882z^3$	14
3.7	Campo de velocidade do Modelo M_{III} parametrizado pela função 3.3 com valores de coeficientes tais como apresentados acima.	15
3.8	Campo de velocidade do Modelo M_{IV} parametrizado pela função $V_{IV}(x, z) = 1,00 + 1,723x + 3,1485z - 0,3605x^2 - 1,3013xz + 1,1637z^2 + 0,0425x^3 + 0,2376x^2z + 0,2893xz^2 + 0,7428z^3$	16
3.9	Modelo M_V simplificado da distribuição das velocidades sísmicas em uma dobra anticlinal	17
3.10	Campo de velocidade do Modelo M_V parametrizado pela função $V(x, z) = 1,1970 + 0,8189x + 2,5314(z+1) - 0,2606x^2 - 0,0114x(z+1) - 0,4109(z+1)^2$ que quando colocada na forma da Eq.(3.1) tem valores dos coeficientes $C_{i,j}$ tais como indicados no texto.	18

4.1	Traçamento de raios sísmicos no modelo M_I sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$	19
4.2	Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_I , sem a preocupação de atingir receptores posicionados ao longo de um poço, com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$	20
4.3	Polinômios obtidos através do ajuste dos tempos autênticos em chegadas de raios sísmicos (curva em cor preta) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em cor azul) no modelo M_I . Em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores, daí a irregularidade das posições nas quais os tempos foram calculados. .	21
4.4	Comparação nas posições onde há receptores, entre os tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados. Para os raios curvos, $P_a(z_r)$, representado pelos pontos pretos e para os segmentos retilíneos, $P_f(z_r)$, pelos azuis. E em vermelho temos a razão $R_{af} = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}$ calculada em cada receptor z_r	22
4.5	Traçamento de raios retilíneos no Modelo M_I polinomialmente parametrizado. A fonte S está em $(0, 0; 0, 0)$ e os 41 receptores posicionados em um poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ do modelo. O receptor r_i encontra-se na profundidade de $i \times 25 m$, onde $i \in \{ 1, 2, 3, ..., 40\}$.	23
4.6	Traçamento de raio sísmico no Modelo M_I polinomialmente parametrizado. A fonte S está em $(0, 0; 0, 0)$ e os receptores posicionados em um poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ do modelo. O receptor r_i encontra-se na profundidade de $i \times 25 m$, onde $i \in \{ 1, 2, 3, ..., 40 \}$.	23
4.7	Tempos de trânsito das chegadas aos receptores para os raios curvos (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_I , calculados usando o método tradicional de traçamento.	24
4.8	Comparação entre os tempos de trânsito relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos (t_a), calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos os azuis são os tempos de trânsito corrigidos (t_c) obtidos através da metodologia proposta neste trabalho (uso de trajetórias retilíneas fictícias de raios). A diferença entre os tempos são mostradas nos pontos em vermelho.	24
4.9	Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{II} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$	25

4.10	Traçamento dos segmentos retilíneos no modelo M_{II} sem a preocupação de atingir receptores.	26
4.11	Polinômios obtidos, no caso de M_{II} , através do ajuste dos tempos em chegadas de raios sísmicos (curva em cor preta) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em cor azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.	26
4.12	Tempos de trânsito calculados, no caso do M_{II} , para o raio sísmico (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), obtidos a partir dos polinômios ajustados $P_a(z)$ e $P_f(z)$, avaliados nas posições onde há receptores. Em vermelho estão plotadas as razões $R_{af}(z_r)$	27
4.13	Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{II} polinomialmente parametrizado.	27
4.14	Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{II} polinomialmente parametrizado.	28
4.15	Comparação entre os tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_{II} , calculados usando o método tradicional de traçamento	28
4.16	Comparação entre os tempos de trânsito autênticos (t_a) que foram calculados usando o método convencional de traçamento e os tempos de trânsito corrigidos (t_c), obtidos usando trajetórias retilíneas fictícias de raios. A diferença entre eles também é ilustrada (pontos vermelhos).	29
4.17	Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{III} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ km.	30
4.18	Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_{III} , conectando a fonte à diversas posições ao longo do poço não importando em quais posições estão os receptores.	31
4.19	Polinômios obtidos através do ajuste aos tempos de trânsito em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.	31
4.20	Tempos de trânsito calculados, no modelo M_{III} , para o raio sísmico (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), obtidos a partir dos polinômios ajustados P_a e P_f , avaliados nas posições onde há receptores. Em vermelho estão plotadas as razões $R_{af}(z_r)$	32

4.21	Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{III} polinomialmente parametrizado.	33
4.22	Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{III} polinomialmente parametrizado.	33
4.23	Tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis).	34
4.24	Comparação entre tempos de trânsitos relativos à posições de receptores distribuídos ao longo do poço vertical e calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos (pontos pretos) e através da metodologia proposta neste trabalho que utiliza trajetórias retilíneas fictícias de raios (pontos azuis). A diferença entre eles também é ilustrada (pontos vermelhos).	34
4.25	Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{IV} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$	35
4.26	Traçamento dos segmentos retilíneos no modelo M_{IV} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ <i>km</i>	36
4.27	Polinômios obtidos no caso M_{IV} , através do ajuste dos tempos em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em azul). Em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.	36
4.28	Tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados, para o raio curvo(pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), nas posições onde há receptores. E em vermelho temos a razão $R_{af} = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}$ em cada receptor.	37
4.29	Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{IV} polinomialmente parametrizado.	38
4.30	Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{IV} polinomialmente parametrizado.	38
4.31	Tempos de chegada aos receptores calculados sobre as trajetórias dos raios sísmicos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis), no modelo M_{IV}	39

4.32	Comparação entre os tempos de trânsito relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos (t_a), calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos e os azuis são os tempos de trânsito corrigidos (t_c) obtidos através da metodologia proposta neste trabalho (uso de trajetórias retilíneas fictícias de raios). A diferença entre os tempos são mostradas nos pontos em vermelho.	39
4.33	Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_V sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$	40
4.34	Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_V , conectando a fonte à diversas posições ao longo do poço.	41
4.35	Polinômios obtidos através do ajuste dos tempos autênticos em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.	41
4.36	Comparação, nas posições onde há receptores, entre os tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados. Para os raios curvos $P_a(z_r)$ (pontos pretos), e para os segmentos retilíneos, $P_f(z_r)$ (pontos azuis). E em vermelho temos a razão R_{af} calculada em cada receptor.	42
4.37	Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_V polinomialmente parametrizado.	42
4.38	Traçamento de raio sísmico no Modelo M_V polinomialmente parametrizado.	43
4.39	Tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_V .	43
4.40	Comparação entre os tempos de trânsitos relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos t_a , calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos, os azuis são os tempos de trânsito corrigidos t_c pela metodologia proposta neste trabalho. A diferença entre os tempos são mostrados nos pontos em vermelho.	44

INTRODUÇÃO

Em procedimentos de tomografia sísmica grande parte do tempo de processamento é consumido com a resolução do problema de conexão de dois pontos de um modelo sísmico por uma trajetória de raio sísmico. Tal problema é conhecido na literatura como “Two-Point Ray-Tracing problem” e os dois pontos aos quais ele se refere são, normalmente, posições de fonte e de receptor. Em meios heterogêneos as trajetórias dos raios são linhas curvas computacionalmente caras e sobre elas são calculados autênticos tempos de transito necessários na inversão. Surge então, a questão: poderíamos usar trajetórias retilíneas (computacionalmente baratas) em lugar das curvas e sobre elas calcular tempos de transito fictícios a serem usados na inversão tomográfica? O presente trabalho não faz tomografia, entretanto faz modelagens diretas visando comparar tempos autênticos (mínimos calculados sobre as trajetórias curvas) a tempos fictícios (valores numéricos com unidade de tempo calculados sobre segmentos retilíneos que conectam posições de fonte de receptor) e propõe um método de conversão de tempos fictícios em tempos autênticos.

O traçamento de raios sísmicos em variados campos de velocidades sísmicas é de grande importância na modelagem sísmica, em alguns tipos de migração e na tomografia, pois nos permite calcular em modelos sintéticos dados de tempo de trânsito. Em modelos isotrópicos a trajetória do raio é perpendicular às frentes de onda.

O traçamento do raio sísmico é feito utilizando-se a Teoria do Raio (Červený, 1987), através da equação do raio que resulta de uma solução aproximada da equação da onda considerando altas frequências. Os raios nos permitem simular de modo rápido e aproximado o comportamento das ondas sísmicas em meios acústicos ou elásticos.

Quando queremos encontrar o raio sísmico que conecta posições de fonte e receptor num dado campo de velocidades, o traçamento de raio pode oferecer grandes dificuldades, pois o sucesso desse procedimento dependerá dos parâmetros físicos e geológicos do modelo, causando, não raro, grande consumo de tempo de processamento.

Existem vários métodos de se resolver o Two-Point Ray Tracing que se dividem, basicamente, em dois métodos: o do tiro (“shooting”) e o do encurvamento (“bending”; Yang, 2003). Como exemplos do primeiro, temos o método paraxial (Figueiró

& Mandariga, 1999) e o da bissetão (Chapra & Canale, 2002) que é empregado neste trabalho, pois os modelos estudados são relativamente simples.

O raio sísmico em meios com variação de velocidade possui uma trajetória curva tal que o denominaremos durante o trabalho de “raio curvo”, a fim de o diferenciarmos dos segmentos retilíneos, que será um artifício puramente matemático utilizado para conectar fonte e receptor através de uma linha reta e calcularmos sobre ela aquilo que chamaremos tempo de trânsito fictício. Devido ao gasto computacional com os segmentos retilíneos ser inferior àquele com raio curvo, o primeiro torna-se interessante na proposição de um método mais econômico de cálculo de tempos de trânsito. Os campos de velocidades foram discretizados e representados através da parametrização polinomial. Para tanto, utilizou-se o Método dos Mínimos Quadrados (Menke, 1989) para o ajuste do campo de velocidades discretizado a uma forma polinomial proposta obtendo-se, então, os coeficientes desta última.

CAPÍTULO 1

Fundamentos Teóricos

Neste capítulo são introduzidos alguns conceitos teóricos sobre a Teoria do Raio, que inclui a equação do raio; o traçamento numérico de raios sísmicos e o cálculo do tempo de trânsito.

1.1 Teoria do raio

Em sísica, a tangente à trajetória do raio representa, localmente, a direção tomada pela onda sísmica em seu movimento de propagação no meio considerado. A trajetória C do raio que conecta dois pontos do campo de velocidade $v(x, z)$ é aquela que faz a função

$$T(C) = \int_C \frac{ds}{v(x, z)} \quad (1.1)$$

assumir um valor mínimo, onde o $T(C)$ é o tempo de trânsito e ds é um elemento de comprimento de arco da trajetória C . A obtenção do raio é feita resolvendo-se um sistema de equações diferenciais, sistema (1.2), que a depender do grau de complexidade do campo de velocidades do meio, cuja solução pode ser tanto analítica quanto numerica.

1.2 As equações do raio

O sistema do raio (Červený, 1987) que deve ser resolvido, em um meio isotrópico e bidimensional, com velocidade $v(x, z)$ num ponto genérico (x, z) do modelo, é dada por:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} = \vec{P}(\tau) \\ \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{v^2(x, z)} \right], \end{cases} \quad (1.2)$$

onde $\vec{X}(\tau) = (x(\tau), z(\tau))$ é o vetor que indica as posições dos pontos da curva da trajetória do raio, $\vec{P}(\tau)$ é o vetor tangente à trajetória do raio em τ (denominado vetor vagarosidade) do modelo e τ é um parâmetro sem significado físico direto que é definido por:

$$\tau = \int_0^t v^2 dt, \quad (1.3)$$

onde sua dimensão no SI (Sistema Internacional) é $L^2 T^{-1}$, com o tempo t medido ao longo da trajetória do raio.

1.3 Traçamento de raios

No estudo da propagação de ondas sísmicas, o traçamento de raios é importante pois através dele poderemos simular o comportamento de uma frente de onda em um meio isotrópico. As equações usadas para o traçamento dos raios são obtidas através do sistema de equações (1.2), no qual fazemos uma expansão de Taylor de segunda ordem nos vetores posição e vagarosidade, ou seja:

$$\begin{cases} \frac{\vec{X}(\tau+\Delta\tau) - \vec{X}(\tau)}{\Delta\tau} = \vec{P}(\tau) \\ \frac{\vec{P}(\tau+\Delta\tau) - \vec{P}(\tau)}{\Delta\tau} = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{v^2(x,z)} \right]. \end{cases} \quad (1.4)$$

Reorganizando o sistema (1.4), obtemos:

$$\begin{cases} \vec{X}(\tau + \Delta\tau) = \vec{X}(\tau) + \vec{P}(\tau)\Delta\tau \\ \vec{P}(\tau + \Delta\tau) = \vec{P}(\tau) + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \left[\frac{1}{v^2(x,z)} \right] \cdot \Delta\tau. \end{cases} \quad (1.5)$$

Para satisfazer a equação eikonal, o vetor vagarosidade deve sofrer uma atualização adicional ao final de cada um dos passos de construção da trajetória, dessa forma mantemos a magnitude do vetor, ou seja:

$$\left\| \vec{P} \right\|_2 = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \frac{1}{v^2(x,z)}. \quad (1.6)$$

Considerando θ o ângulo que o vetor $\vec{P}(0)$ faz com a orientação positiva do eixo x , temos que as componentes P_1 e P_2 do vetor vagarosidade, podem ser escritas como:

$$\begin{cases} P_1 = \left\| \vec{P} \right\|_2 \cos(\theta) \\ P_2 = \left\| \vec{P} \right\|_2 \sin(\theta). \end{cases} \quad (1.7)$$

Dessa forma a magnitude de $\vec{P}$ é preservada, para que a Eq. (1.6) seja satisfeita, porém a sua direção pode ser alterada.

1.4 Cálculo do tempo de trânsito

Os tempos de trânsito são calculados de uma forma bastante simples, utilizando-se o traçamento de raios do modelo. Calculamos o tempo que um raio gasta para ir da fonte, localizada na superfície, até um ponto em profundidade (x_{n+1}, y_{n+1}) localizado nessa mesma trajetória do raio, através da soma dos $n+1$ tempos calculados em cada um dos pequenos segmentos retilíneos da linha poligonal que constitui a trajetória do raio, assim o tempo de trânsito de um raio é calculado numericamente usando a seguinte expressão:

$$t(x_{n+1}, z_{n+1}) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{v_i} \left\| \vec{X}_{i+1} - \vec{X}_i \right\|_2, \quad (1.8)$$

onde $\vec{X}_i = (x(i\Delta\tau), z(i\Delta\tau))$ é um ponto em subsuperfície, v_i é a velocidade no ponto $\vec{X}_i$, $n+1$ é o número de segmentos retilíneos que representam a trajetória do raio da fonte até o ponto (x_{n+1}, z_{n+1}) , $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana e $\vec{X}_0$ é a posição da fonte. Explicitando a norma euclidiana da Eq. (1.8), obtemos:

$$t(x_{n+1}, z_{n+1}) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{v_i} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} \quad (1.9)$$

Só que a Eq. (1.9) se torna muito mais fácil de ser implementada (SOUZA, 2004), se a reescrevermos da seguinte forma:

$$t(x_{n+1}, z_{n+1}) = t(x_n, z_n) + \frac{1}{v_n} \sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (z_{n+1} - z_n)^2} \quad (1.10)$$

A Eq. (1.10) é preferencialmente usada, por ser computacionalmente mais econômica.

CAPÍTULO 2

Metodologia

Todos os modelos escolhidos possuem 3 *km* de distância horizontal na superfície, a fonte está posicionada na origem do sistema de coordenadas e os receptores foram posicionados ao longo de um poço com uma profundidade de 1 *km*.

2.1 Traçamento do raio curvo e obtenção dos tempos de trânsito

Primeiramente traçamos vários raios curvos, que chegam em diferentes posições ao longo de um poço vertical com boca no ponto $(3, 0; 0, 0)$ *km* e fundo em $(3, 0; 1, 0)$ *km*. A partir desses raios, obtemos o tempo de trânsito sobre cada raio, através da Eq.(1.8). Tais tempos de trânsito obtidos sobre legítimas trajetórias de raios serão chamados de tempos autênticos e denotados por t_a . De posse de dados calculados t_a e z , sendo z uma posição ao longo do poço e utilizando-se uma interpolação constrói-se um polinômio $P_n(z)$ (Eq. 2.1), tal que $P_n(z) = t_a(z)$ nos pontos z nos quais houve chegada de raio. Tal polinômio tem a seguinte forma:

$$P_n(z) = c_n z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_2 z^2 + c_1 z^1 + c_0. \quad (2.1)$$

que será também denotado por $P_a(z)$ onde z são posições dentro do poço, $t_a(z)$ é o tempo de trânsito que a onda sobre o raio curvo gasta para chegar até a z e c_k é o coeficiente do polinômio correspondente ao termo z^k . Conhecendo-se t_a em alguns pontos z , tem-se, graças a interpolação, t_a para todos os pontos z ao longo do poço; isto é: tem-se $P_a(z) \forall z \in [0, 1]$.

No ajuste dos tempos de trânsito usamos um polinômio de grau 5, assim o polinômio interpolador para os tempos dos raios curvos t_a , é dado por:

$$P_a(z) = c_5 z^5 + c_4 z^4 + c_3 z^3 + c_2 z^2 + c_1 z + c_0 \quad (2.2)$$

2.2 Traçamento de trajetórias retas e obtenção dos tempos de trânsito fictícios

Em meios geológicos nos quais a velocidade sísmica das rochas permanece constante ou a sua variação é muito suave, o ângulo de transmissão do raio de uma região do modelo para outra, permanece aproximadamente constante, fazendo com que a trajetória do raio entre a fonte e um ponto de subsuperfície seja reta. Nesse tipo de situação temos um pequeno gasto computacional, fazendo com que o cálculo do tempo de trânsito e da trajetória do raio seja computacionalmente simples e rápida. Porém, no presente trabalho o traçamento de raio reto, em modelos heterogêneos, foi feito apenas matematicamente, ou seja, apenas conectando a fonte e o receptor através de um segmento reto e calculando-se um tempo de trânsito fictício t_f , referente ao trecho da reta compreendido entre os dois mencionados pontos. Tal cálculo é realizado utilizando-se a Eq. (1.10) sobre o segmento retilíneo em lugar da trajetória curva. Na verdade, busca-se calcular a integral (1.1) considerando-se C o caminho retilíneo que conecta fonte e receptor.

Analogamente ao caso do raio curvo, ajustou-se um polinômio aos tempos fictícios calculados que permite a obtenção de t_f referente ao segmento reto em todas as posições z ao longo do poço. O polinômio escolhido é de grau 5, e fornece o tempo de trânsito t_f , para qualquer trajetória reta que chegue a uma dada posição z no poço entre 0 e 1 km e tem a seguinte forma:

$$P_f(z) = r_5 z^5 + r_4 z^4 + r_3 z^3 + r_2 z^2 + r_1 z + r_0 \quad (2.3)$$

Isto é, a partir de alguns pares de pontos (z, t_f) , o polinômio ajustado $P_f(z)$ nos fornece $t_f(z)$ para qualquer profundidade z ao longo do poço.

2.3 Razão entre os tempos de trânsito calculados sobre trajetórias curva e reta

Partindo-se dos tempos de trânsito da trajetória curva $P_a(z)$ e do segmento reto $P_f(z)$, obtidos através das Eqs. (2.2) e (2.3), respectivamente, pode-se criar uma função que seja a razão entre esses tempos, ou melhor:

$$R_{af}(z) = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}. \quad (2.4)$$

2.4 Conexão entre fonte-receptor (Two-Point Ray Tracing Problem)

Um problema periférico importante da tomografia sísmica é conectar fonte e receptor em meios heterogêneos, ou seja, encontrar uma trajetória de raio que partindo da fonte S chegue a um receptor R . Existem diversos métodos que realizam esse processo, dentre eles: o método paraxial (Figueiró & Madariga, 1999) e o método da Bissecção. Este último foi o escolhido, por ser computacionalmente mais rápido e por ter uma “matemática” bastante simples. O método consiste em resolver uma equação do tipo $f(z) = 0$ com z pertencente a um intervalo $[z_1, z_2]$, (Apêndice B).

O objetivo do método da Bissecção no traçamento de raios é encontrar o ângulo de saída do raio na fonte, tal que ele consiga atingir um receptor específico z_r , ou um ponto suficientemente próximo dele.

O processo iterativo do método é tal como: dado um receptor z_r , localizado no poço, inicialmente procuramos dois raios, que possuam ângulos de saída θ_1 e θ_2 , tais que:

$$f(\theta_1) \leq z_r \leq f(\theta_2) \quad (2.5)$$

onde $f(\theta_1)$ e $f(\theta_2)$ são as posições verticais, z , atingidas pelos raios ao longo do poço (Figura 2.1).

Caso z_r não seja atingido por nenhum dos dois raios, considera-se um ângulo θ_m que é a média dos ângulos θ_1 e θ_2 , isto é:

$$\theta_m = \frac{(\theta_1 + \theta_2)}{2}. \quad (2.6)$$

Se $f(\theta_m) > z_r$, faz-se $\theta_2 = \theta_m$ mantendo-se θ_1 e se $f(\theta_m) < z_r$ faz-se $\theta_1 = \theta_m$ mantendo-se θ_2 . O refinamento do ângulo continua até que

$$|z_m - z_r| \leq \epsilon, \quad (2.7)$$

onde z_m é a posição no poço atingida pelo raio com ângulo θ_m de saída da fonte e ϵ é uma tolerância arbitrada (Figura 2.1. Nas situações consideradas no trabalho escolhemos $\epsilon = 0,0004$; $\theta_1 = 0,0$ e $\theta_2 = \pi/2$.

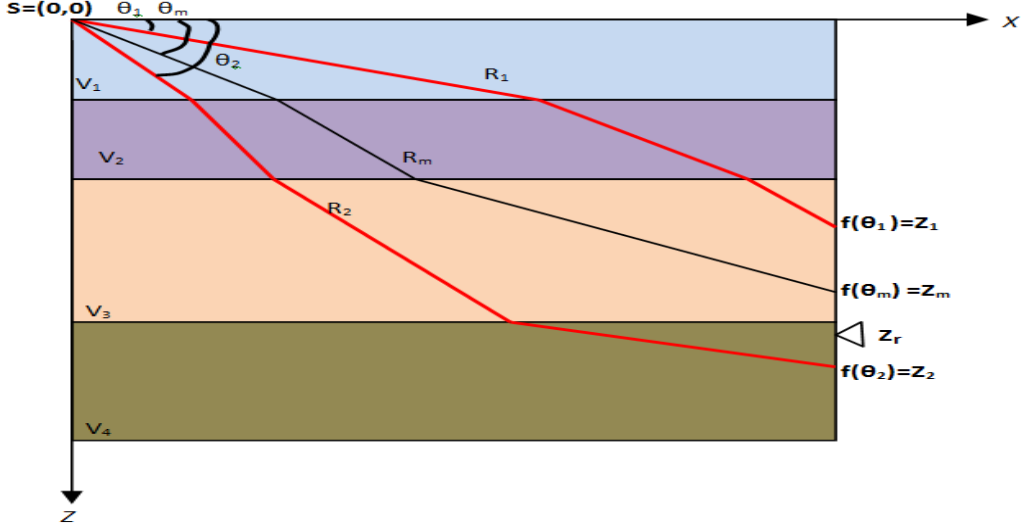


Figura 2.1: Modelo esquemático que mostra três raios (R_1, R_2 e R_m) que se originam numa fonte S , atravessam um meio acamado e chegam num poço vertical nas posições $z_1 = f(\theta_1)$, $z_2 = f(\theta_2)$ e $z_m = f(\theta_m)$; respectivamente. O problema de conexão dos pontos S e z_r , consiste, neste caso, na determinação do ângulo de partida, θ_r , na fonte de um raio R_r tal que $f(\theta_r) = z_r$

2.5 Comparação entre os tempos autênticos e fictícios nas posições dos receptores

A obtenção dos tempos de trânsito através de trajetórias retilíneas é feita da seguinte forma:

$$t_c(z_r) = R_{af}(z_r) \cdot t_f(z_r) \quad (2.8)$$

onde $R_{af}(z_r)$ é a razão entre tempos autênticos e fictícios $t_f(z_r)$ é o tempo fictício e $t_c(z_r)$ o tempo corrigido; sendo todos calculados na posição z_r do receptor. Com a finalidade de validar o método, calculamos o módulo da diferença relativa entre $t_c(z_r)$ e $t_a(z_r)$, ou seja,

$$\frac{|t_c(z_r) - t_a(z_r)|}{t_a(z_r)}, \quad (2.9)$$

sendo $t_a(z_r)$ os tempos autênticos obtidos pelo método convencional de traçamento de raio que conectam S a z_r .

CAPÍTULO 3

Descrição dos modelos Sísmicos

Os modelos sísmicos usados no presente trabalho possuem diferentes complexidade geológicas, tais como: presença de falhas, dobras, intrusões, camadas com interfaces não horizontais ou curvas, enfim fatores geoestruturais que influenciam a velocidade sísmica.

Foram escolhidos cinco modelos heterogêneos e isotrópicos que serão apresentados a seguir.

3.1 Modelo Talude (M_I)

O primeiro modelo escolhido pode ser interpretado como a parte inicial e menos profunda de um Talude ou quebra da plataforma continental (Figura 3.1). Esse modelo é o mais simples dentre os modelos utilizados, ele é formado por cinco camadas, nas quais a velocidade varia de 1.5 km/s à 4.1 km/s . Cada camada é considerada homogênea e isotrópica, sendo assim a velocidade dentro de cada uma delas camada permanece constante, porém varia de uma camada para outra, aumentando o seu valor conforme se aumenta a profundidade. O modelo M_I foi discretizado utilizando-se uma malha com $48 \times 17 = 816$ células (Figura 3.2).

O campo de velocidade polinomial parametrizado para M_I foi obtido através de interpolação com um polinômio da forma:

$$V(x, z) = \sum_{i+j=0}^n C_{ij} x^i z^j \quad (3.1)$$

A complexidade do contraste de velocidade do modelo escolhido é o que determina a escolha do grau do polinômio que será usado na parametrização, ou seja, modelos menos complexos podem ser representados por polinômios de menor grau, enquanto modelos mais complexos necessitam de um aumento no grau do polinômio. Na parametrização de M_I , usou-se $n = 3$, de modo que a expansão de 3.1 fornece:

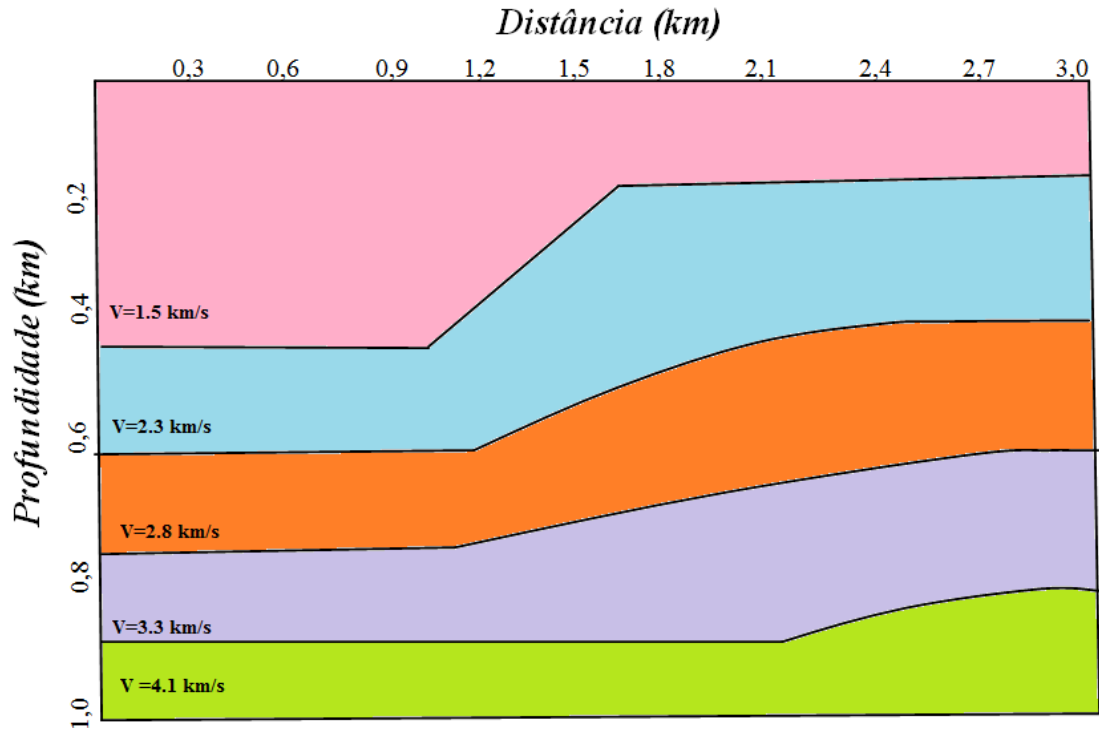


Figura 3.1: Modelo M_I esquemático simplificado da distribuição de velocidades sísmicas compressoriais de parte do Talude.

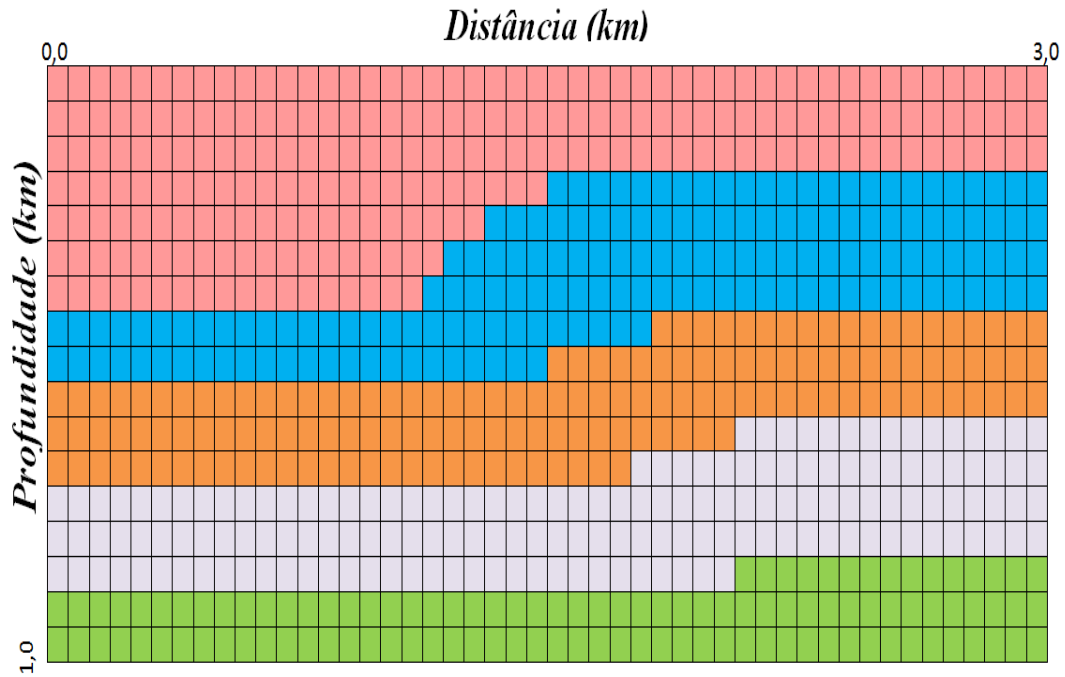


Figura 3.2: Modelo M_I discretizado com uma malha $48 \times 17 = 816$ células.

$$\begin{aligned}
V(x, z) = & C_{0,0} + C_{1,0}x + C_{0,1}z + C_{2,0}x^2 + C_{1,1}xz \\
& + C_{0,2}z^2 + C_{3,0}x^3 + C_{2,1}x^2z + C_{1,2}xz^2 + C_{0,3}z^3,
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

As dimensões dos coeficientes são as seguintes: LT^{-1} para $C_{0,0}$; T^{-1} para $C_{1,0}$ e $C_{0,1}$; $L^{-1}T^{-1}$ para $C_{2,0}$, $C_{1,1}$ e $C_{0,2}$ e ; $L^{-2}T^{-1}$ para $C_{3,0}$, $C_{2,1}$, $C_{1,2}$ e $C_{0,3}$.

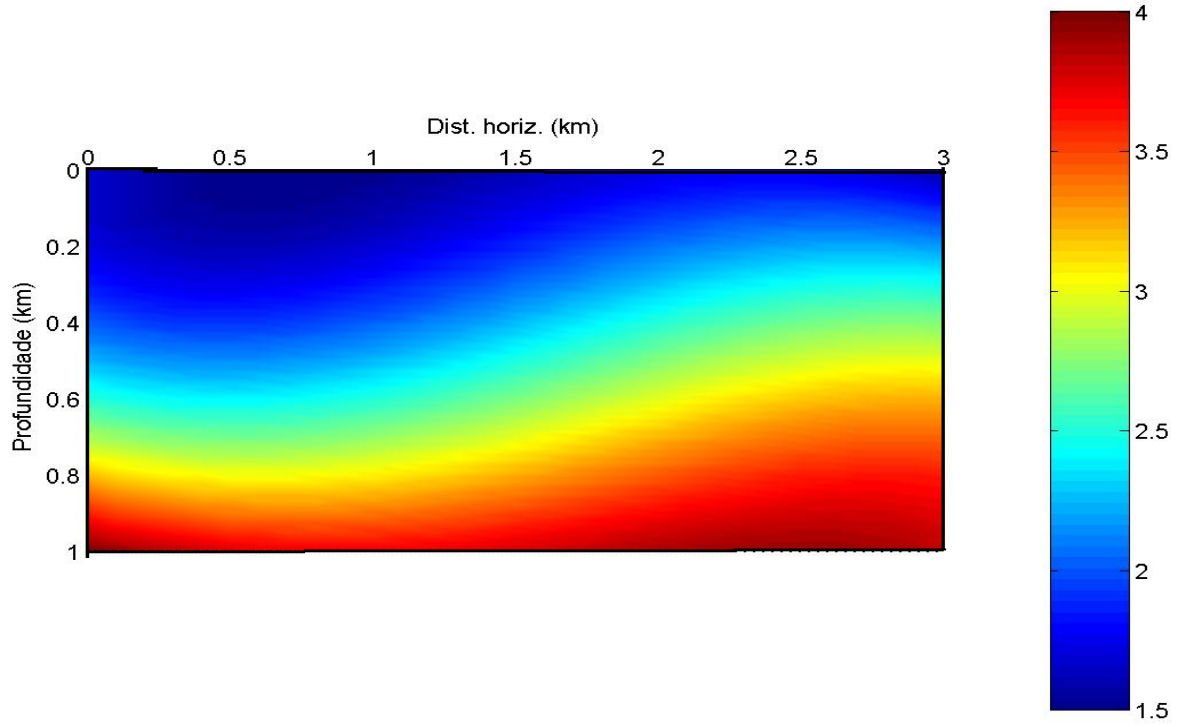


Figura 3.3: Campo de Velocidades do Modelo M_I , representado pela função:

$$\begin{aligned}
V(x, z) = & 1,6388 - 0,7608x - 0,8087z + 0,6563x^2 + 1,2044xz + \\
& 4,4555z^2 - 0,1399x^3 + 0,0643x^2z - 1,4192xz^2 - 0,9418z^3.
\end{aligned}$$

3.2 Modelo da Falha (M_{II})

O segundo modelo escolhido é o de uma falha (Figura 3.4), ele é formado por 4 camadas que foram deslocadas verticalmente devido a uma falha geológica. As velocidades nas camadas da base para o topo são: 4.5 km/s , 4.0 km/s , 3.0 km/s e 2.5 km/s . M_{II} , foi discretizado utilizando-se uma malha $60 \times 20 = 1200$ células (Figura 3.5).

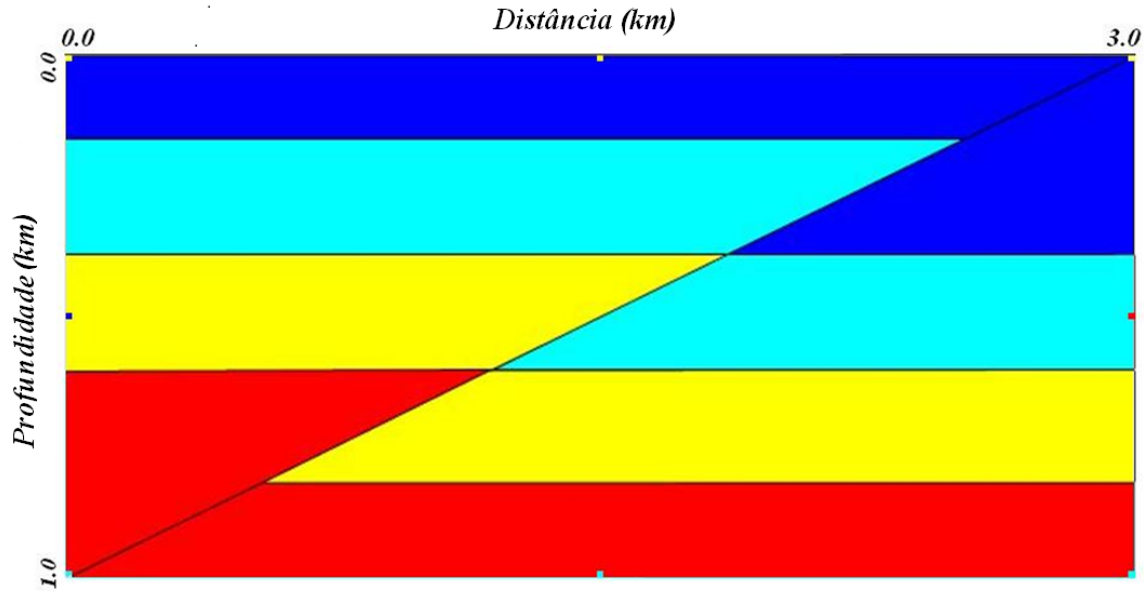


Figura 3.4: Modelo da Falha, M_{II} .

O polinômio utilizado para parametrizar tal campo de velocidades, foi obtido utilizando $n = 3$ na Eq.(3.1), dessa forma seu campo de velocidades é representado pela Eq. (3.2). O campo de velocidades do modelo M_{II} polinomialmente parametrizado pode ser visto na Figura 3.6.

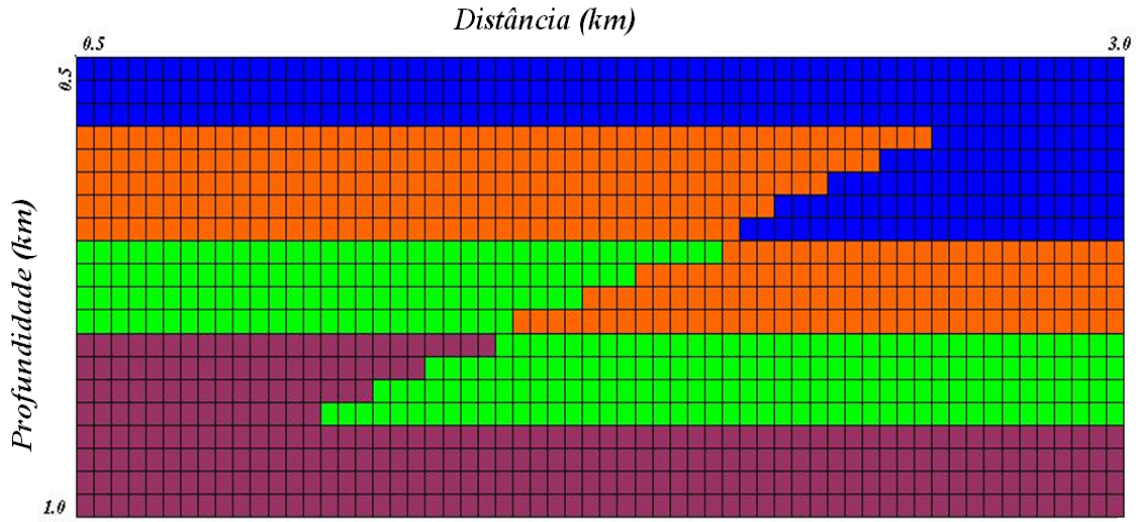


Figura 3.5: Modelo M_{II} discretizado com uma malha 60×20 .

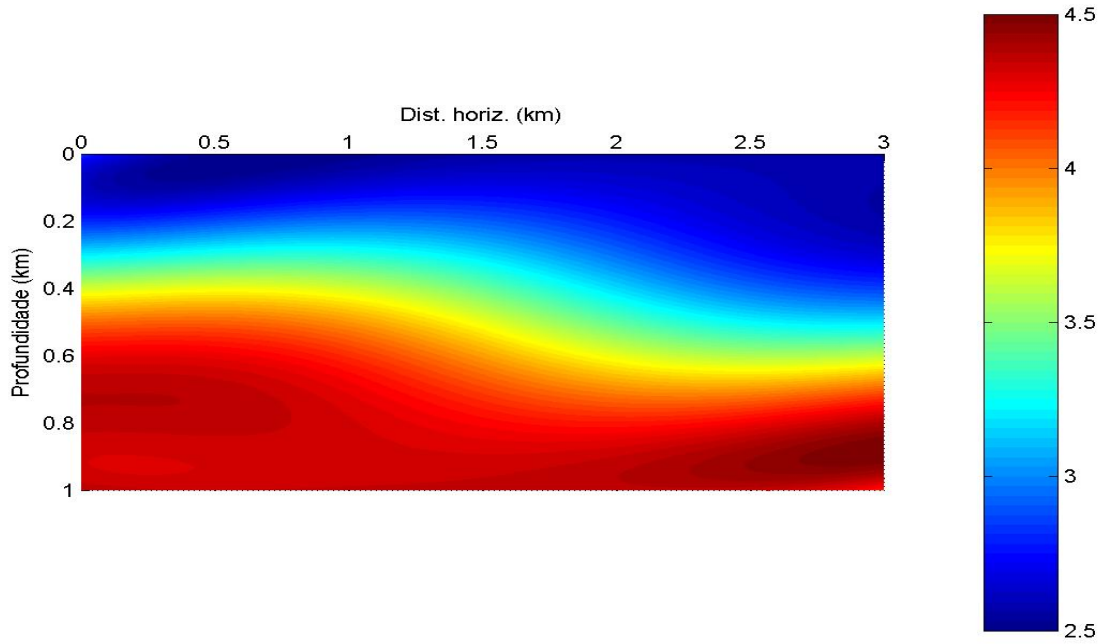


Figura 3.6: Campo de velocidades do modelo M_{II} , representado pela função

$$V(x, z) = 2,1606 + 0,6457x + 3,1055z - 0,3599x^2 - 1,9475xz + 3,8877z^2 + 0,0589x^3 + 0,1153x^2z + 1,65012xz^2 - 4,8882z^3$$

3.3 Modelo da Intrusão (M_{III})

O modelo M_{III} representa uma intrusão magmática elíptica (Figura 3.7), ela é observada devido a um aumento de velocidade em uma região em forma de elipse. O campo de velocidade usado para representarmos o modelo sísmico M_{III} é do tipo:

$$V_{III}(x, z) = \frac{1}{\sqrt{a + b(x + 1) + cz + d(x + 1)^2 + ez^2}}. \quad (3.3)$$

Se os valores do coeficiente são: $a = 0,25 \text{ s}^2/\text{km}^2$; $b = -0,1 \text{ s}^2/\text{km}^3$; $c = -0,7941 \text{ s}^2/\text{km}^3$; $d = 0,1 \text{ s}^2/\text{km}^3$ e $e = 0,75 \text{ s}^2/\text{km}^4$; tem-se M_{III} conforme mostrado pela Figura 3.7. Sua velocidade varia de 2 km/s, nas regiões mais distante da intrusão, a 6 km/s no centro da intrusão. Modelo similar pode ser encontrado em Lima, 2004. O valor 1 adicionado a x na Eq.(3.3) tem a mesma unidade de x .

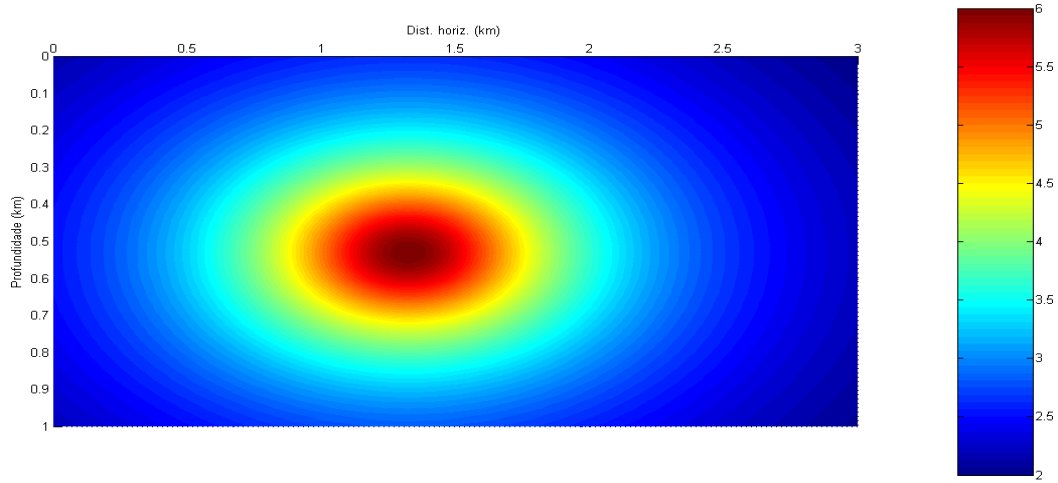


Figura 3.7: Campo de velocidade do Modelo M_{III} parametrizado pela função 3.3 com valores de coeficientes tais como apresentados acima.

3.4 Modelo de Camadas com interfaces Curvas (M_{IV})

O modelo M_{IV} representa uma situação geológica de camadas com interfaces curvas, no qual se observa uma variação lateral e em profundidade de velocidade. O campo de velocidades (Figura 3.8) foi parametrizado polinomialmente pela função 3.1, usando $n = 3$. Os coeficientes utilizados na representação deste modelo estão indicados na Figura 3.8.

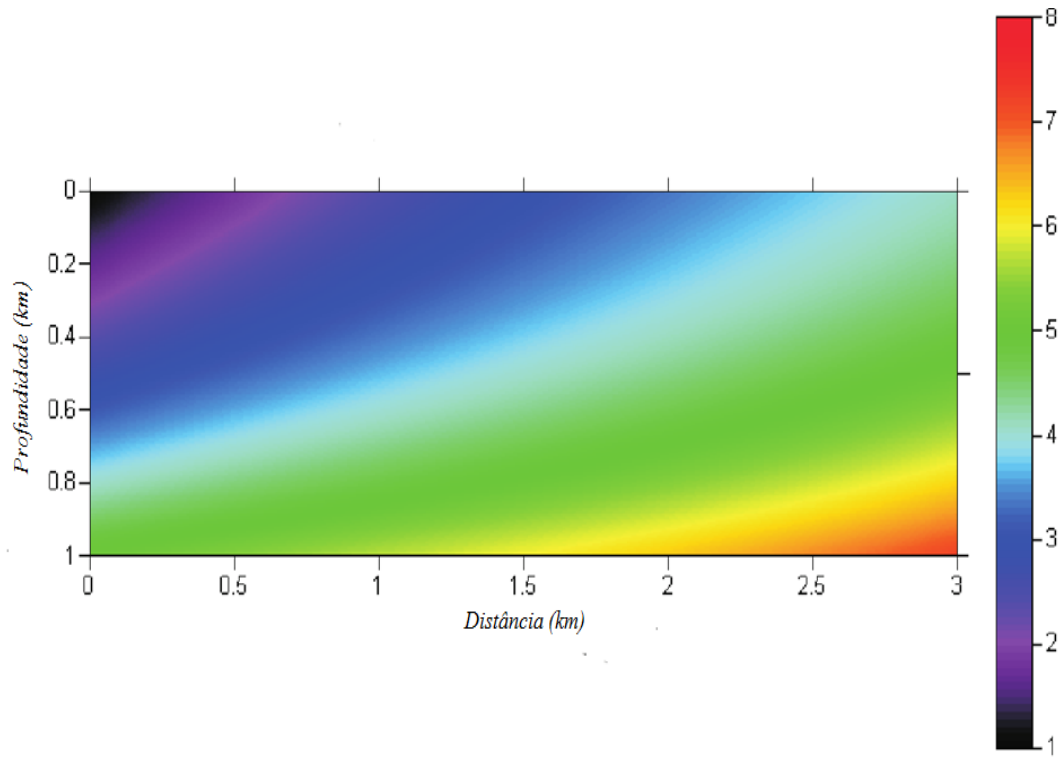


Figura 3.8: Campo de velocidade do Modelo M_{IV} parametrizado pela função

$$V_{IV}(x, z) = 1,00 + 1,723x + 3,1485z - 0,3605x^2 - 1,3013xz + 1,1637z^2 + 0,0425x^3 + 0,2376x^2z + 0,2893xz^2 + 0,7428z^3$$

3.5 Modelo da Anticlinal (M_V)

O modelo M_V é o que apresenta um maior grau de complexidade, dentre os modelos escolhidos. Ele representa uma dobra anticlinal (Figura 3.9), formada por quatro camadas, sendo que a primeira camada apresenta uma velocidade de $3,5 \text{ km/s}$, a segunda $4,2 \text{ km/s}$, a terceira ($4,5 \text{ km/s}$), e a quarta $5,0 \text{ km/s}$. O campo de velocidades foi parametrizado polinomialmente pela função 3.1, usando $n = 2$ e fazendo um deslocamento de 1 km em z . Tal parametrização é ilustrada na Figura 3.10. Os coeficientes utilizados na representação da função velocidade tendo em vista a forma imposta pela Eq.(3.1), foram: $C_{0,0} = 3,3175 \text{ km s}^{-1}$, $C_{1,0} = 0,8075 \text{ s}^{-1}$, $C_{0,1} = 1,7096 \text{ s}^{-1}$, $C_{2,0} = -0,2606 \text{ km}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $C_{1,1} = -0,0114 \text{ km}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $C_{0,2} = -0,4109 \text{ km}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

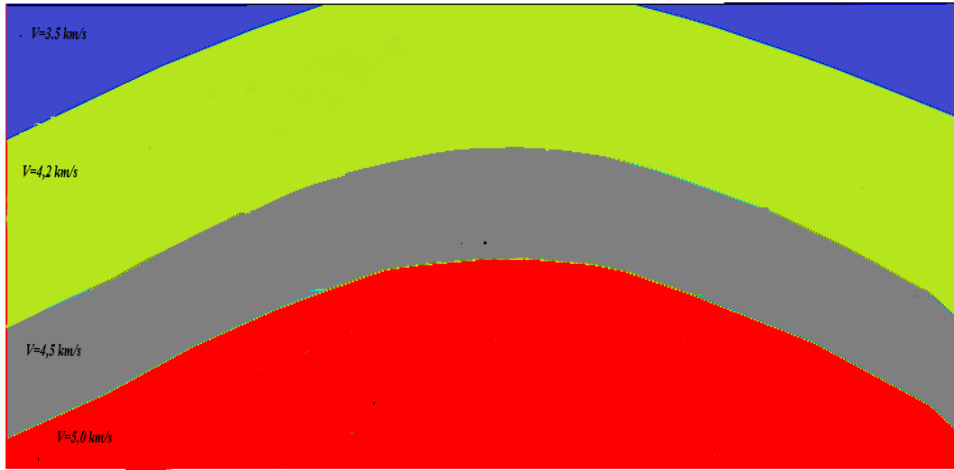


Figura 3.9: Modelo M_V simplificado da distribuição das velocidades sísmicas em uma dobra anticlinal

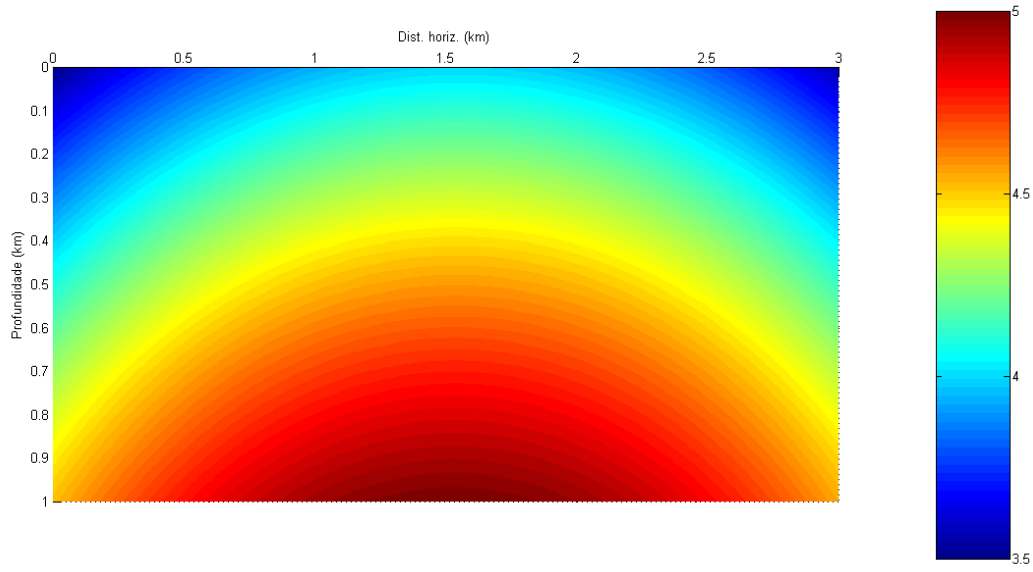


Figura 3.10: Campo de velocidade do Modelo M_V parametrizado pela função $V(x, z) = 1,1970 + 0,8189x + 2,5314(z + 1) - 0,2606x^2 - 0,0114x(z + 1) - 0,4109(z + 1)^2$ que quando colocada na forma da Eq.(3.1) tem valores dos coeficientes $C_{i,j}$ tais como indicados no texto.

CAPÍTULO 4

Resultados

Neste capítulo apresentaremos os resultados do traçamento das trajetórias retas e curvas e seus tempos de trânsito, assim como as comparações dos tempos de trânsito que chegam aos receptores obtidos pelo traçamento usual de raios sísmicos e através do uso de tempos fictícios.

4.1 Modelo M_I

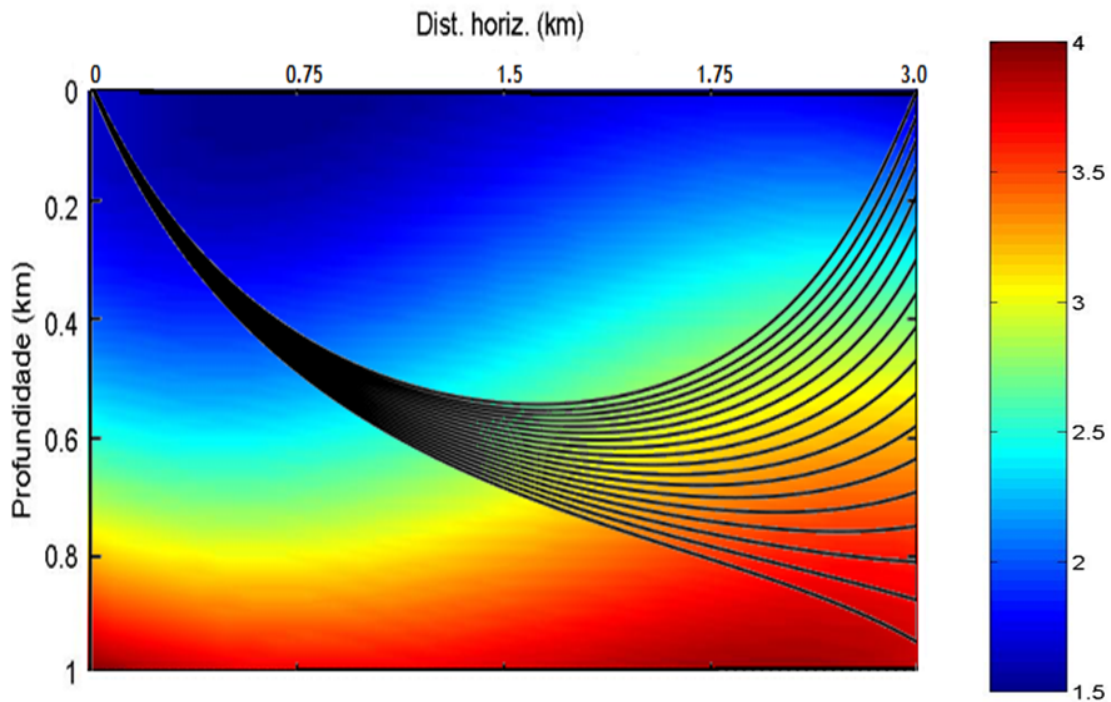


Figura 4.1: Traçamento de raios sísmicos no modelo M_I sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$

O traçamento dos raios sísmicos no modelo M_I , na etapa em que não houve a preocupação de fazer com que eles alcancem os receptores posicionados no poço pode ser observado na Figura 4.1. O intervalo angular utilizado foi de $41,5^\circ$ à $41,7^\circ$, com um passo de 0.001° na variação angular na saída dos raios. Para uma melhor visualização, apenas alguns raios estão plotados na Figura 4.1. Nas regiões nas quais não há grande variação de velocidade (loais próximos a fonte), os raios são aproximadamente retos e começam a se encurvar nos locais mais afastados da fonte, em que ocorrem uma maior variação de velocidade.

Para o caso das trajetórias retilíneas repetimos o processo de traçamento, com um intervalo angular de saída dos raios entre 0° a $\arctg(1/3)$, o passo na variação do ângulo de saída do raio a fonte é 0.001° , novamente não há preocupação em atingir a posição dos receptores. Na Figura 4.2 estão plotados algumas das trajetórias retilíneas traçadas no modelo M_I .

Em seguida calcula-se o tempo de trânsito sobre as trajetórias dos raios sísmicos

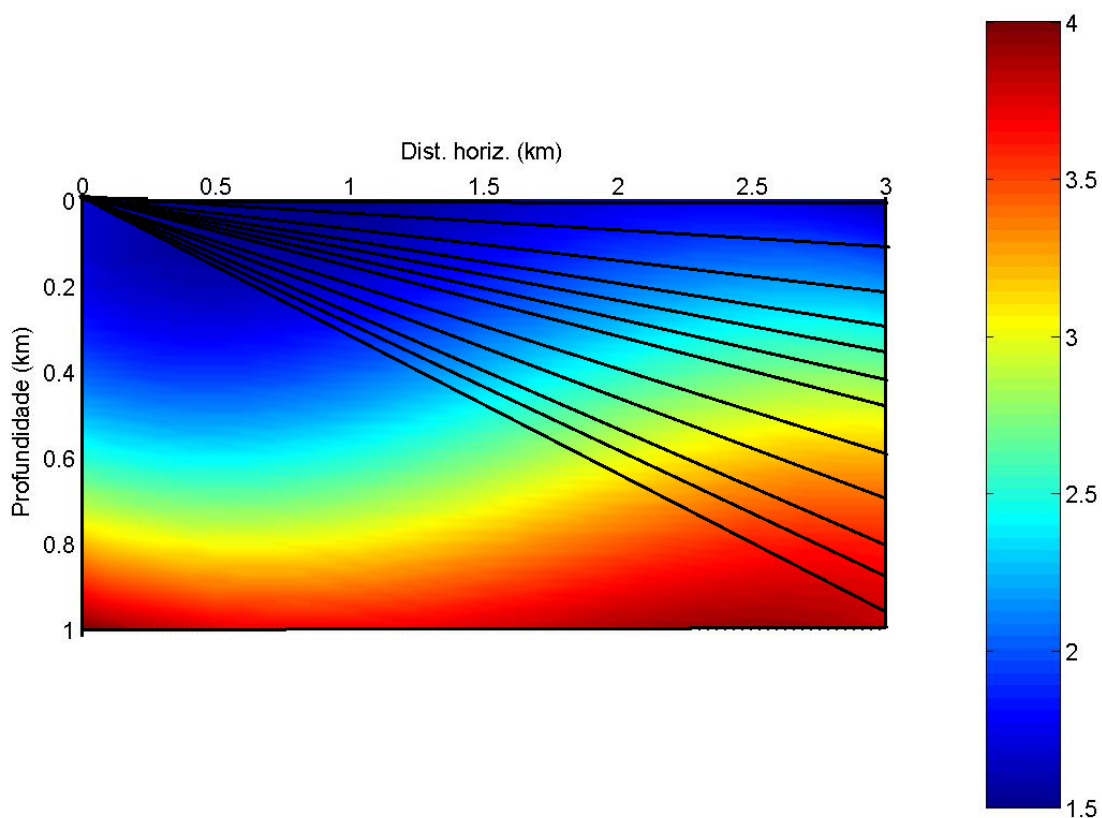


Figura 4.2: Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_I , sem a preocupação de atingir receptores posicionados ao longo de um poço, com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$.

e dos segmentos retilíneos, e considera-se as Eqs.(2.2) e (2.3). para ajustar os polinômios $P_a(z)$ e $P_f(z)$ aos tempos calculados, que são mostrados na Figura 4.3.

Os tempos obtidos com os polinômios se mostraram coerentes pois como já era esperado, pelo Princípio de Fermat, o tempo calculado sobre a trajetória curvilínea do raio será sempre menor do que aquele calculado sobre o segmento retilíneo que conecta os mesmos pontos. A razão $R_{af} = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}$, é obtida, dividindo-se os valores dos tempos obtidos através dos polinômios que fazem os ajustes dos tempos nas posições onde estão localizados os receptores ao longo do poço (Figura 4.4). No presente trabalho utilizamos um afastamento de 25 m entre os receptores, totalizando 41 deles.

A conexão da posição da fonte com as dos receptores por segmentos retilíneos em M_I é mostrada na Figura 4.5.

Usamos o método da Bissecção para encontrar o ângulo de saída que faz com

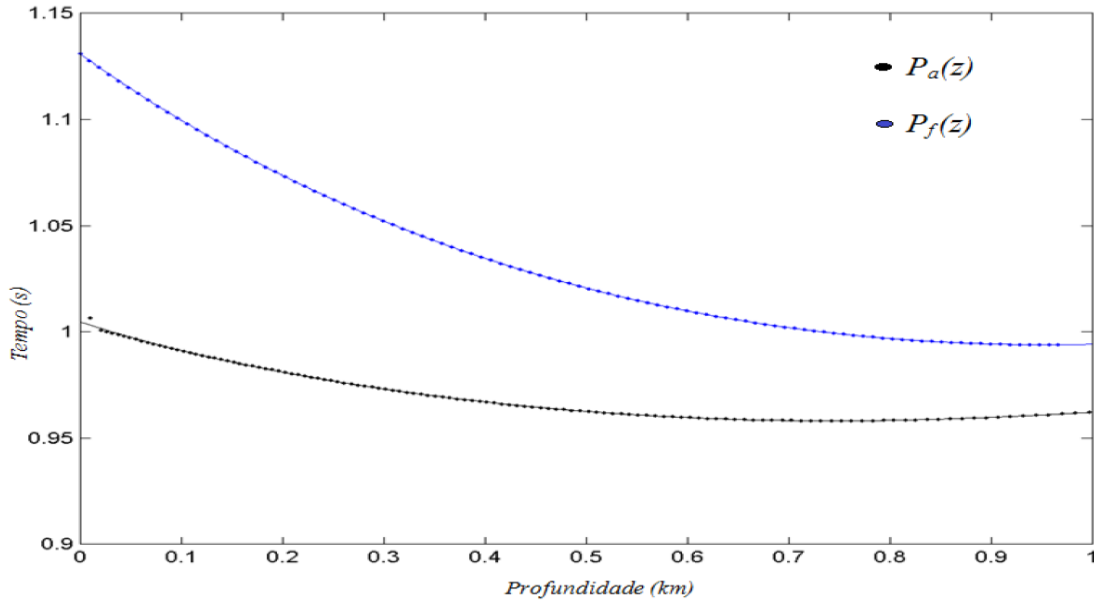


Figura 4.3: Polinômios obtidos através do ajuste dos tempos autênticos em chegadas de raios sísmicos (curva em cor preta) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em cor azul) no modelo M_I . Em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores, daí a irregularidade das posições nas quais os tempos foram calculados.

que o raio sísmico consiga chegar à posição onde está localizado o receptor. Uma vez encontrado o ângulo, traça-se o raio sísmico(Figura 4.6). Este procedimento é repetido para cada receptor. Na Figura 4.7, temos o tempo de trânsito obtido em cada caso acima.

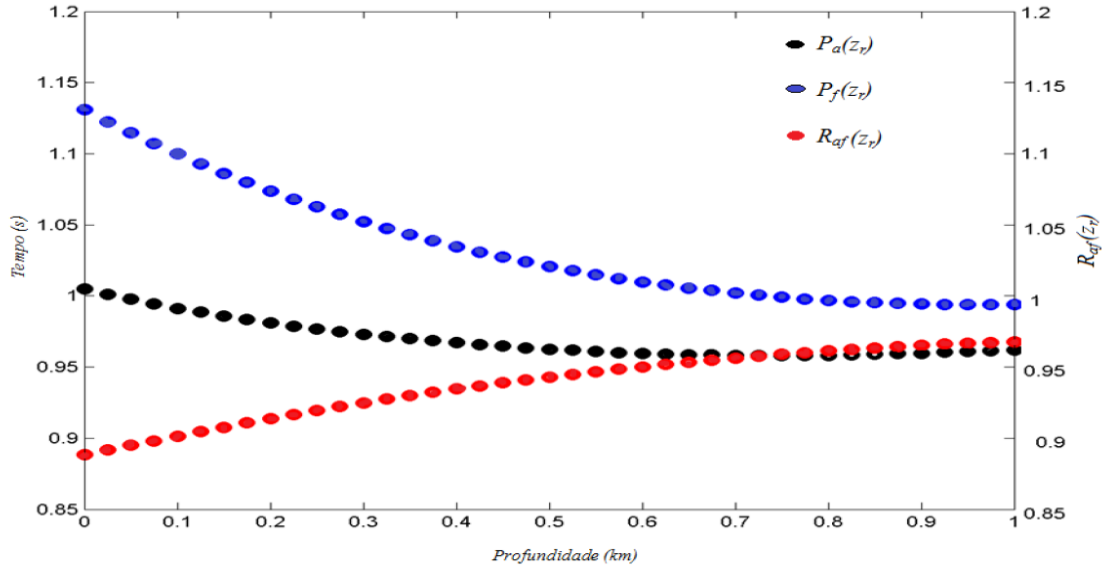


Figura 4.4: Comparação nas posições onde há receptores, entre os tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados. Para os raios curvos, $P_a(z_r)$, representado pelos pontos pretos e para os segmentos retilíneos, $P_f(z_r)$, pelos azuis. E em vermelho temos a razão $R_{af} = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}$ calculada em cada receptor z_r .

Nas posições onde há receptores, z_r , multiplicamos a razão R_{af} pelos tempos fictícios calculados sobre as trajetórias retilíneas ($t_f(z)$), o resultado foi então comparado com os tempos autênticos (obtidos pelo traçamento convencional), Figura 4.8.

O método aplicado no modelo M_I obteve ótimos resultados, visto que a maior diferença entre os tempos “corrigidos” e os “autênticos” foi de apenas 20 *ms*, com um erro relativo de 2,16 %.

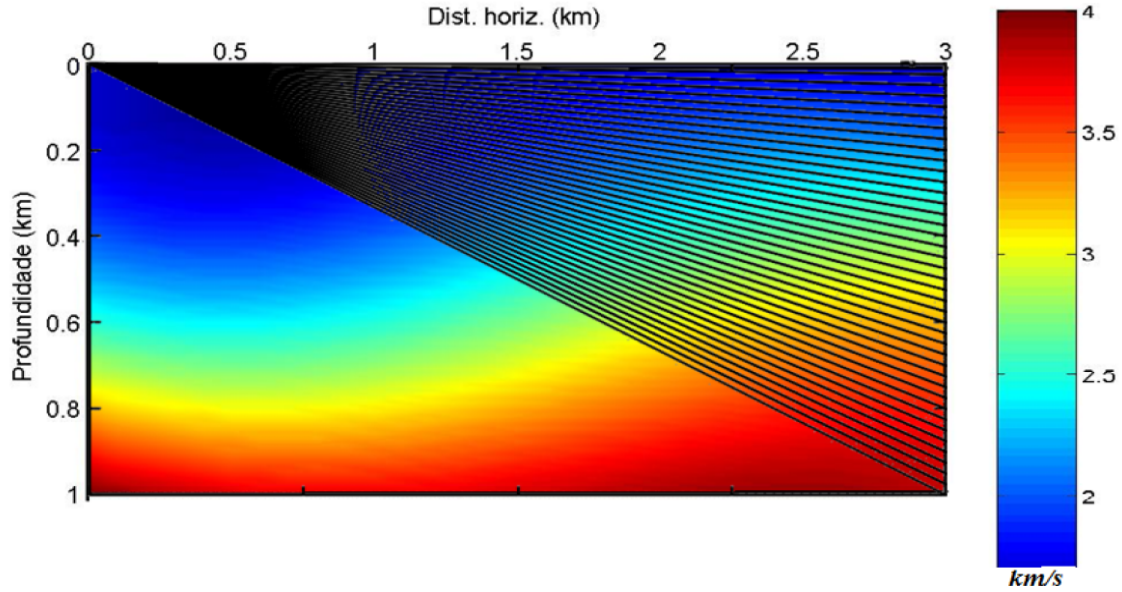


Figura 4.5: Traçamento de raios retilíneos no Modelo M_I polinomialmente parametrizado. A fonte S está em $(0,0;0,0)$ e os 41 receptores posicionados em um poço vertical com base no ponto $(3,0;1,0)$ do modelo. O receptor r_i encontra-se na profundidade de $i \times 25 \text{ m}$, onde $i \in \{1, 2, 3, \dots, 40\}$.

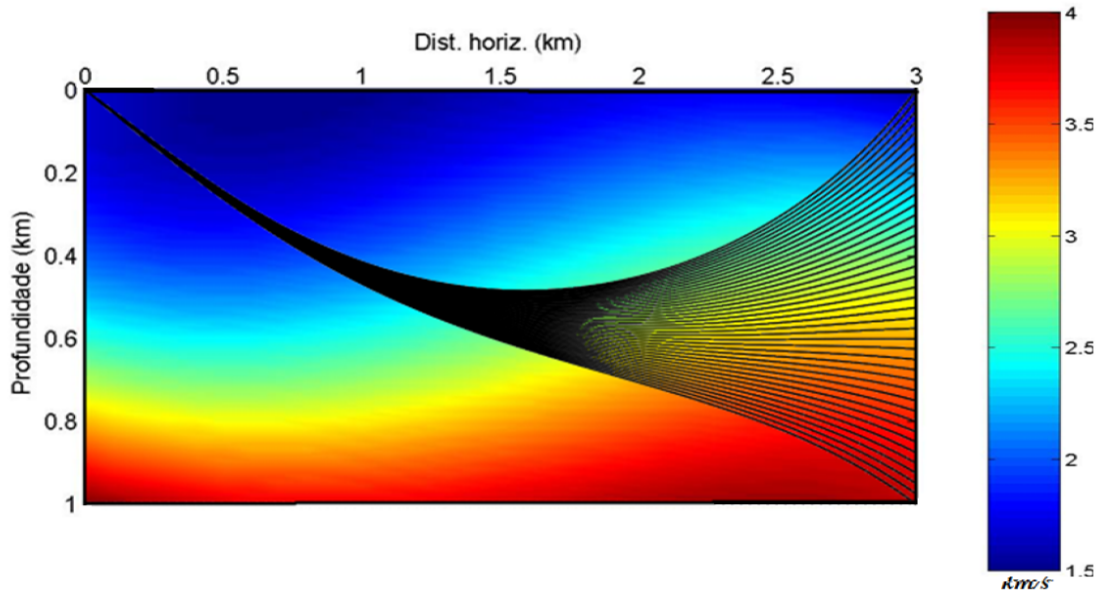


Figura 4.6: Traçamento de raio sísmico no Modelo M_I polinomialmente parametrizado. A fonte S está em $(0,0;0,0)$ e os receptores posicionados em um poço vertical com base no ponto $(3,0;1,0)$ do modelo. O receptor r_i encontra-se na profundidade de $i \times 25 \text{ m}$, onde $i \in \{1, 2, 3, \dots, 40\}$.

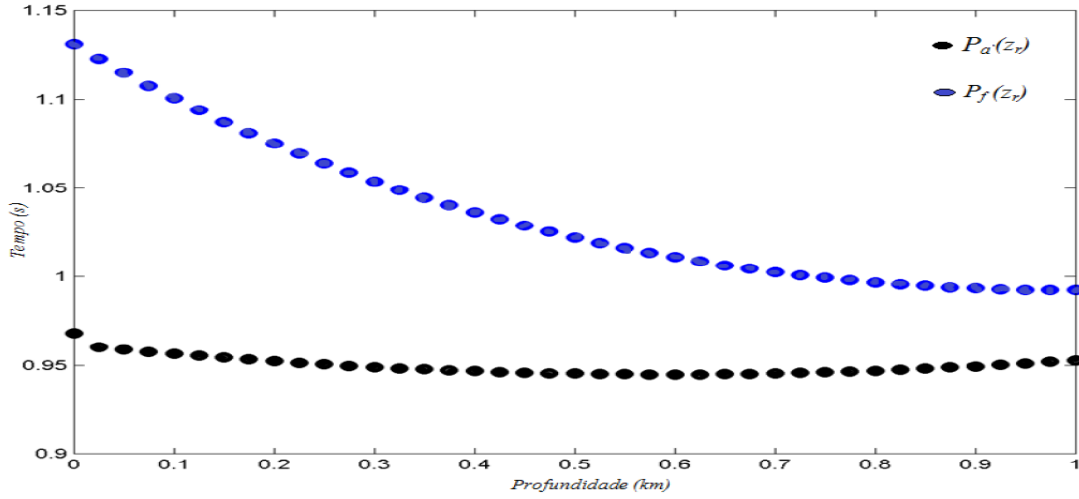


Figura 4.7: Tempos de trânsito das chegadas aos receptores para os raios curvos (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_I , calculados usando o método tradicional de traçamento.

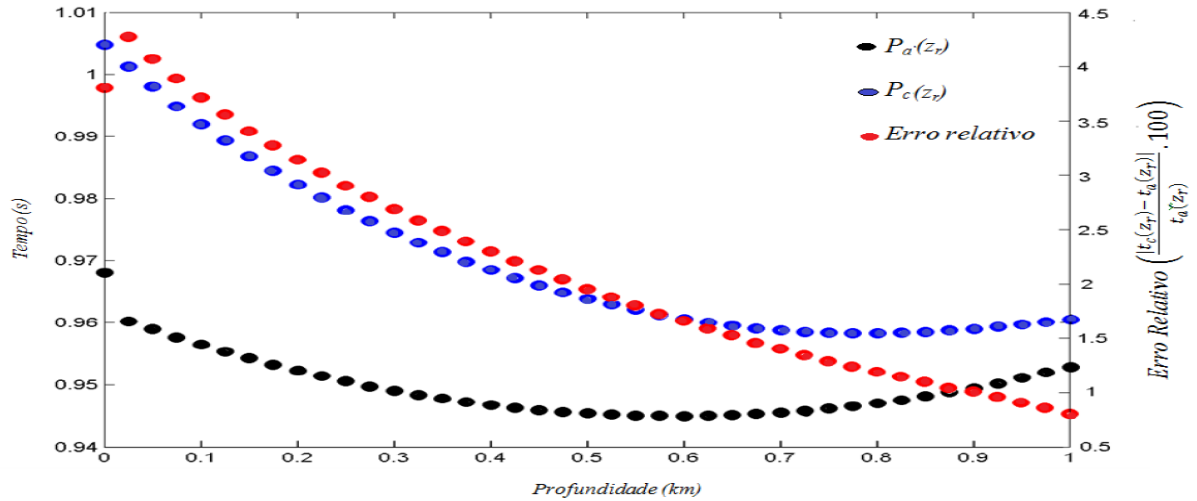


Figura 4.8: Comparação entre os tempos de trânsito relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos (t_a), calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos os azuis são os tempos de trânsito corrigidos (t_c) obtidos através da metodologia proposta neste trabalho (uso de trajetórias retilíneas fictícias de raios). A diferença entre os tempos são mostradas nos pontos em vermelho.

4.2 Modelo M_{II}

Para o modelo M_{II} , o traçamento de raios obtido para os casos das trajetórias curvas e retas, em que não nos preocupamos em atingir as posições dos receptores, pode ser observado nas Figuras 4.9 e 4.10, respectivamente. O espaçamento utilizado entre os ângulos de saída dos raios foi de 0.01° em ambos os casos, sendo que no caso curvo os ângulos variaram de $56,50^\circ$ a $60,10^\circ$ e no caso reto de 0° a $\arctg(1/3)$.

Os tempos de trânsito discretos obtidos e as posições de chegada das trajetórias

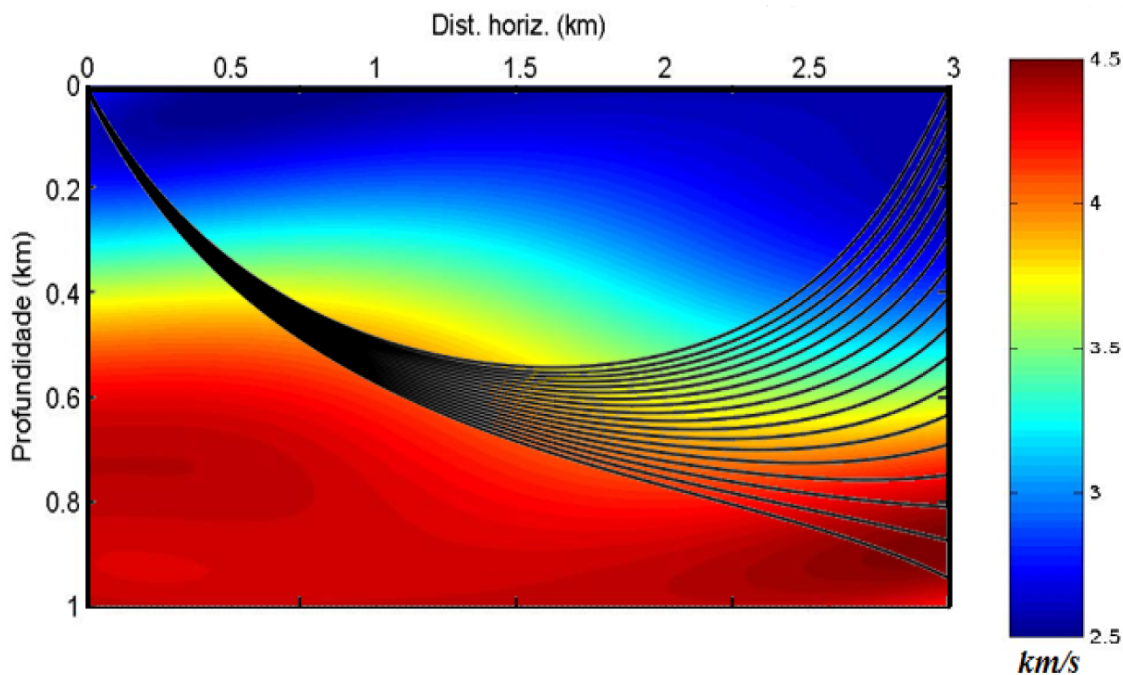


Figura 4.9: Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{II} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$.

foram usadas para construir os polinômios de ajuste de grau 5, tanto no caso curvo quanto no reto, que estão plotados na Figura 4.11. Os tempos de trânsito decaíram conforme houve uma aumento de profundidade, o que está de acordo com o esperado, já que as velocidades se tornam maiores nas partes mais profundas. Avaliando os polinômios interpoladores nas posições onde estão os receptores, obtemos uma estimativa dos tempos de trânsito do raio curvo, dos tempos fictícios das trajetórias retilíneas e da razão entre esses tempos (Figura 4.12).

A conexão da fonte a receptores, tanto no caso de segmentos retilíneos quanto no de trajetórias curvas, pode ser observada nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente.

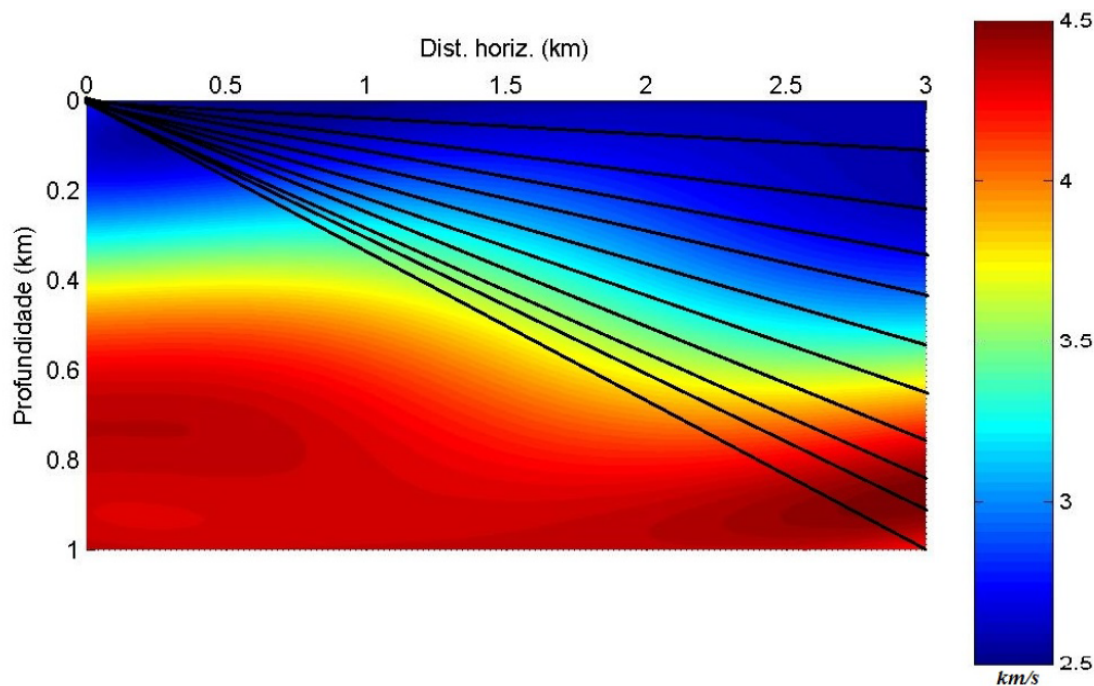


Figura 4.10: Traçamento dos segmentos retilíneos no modelo M_{II} sem a preocupação de atingir receptores.

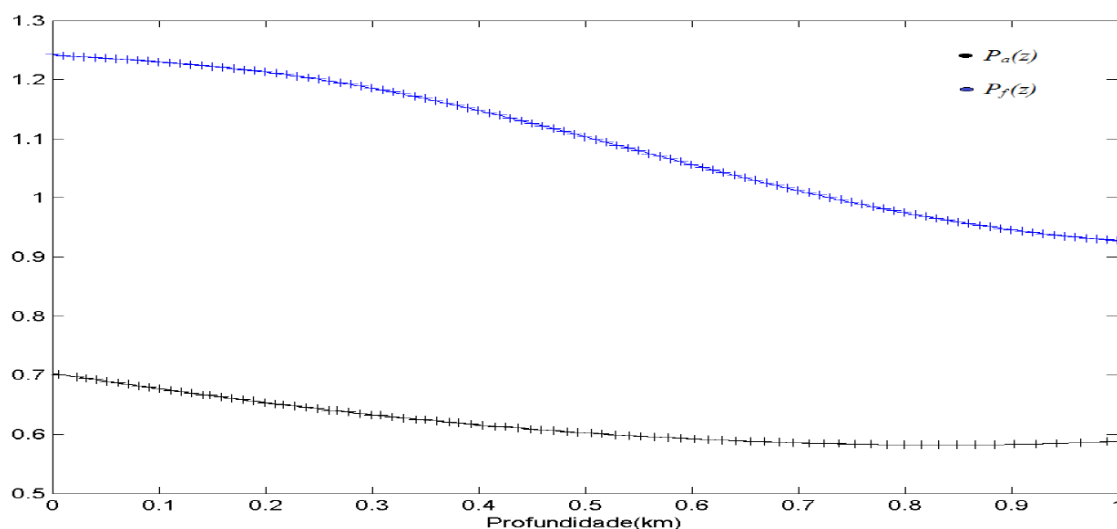


Figura 4.11: Polinômios obtidos, no caso de M_{II} , através do ajuste dos tempos em chegadas de raios sísmicos (curva em cor preta) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em cor azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.

Em ambos os casos calculamos também, o tempo de trânsito pelo método convencional das trajetórias (Figura 4.15).

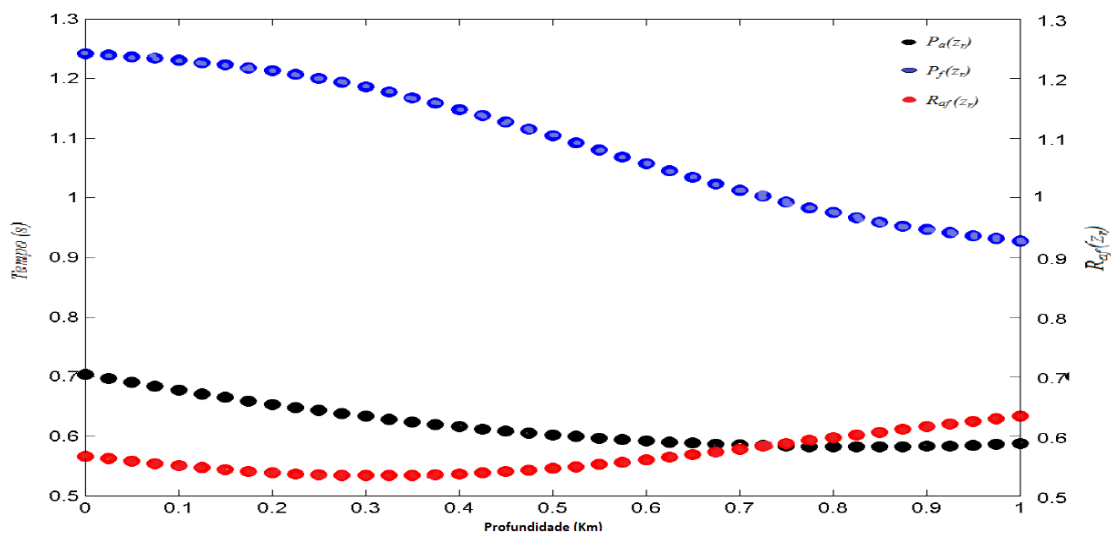


Figura 4.12: Tempos de trânsito calculados, no caso do M_{II} , para o raio sísmico (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), obtidos a partir dos polinômios ajustados $P_a(z)$ e $P_f(z)$, avaliados nas posições onde há receptores. Em vermelho estão plotadas as razões $R_{af}(z_r)$.

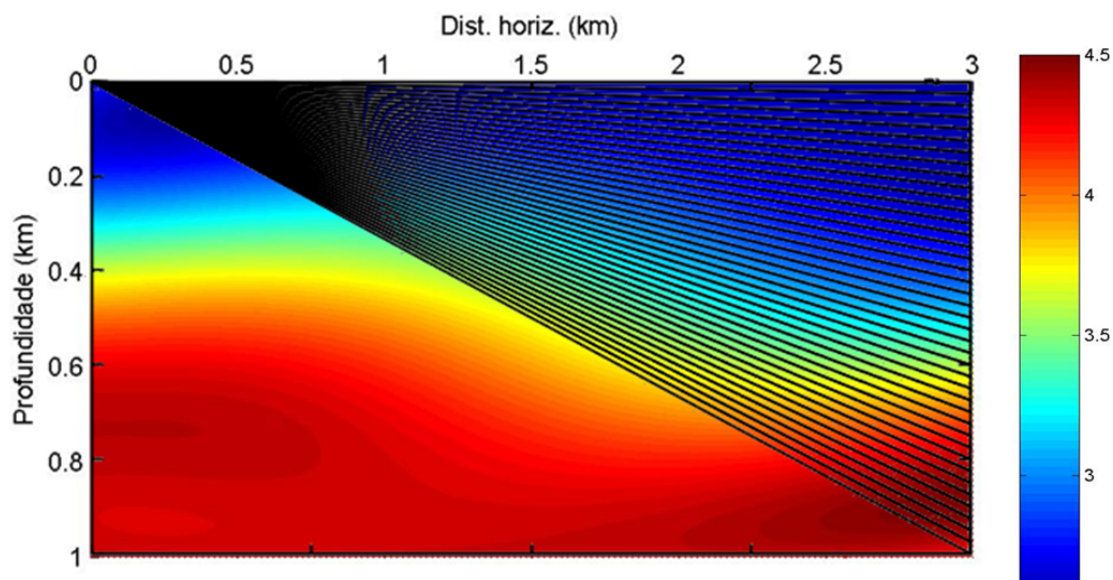


Figura 4.13: Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{II} polinomialmente parametrizado.

Finalmente temos a Figura 4.16, que faz uma comparação entre os tempos de

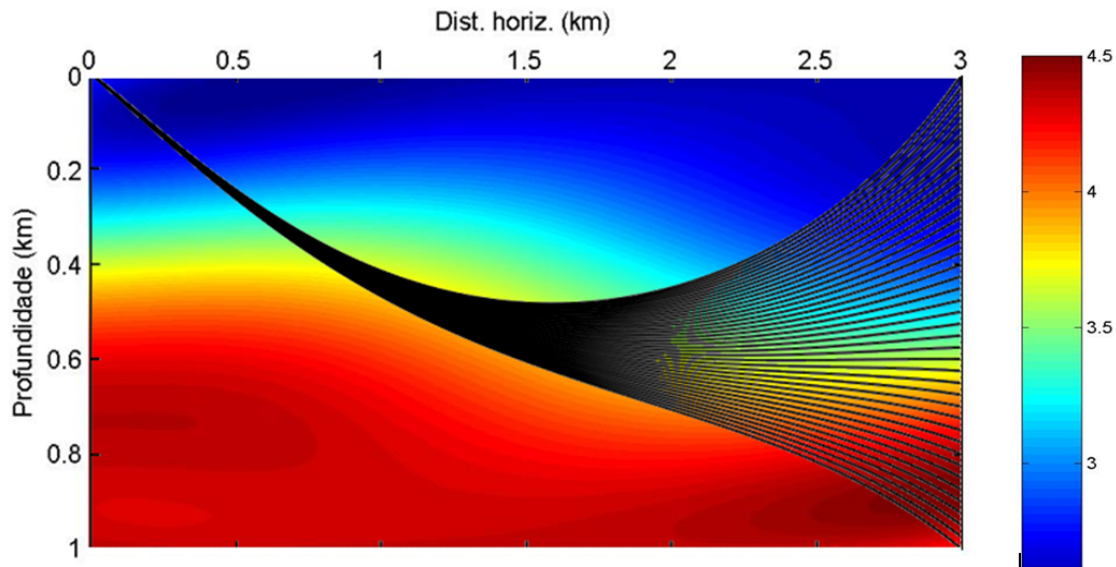


Figura 4.14: Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{II} polinomialmente parametrizado.

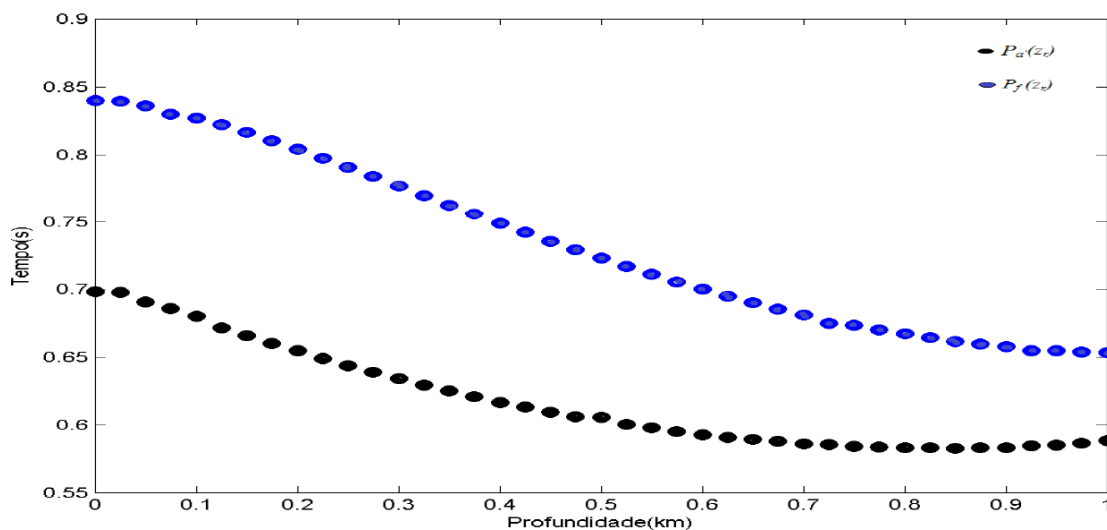


Figura 4.15: Comparação entre os tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_{II} , calculados usando o método tradicional de traçamento

trânsito do raio curvo obtidos pelo método convencional e os tempos obtidos utilizando tempos fictícios calculados sobre as trajetórias retilíneas. Para o modelo M_{II} a diferença entre os tempos autênticos e os corrigidos, chegou à $0,2\text{ s}$, correspondendo a um erro relativo de cerca de $33,2\%$. O aumento do erro no tempo de trânsito

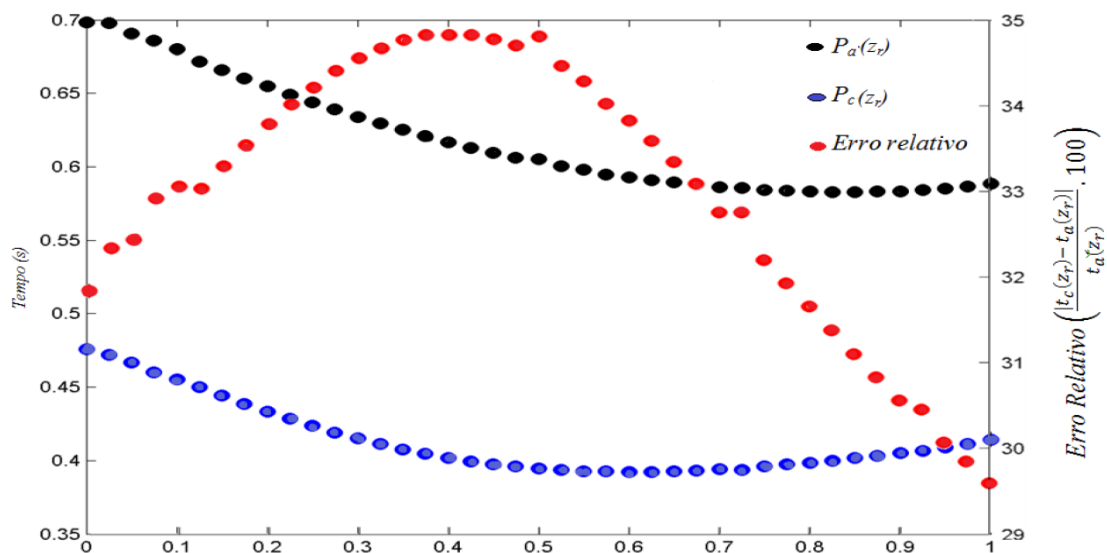


Figura 4.16: Comparação entre os tempos de trânsito autênticos (t_a) que foram calculados usando o método convencional de traçamento e os tempos de trânsito corrigidos (t_c), obtidos usando trajetórias retilíneas fictícias de raios. A diferença entre eles também é ilustrada (pontos vermelhos).

pode ser justificado pela presença da falha no centro do modelo, que é uma zona de descontinuidade lateral brusca.

4.3 Modelo M_{III}

O traçamento dos raios sísmicos no Modelo M_{III} , tal que os raios atingem qualquer posição no poço, não sendo obrigatoriamente necessário que eles atinjam os receptores, pode ser visualizados nas Figuras 4.17 e 4.18. O ângulo de saída mínimo com o qual o raio sísmico conseguiu atingir o poço foi $41,290^\circ$ e o máximo $41,312^\circ$, a variação angular entre cada raio foi $0,001^\circ$. Para a trajetória reta foi utilizado o mesmo intervalo dos modelos anteriores e a variação angular de $0,0001^\circ$, totalizando 220 raios sísmicos.

Os raios sísmicos do modelo M_{III} tendem a se concentrar na zona de alta velocidade, região na qual eles se tornam aproximadamente retos devido a velocidade ser constante dentro da intrusão. Isso ocorre porque o raio sempre procurará o caminho de menor tempo de trânsito, o que concorda com a zona de alta velocidade da intrusão.

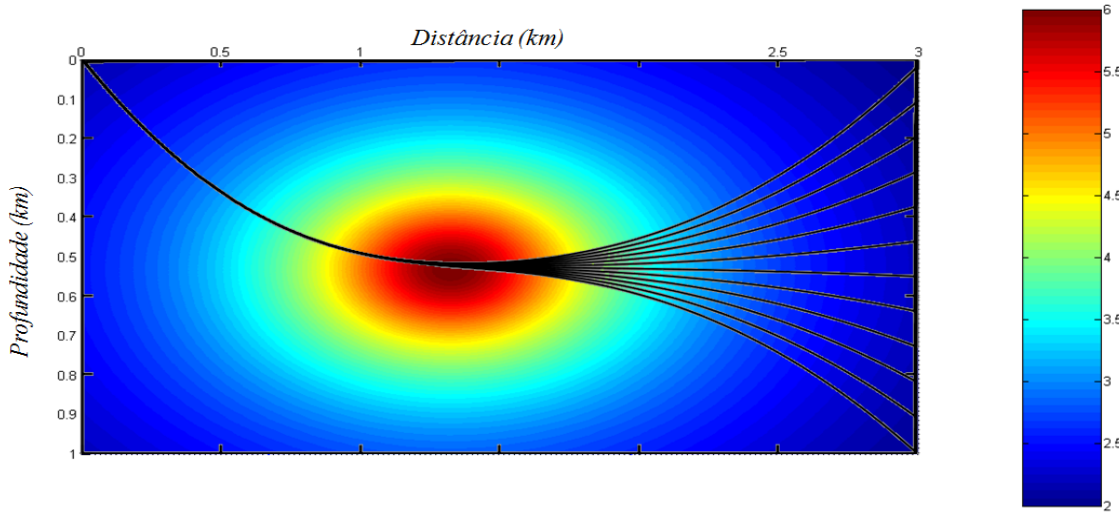


Figura 4.17: Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{III} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ km.

Os tempos de trânsito discretos obtidos e as posições de chegada das trajetórias foram usadas para construir os polinômios interpoladores de grau 5, tanto no caso curvo quanto no reto, que estão plotados na Figura 4.19.

Usamos os polinômios ajustados para estimar os valores dos tempos de trânsito do raio que percorre a trajetória curva e os tempos fictícios sobre os segmentos retilíneos, nas posições onde estão localizadas os receptores, obtemos também, a razão entre esses tempos (Figura 4.20). Traçamos os raios sísmicos que seriam captados pelos

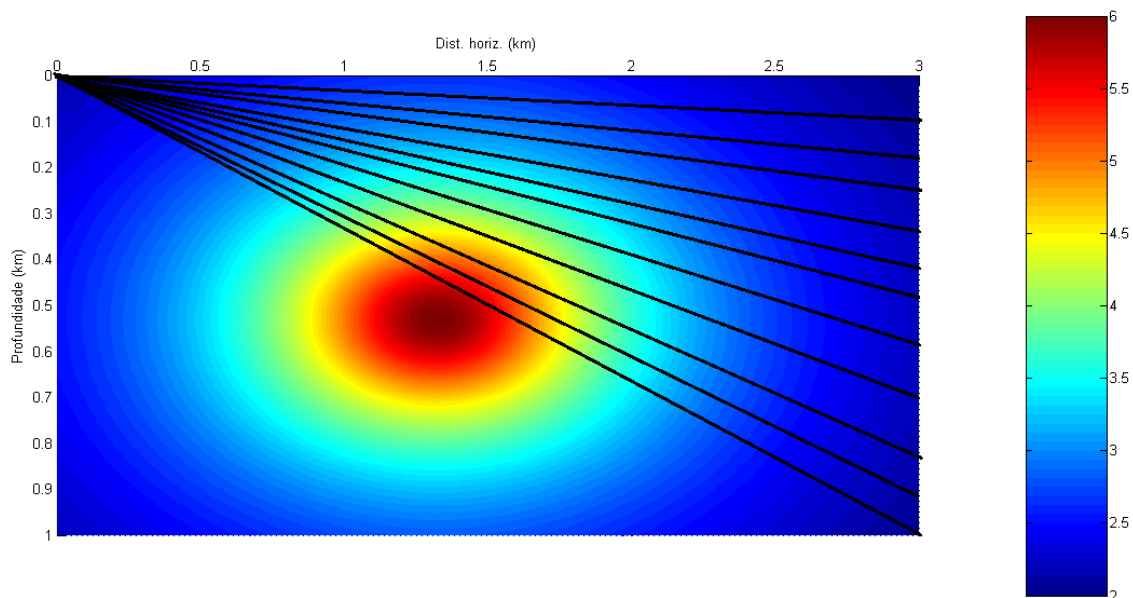


Figura 4.18: Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_{III} , conectando a fonte à diversas posições ao longo do poço não importando em quais posições estão os receptores.

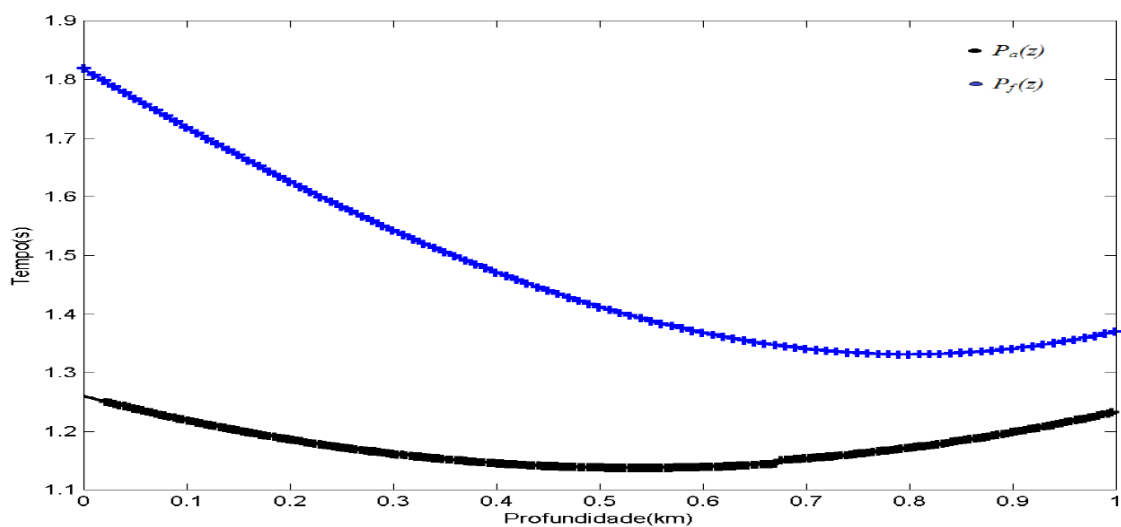


Figura 4.19: Polinômios obtidos através do ajuste aos tempos de trânsito em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.

receptores ao longo do poço e os segmentos retos conectando fonte e receptor (Figuras 4.21 e 4.22). Calculamos os tempos de trânsito sobre os raios curvos e os tempos fictícios sobre as retas, caso eles fossem captados pelos receptores (Figura 4.23).

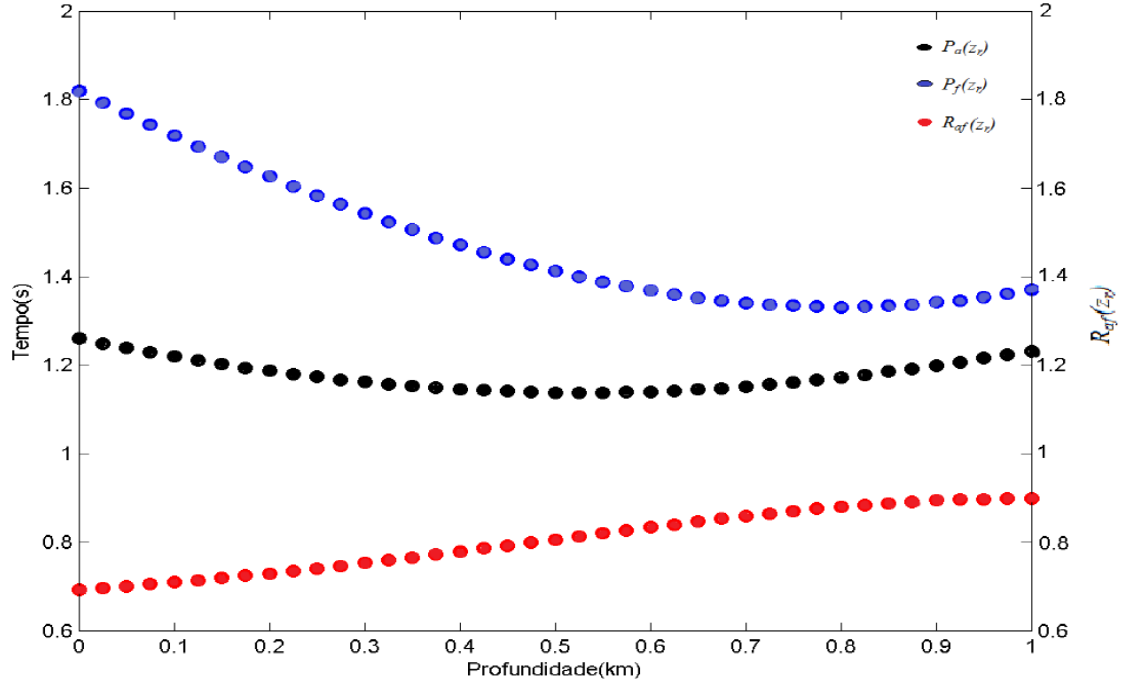


Figura 4.20: Tempos de trânsito calculados, no modelo M_{III} , para o raio sísmico (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), obtidos a partir dos polinômios ajustados P_a e P_f , avaliados nas posições onde há receptores. Em vermelho estão plotadas as razões $R_{af}(z_r)$.

Finalmente temos a Figura 4.24, que faz uma comparação entre os tempos de trânsito do raio curvo obtidos pelo método convencional (t_a) e os tempos corrigidos obtidos utilizando-se tempos fictícios, (t_f), calculados com o auxílio das trajetórias retilíneas. A diferença média alcançada entre os tempos corrigidos e autênticos foi de apenas 6,32 ms com um erro médio relativo de apenas 0,5%, o que tornou o método eficiente no modelo M_{III} .

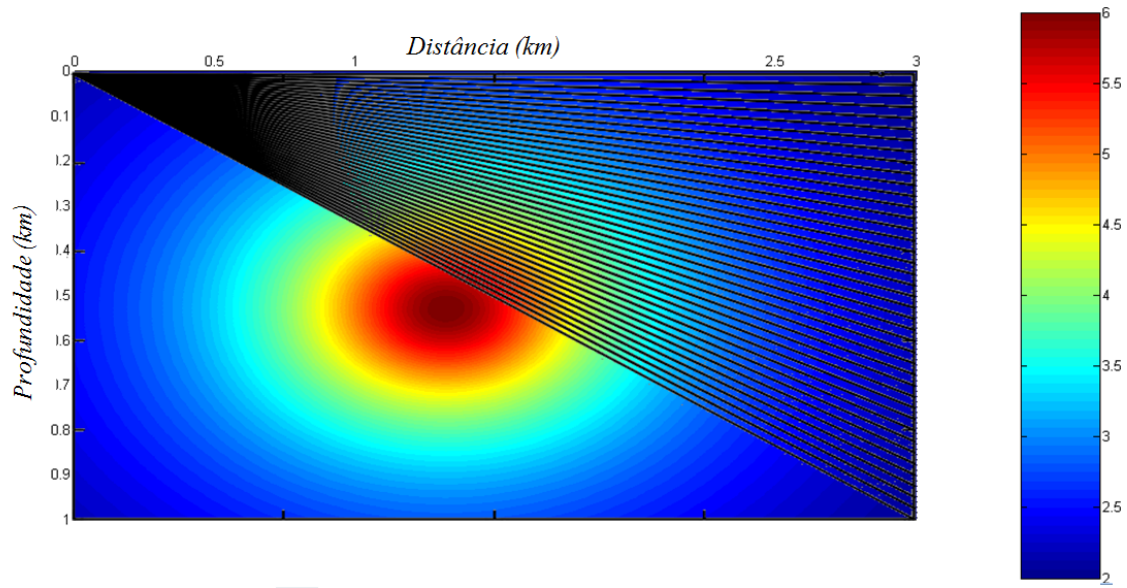


Figura 4.21: Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{III} polinomialmente parametrizado.

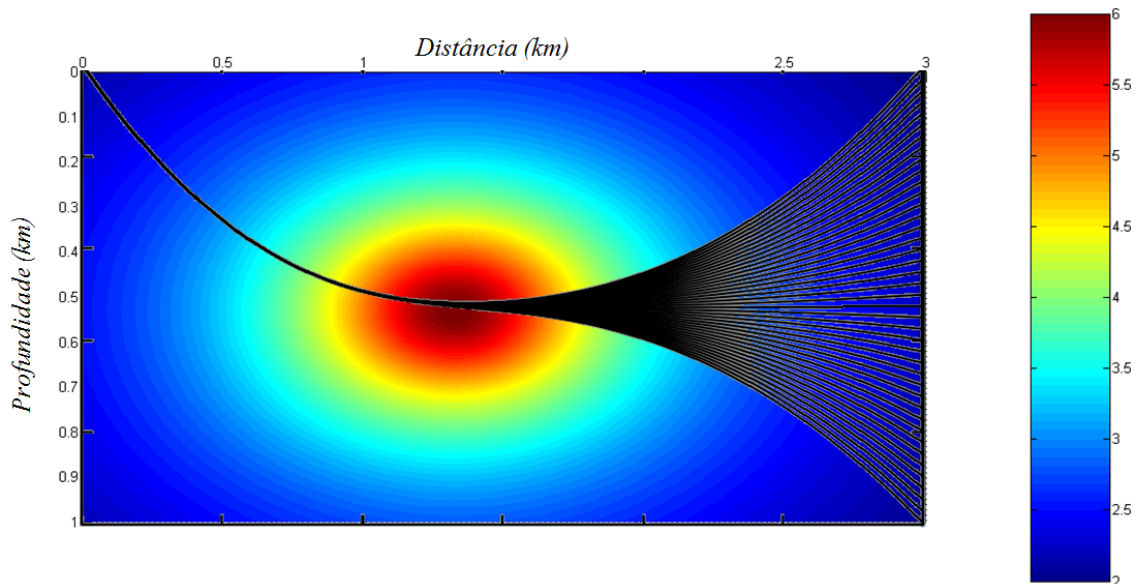


Figura 4.22: Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{III} polinomialmente parametrizado.

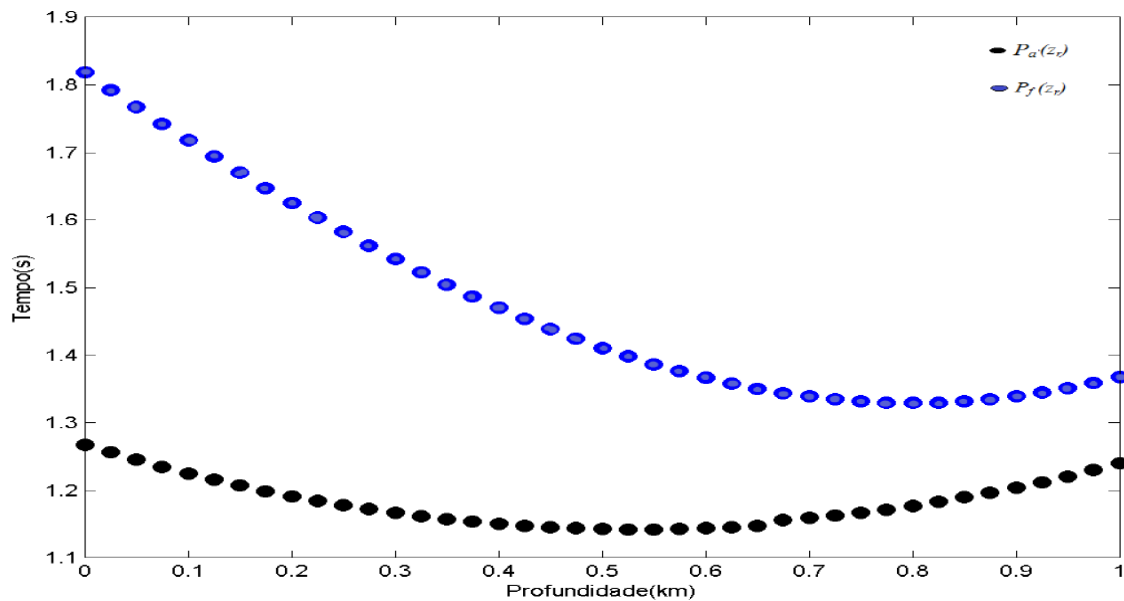


Figura 4.23: Tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis).

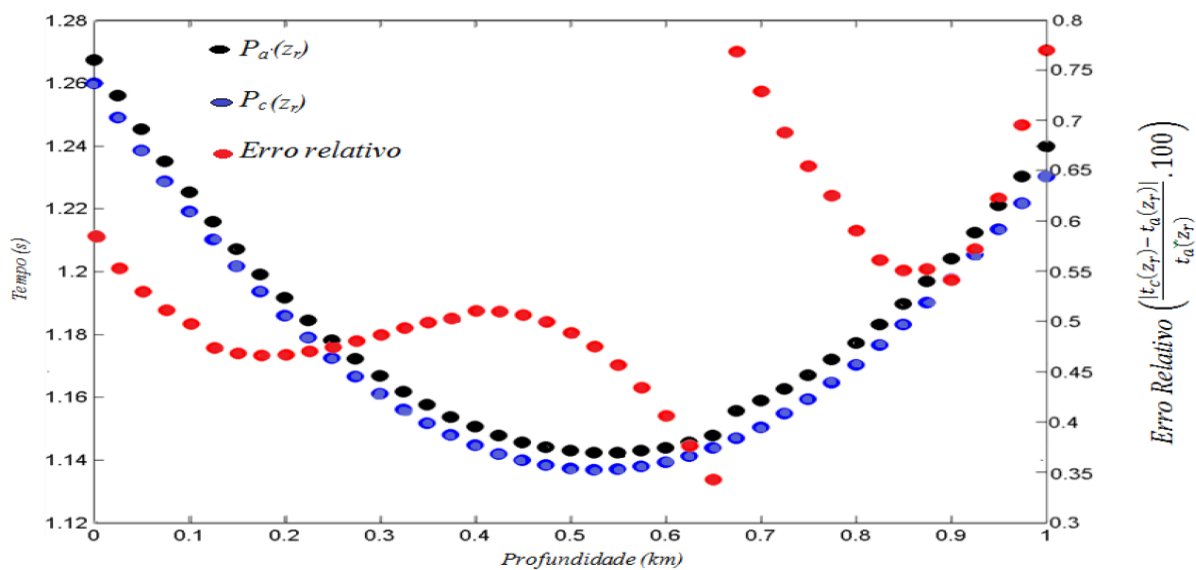


Figura 4.24: Comparação entre tempos de trânsitos relativos à posições de receptores distribuídos ao longo do poço vertical e calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos (pontos pretos) e através da metodologia proposta neste trabalho que utiliza trajetórias retilíneas fictícias de raios (pontos azuis). A diferença entre eles também é ilustrada (pontos vermelhos).

4.4 Modelo M_{IV}

Para o modelo M_{IV} temos que o traçamento de raios obtido para os casos das trajetórias curvas e retas, em que não nos preocupamos em atingir as posições dos receptores, pode ser observado nas Figuras 4.25 e 4.26, respectivamente. O espaçamento utilizado entre os ângulos de saída dos raios foi de 0.01° em ambos os casos, sendo que no caso curvo os ângulos variaram de $47,55^\circ$ a $53,50^\circ$ e no caso reto de 0° a $\arctg(1/3)$, totalizando 596 raios sísmicos e 101 trajetórias retas.

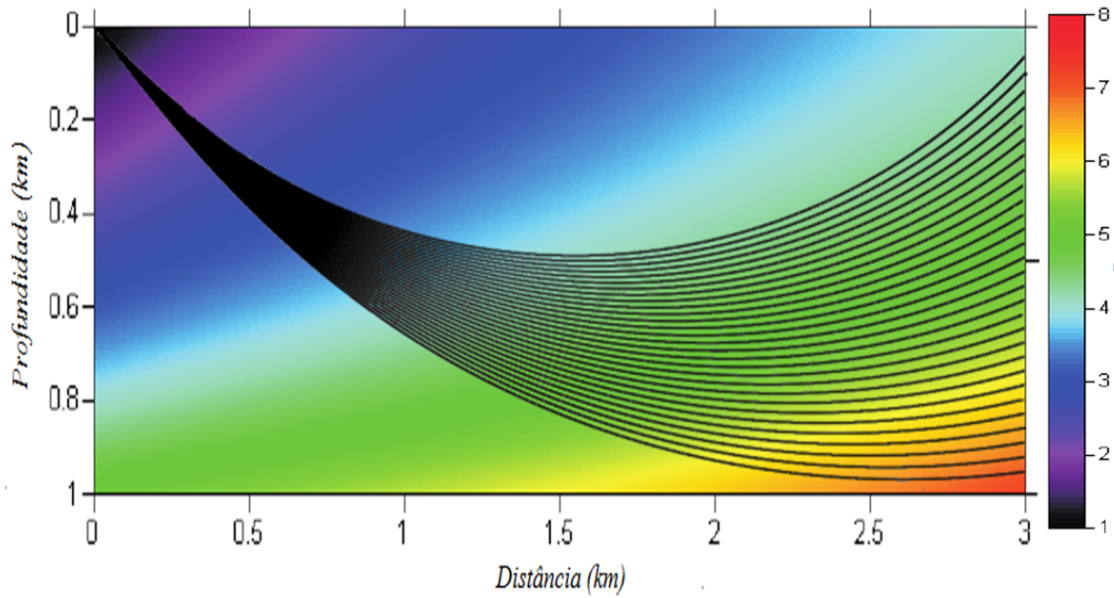


Figura 4.25: Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_{IV} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$

Os tempos de trânsito discretos obtidos e as posições de chegada das trajetórias foram usadas para construir os polinômios ajustados de grau 5, tanto no caso curvo quanto no reto, que estão plotados na Figura 4.27.

Avaliando os polinômios ajustados nas posições onde estão os receptores, obtemos uma estimativa dos tempos de trânsito do raio curvo, dos tempos fictícios das trajetórias retilíneas e da razão entre esses tempos (Figura 4.28). A razão entre os tempos de trânsito dos raios sísmicos e os dos segmentos retilíneos se mantém aproximadamente constante conforme aumenta-se a profundidade, pois o modelo não possui uma variação de velocidade muito acentuada na vertical. O traçamento dos segmentos retilíneos que unem a fonte aos receptores, podem ser observados na Figura 4.29 e os

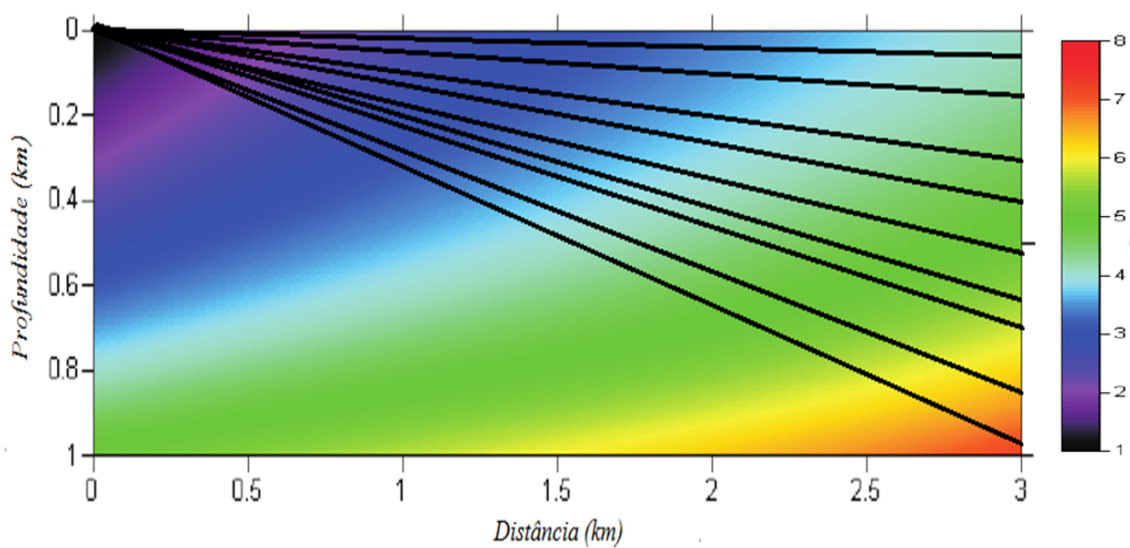


Figura 4.26: Traçamento dos segmentos retilíneos no modelo M_{IV} sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)$ km

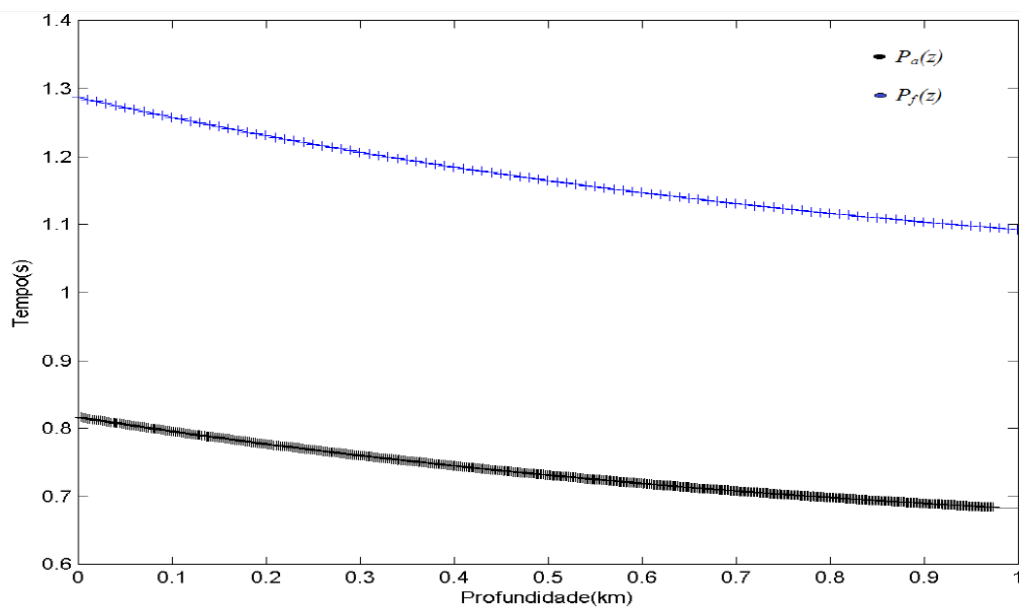


Figura 4.27: Polinômios obtidos no caso M_{IV} , através do ajuste dos tempos em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em azul). Em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.

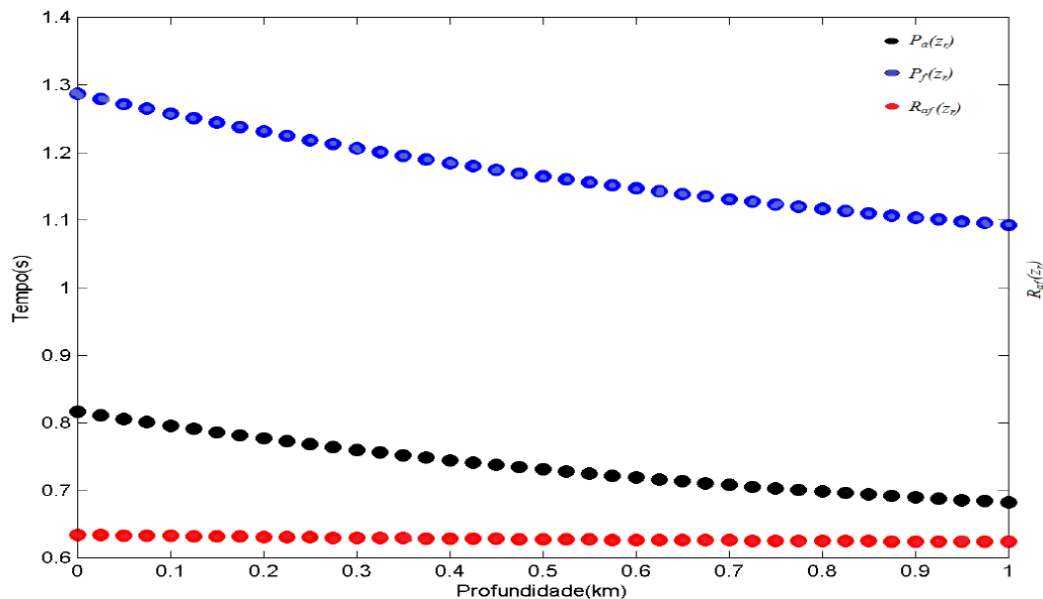


Figura 4.28: Tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados, para o raio curvo (pontos pretos) e para os segmentos retilíneos (pontos azuis), nas posições onde há receptores. E em vermelho temos a razão $R_{af} = \frac{P_a(z)}{P_f(z)}$ em cada receptor.

raios sísmicos que conseguiram atingir as posições dos receptores pode ser observados na Figura 4.30. Em ambos os casos, calculamos também, o tempo de trânsito pelo método convencional nas trajetórias (Figura 4.31).

Finalmente temos a Figura 4.32, que faz uma comparação entre os tempos de trânsito do raio curvo obtidos pelo método convencional e os tempos obtidos utilizando tempos fictícios calculados sobre as trajetórias retilíneas. A diferença entre os tempos, novamente foi um pouco maior, chegando a um erro médio relativo de 23,5 % e uma diferença média de 0,18 s.

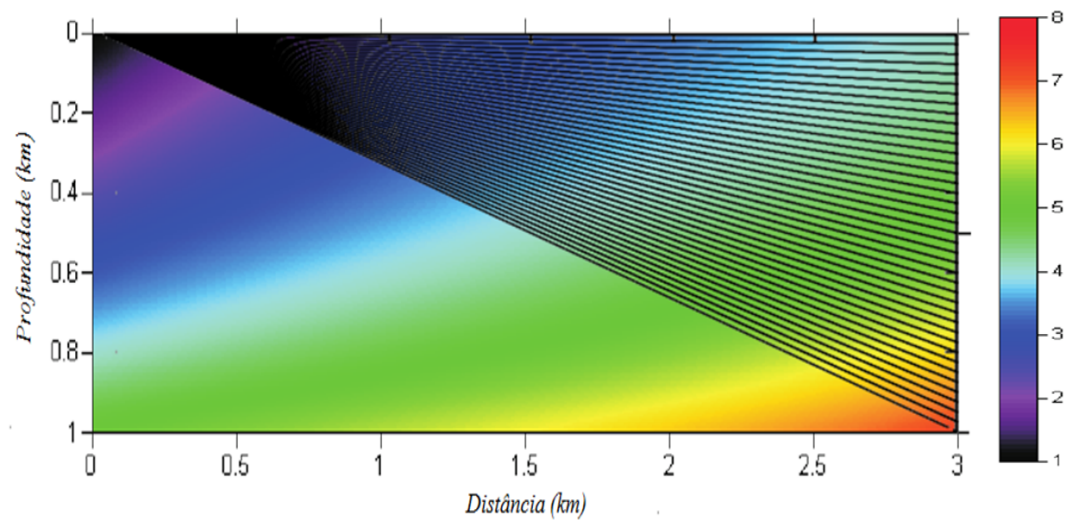


Figura 4.29: Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_{IV} polinomialmente parametrizado.

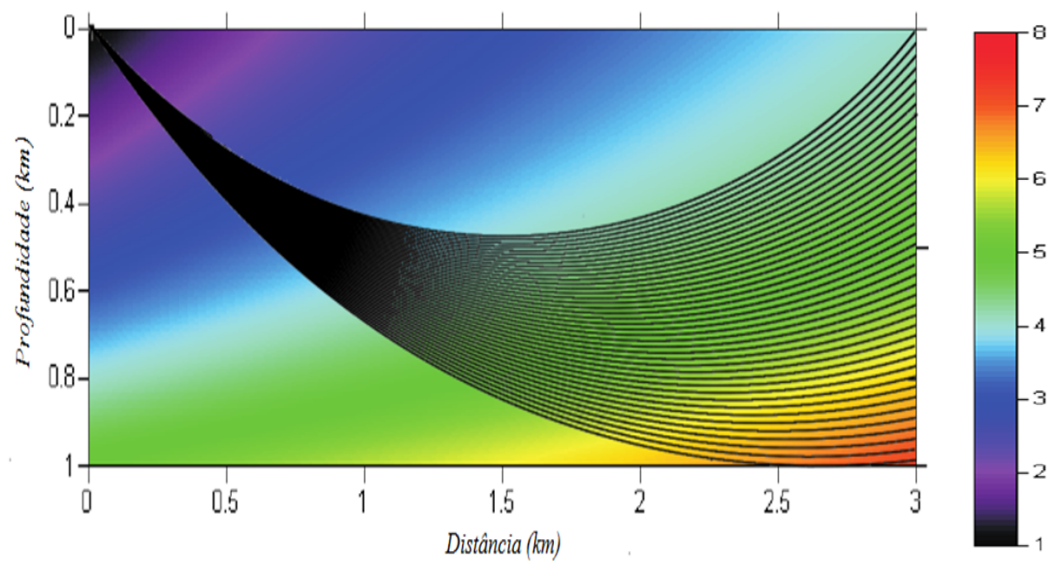


Figura 4.30: Traçamento de raio sísmico no Modelo M_{IV} polinomialmente parametrizado.

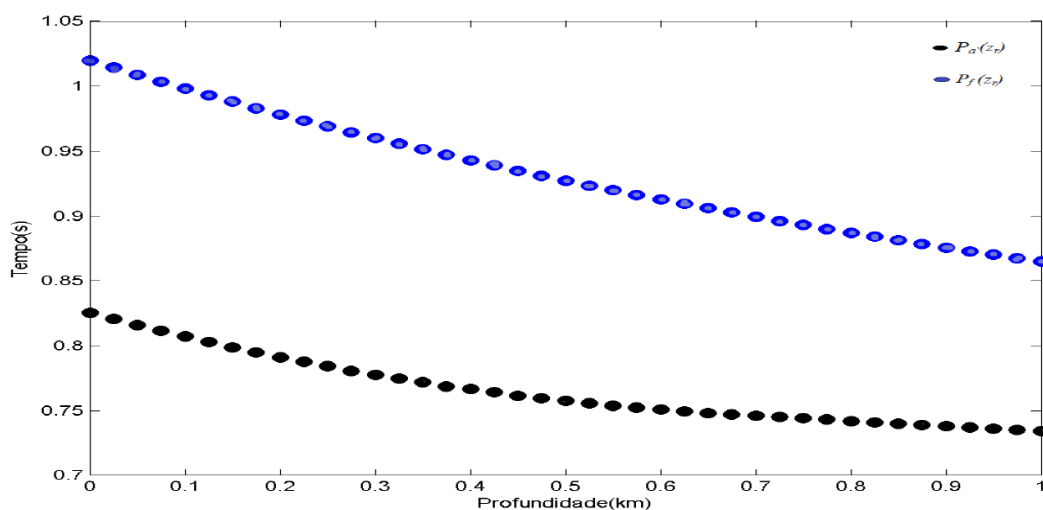


Figura 4.31: Tempos de chegada aos receptores calculados sobre as trajetórias dos raios sísmicos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis), no modelo M_{IV} .

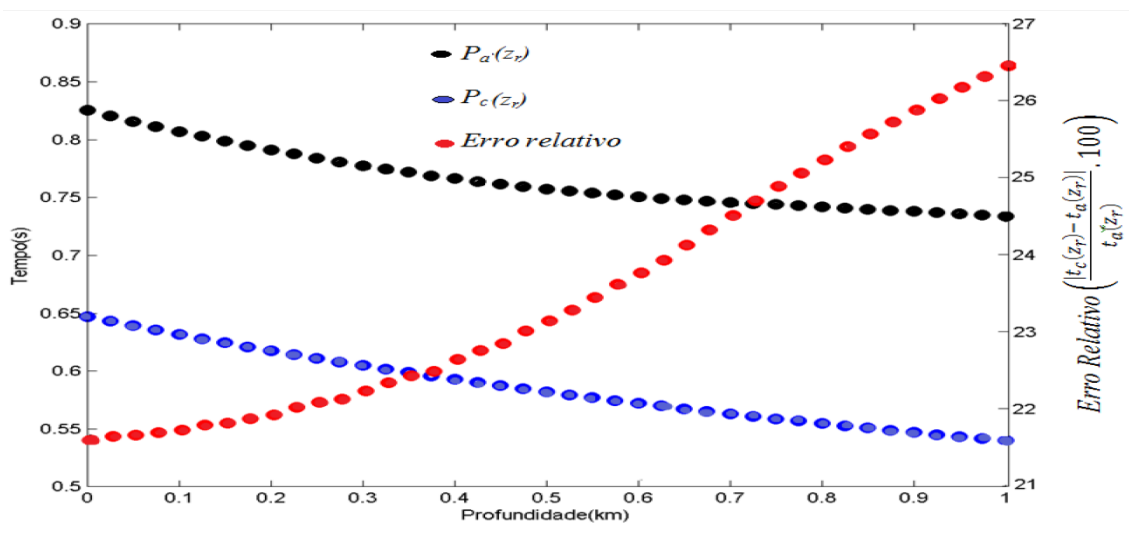


Figura 4.32: Comparação entre os tempos de trânsito relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos (t_a), calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos e os azuis são os tempos de trânsito corrigidos (t_c) obtidos através da metodologia proposta neste trabalho (uso de trajetórias retilíneas fictícias de raios). A diferença entre os tempos são mostradas nos pontos em vermelho.

4.5 Modelo M_V

O traçamento dos raios sísmicos no modelo M_V , na etapa em que não houve a preocupação com que eles atingissem os receptores posicionados no poço pode ser observado na Figura 4.33. O intervalo angular utilizado foi de $28,50^\circ$ à $38,45^\circ$, com um passo de 0.01° na variação angular saída dos raios, totalizando 995 raios. Para as trajetórias retilíneas repetimos o processo de traçamento, com um intervalo angular de saída dos raios entre 0° a $\arctg(1/3)$, variando de 0.01° , novamente não nos preocupamos em atingir a posição dos receptores (Figura 4.34).

Os valores dos tempos de trânsito e os das posições atingidas pelos raios ao

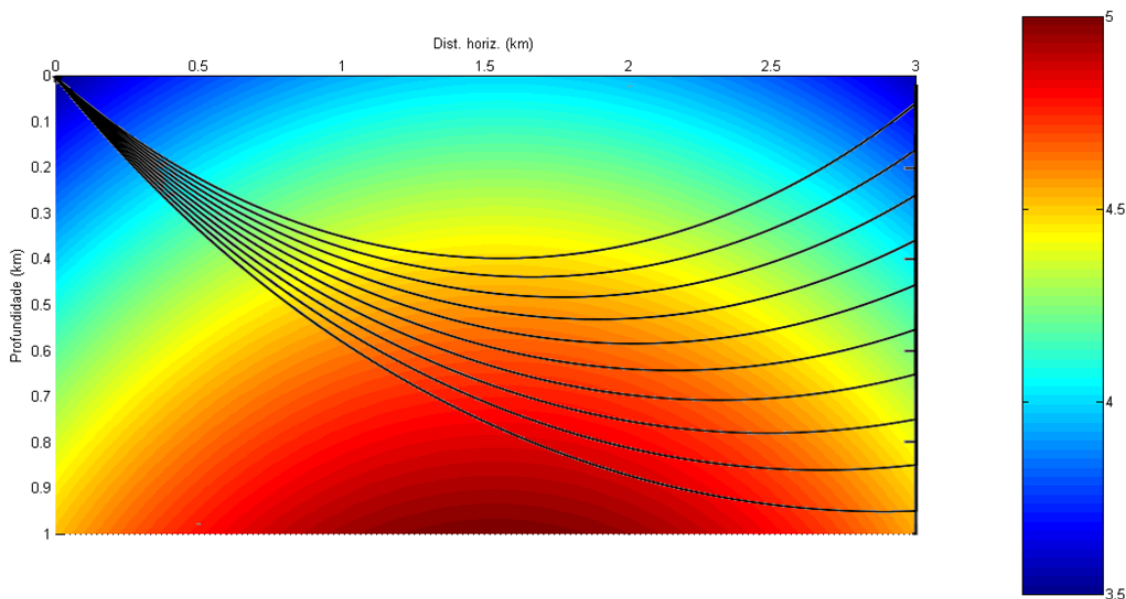


Figura 4.33: Traçamento dos raios sísmicos no modelo M_V sem a preocupação de atingir receptores posicionados num poço vertical com base no ponto $(3, 0; 1, 0)km$

longo do poço, foram usados para obter os polinômios ajustados do raio sísmico e dos segmentos retilíneos (Figura 4.35). Usando os polinômio, calculamos os tempos de trânsito dos raios, caso eles atingissem os receptores, e a razão entre esses tempos (Figura 4.36).

Os segmentos retilíneos conectando a fonte às posições onde há receptores podem ser observados na Figura 4.37, enquanto os raios sísmicos são observados na Figura 4.38. Os tempos de trânsito calculados sobre os raios sísmicos e sobre segmentos retilíneos, assim como a razão entre esses tempos, no caso em que conectamos fonte a receptor, são observados na Figura 4.39.

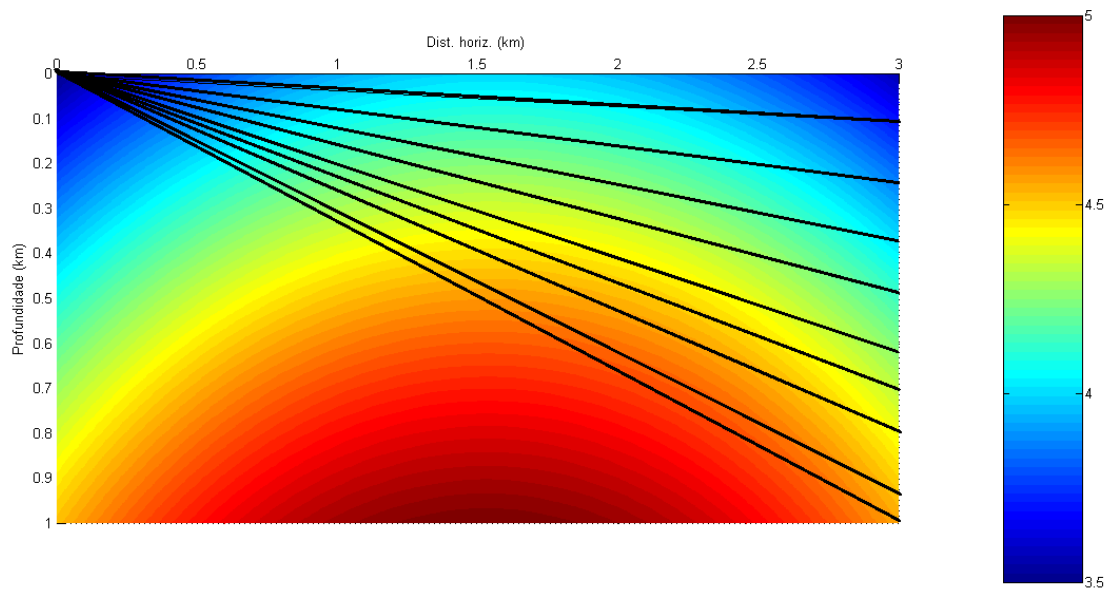


Figura 4.34: Traçamento de segmentos retilíneos no modelo M_V , conectando a fonte à diversas posições ao longo do poço.

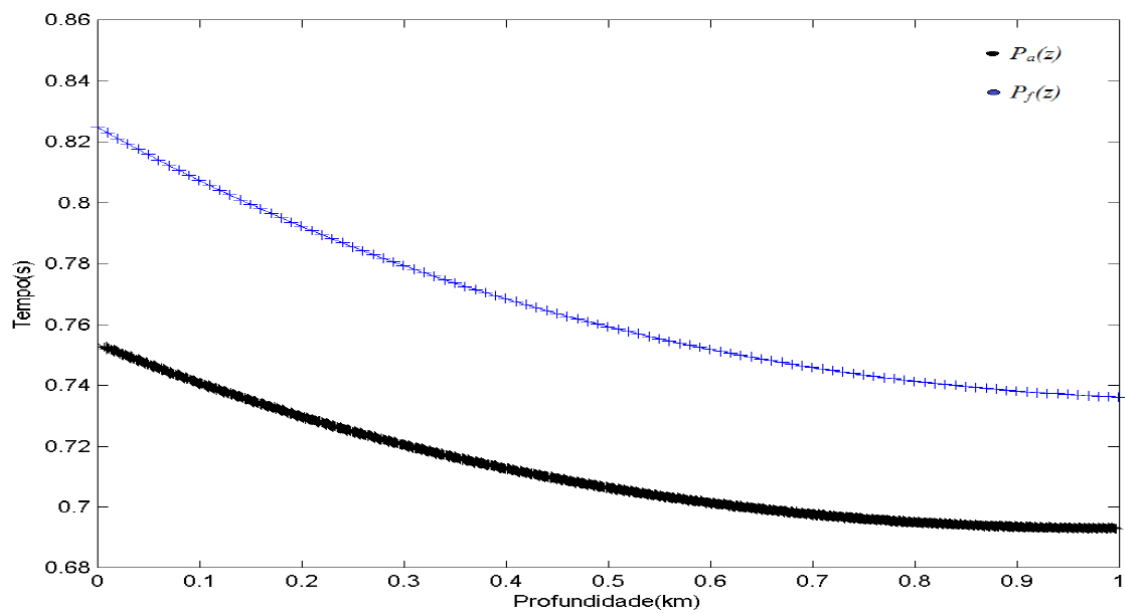


Figura 4.35: Polinômios obtidos através do ajuste dos tempos autênticos em chegadas de raios sísmicos (curva em preto) e tempos fictícios calculados sobre os segmentos retilíneos (curva em azul), em ambos os casos não houve a preocupação de atingir os receptores.

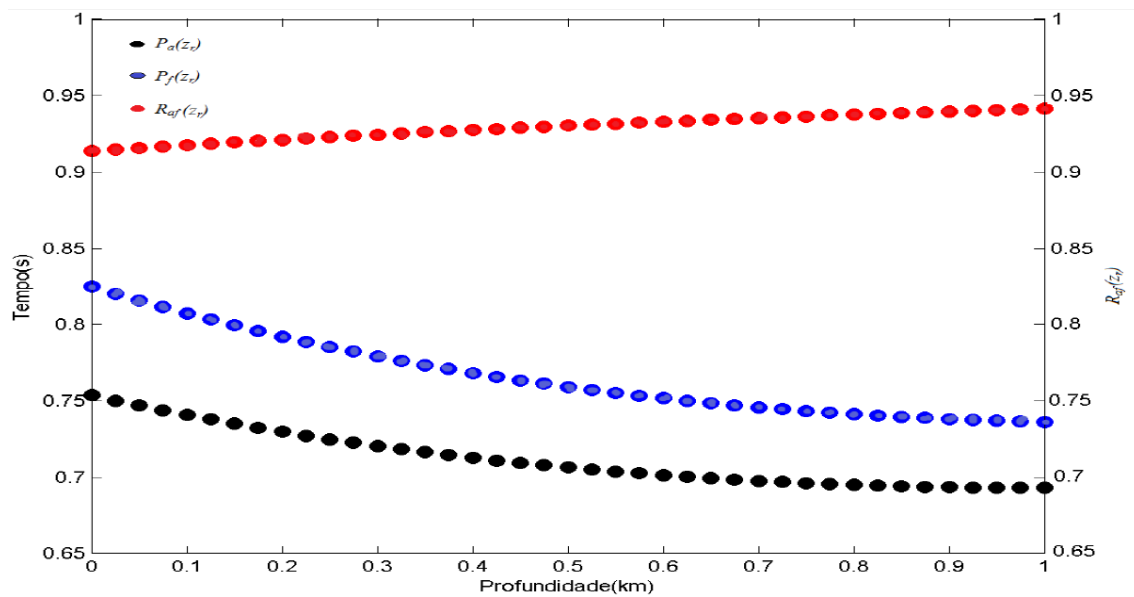


Figura 4.36: Comparação, nas posições onde há receptores, entre os tempos de trânsito calculados, usando os polinômios ajustados. Para os raios curvos $P_a(z_r)$ (pontos pretos), e para os segmentos retilíneos, $P_f(z_r)$ (pontos azuis). E em vermelho temos a razão R_{af} calculada em cada receptor.

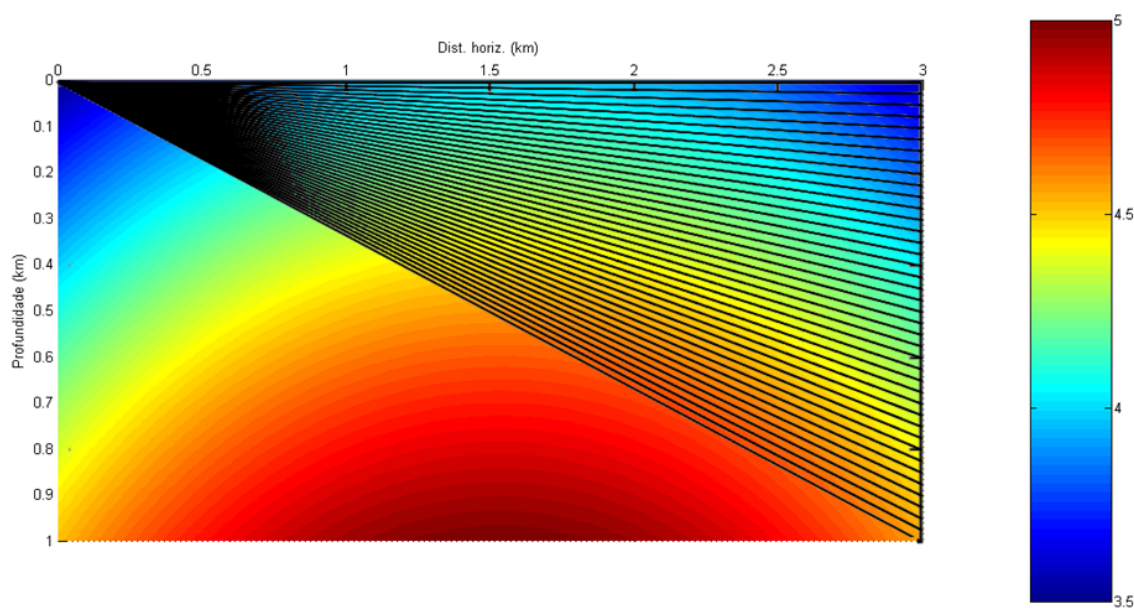


Figura 4.37: Traçamento de segmentos retilíneos no Modelo M_V polinomialmente parametrizado.

A comparação entre os tempos de trânsito dos raios sísmicos obtidos através do processo convencional de traçamento (t_a) e os obtidos usando a metodologia proposta

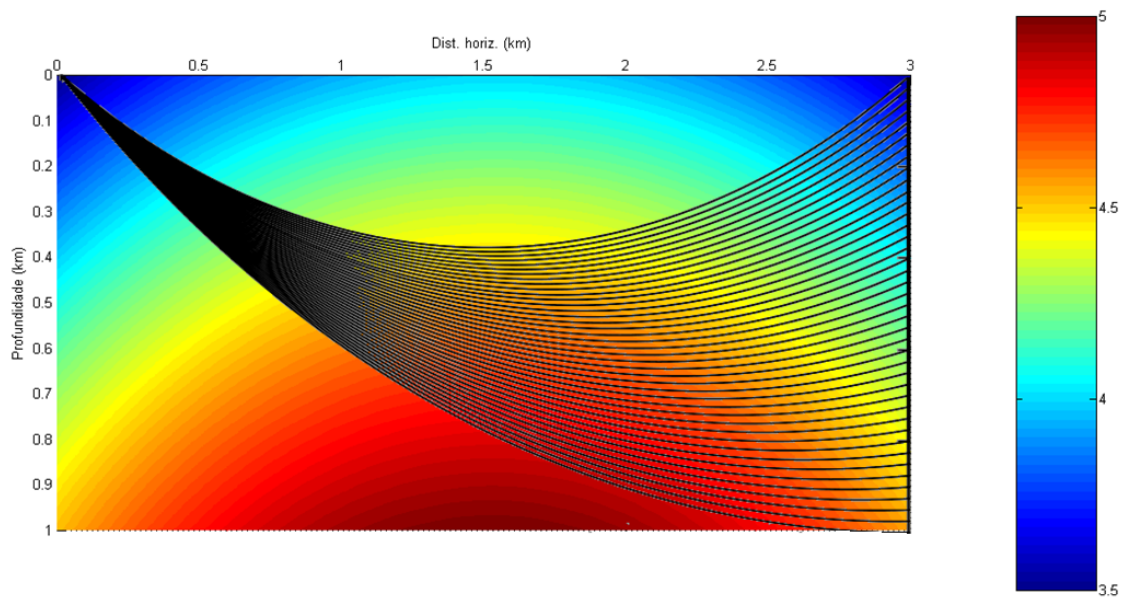


Figura 4.38: Traçamento de raio sísmico no Modelo M_V polinomialmente parametrizado.

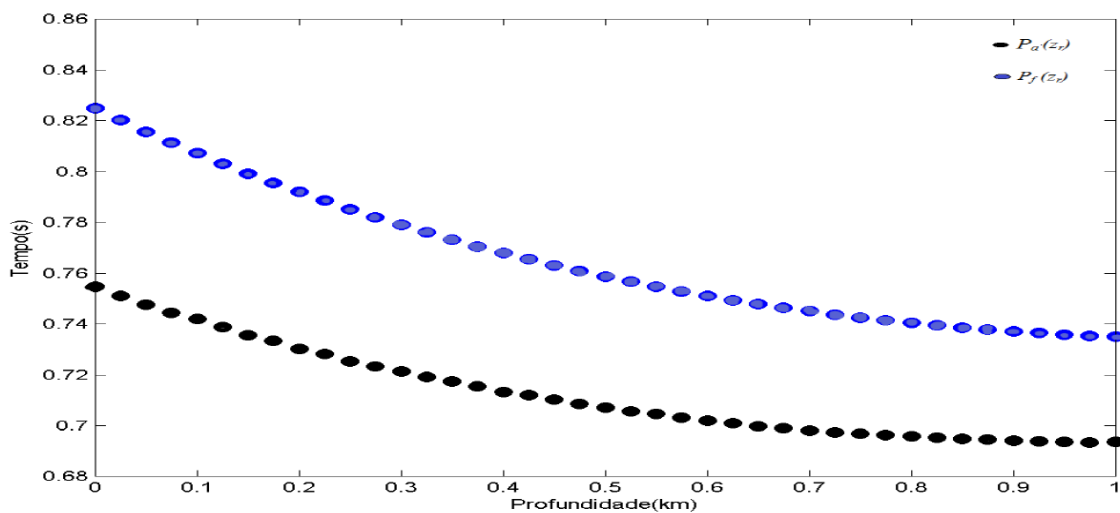


Figura 4.39: Tempos de trânsito das chegadas aos receptores dos raios curvos (pontos pretos) e dos segmentos retilíneos (pontos azuis) no Modelo M_V

no trabalho (t_c) podem ser observados na Figura 4.40. A diferença média entre os tempos de trânsito, foi pequena (cerca de $1,24\text{ ms}$), correspondendo a um erro médio de apenas $0,17\%$, caracterizando o método como eficiente no modelo M_V .

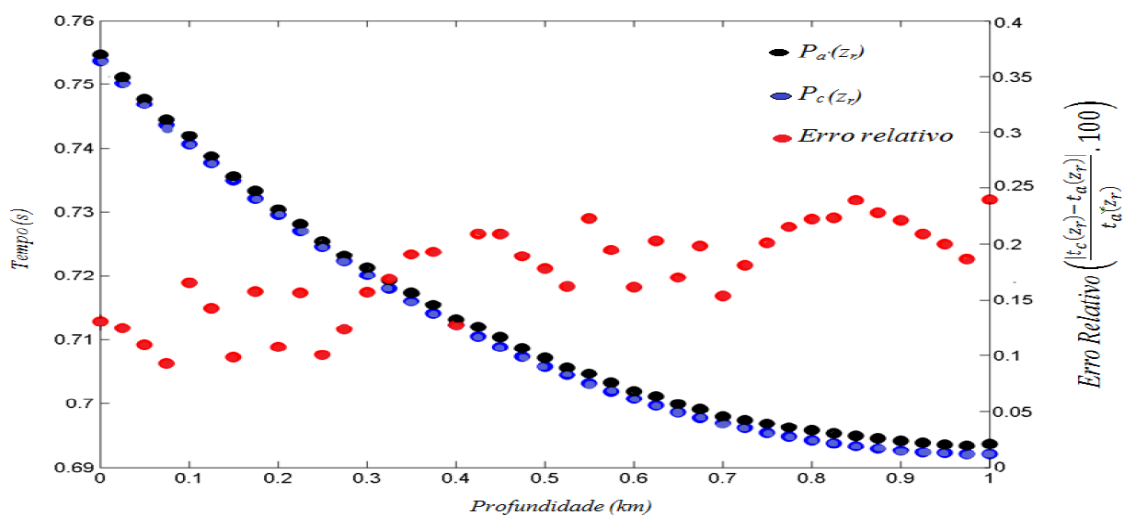


Figura 4.40: Comparação entre os tempos de trânsitos relativos à posição dos receptores distribuídos ao longo do poço vertical. Os pontos pretos representam os tempos autênticos t_a , calculados pelo traçamento convencional de raios sísmicos, os azuis são os tempos de trânsito corrigidos t_c pela metodologia proposta neste trabalho. A diferença entre os tempos são mostrados nos pontos em vermelho.

CAPÍTULO 5

Conclusões

Os resultados do traçamento dos raios sísmicos se mostraram satisfatórios e coerentes, pois obtivemos que os tempos de trânsito em todos os modelos diminuem conforme a profundidade aumenta, concordando com a proposta dos modelos, nos quais a velocidade aumenta com a profundidade.

Em todos os modelos os tempos de trânsito do raio sísmico foram menores do que o dos segmentos retilíneos, ambos percorrendo uma mesma distância, confirmando a teoria de que o caminho percorrido pelo raio sísmico é aquele que faz com que o tempo de trânsito assuma um valor mínimo.

Os Polinômios usados na interpolação dos campos de onda, depende do grau de complexidade do modelo, quanto mais complexo o modelo, maior o grau do polinômio. A função velocidade definida, como a do modelo M_{III} , obteve melhores resultados em relação ao erro entre t_a e t_c .

Os tempos corrigidos, t_c , e os tempos autênticos, t_a , apresentam comportamentos similares em todos os modelos, sendo que os tempos corrigidos possuem valores maiores, exceto no modelo M_I , no qual os tempos autênticos assumiram valores mais altos.

O método que usa tempos de trânsito de segmentos retilíneos para a obtenção de tempos de trânsito do raio sísmico, se mostrou bastante eficiente nos modelos M_I , M_{III} e M_V , nos quais os erros médios relativo apresentaram valores baixos. Porém nos modelos M_{II} e M_{IV} devido às fortes variações laterais, o método não se mostrou tão eficiente. Portanto, pode-se sugerir o uso de tempos corrigidos em Tomografia Sísmica, em substituição aos tempos autênticos, devido aos bons resultados demonstrados no presente trabalho.

Uma clara vantagem no método aqui proposto está no oferecimento de economia de tempo de processamento em tomografia sísmica, pois o problema de conexão de fonte a receptor não precisa ser resolvido. Entretanto, embora a igualdade entre t_a e t_c não seja observada nos casos estudados (na verdade ela não é possível), similaridades em comportamentos e tendências de t_a e t_c podem ser suficientes para assegurar

uma estimativa de parâmetros de modelo satisfatória. Talvez, diferenças a menos de translações ou ampliações e a coerência dos dados calculados não sejam menos importante do que a exatidão desses valores obtidos respeitando-se a teorias vigentes do traçamento de raios. Porém, apenas experimentos numéricos futuros em tomografia poderão oferecer uma resposta conclusiva.

Agradecimentos

Agradeço ao professor Wilson Figueiró por toda a ajuda, paciência e conhecimento que me foi dada, para a realização deste trabalho.

À todos os professores por todo conhecimento que me passaram durante este período da minha vida.

Aos amigos e colegas que consegui conquistar durante o curso

Referências Bibliográficas

ČERVENÝ, V., 1987. Ray Method for Three-Dimensional Seismic Modeling. Petroleum Industry Course, The Norwegian Institute of Technology.

CHAPRA, S.C. & CANALE, R.P., 2002. Numerical Methods for Engineers: with software and programming Applications. McGraw-Hill, 4th edition.

FIGUEIRÓ, W. M & MADARIAGA, R. I., 1999. Three-dimensional two-point paraxial ray-tracing problem in presence of caustics, 6th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, CDROM, Rio 99, Rio de Janeiro.

LIMA, F. M., 2004, Resolução do Problema do Traçamento de Raios em Modelos Sísmicos 2-D usando o Método Paraxial. Universidade Federal da Bahia.

MENKE, W.; 1989. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. International Geophysics Series, Academic Press, Volume 45

SOUZA, A. E. C. M., 2004. Campos de Tempo de Trânsito obtidos por Traçamento de Raios Sísmicos em Campos de Velocidade com Parametrização Polinomial. Universidade Federal da Bahia.

YANG, W., A Basical Study on Two-Point Seismic Ray Tracing. <http://www.ees.nmt.edu/Geop/Classes/GEOP523/Docs/yang.pdf>

APÊNDICE A

Parametrização Polinomial

No presente trabalho, o ajuste polinomial é uma técnica matemática que permite construir um modelo sísmico parametrizado a partir de campos de velocidades sísmicas, dado que consiste deste mesmo campo em sua forma discretizada.

Dentre as vantagens da parametrização polinomial podemos citar a economia computacional e a criação de campos de velocidade suavizados. A velocidade é ajustada a um polinômio através da seguinte equação:

$$v(x, z) = \sum_{i+j=0}^n c_{ij} x^i \cdot z^j \quad (\text{A.1})$$

De uma forma mais sucinta podemos escrever a Eq. A.1 por um sistema linear, tal como:

$$V = C.A, \quad (\text{A.2})$$

sendo: V o vetor das velocidades (obtida em cada nó da discretização), C o vetor do coeficientes do polinômio e A a matriz que contém os termos polinomiais. Deste modo,

$$V^T = (v_{1,1} \quad \cdots \quad v_{1,m} \quad \cdots \quad v_{k,1} \quad \cdots \quad v_{k,m} \quad \cdots \quad v_{n,1} \quad \cdots \quad v_{n,m}), \quad (\text{A.3})$$

$$C^T = (C_{0,0} \quad C_{1,0} \quad C_{0,1} \quad C_{2,0} \quad C_{1,1} \quad C_{0,2} \quad C_{3,0} \quad C_{2,1} \quad C_{1,2} \quad C_{0,3} \cdots C_{0,N}), \quad (\text{A.4})$$

e

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & z_1 & x_1^2 & x_1 z_1 & z_1^2 & x_1^3 & x_1^2 z_1 & x_1 z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_1 & z_m & x_1^2 & x_1 z_m & z_m^2 & x_1^3 & x_1^2 z_m & x_1 z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_k & z_1 & x_k^2 & x_k z_1 & z_1^2 & x_k^3 & x_k^2 z_1 & x_k z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & z_m & x_k^2 & x_k z_m & z_m^2 & x_k^3 & x_k^2 z_m & x_k z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & z_1 & x_n^2 & x_n z_1 & z_1^2 & x_n^3 & x_n^2 z_1 & x_n z_1^2 & z_1^3 & \cdots & z_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & z_m & x_n^2 & x_n z_m & z_m^2 & x_n^3 & x_n^2 z_m & x_n z_m^2 & z_m^3 & \cdots & z_m^N \end{bmatrix}$$

A solução para a Eq. (A.2) é obtida através do Método dos Mínimos Quadrados (Menke, 1989), que fornece os valores dos coeficientes do polinômio, através da fórmula:

$$C = (A^T.A)^{-1}.A^T.V. \quad (\text{A.5})$$

APÊNDICE B

Método da Bissecção

O método da Bissecção é uma aproximação numérica usada quando se deseja encontrar as raízes de $f(x)$ no intervalo $[a, b] \in R$, ele é baseado no Teorema do Valor Intermediário.

De acordo com sua definição, seja $f(x)$ uma função contínua no intervalo $[a, b]$, onde existe uma raíz única. É possível determinar tal raíz subdividindo sucessivas vezes o intervalo que a contém pelo ponto médio entre a e b e a cada passo, localizar qual dos sub-intervalos contém a raíz procurada. Com esse processo podemos reduzir a amplitude do intervalo que contém a raíz até se atingir a precisão requerida.

Além de ser contínua no intervalo $[a, b]$, outra condição a ser satisfeita é que:

$$f(a).f(b) < 0 \quad (\text{B.1})$$

ou seja, $f(a)$ e $f(b)$ devem possuir sinais opostos. Parte-se de $[a, b]$ como intervalo inicial. E faz-se

$$\begin{aligned} a_0 &= a, \\ b_0 &= b. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Toma-se o ponto médio de $[a, b]$, atribuindo-se a x_1 , isto é:

$$x_1 = \frac{(a + b)}{2}. \quad (\text{B.3})$$

Verifica-se então se x_1 é uma aproximação da raíz da função, se verdadeiro, x_1 é a raíz procurada. Caso contrário temos que avaliar em qual sub-intervalo, se em $[a, x_1]$ ou em $[x_1, b]$, se encontra a raíz. Calcula-se então o produto $f(a).f(x_1)$, se

$$f(a).f(x_1) < 0, \quad \rho \in [a, x_1] \quad (\text{B.4})$$

$$f(a).f(x_1) > 0, \quad \rho \in [x_1, b]. \quad (\text{B.5})$$

Sendo ρ a única raíz de $f(x)$ em $[a, b]$. Repete-se então o processo até que um critério de parada seja satisfeito.

ANEXO I

Coeficientes dos Polinômios utilizados no ajuste dos tempos de trânsito

A tabela I mostra os coeficientes dos polinômios usados nos ajustes dos tempos de trânsito.

Modelo	Trajetória	Coeficiente					
		c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
M_I	<i>curva</i>	1,0048	-0,1559	0,2341	-0,2899	-0,2623	-0,0933
	<i>reta</i>	1,1309	-0,3399	0,2973	-0,1459	0,0656	-0,0139
M_{II}	<i>curva</i>	0,7034	-0,2711	0,0819	0,1885	-0,1881	0,0732
	<i>reta</i>	1,2417	-0,1089	0,1273	-2,0039	2,6514	-0,9805
M_{III}	<i>curva</i>	1,2601	-0,4453	0,3828	-0,0162	0,1789	-0,1281
	<i>reta</i>	1,8186	-1,0451	0,3876	0,0141	0,3599	-0,1649
M_{IV}	<i>curva</i>	0,8168	-0,2181	0,1098	-0,0339	0,0105	-0,0028
	<i>reta</i>	1,2873	-0,3080	0,1412	-0,0313	0,0040	-0,0003
M_V	<i>curva</i>	0,7537	-0,1389	0,1042	-0,0384	0,0173	-0,0048
	<i>reta</i>	0,8249	-0,1885	0,1358	-0,0504	0,0180	-0,0036

Tabela I.1: Coeficientes dos polinômios usados no ajuste dos tempos de trânsito das trajetórias dos raios sísmicos e dos segmentos retilíneos