



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

# INVERSÃO LINEARIZADA COM REGULARIZAÇÃO PARA OBTENÇÃO DE VELOCIDADES INTERVALARES

DANIEL CARVALHO ROCHA JUNIOR

SALVADOR – BAHIA

ABRIL – 2013

Inversão linearizada com regularização para obtenção de velocidades  
intervalares

por

DANIEL CARVALHO ROCHA JUNIOR

Orientador: Prof. Dr. Milton José Porsani

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora

Dr. Milton José Porsani - Orientador

Dr. Amin Bassrei

Ms. Michelângelo Gomes da Silva

Data da aprovação: 04/04/2013

Dedico este trabalho aos meus pais,  
Daniel e Ivete.

# RESUMO

A determinação de velocidades intervalares é um persistente problema na análise sísmica, e é criticamente importante para um eficiente imageamento sísmico. O método convencional (Equação de Dix) é uma expressão analítica que permite obter tais velocidades a partir das velocidades de empilhamento de forma fácil e rápida, a partir de certas premissas. Caso o perfil de velocidades de empilhamento (obtido pela análise de velocidades) não se comportar devidamente, a equação de Dix resulta em um perfil de velocidades intervalares com variações bruscas, fazendo com que tal perfil não se assemelhe à algo geológico. Outro detalhe é que as velocidades intervalares corretamente obtidas formam uma estimativa para criação de um modelo de velocidades com interfaces apropriado para migração sísmica, e a inserção de interfaces no campo de velocidades intervalares auxiliaria nesta estimativa.

Este trabalho visa resolver este problema usando uma diferente abordagem, diferente da expressão analítica obtida por Dix, no intuito de se obter melhores resultados. Para isso, serão usados algoritmos de inversão que levam em conta a suavidade e/ou a simplicidade das velocidades intervalares, tornando-as mais realísticas. Modelos invertidos com interfaces serão também obtidos pela incorporação na inversão de informação das prováveis reflexões obtidas através do painel semblance. Uma análise dos resultados, buscando sempre comparar o método convencional (Dix) com os métodos empregados e estes últimos entre si, será feita ao longo do trabalho, usando velocidades de empilhamento e valores do semblance obtidos dentro da análise de velocidade, de dados sintéticos e reais .

# ABSTRACT

The computation of interval velocities is an old and persistent problem in seismic analysis, and it is critically important to an efficient seismic imaging. The conventional method, Dix equation, is an analytical expression which permits to easily and quickly compute interval velocities from stacking velocities under certain assumptions. When stacking velocity function does not behave properly, Dix equation results in abrupt variations on interval velocity function, making the profile unrealistic. Another issue refers to model building: an accurate interval velocity forms an estimate to a stratigraphic velocity model (suitable for seismic migration), and a possible insertion of interfaces in interval velocities would help on this estimation.

This paper aims to solve this problem using an approach different from Dix's, in order to get better results. To achieve this, some inversion algorithms which take smoothness and/or simplicity of interval velocities in account will be used, making them more realistic. Inverted models containing interfaces will be obtained as well, using reflexion location information through semblance panels. A discussion of the results, comparing conventional (Dix) and applied methods and these last among themselves, will be done along this study. Stacking velocities and semblance values from synthetic and real data will be used, obtained during the seismic processing step called velocity analysis.

# ÍNDICE

RESUMO . . . . .	iii
ABSTRACT . . . . .	iv
ÍNDICE . . . . .	v
ÍNDICE DE FIGURAS . . . . .	vii
INTRODUÇÃO . . . . .	1
<b>CAPÍTULO 1 Teoria da Inversão . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1 Problema linear . . . . .	4
1.2 Problema não-linear . . . . .	6
1.3 Resolução do sistema de equações . . . . .	7
<b>CAPÍTULO 2 Regularização . . . . .</b>	<b>9</b>
2.1 Função objetivo do modelo . . . . .	9
2.1.1 Simplicidade do modelo . . . . .	10
2.1.2 Suavidade do modelo . . . . .	11
2.1.3 Descontinuidades no modelo . . . . .	12
2.1.4 Outras formas de se adicionar informação a priori . . . . .	12
2.2 Sistema de equações normais com regularização . . . . .	12
<b>CAPÍTULO 3 Velocidades sísmicas . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1 O experimento sísmico . . . . .	14
3.2 Velocidades sísmicas . . . . .	16
3.3 Relação de RMS (Root Mean Squares) entre velocidade intervalar e de NMO	17
3.4 Espectro de Velocidades . . . . .	18
<b>CAPÍTULO 4 Metodologia . . . . .</b>	<b>21</b>
4.1 Caso linear . . . . .	21
4.2 Caso não-linear . . . . .	23
4.3 Inserindo descontinuidades . . . . .	24
<b>CAPÍTULO 5 Resultados: Dados sintéticos . . . . .</b>	<b>26</b>
5.1 Perfil 1-D . . . . .	26

5.1.1	Modelagem . . . . .	26
5.1.2	Inversão . . . . .	29
5.2	Perfil 2-D . . . . .	32
5.2.1	Modelagem . . . . .	32
5.2.2	Inversão . . . . .	35
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>Resultados: Dados reais . . . . .</b>	<b>41</b>
6.1	Dados reais da Bacia do Tacutu . . . . .	41
6.1.1	Análise de Velocidades . . . . .	43
6.1.2	Inversão . . . . .	45
<b>CAPÍTULO 7</b>	<b>Conclusões . . . . .</b>	<b>51</b>
	<b>Agradecimentos . . . . .</b>	<b>53</b>
	<b>APÊNDICE A Método do conjugado gradiente . . . . .</b>	<b>54</b>
	<b>Referências Bibliográficas . . . . .</b>	<b>58</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

3.1	Experimento sísmico básico e sua geometria. $S$ é a posição da fonte sísmica, $R$ do receptor sísmico. $x$ é o afastamento ( <i>offset</i> ), $h$ é a espessura da camada única, e $V$ sua velocidade sísmica. . . . .	14
3.2	Famílias de tiro (a) e CMP (b), e seus respectivos sismogramas . . . . .	15
3.3	Exemplo de um painel semblance . . . . .	20
5.1	Modelo de velocidades 1D . . . . .	26
5.2	Dado split-spread referente ao modelo 1D (Figura 5.1) . . . . .	27
5.3	Painel de semblance referente ao dado 1D (Figura 5.2) . . . . .	27
5.4	Semblance ao longo do perfil de velocidade interpolado . . . . .	28
5.5	MUSIC ao longo do perfil de velocidade interpolado . . . . .	28
5.6	Resultado da inversão linear . . . . .	29
5.7	Resultado da inversão não-linear . . . . .	29
5.8	Resultados para diferentes parâmetros de regularização . . . . .	30
5.9	Resultado da inversão linear . . . . .	31
5.10	Resultado da inversão não-linear . . . . .	31
5.11	Modelo de velocidades 2D . . . . .	32
5.12	Algumas famílias CMP do dado sintético 2D e seus respectivos painéis semblance	33
5.13	Seção empilhada em tempo dos dados sintéticos . . . . .	34
5.14	Campo de velocidades RMS, em tempo . . . . .	35
5.15	Valores do <i>semblance</i> variando com o CMP . . . . .	36
5.16	Valores do MUSIC, em todos os CMP's. A escala de cores da figura foi truncada no vermelho para todos os valores maiores que 8 referentes ao MUSIC	36
5.17	Modelo de velocidades real, em tempo e reduzido a área de interesse . . . . .	37
5.18	Campo de velocidades obtido por Dix, em tempo . . . . .	38
5.19	Campo de velocidades invertido, em tempo . . . . .	38
5.20	Comparação entre perfis de velocidades real e invertido, no CMP de número 510 . . . . .	39
5.21	Modelo de velocidades real, em profundidade e reduzido a área de interesse .	40
5.22	Campo de velocidades invertido, em profundidade . . . . .	40
6.1	Dois exemplos de família de tiro do dado real. Tiros n° 80 e 170 . . . . .	42
6.2	Exemplos de família CMP do dado real. CMP's n° 1297 a 1303 . . . . .	42
6.4	Campo de velocidades RMS, em tempo . . . . .	43

6.3	Algumas famílias de <i>supergather</i> do dado real e seus respectivos painéis semblance: (a) <i>Supergathers</i> dos CMP's 207 a 257, (b) 757 a 807, (c) 1257 a 1307, (d) 1507 a 1557. . . . .	44
6.5	Seção empilhada em tempo do dado real . . . . .	45
6.6	Campo de velocidades intervalares por Dix, em tempo . . . . .	46
6.7	Campo de velocidades intervalares pela inversão regularizada, em tempo . . . . .	46
6.8	Refletores picados manualmente para posterior inversão do modelo com interfaces . . . . .	47
6.9	Campo de velocidades RMS, em tempo, suavizado lateralmente . . . . .	48
6.10	Modelo invertido de velocidades, com interfaces, em tempo . . . . .	48
6.11	Perfil de velocidade referente à Figura 6.10 na posição $x=15\text{km}$ . . . . .	49
6.12	Modelo invertido de velocidades, com interfaces, em profundidade . . . . .	50
A.1	Função objetivo de um sistema linear. Note sua forma de parabolóide e sua projeção num espaço das incógnitas bidimensional. Cada direção $\mathbf{v}^{(k)}$ forma uma seção contendo uma parábola, e em cada iteração o mínimo desta parábola é buscado. . . . .	56

# INTRODUÇÃO

A indústria do petróleo visa, através do método sísmico, o imageamento de estruturas em subsuperfície afim de se obter informação sobre feições estratigráficas e estruturas geológicas. O devido mapeamento dos dados sísmicos em suas respectivas posições requer a determinação da velocidade de propagação das ondas sísmicas em cada posição em subsuperfície. A obtenção deste campo de velocidades tem sido constantemente pesquisada no meio geofísico há vários anos, e é parte crucial de técnicas como tomografia sísmica, migração sísmica, inversão completa da forma da onda (full waveform inversion), dentre outras.

Este trabalho, portanto, consiste-se em oferecer uma ferramenta de tratamento deste problema de determinação de campos de velocidades. Na falta de outros dados geofísicos, o campo de velocidades é geralmente estimado pelo próprio dado sísmico através de uma etapa do processamento sísmico chamada de análise de velocidades. Porém, há uma certa distinção entre velocidades oriundas desta análise, chamada de velocidade de empilhamento, e a velocidade que mais se aproxima da realidade. Tratando a velocidade de empilhamento, a qual é conhecida após a análise de velocidade, como dado observado, e a velocidade desejada como modelo a ser obtido, estabelece-se assim um problema inverso.

A solução para este problema inverso é convencionalmente obtida pela fórmula de Dix, a qual fornece a velocidade intervalar a partir da velocidade de empilhamento, supondo que existe uma relação de média quadrática (Root Mean Square) entre essas medidas. Porém, essa solução só é a real em casos ideais, assumindo que a subsuperfície é formada por camadas homogêneas sem mergulho, e que o dado (velocidade de empilhamento) é livre de ruído. Quando estas premissas são inválidas, o perfil de velocidades intervalares se distancia do perfil real. Uma grave consequência disso é o surgimento de variações bruscas e anômalas no campo de velocidades.

Propõe-se portanto, tratar o referido problema na forma de uma inversão linearizada e regularizada. A regularização permite adicionar informação a priori na inversão. A informação a priori que se tem é de que estas variações anômalas geradas pelo método convencional são bem improváveis, e portanto, o modelo a ser obtido pelo processo tem que ser suficientemente suave.

Outra informação a priori que pode ser inserida é a localização das interfaces no modelo a ser obtido. Técnicas como migração sísmica e a própria modelagem sísmica requerem um campo de velocidades de certa forma estratificado, afim de que ocorram reflexões através da

simulação da propagação das ondas sísmicas. A obtenção de um modelo de velocidades intervalares com interfaces é fundamental para se estimar um modelo de velocidades apropriado para migração ou modelagem.

O trabalho está organizado de tal forma para que o leitor, por ordem cronológica, identifique: aspectos teóricos inerentes ao método de inversão empregado, o problema da determinação do campo de velocidades, resultados obtidos em casos ideais (dados sintéticos) e reais, e discussões e recomendações a futuros trabalhos.

# CAPÍTULO 1

## Teoria da Inversão

Inversão é toda técnica matemática com intuito de reduzir um conjunto de dados observados em informação prática a respeito de um meio físico. Tal informação do meio físico é chamada comumente de modelo, sendo o conjunto de parâmetros de entrada na operação conhecida pelas leis físicas (modelagem direta), e esta operação resulta numa estimativa do dado observado. A operação inversa, a qual não é trivialmente conhecida pelas leis físicas, se faz necessária para se obter a informação útil do sistema físico (Menke, 1989).

Esta busca por informação útil de um meio físico está constantemente presente na geofísica, a qual realiza diversas observações em superfície com intuito de se obter parâmetros físicos em subsuperfície (ou observações num poço com intuito de se obter informações das rochas ao redor). A inversão também é aplicada com dados geofísicos no intuito de se obter outra informação mais relevante ou mais adequada para uma certa etapa do processamento ou interpretação, como é o caso da obtenção das velocidades intervalares a partir das velocidades de empilhamento.

Um conjunto de dados geofísicos gerados a partir de parâmetros referentes a um modelo pode ser escrito como:

$$\mathcal{F}_j[m_j] = d_j + n_j \quad j = 1, \dots, N, \quad (1.1)$$

onde  $\mathcal{F}$  é o operador de modelagem direta, o qual incorpora as leis físicas e parâmetros do experimento geofísico,  $m_j$  representa a distribuição de propriedades físicas de interesse, e o lado direito da equação representa o dado observado, o qual é o dado efetivamente determinado pelo operado direto ( $d_j$ ) somado a um ruído ( $n_j$ ) inerente à experimentação geofísica (Oldenburg e Li, 2005).

A inversão portanto se caracteriza como o processo inverso da Equação 1.1, tendo como intuito a aplicação de processos numéricos para se obter o modelo. Na prática, a presença de ruído nos dados e limitações do próprio processo de inversão levam a somente uma estimativa do modelo real. O quão próximo o modelo estimado estará do real depende do tipo de problema, seu tratamento pela inversão e do nível de ruído.

A formulação do problema é essencial antes de se aplicar um determinado método de

inversão. Isto significa parametrizar os dados (ou seja, coletá-los utilizando uma taxa de amostragem) e o modelo a ser obtido; e estabelecer a operação direta. A partir daí, pode-se classificar o tipo de inversão a ser aplicada pela natureza desta operação, se linear ou não linear. Tal dualidade é uma das mais usadas no âmbito geofísico para saber que tratamento dar ao problema.

## 1.1 Problema linear

Quando a modelagem direta é feita através de uma operação linear, ou seja, os dados observados são uma combinação linear dos parâmetros do modelo, a relação expressa na equação 1.1 pode ser representada e solucionada através de um sistema de equações lineares:

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d}, \quad (1.2)$$

sendo

$$\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_N]^T, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_M]^T, \quad (1.4)$$

onde a matriz  $\mathbf{G}_{M \times N}$  é uma transformação linear sobre  $\mathbf{m}$  resultando em  $\mathbf{d}$ . Note que o produto  $\mathbf{G}\mathbf{m}$  é análogo ao operador direto  $\mathcal{F}[\mathbf{m}]$ . A matriz  $\mathbf{G}$  pode também ser chamada de função de Green, devido a uma analogia com o caso contínuo explicada por Richardson e Zandt (2009).

O número de elementos do vetor dado e do vetor modelo serão representados respectivamente pelas letras  $M$  e  $N$  ao longo do trabalho. A relação entre esses dois números determinará o tipo de sistema de equações (determinado, sobredeterminado ou subdeterminado).

Conhecidos  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{G}$ , pode se obter os parâmetros do modelo

$$\mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{d}, \quad (1.5)$$

caso a matriz  $\mathbf{G}_{M \times N}$

- i) seja quadrada, ou seja, o número de parâmetros do modelo se iguala ao número de dados observados ( $N = M$ );

ii) possua posto completo, ou seja, todas as equações do sistema linear proposto são linearmente independentes;

e conseqüentemente, seja não singular, admitindo inversa. Para problemas reais geofísicos, em que o número de equações é grande, e  $N$  não coincide com  $M$ , tal operação de inversão torna-se inviável de ser implementada (Sneider e Trampert, 2005).

O problema geofísico geralmente apresenta número de equações maior do que de incógnitas, e contém certo ruído, fazendo com que sua solução nunca seja precisamente exata. Métodos de otimização que têm como objetivo achar uma solução com mínimo de erro (diferença entre o dado obtido pela inversão e dado observado) são os mais usados para esses problemas, além do fato de não demandarem  $\mathbf{G}^{-1}$ . Este erro é representado por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m}. \quad (1.6)$$

### Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados é um dos métodos de otimização e é o mais usado, por ser bastante prático e eficiente na maioria dos casos. Como o próprio nome expressa, a função objetivo a ser minimizada é a do quadrado do erro, ou seja:

$$\Phi(m) = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = [\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}]^T [\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}]. \quad (1.7)$$

A eficiência do método está intensamente relacionada ao fato de se considerar o erro com uma distribuição gaussiana nesta minimização (Richardson e Zandt, 2009). Além disso, basta-se aplicar o produto escalar no vetor resíduo, o que faz o método ser prático numericamente. Desenvolvendo a função objetivo  $\Phi(m)$ :

$$\Phi(m) = [\mathbf{d}^T - \mathbf{m}^T \mathbf{G}^T] [\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}] = \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{m}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d} + \mathbf{m}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m}, \quad (1.8)$$

o próximo passo fica sendo determinar os parâmetros do modelo que minimizam a função. Minimização da função objetivo é feita determinando-se os pontos em que sua derivada seja zero:

$$\frac{\partial \Phi(m)}{\partial m} = 0 - \mathbf{G}^T \mathbf{d} - \mathbf{G}^T \mathbf{d} + 2\mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m} = 0 \quad (1.9)$$

$$2\mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m} = 2\mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (1.10)$$

Isolando os parâmetros do modelo, obtém-se:

$$\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (1.11)$$

Com esta expressão, é possível resolver problemas completamente determinados; sobre-determinados apresentando solução com erro; e subdeterminados, selecionando uma solução dentre infinitas cujo erro quadrático seja mínimo. A matriz  $[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T$  pré-multiplicada com  $\mathbf{d}$  gera o modelo estimado, o que faz com que esta matriz seja chamada de inversa generalizada (Porsani et al., 2010).

## 1.2 Problema não-linear

A maioria dos problemas geofísicos não são lineares. Isto significa que este tipo de problema não pode ser representado como uma combinação linear entre parâmetros do modelo com o dado observado. Ele é representado por uma função direta qualquer, a qual gera um conjunto de dados a partir de um modelo:

$$\mathbf{d}_{pred} = \mathcal{F}[\mathbf{m}]. \quad (1.12)$$

Métodos de otimização, portanto, são os mais utilizados neste tipo de problema, já que o objetivo é minimizar de alguma forma o resíduo (erro) entre dado predito e dado observado. No contexto de mínimos quadrados (norma  $L_2$ ), a função objetivo é:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}[\mathbf{m}]\|_2 \quad (1.13)$$

### Métodos Iterativos tipo Newton

Métodos iterativos são os mais usados para se resolverem problemas não-lineares. Têm como base a obtenção de uma estimativa do modelo (vetor  $\mathbf{m}$ ) que minimiza a função objetivo, através de uma série de iterações, cada uma incrementando uma correção  $\delta\mathbf{m}$ . Os tipos Newton se baseiam em uma aproximação da função objetivo por uma série de Taylor em cada iteração, partindo-se de um modelo inicial:

$$\Phi(\mathbf{m}^{(n)} + \delta\mathbf{m}) = \Phi(\mathbf{m}^{(n)}) + \mathbf{g}^T \delta\mathbf{m} + \frac{1}{2} \delta\mathbf{m}^T \mathbf{H} \delta\mathbf{m} + \dots, \quad (1.14)$$

em que  $\mathbf{g} = \nabla\Phi(\mathbf{m})$  (gradiente da função objetivo) e  $\mathbf{H} = \nabla\nabla\Phi(\mathbf{m})$  (matriz Hessiana, contendo as derivadas de segunda ordem).

Agora, derivando a Equação 1.14 em relação a  $\delta\mathbf{m}$ , e igualando-a a zero:

$$\mathbf{H}\delta\mathbf{m} = -\mathbf{g}. \quad (1.15)$$

Portanto, os métodos tipos Newton consistem em resolver este último sistema de equações a fim de se obter o incremento no modelo a cada iteração, até chegar-se num ponto de convergência.

Desenvolvendo as expressões do gradiente e da matriz Hessiana (Oldenburg e Li, 2005):

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T[\mathcal{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}], \quad (1.16)$$

$$\mathbf{H} = \nabla\mathbf{J}^T[\mathcal{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}] + \mathbf{J}^T\mathbf{J}, \quad (1.17)$$

onde  $\mathbf{J}$  é chamada de matriz sensibilidade, ou também de matriz Jacobiana, já que contém os termos da primeira derivada da função direta em relação aos parâmetros do modelo ( $J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial m_j}$ ). O primeiro termo da direita da Equação 1.17 contabiliza a mudança na matriz sensibilidade toda vez que o incremento  $\delta\mathbf{m}$  atualiza o modelo, e perde a sua importância quanto mais perto se está do ponto de convergência. Portanto, este termo somente aumenta desnecessariamente o custo da inversão, podendo ser desprezado na maioria dos casos (Tarantola, 2005). Então, o sistema a ser resolvido em cada iteração passa a ser:

$$\mathbf{J}^T\mathbf{J}\delta\mathbf{m} = \mathbf{J}^T\delta\mathbf{d}. \quad (1.18)$$

### 1.3 Resolução do sistema de equações

Em ambos os casos (linear e não-linear), os sistemas de equações:

$$\mathbf{G}^T\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{G}^T\mathbf{d} \quad \text{ou} \quad \mathbf{J}^T\mathbf{J}\delta\mathbf{m} = \mathbf{J}^T\delta\mathbf{d}, \quad (1.19)$$

precisam ser resolvidos por algum método para se obter  $\mathbf{m}$  ou  $\delta\mathbf{m}$ . Reescrevendo a Equação 1.19 em termos mais gerais:

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{h} = \mathbf{X}^T\mathbf{y}, \quad (1.20)$$

pode-se ver que a inversão direta de  $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$  é viável quando esta não é muito grande. Uma solução mais abrangente que lida com matrizes com muitos elementos (ordem de grandeza

$10^2$  ou mais) é obtida por métodos de busca de mínimos globais, tais como método gradiente e gradiente conjugado; ou ainda métodos de decomposição de matrizes (SVD, Cholesky, QR, etc) (Ake, 1996).

### **Método do Gradiente Conjugado**

Neste trabalho, foi utilizado o método do gradiente conjugado, o qual é amplamente usado na geofísica no intuito de resolver grandes sistemas de equações. Ele é considerado uma versão otimizada do método gradiente, convergindo mais rapidamente à solução. Geralmente, o método converge ao redor de  $N$  iterações, sendo  $N$  a ordem da matriz no sistema. Ao invés de procurar soluções simplesmente nas direções gradientes da iteração corrente, o método GC (forma abreviada) busca a solução em um subespaço que contém o gradiente da iteração corrente e das iterações anteriores (VanDecar e Snieder, 1994).

No apêndice estão demonstrados os algoritmos e equações pertinentes ao método.

## CAPÍTULO 2

# Regularização

Os métodos de inversão abordados até o momento têm como única entrada o conjunto dos dados observados, na maioria das vezes com ruído que faz com que os dados não sejam precisamente confiáveis. Isto se reflete na desestabilização da inversão na presença de leve ruído no dado, gerando um modelo errôneo. Além disso, na resolução de problemas não completamente determinados ( $N \neq M$ ), há inúmeras candidatas à solução do problema de inversão, obrigando com que outros aspectos do problema discriminem estas soluções. Este tipo de problema, numa linguagem mais técnica, é chamado de problema mal-posto, sendo muito comum na geofísica (Ellis e Oldenburg, 1994).

Para resolução de tais problemas, é recomendável que informação a priori a respeito do modelo a ser invertido seja incorporada a inversão. A inserção de outros parâmetros na inversão que levem em conta certas características do modelo, não somente o dado em si, mas:

- A simplicidade e a suavidade do modelo, propriedades que se assemelham à geologia majoritariamente estratificada da Terra;
- Inserção de descontinuidades, aonde se conhece que há interfaces;
- Máximos e mínimos valores que o modelo pode assumir em determinadas posições;
- Informação de outros dados geofísicos;
- Estimativa do modelo através do conhecimento geológico do local.

dentre outros elementos, se faz necessária nesses problemas mal-postos, resultando em melhores resultados. Essa técnica, geralmente caracterizada por novos parâmetros na inversão, é chamada de regularização.

### 2.1 Função objetivo do modelo

Regularização no contexto do método dos mínimos quadrados é baseada primariamente no trabalho de Tikhonov e Arsenin (1977) e Marquardt (1970). Posteriormente vários autores

adaptaram a regularização a problemas específicos, e a adaptação para geofísica usada neste trabalho é baseada em Oldenburg e Li (2005).

Do capítulo anterior, tem-se que a função objetivo para uma inversão não regularizada é apenas baseada no resíduo entre dado predito e observado:

$$\Phi_d = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}[\mathbf{m}]\|_2. \quad (2.1)$$

A regularização, portanto, consiste em adicionar mais um termo referente ao modelo a esta função objetivo do dado, formando o que agora se chama de função objetivo total:

$$\Phi = \Phi_d + \lambda\Phi_m, \quad (2.2)$$

em que  $\lambda$  é chamado de parâmetro de regularização, o qual balanceia a importância da função objetivo do modelo frente à do dado (Golub, Hansen e Dianne, 1999).

A função objetivo do modelo, ou norma do modelo, pode ter alguns termos dependendo do tipo de regularização a ser feita.

### 2.1.1 Simplicidade do modelo

Em inversão de dados, inúmeras soluções que não são geologicamente plausíveis podem surgir a partir de um conjunto de dados, mesmo com dados relativamente livres de ruído. Isto ocorre pois no método de inversão não regularizada busca-se modelos que satisfaçam os dados, independentemente da possibilidade de existência física destes modelos. A geologia fornece dicas de modelos plausíveis: modelos simples, regulares, com variações abruptas somente onde há estruturas como interfaces, falhas, etc.

Analisando o aspecto da simplicidade não só na geofísica mais num âmbito mais geral, modelos simples são mais plausíveis em problemas inversos em outras ciências, como computação neural, por exemplo (Chen e Haykin, 2002). Este fato pode ser relacionado de certa forma ao princípio da Navalha de Occam, o qual expressa que na maioria dos problemas a explicação mais simples é a mais provável (Sheriff, 2002).

Portanto, o termo referente a simplicidade na norma do modelo é (no caso contínuo e unidimensional):

$$\Phi_m(m) = \alpha_s \int (m)^2 dx, \quad (2.3)$$

em que  $\alpha_s$  é um coeficiente que balanceia a simplicidade frente a outros termos desta função objetivo.

Quando somente este termo é empregado na norma do modelo, devidamente discretizado, tem-se como função objetivo total (no caso linear):

$$\Phi = \|\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_2 + \lambda\|\mathbf{m}\|_2, \quad (2.4)$$

e o sistema a ser resolvido:

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{I})\mathbf{m} = \mathbf{G}^T\mathbf{d}, \quad (2.5)$$

em que  $\lambda$  é o parâmetro de regularização, considerando-o devidamente regularizado pela taxa de amostra do modelo ( $dx$ ) e pelo  $\alpha_s$  conforme Equação 2.3. Este sistema é comumente chamado de métodos dos mínimos quadrados amortecido, e juntamente com algum procedimento de escolha do  $\lambda$  é a forma mais simples e conhecida da regularização de Tikhonov (Hansen, 2010).

### 2.1.2 Suavidade do modelo

Por razões análogas à simplicidade, variações bruscas na solução muitas vezes não são plausíveis com a geologia. O operador matemático que caracteriza isto é a derivada, podendo ser de primeira, segunda ou maior ordem, a depender do que se deseja como solução. Por exemplo, o termo de suavidade para derivada primeira na norma do modelo para o caso 1D, contínuo, é:

$$\Phi_m(m) = \alpha_x \int (dm/dx)^2 dx. \quad (2.6)$$

Discretizando-o e aplicando na inversão (caso linear):

$$(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda\mathbf{D}_x^T\mathbf{D}_x)\mathbf{m} = \mathbf{G}^T\mathbf{d}, \quad (2.7)$$

em que:

$$\mathbf{D}_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

### 2.1.3 Descontinuidades no modelo

Quando se conhece que há um certo número de interfaces no modelo em pontos específicos, pode-se requerer na inversão um modelo descontínuo, em forma de "degrau". Isto pode ser feito de várias formas, e uma delas é com auxílio de uma matriz análoga à identidade, porém com 0's na diagonal para os pontos onde se deseja inserir degraus (Clapp, Sava e Claerbout, 1998); (Claerbout e Fomel, 2008). No caso em que a norma do modelo lida apenas com a suavidade, e chamando esta matriz de  $B$ , o sistema de equações fica:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{D}_x \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{D}_x) \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (2.9)$$

### 2.1.4 Outras formas de se adicionar informação a priori

Caso se tenha uma ideia do modelo a ser buscado, a partir de informação a priori vinda da geologia ou de outros métodos geofísicos, um modelo de referência pode ser aplicado à norma do modelo. Dessa forma, buscar-se-á uma solução que minimize tanto  $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{pred}$  quanto  $\mathbf{m} - \mathbf{m}_{ref}$ , balanceado pelo parâmetro de regularização:

$$\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_m = \|\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_2 + \lambda \|\mathbf{m} - \mathbf{m}_{ref}\|_2. \quad (2.10)$$

Se for de conhecimento que o modelo assume valores dentro de um intervalo para um certo índice  $j$ , pode-se ainda implementar tal restrição na função objetivo. No trabalho de Gill et al. (1991), por exemplo, estabelece-se uma expressão de função objetivo utilizando estes limites do modelo:

$$\Phi_m(m) = \Phi_d + \lambda \Phi_m - 2\mu \left[ \sum_{j=1}^N \ln \left( \frac{m_j - m_-}{m_+ - m_-} \right) + \sum_{j=1}^N \ln \left( \frac{m_+ - m_j}{m_+ - m_-} \right) \right]. \quad (2.11)$$

em que  $m_+$  e  $m_-$  são valores máximos e mínimos, respectivamente, referentes a um parâmetro do modelo com índice  $j$ .

## 2.2 Sistema de equações normais com regularização

Considerando uma matriz  $W_m$ , a qual engloba na forma discreta tudo que se pode levar em conta na norma do modelo  $\Phi_m$  (simplicidade, suavidade, interfaces, modelo de referência, etc), os sistemas de equações a ser resolvidos ficam no problema linear:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}, \quad (2.12)$$

ou, na forma  $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{h} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^T & \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m \end{bmatrix} \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^T & \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

e no caso não-linear:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \delta \mathbf{d} - \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m \mathbf{m}^{(k)}, \quad (2.14)$$

ou:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}^T & \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m \end{bmatrix} \delta \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^T & \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{d} \\ \sqrt{\lambda} \mathbf{W}_m \mathbf{m}^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

sendo  $\mathbf{m}^{(k)}$  o modelo na iteração corrente.

## CAPÍTULO 3

# Velocidades sísmicas

### 3.1 O experimento sísmico

O método sísmico de reflexão consiste na aquisição de dados referentes a ondas elásticas se propagando no interior da Terra, tendo como objetivo obter conhecimento de estruturas em subsuperfície. Tem-se alcançado tal conhecimento através da detonação de uma fonte sísmica e a simultânea recepção dos dados em vários geofones (transdutores que transformam energia sísmica em sinal elétrico), o que se chama de um experimento sísmico.

A figura abaixo mostra um experimento sísmico na sua forma mais simples, e as variáveis físicas e geométricas referentes ao mesmo. Um refletor é uma superfície na qual ocorre a reflexão das ondas sísmicas, o que torna possível a captação da energia sísmica pelos receptores. O refletor se caracteriza pela diferença de propriedades físicas de um meio físico ao outro, o que o remete a uma estrutura geológica.

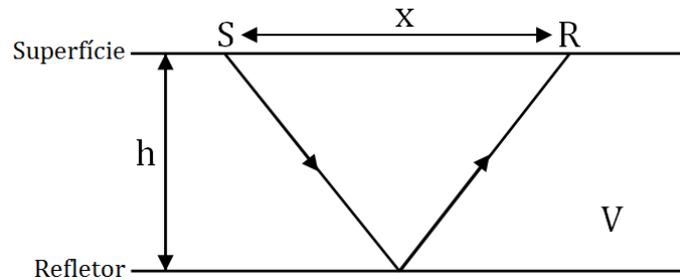


Figura 3.1: Experimento sísmico básico e sua geometria. S é a posição da fonte sísmica, R do receptor sísmico.  $x$  é o afastamento (*offset*),  $h$  é a espessura da camada única, e  $V$  sua velocidade sísmica.

O tempo de trânsito da onda sísmica é, conforme tal geometria:

$$t^2 = \frac{x^2}{V^2} + \frac{4h^2}{V^2}. \quad (3.1)$$

Caso o afastamento entre fonte e receptor seja nulo, o tempo de trânsito ( $t_0$ ) se iguala ao segundo termo da Equação 3.1. O tempo de trânsito com afastamento arbitrário, em termos

de  $t_0$ , fica:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{V^2}. \quad (3.2)$$

Nota-se que quanto maior o *offset* (afastamento), maior o tempo de trânsito. Esta característica é notada quando os sismogramas são dispostos em famílias de tiro ou CMP (ver Figura 3.2). Famílias de tiro são os sismogramas agrupados conforme detonação sísmica realizada; e nas famílias CMP (*Common Mid-Point*), os sismogramas são agrupados pelo ponto médio, que em camadas sem mergulho correspondem a traços provenientes do mesmo ponto de reflexão em profundidade.

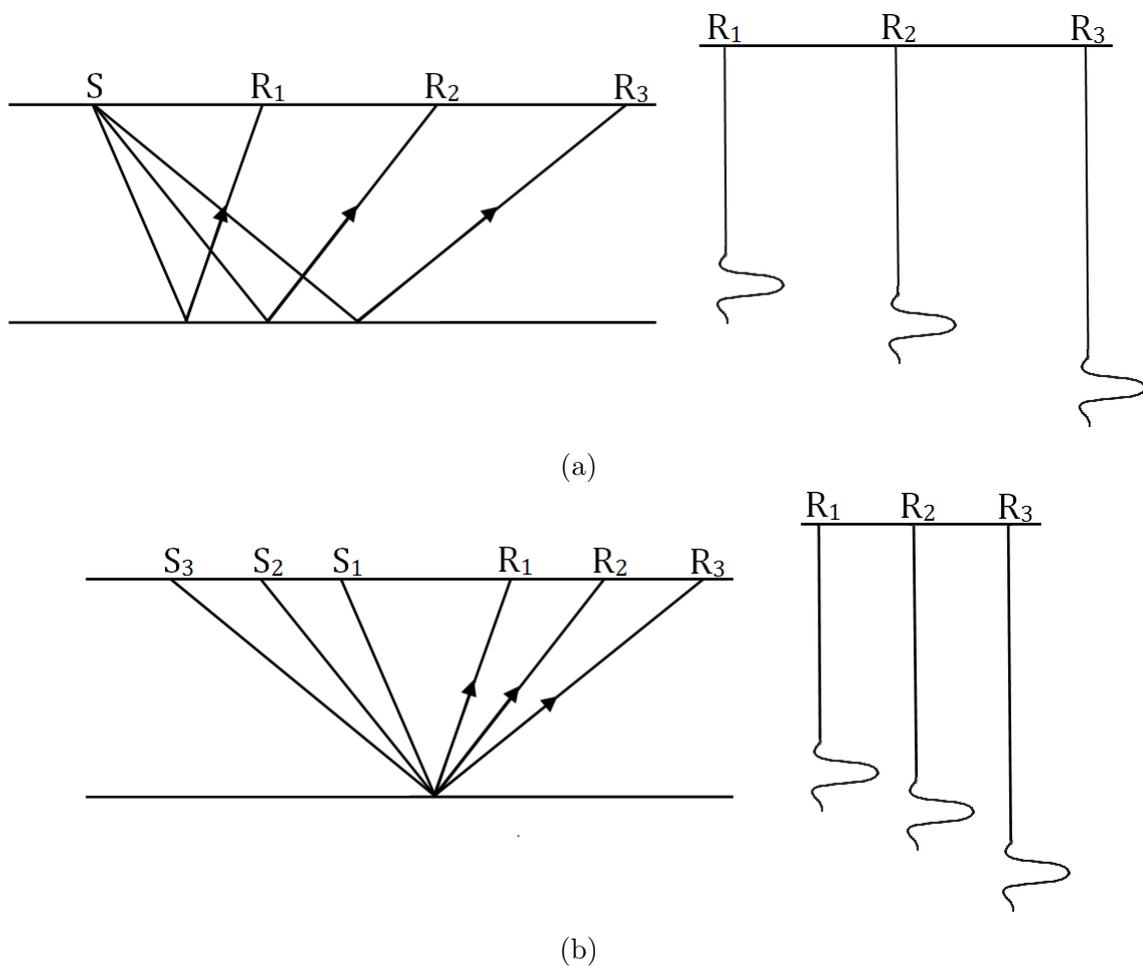


Figura 3.2: Famílias de tiro (a) e CMP (b), e seus respectivos sismogramas

O nome desse atraso em tempo de um sinal sísmico com o *offset* chama-se de *moveout*. No caso de um refletor plano: *normal moveout*, e inclinado: *dip moveout*. Este conceito de *moveout* é importante para outras definições, tal como velocidade de *normal moveout*.

Pela Equação 3.2, a qual descreve tempo de trânsito num meio homogêneo, nota-se que a velocidade  $V$  tem que ser estimada. Para casos mais complexos de experimentos sísmicos e

que se aproximam mais da realidade, a estimativa de velocidades passa a ser todo um campo de estudo no método sísmico, pelo fato da velocidade variar espacialmente. Isto significa dizer que, para o devido imageamento de estruturas geológicas usando dados sísmicos, ou seja, a correta localização dos refletores numa seção sísmica, o campo de velocidades em cada ponto  $(x,z)$  ou  $(x,y,z)$  para o caso tridimensional tem que ser conhecido.

### 3.2 Velocidades sísmicas

Velocidade sísmica da onda compressional (onda P) tem sua medida direta através de perfis sônicos, realizados comumente em poços de exploração. O método sísmico, porém, fornece uma medida indireta desta velocidade, e a depender de qual etapa do processamento esta medida é feita, tem-se vários tipos de velocidade com suas respectivas definições: velocidade intervalar, aparente, média, instantânea, de NMO, etc (Yilmaz, 2001).

A seguir, são explicados os tipos de velocidades mais importantes envolvidas no processamento, e de que forma esses tipos de velocidades se relacionam para a determinação final de um campo de velocidades que se aproxime do real.

#### Velocidade intervalar

Velocidade intervalar é a velocidade sísmica representativa de uma camada geológica. Na escala de estudo empregada pelo método sísmico, a mesma é melhor entendida como a medida média da velocidade da frente de onda sísmica ao longo da camada, não como uma medida média das velocidades das partículas na camada (Hill e Ruger, 2012). Essa é a velocidade usada no processamento sísmico que mais se aproxima da velocidade sísmica real em subsuperfície.

Portanto, a obtenção destas velocidades permite criar-se um modelo, e utilizando-se deste, definitivamente imagear, isto é, posicionar os eventos sísmicos em suas corretas posições em subsuperfície. Porém sua obtenção é feita de forma indireta no processamento, e geralmente levando-se em conta a premissa que a subsuperfície pode ser aproximada a um modelo com camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas.

#### Velocidade de NMO e de empilhamento

Velocidade de NMO (*Normal Move-out*) é a velocidade que corresponde ao efeito de *move-out* dos eventos sísmicos em uma família CMP (ver Figura 3.2(b)), e está associada a um refletor. Na presença de várias camadas, esta é uma velocidade representativa das camadas acima deste refletor.

Em um painel CMP, as reflexões devido a um ponto médio comum e de mesmo  $t_0$ , formarão uma curva assemelhando-se com uma hipérbole a medida que o *offset* aumenta. Taner e Koehler (1974) representou esta curva como a truncção de uma série infinita:

$$t^2 = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + \dots \approx C_0 + C_1x^2, \quad (3.3)$$

onde  $C_0 = t_0^2$  e  $C_1 = 1/V_{NMO}^2$ . Este truncamento só é valido para *offsets* pequenos em relação à profundidade de investigação, já que os termos de  $x$  com potência elevada aproximam-se de zero nestes casos.

Já que o *moveout* é o atraso no tempo devido ao *offset* em comparação ao tempo de afastamento nulo, logo, utilizando a Equação 3.3 truncada, o *moveout* é expresso por:

$$t^2 - t_0^2 = \Delta t = \frac{x^2}{V_{NMO}^2}. \quad (3.4)$$

o que permite dizer que a velocidade de NMO é aquela que melhor equaciona a expressão acima para uma família CMP.

Correção de NMO é o nome dado ao processo que retira o *moveout* e faz com que tais reflexões em forma de hipérbole se horizontalizem, para que enfim sejam empilhadas e formem um único traço referente ao CMP. Isto é feito usando uma estimativa de  $V_{NMO}$  na Equação 3.4 e subtraindo os  $\Delta t$  referentes a cada traço.

Feito a correção de NMO, todos os traços de uma família CMP tendem a apresentar os eventos sísmicos horizontalizados e sem tempo de atraso devido ao *offset*, o que significa que todos os traços simulam agora aquisição de afastamento nulo. Já que, para refletores sem mergulhos, os eventos horizontalizados neste painel CMP estão associados a um ponto em profundidade, o empilhamento é feito para aumentar a razão sinal/ruído e criar uma seção de afastamento nulo única. A velocidade empregada na correção de NMO que melhor horizontaliza e empilha os eventos sísmicos em uma família CMP chama-se velocidade de empilhamento. Portanto, a velocidade de NMO neste contexto também é chamada de velocidade de empilhamento.

### 3.3 Relação de RMS (Root Mean Squares) entre velocidade intervalar e de NMO

O fato do experimento sísmico ser aplicado em subsuperfície formada majoritariamente por estratos faz adequada para vários casos a análise sísmica dividindo a terra em camadas horizontais, com propriedades físicas (velocidade compressional, transversal, densidade, etc)

homogêneas e isotrópicas em cada uma das camadas. Essa simplificação do meio físico em subsuperfície foi inclusive responsável por inúmeras descobertas na geofísica.

Portanto velocidade intervalar, neste contexto, é a velocidade correspondente a um certo intervalo em profundidade dentro desse modelo simplificado de camadas horizontais.

Considerando tal modelo estratificado, a velocidade de NMO em um certo refletor é o valor quadrático médio (RMS - Root Mean Square) das velocidades intervalares da superfície até tal refletor, ou seja:

$$U_n = \sqrt{\frac{1}{t_n} \sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta t_i}, \quad (3.5)$$

em que  $U_n$  é a  $V_{NMO}$  na camada  $n$ , e  $V_i$  a velocidade intervalar na camada  $i$ . Esta relação de RMS só pode ser aplicada ao modelo estratificado, segundo a maioria dos autores (Dos Santos, 2009).

Porém, o que é desconhecido inicialmente no processamento sísmico é a velocidade intervalar, enquanto que perfil de velocidade NMO é obtido pela análise de velocidades. A inversão da Equação 3.5 se faz necessária, e sua forma discreta foi elaborada primeiramente por Dix, 1955:

$$V_n^2 = \frac{U_n^2 t_n - U_{n-1}^2 t_{n-1}}{\Delta t_n}. \quad (3.6)$$

Tal fórmula se restringe a camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas. Dados reais geralmente se distanciam deste modelo, especialmente devido a estruturas geológicas e variações laterais de velocidade, o que faz a fórmula de Dix não ser apropriada nestes casos. Além disto, note que na fórmula (Equação 3.6) a diferença entre os quadrados de velocidades RMS adjacentes são computados, fazendo com que pequenas variações no perfil de velocidades RMS gere variações bruscas e muitas vezes irreais na velocidade intervalar (Harlan, 1999).

Portanto, velocidade de NMO é chamada de velocidade de RMS assumindo camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas.

### 3.4 Espectro de Velocidades

Ao longo dos anos na indústria sísmica, vários métodos de obtenção de velocidades de empilhamento em dados CMP foram empregados. A disposição de várias seções empilhadas com velocidades constantes, chamadas de painéis CVS (*Constant Velocity Stacks*), é um conhecido exemplo. Atualmente, a utilização de espectros de velocidades é a forma mais robusta

de se realizar esta etapa do processamento, chamada de análise de velocidades.

Num painel de velocidade  $\times$  tempo, cada amostra deste plano é associada a uma medida de coerência referente à qualidade do empilhamento dos traços em uma seção CMP, usando aquele determinado tempo e velocidade. Uma vez disposto este painel, comumente chamado de espectro de velocidades, os seus máximos irão ser escolhidos pelo geofísico para servir de base para geração de um perfil de velocidades de empilhamento.

A medida de coerência, ou seja a que mede a qualidade do empilhamento em cada amostra do espectro, é de suma importância para a análise de velocidades em si. O trabalho de Taner e Koehler (1969), que serviu de base para os demais trabalhos em análise de velocidades, apresenta algumas medidas de coerência, dentre elas a medida semblance, a qual é, de longe, a mais usada na análise de velocidades.

A comparação entre a energia do traço empilhado com a soma das energias dos traços individuais, dentro de uma janela de tempo e já corrigidos de NMO, é o princípio por trás do semblance. A janela de tempo utilizada tem que ser pequena, com tamanho aproximadamente igual ao do pulso sísmico. Matematicamente, tem-se;

$$S = \frac{\sum_{t=\tau_i-L/2}^{t=\tau_i+L/2} [\sum_j^M a(t, j)]^2}{M \sum_t \sum_j a(t, j)^2}, \quad (3.7)$$

onde o índice  $i$  se refere às amostras dentro da janela de tempo desejada, e o índice  $t$  ao traço, sendo  $M$  o total de traços no painel CMP. A função  $a_i$  é a amplitude do traço na respectiva amostra em tempo.

Uma análise de velocidades precisa resulta em um melhor empilhamento dos traços, aumentando a resolução da seção sísmica final; e em uma melhor estimativa do campo de velocidades.

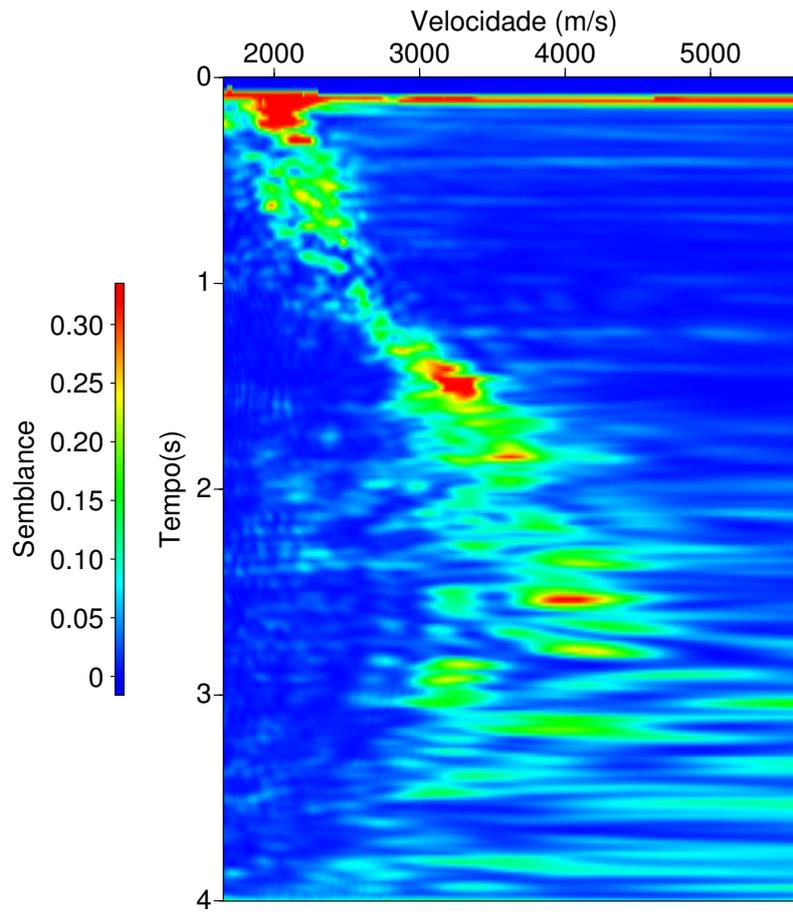


Figura 3.3: Exemplo de um painel semblance

## CAPÍTULO 4

# Metodologia

A obtenção do dado, que neste caso é a velocidade RMS em cada amostra, é feita pela *pickagem* manual no painel *semblance*. Usualmente, a depender do dado, o geofísico seleciona 4 a 12 pontos no perfil *semblance*. Com estes pontos, realiza-se uma interpolação a fim de se ter um perfil de velocidades 1D em todas as amostras de tempo, ou boa parte das amostras (igualmente espaçadas) caso o processamento seja custoso. A interpolação usada foi monotônica cúbica, a qual mantém a derivada contínua.

A inversão fornece como saída o modelo (velocidade intervalar). A inversão usada neste trabalho mantém o número de amostras na saída ( $N = M$ ), fazendo com que o sistema seja determinado. Isto é importante para se ter um valor de velocidade intervalar em cada amostra de tempo, e para não haver efeito de *aliasing*. Porém a mesma metodologia poderia ser feita para  $N \neq M$ .

### 4.1 Caso linear

O objetivo é obter as velocidades intervalares a partir das velocidades de NMO, considerando um meio estratificado. Portanto, a operação direta seria a operação de RMS citada anteriormente:

$$U_n = \sqrt{\frac{1}{t_n} \sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta t_i}. \quad (4.1)$$

Porém, a relação acima não é linear. Elevando a expressão ao quadrado:

$$U_n^2 = \frac{1}{t_n} \sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta t_i, \quad (4.2)$$

obtém-se uma relação linear, só que referente ao quadrado das velocidades intervalar e de NMO. Expressando esta relação em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta t_1/t_1 & 0 & \dots & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ \Delta t_1/t_i & \cdot & \dots & \Delta t_j/t_i & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & & \\ \Delta t_1/t_N & \cdot & \dots & \Delta t_j/t_N & \cdot & \dots & \Delta t_M/t_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^2 \\ \vdots \\ V_i^2 \\ \vdots \\ V_N^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^2 \\ \vdots \\ U_i^2 \\ \vdots \\ U_M^2 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Esta última expressão está exatamente na forma de um sistema de equações linear a se inverter, ou seja

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d}, \quad (4.4)$$

em que

$$\mathbf{m} = [V_1^2, V_2^2, \dots, V_N^2], \quad (4.5)$$

$$\mathbf{d} = [U_1^2, U_2^2, \dots, U_M^2], \quad (4.6)$$

e

$$G_{ij} = \begin{cases} \frac{\Delta t_j}{t_i} & : \sum_{k=1}^j \Delta t_k \leq t_i \\ 0 & : \sum_{k=1}^j \Delta t_k > t_i \end{cases}. \quad (4.7)$$

Esta construção do problema de velocidades intervalares é usada por Burland et al. (2011).

### Norma do modelo

No intuito de eliminar-se variações indesejadas no modelo invertido, que são presentes no resultado por Dix, a norma do modelo terá termos referentes a simplicidade e suavidade do modelo:

$$\Phi_m(m) = \alpha_s \int (m)^2 dt + \alpha_t \int (dm/dt)^2 dt. \quad (4.8)$$

Para implementação computacional, a discretização da norma do modelo se faz necessária:

$$\Phi_m(m) = \alpha_s \sum_{i=1}^N (m_i)^2 \Delta t_i + \alpha_t \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{m_{i+1} - m_i}{\Delta t_i} \right)^2 \Delta t_i \quad (4.9)$$

Desenvolvendo estes termos da norma do modelo para forma matricial, tem-se a matriz referente a simplicidade  $W_s$ , devidamente normalizada pela taxa de amostragem

$$\mathbf{W}_s = \text{diag}\{\sqrt{\Delta t_i}\} = \begin{bmatrix} \sqrt{\Delta t_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\Delta t_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\Delta t_N} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

e de forma análoga, a matriz referente a suavidade, sendo a mesma um produto de uma matriz que normaliza pela taxa de amostragem e outra matriz contendo os coeficientes para derivada por diferenças finitas:

$$\mathbf{W}_t = \text{diag}\{1/\sqrt{\Delta t_i}\} \cdot \mathbf{D}_t \quad (4.11)$$

$$= \begin{bmatrix} 1/\sqrt{\Delta t_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{\Delta t_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sqrt{\Delta t_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Portanto, a operador matricial sobre o modelo referente à Equação 4.9 é:

$$\mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m = \alpha_s \mathbf{W}_s^T \mathbf{W}_s + \alpha_t \mathbf{W}_t^T \mathbf{W}_t. \quad (4.13)$$

O sistema de equações completo se torna:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (4.14)$$

## 4.2 Caso não-linear

O caso não-linear usa como operação direta a própria operação de RMS:

$$\mathcal{F}_n[\mathbf{m}] = U_n = \sqrt{\frac{1}{t_n} \sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta t_i} \quad (4.15)$$

A matriz-peso do modelo ( $\mathbf{W}_m$ ) será determinada da mesma forma que no caso linear (Equação 4.13). O capítulo 2 mostra o sistema de equações para o caso não-linear:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \delta \mathbf{d} - \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m \mathbf{m}^{(k)} \quad (4.16)$$

A matriz jacobiana é formada pela derivada da Equação 4.15 em relação a  $V_i$ :

$$J_{ij} = \frac{\partial \mathcal{F}_i[\mathbf{m}]}{\partial m_j} = \frac{\partial U_i}{\partial V_j} \quad (4.17)$$

Esta derivada pode ser numérica ou analítica. Para este trabalho, foi usada a analítica de fácil demonstração:

$$\frac{\partial U_i}{\partial V_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{t_i} \sum_{k=1}^i V_k^2 \Delta t_k \right)^{(-1/2)} \left( \frac{2V_j \Delta t_j}{t_i} \right) \quad (4.18)$$

ou seja:

$$J_{ij} = \frac{V_j \frac{\Delta t_j}{t_i}}{\sqrt{\frac{1}{t_i} \sum_{k=1}^i V_k^2 \Delta t_k}} \quad (4.19)$$

O modelo inicial ( $\mathbf{m}^{(0)}$ ) deve ser um modelo de referência que esteja relativamente próximo do mínimo local da função objetivo. O modelo gerado pela formula de Dix levemente perturbado com uma função aleatória atende a essa característica, sendo dessa forma usado neste trabalho.

### 4.3 Inserindo descontinuidades

Para obter um modelo de velocidades intervalares com interfaces através da inversão, adiciona-se uma matriz  $\mathbf{B}$  (ver capítulo 2). A questão é determinar aonde estão estas interfaces, ou seja, aonde ocorrem reflexões de importância para geração de tal modelo. O painel *semblance* ou o próprio dado sísmico contém esta informação, porém não de forma trivial. Outro detalhe importante é que espera-se que a detecção destas reflexões seja de forma automática. Ruído e interferência das próprias reflexões entre si fazem com que esta detecção seja complicada se for usado diretamente o *semblance* ou o dado sísmico.

Sugere-se neste trabalho a computação de uma medida retirada do *semblance*, porém com maior definição das reflexões para uma seleção automática. Maior definição significa determinar isoladamente reflexões próximas ou reflexões com coerência desfocalizada no painel *semblance*, no intuito de detectar estas com melhor acurácia. Alguns trabalhos sugerem

medidas de coerência além do *semblance*, sendo que a medida MUSIC (*MU*ltiple *S*ignal *C*lassification) é uma alternativa usada comumente (Barros et al., 2012).

Procura-se nestas outras medidas de coerência alguma forma de quantificar a energia razão sinal/ruído, diferente do *semblance* que quantifica a energia do sinal empilhado em relação ao dado (Ursin et al., 2013). Assumindo que sinal e ruído são variáveis aleatórias independentes, a razão sinal/ruído tem energia:

$$Q = \frac{\sum_t [\sum_i [a_i(t + \tau_i)]^2]}{M \sum_t \sum_i a_i^2(t) - \sum_t [\sum_i [a_i(t + \tau_i)]^2]} \quad (4.20)$$

ou, colocando-a em função do *semblance*:

$$Q = \frac{S}{1 - S} \quad (4.21)$$

em que  $S$  é o valor do *semblance* para uma certa velocidade RMS e para um certo tempo, e  $M$  é o número de traços. Com intuito de se usar escala logarítmica caso seja necessário, adiciona-se uma unidade ao  $Q$ , resultando na medida MUSIC:

$$P = Q + 1 = \frac{1}{1 - S} = \frac{\sum_t \sum_i a_i^2(t)}{\sum_t \sum_i a_i^2(t) - \frac{1}{M} \sum_t [\sum_i [a_i(t + \tau_i)]^2]} \quad (4.22)$$

que é introduzida por Schmidt (1986). Note que o MUSIC tem variação de  $1 \leq P \leq \infty$  ao contrário do *semblance* ( $0 \leq S \leq 1$ ), permitindo uma maior individualização no MUSIC de valores grandes do *semblance*, próximos de 1, e valores pequenos, próximos de 0.

## CAPÍTULO 5

### Resultados: Dados sintéticos

O método foi implementado utilizando algoritmos em FORTRAN90 e programas do pacote de software livre Seismic Unix (Para maiores informações sobre o pacote: Stockwell, 1999).

#### 5.1 Perfil 1-D

##### 5.1.1 Modelagem

Afim de se obter dados sísmicos tanto para obtenção do perfil de velocidades RMS e para posterior inversão, foi criado um modelo de velocidade somente em função da profundidade (Figura 5.1):

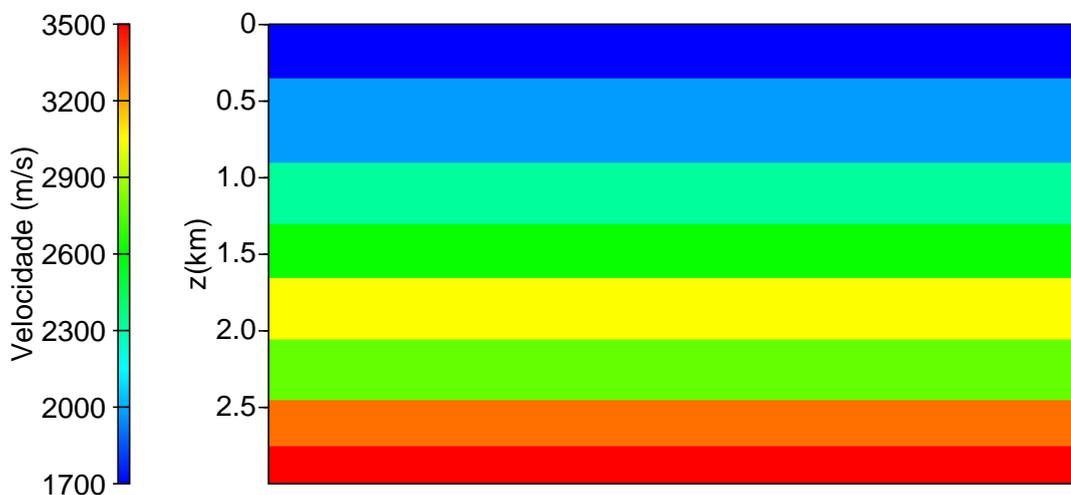


Figura 5.1: Modelo de velocidades 1D

A modelagem dos dados é feita com um único tiro split-spread, com cobertura de 120 traços (Figura 5.2):

De posse do dado (Figura 5.2), aplica-se um programa de análise de velocidades, o qual gera um painel semblance (Figura 5.3). A escolha dos pontos é feita (manualmente),

escolhendo-se os pontos de prováveis reflexões pela maior coerência *semblance*. Após a seleção destes pontos, gera-se, através de interpolação, um perfil de velocidades 1D.

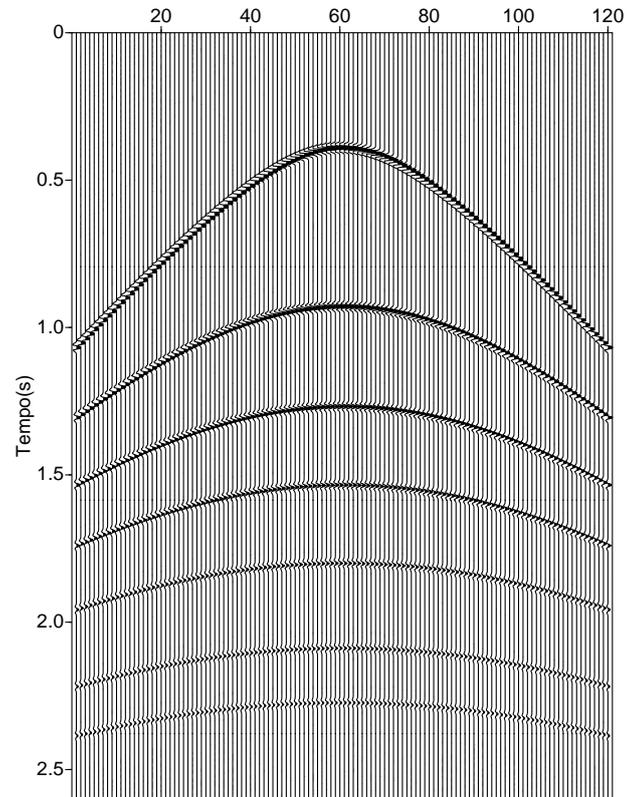


Figura 5.2: Dado split-spread referente ao modelo 1D (Figura 5.1)

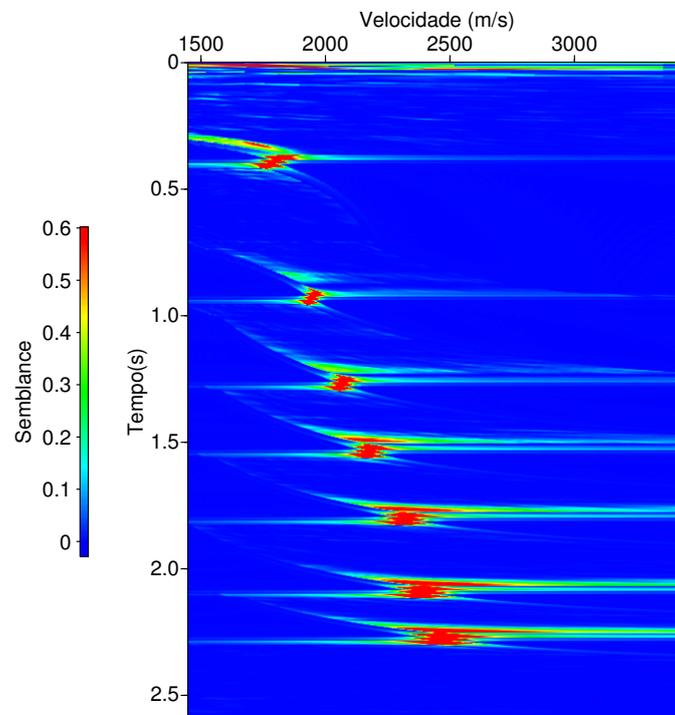


Figura 5.3: Painel de semblance referente ao dado 1D (Figura 5.2)

Valores do semblance são obtidos ao longo de tal perfil de velocidades (Fig. 5.4). E tendo o *semblance*, pode-se calcular o MUSIC (Fig. 5.5), o qual realça os picos que estão associados a mais prováveis reflexões. Os picos do perfil de medida MUSIC serão usados na inversão para gerar o modelo descontínuo.

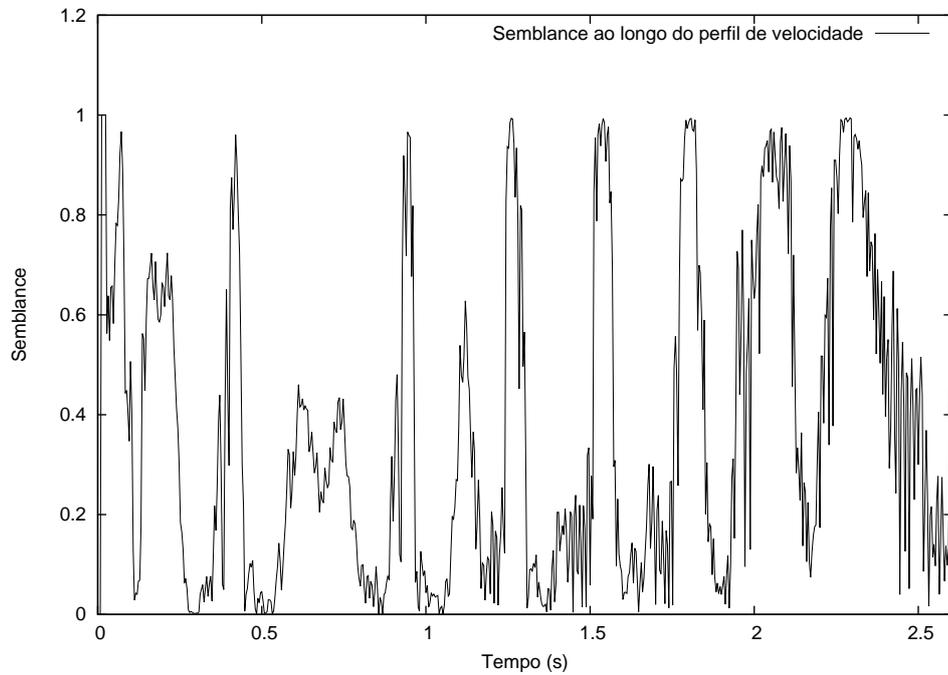


Figura 5.4: Semblance ao longo do perfil de velocidade interpolado

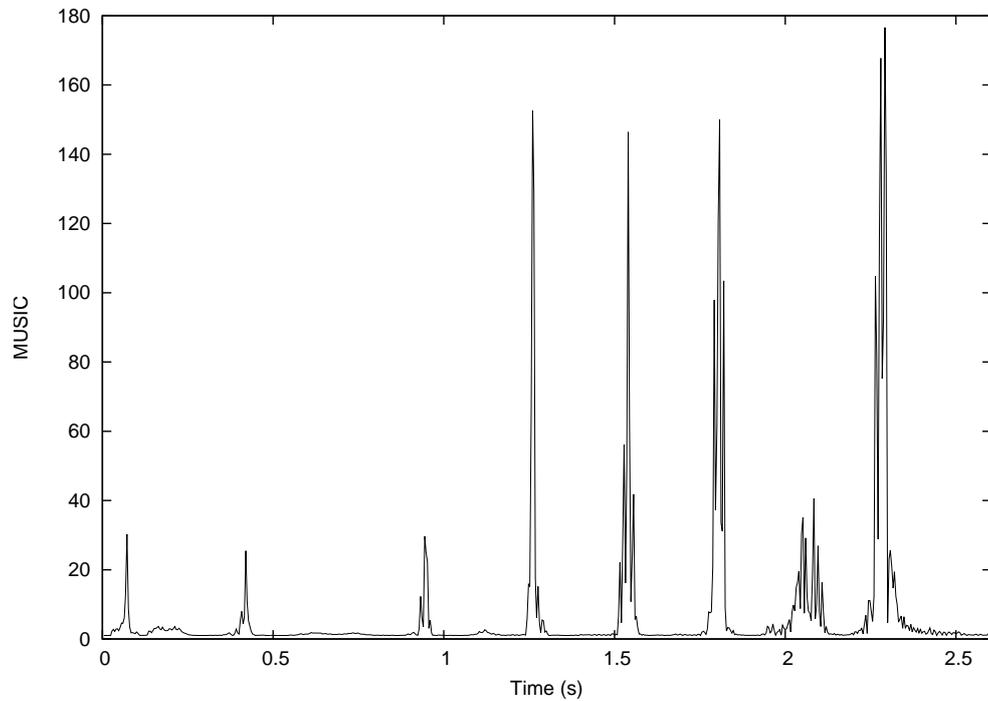


Figura 5.5: MUSIC ao longo do perfil de velocidade interpolado

### 5.1.2 Inversão

Primeiramente foi feita a inversão contínua (sem interfaces). Os resultados, comparando-os com o método convencional (Dix), são mostrados a seguir:

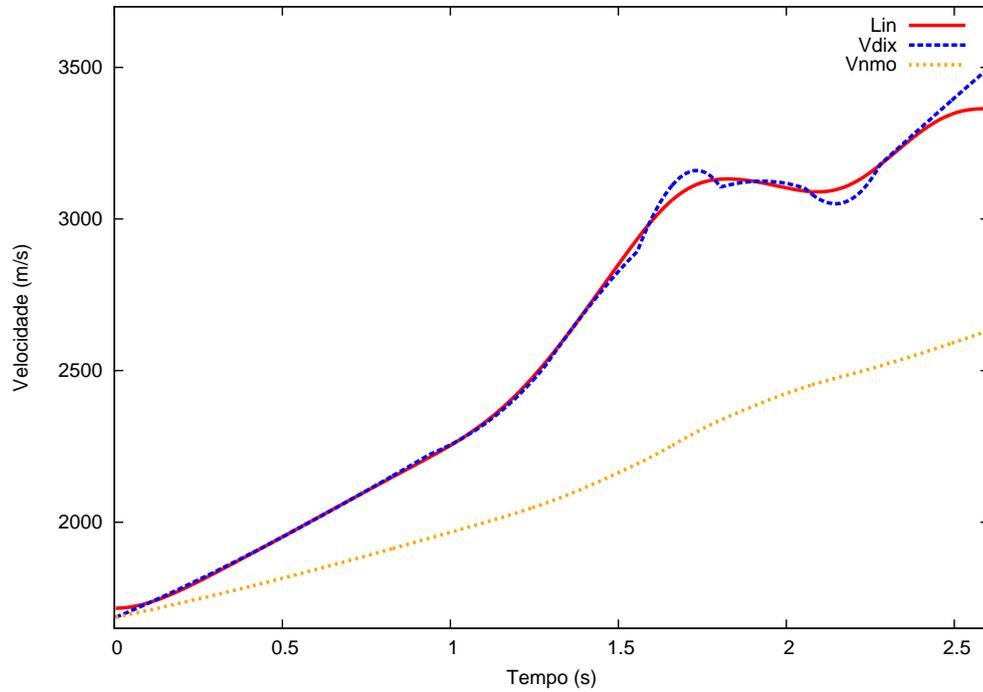


Figura 5.6: Resultado da inversão linear

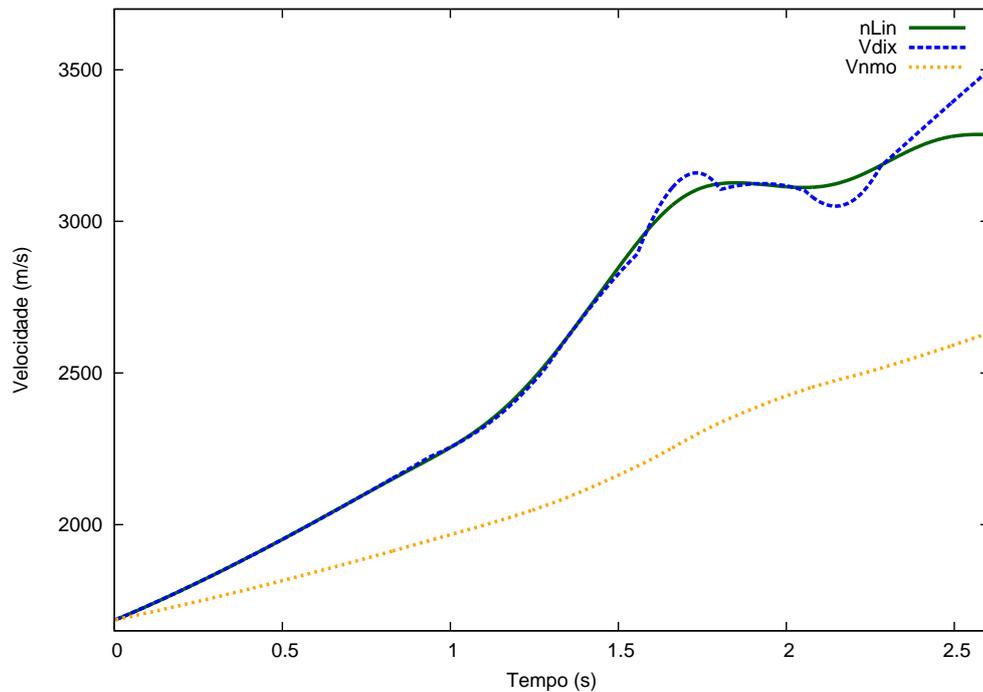


Figura 5.7: Resultado da inversão não-linear

Numero de amostras em tempo ( $nt$ )	651
Modelo inicial	Dix, perturbado em 10%
Regularização	
Parâmetro de regularização ( $\lambda$ )	$2.10^{-2}$
Coefficiente de simplicidade ( $\alpha_s$ )	0.25
Coefficiente de suavidade ( $\alpha_t$ )	1

Tabela 5.1: Parâmetros utilizados nas inversões

Como se pode ver, a velocidade intervalar obtida pelo método é mais suave que o resultado por Dix. A função RMS, a qual é o dado de entrada para inversão, é suave, sem grandes variações, o que fez com que o resultado por Dix também fosse satisfatório para esse perfil 1D.

Como se pode ver na Tabela 5.1, foi utilizado um parâmetro de regularização de  $10^{-2}$ , o qual foi empiricamente determinado. Resultados com diferentes parâmetros de regularização podem ser obtidos (Figura 5.8), mostrando que o parâmetro escolhido balanceia satisfatoriamente a norma do modelo e do dado:

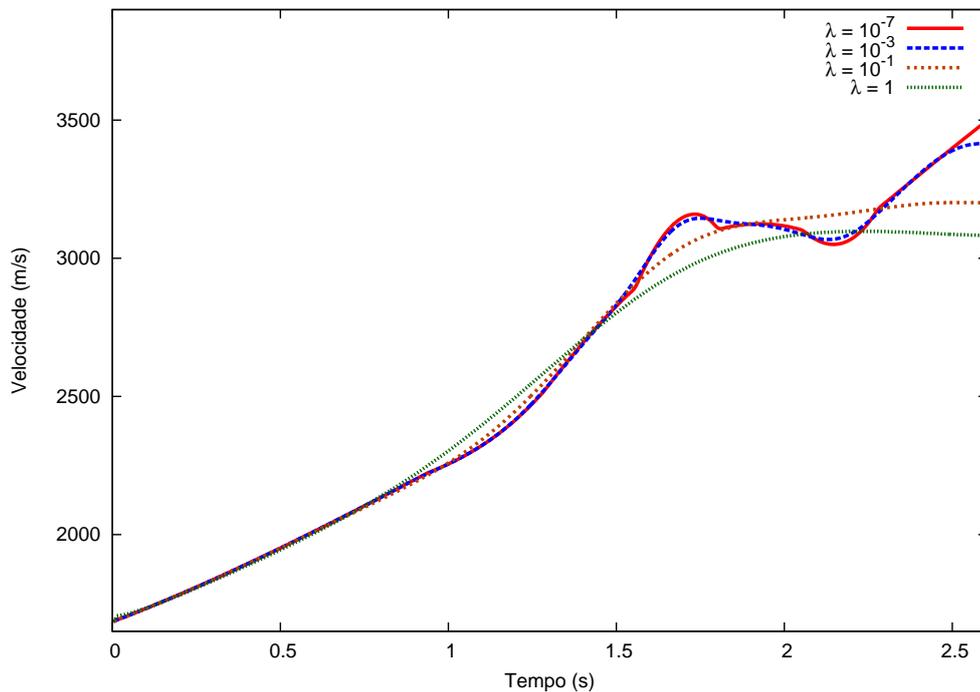


Figura 5.8: Resultados para diferentes parâmetros de regularização

Fazendo agora a detecção automática das reflexões no perfil de MUSIC, pode-se implementar a mesma inversão, porém gerando modelos com interfaces:

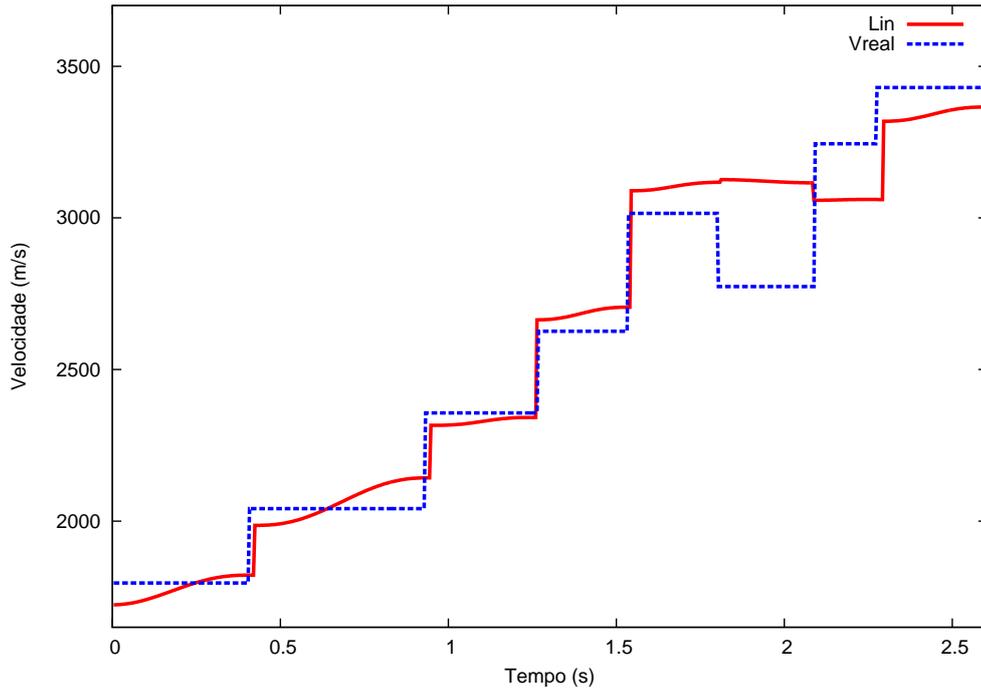


Figura 5.9: Resultado da inversão linear

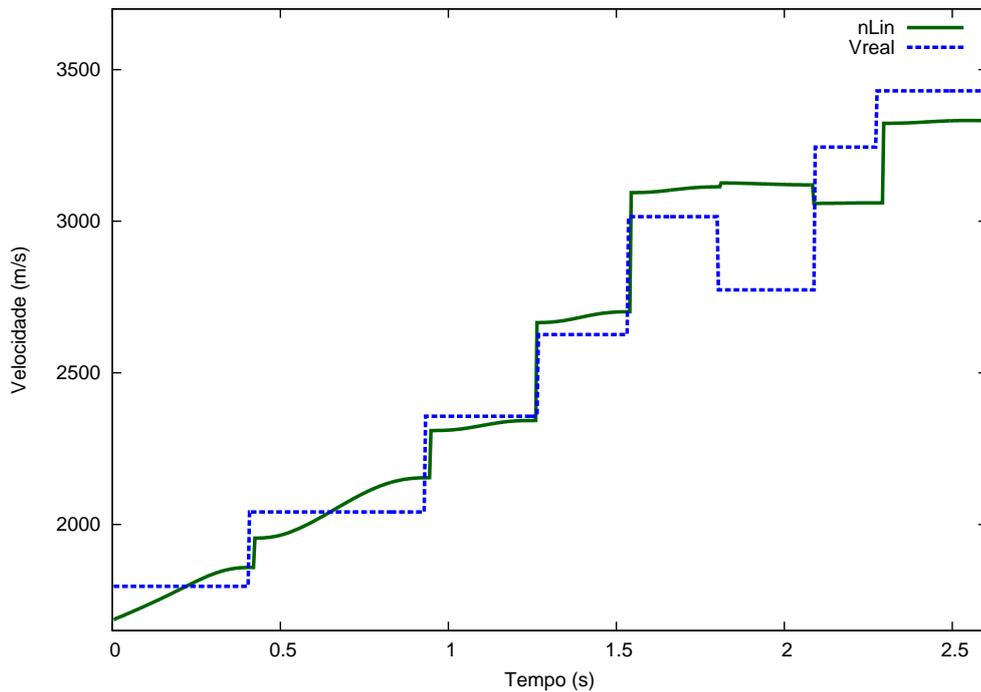


Figura 5.10: Resultado da inversão não-linear

O modelo invertido descontínuo apresenta crescimento com tendência parecida com os resultados do caso contínuo (Figuras 5.6 e 5.7). O mesmo se aproximou bastante do modelo real estratificado, principalmente em tempos medianos, se afastando um pouco do real para

tempos tardios.

## 5.2 Perfil 2-D

### 5.2.1 Modelagem

De forma semelhante ao perfil 1-D, primeiramente foi feita a modelagem. Um modelo sintético foi criado baseado em dados reais da Bacia do Tacutu, os quais também serão invertidos posteriormente. Esta inversão com modelo sintético visa analisar o problema antes de aplicar a inversão em dados reais.

A análise de velocidades foi feita utilizando somente famílias CMP de cobertura máxima, em um intervalo de 25 CMP's, totalizando 28 CMP's ao total. A Figura 5.12 mostra alguns CMP's utilizados e seus painéis *semblances* como exemplo.

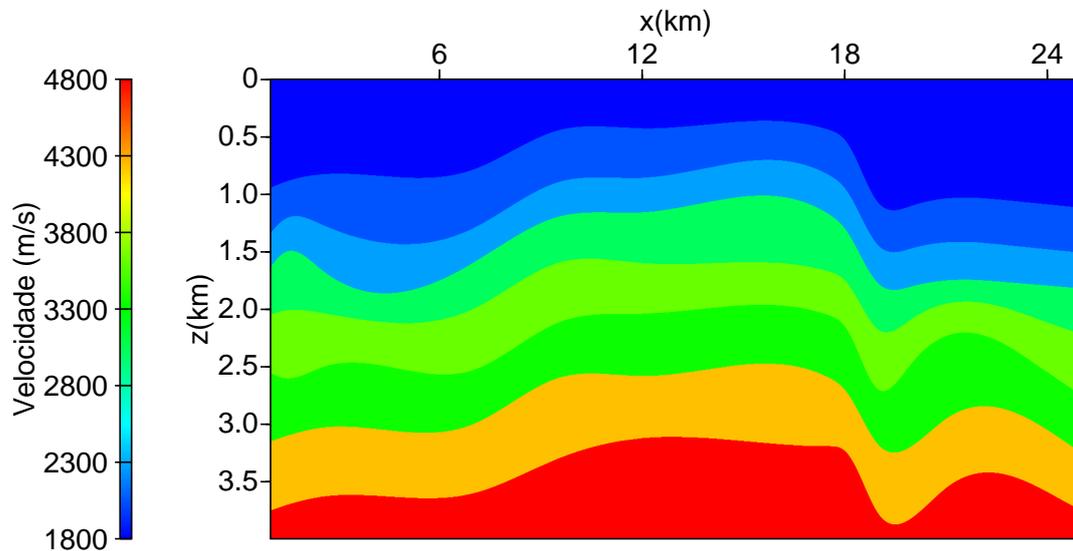


Figura 5.11: Modelo de velocidades 2D

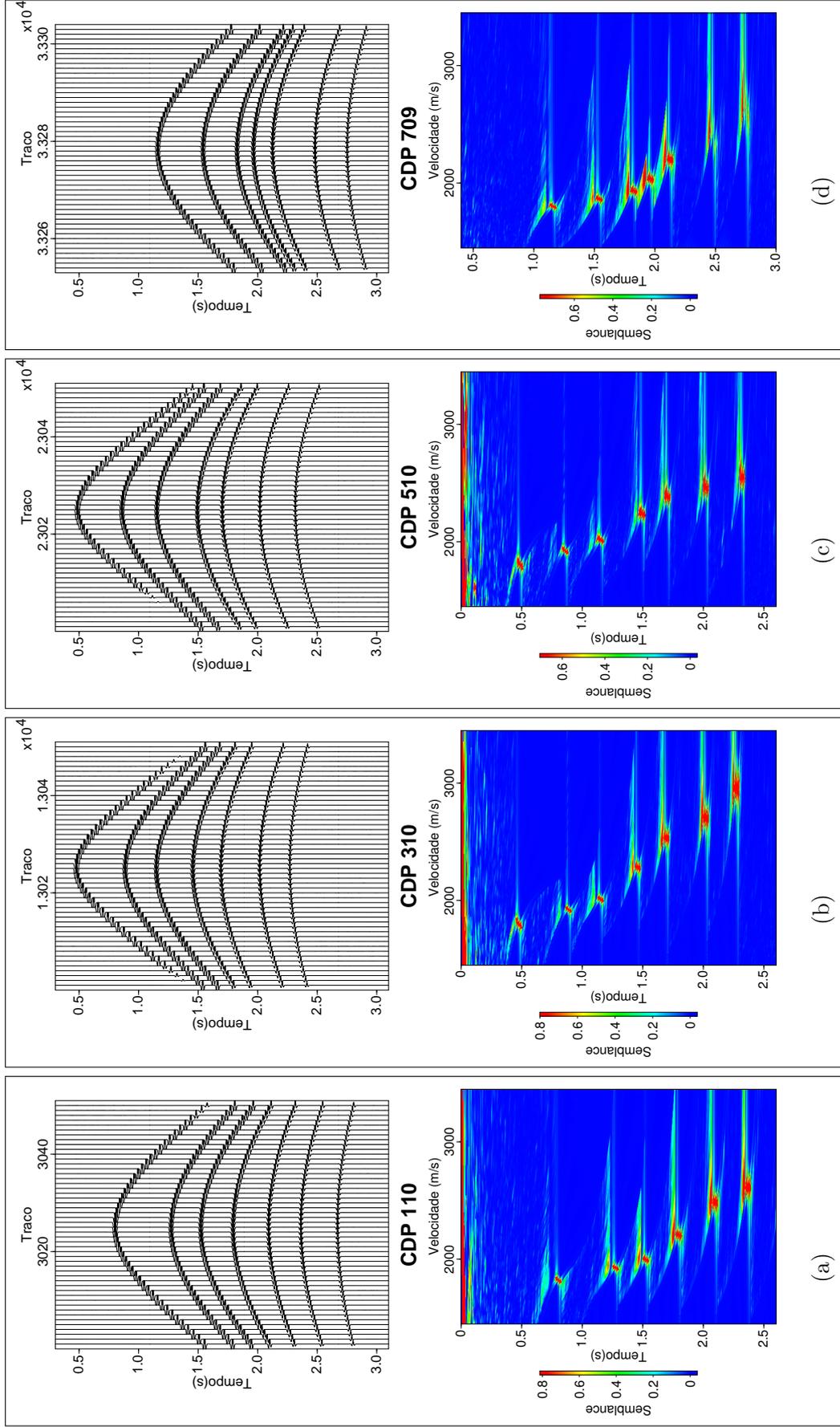


Figura 5.12: Algumas famílias CMP do dado sintético 2D e seus respectivos painéis semblance

Dimensões (km)	x [-2,24] ; z [0,4]
Amostragem em x e z (km)	0.005
Aquisição	
Numero de tiros	320
Numero de geofones	100
Numero de CMP's	871
Espaçamento entre tiros (m)	50
Espaçamento entre geofones (m)	50
Posição da fonte em x (km)	[5,21]
Máximos offset (m)	[-2750,2750]
Mínimos offset (m)	[-50,50]

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados na modelagem

Uma vez feita a análise, pode-se obter uma seção empilhada. Neste caso, os perfis de velocidades NMO nestes 28 CMP's foram interpolados para todos os CMP's. Fazendo para cada família CMP uma correção de NMO, pode-se empilhar todos traços por CMP e assim obter a seção empilhada:

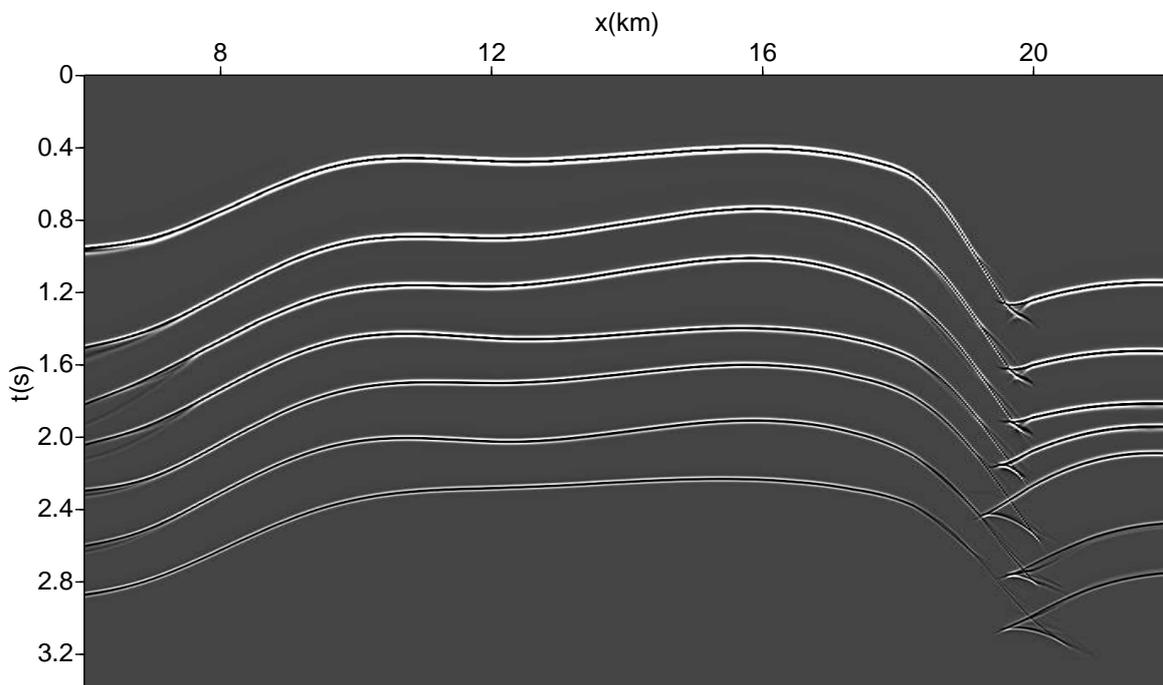


Figura 5.13: Seção empilhada em tempo dos dados sintéticos

As regiões de bordas laterais na seção empilhada foram retiradas já que a modelagem e a cobertura CMP não são satisfatórias nestes locais. Note que há certos artefatos (nó de

gravata, abaixo do  $x = 20$  km) por efeito das estruturas do modelo.

Os diferentes perfis de velocidade obtidos na análise de velocidade formam um campo de velocidade RMS, o qual será usado como entrada para a inversão regularizada (Figura 5.14).

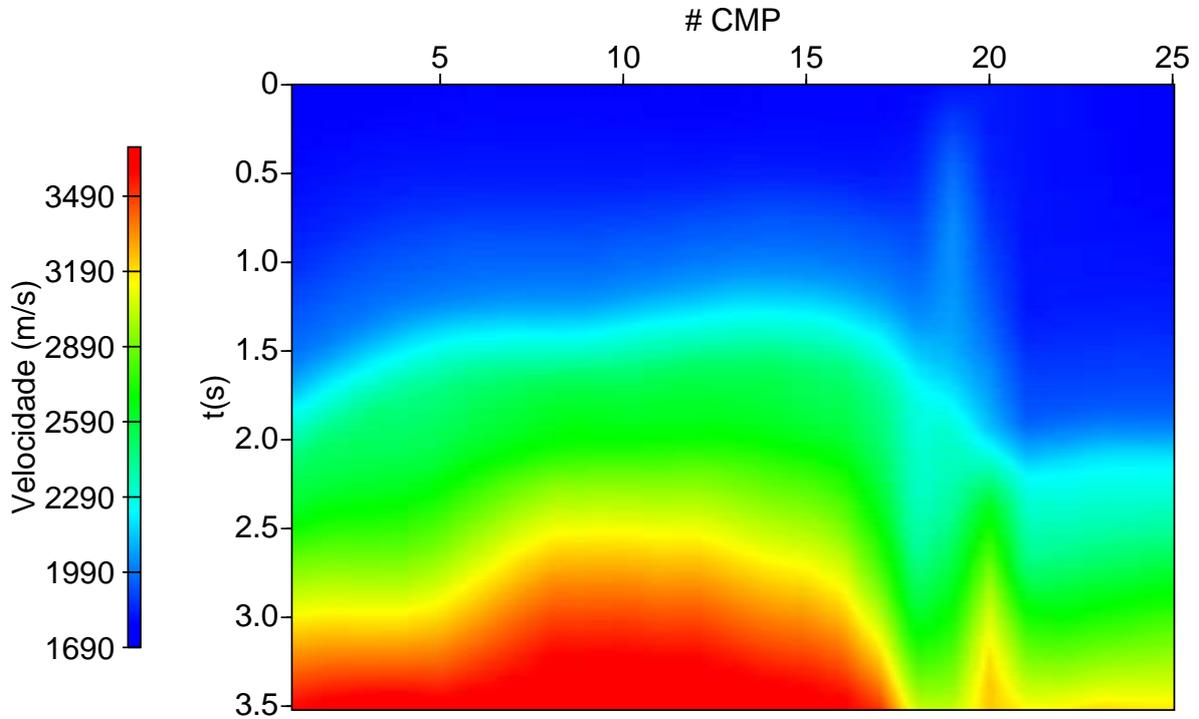


Figura 5.14: Campo de velocidades RMS, em tempo

### 5.2.2 Inversão

Foi feita a inversão descontínua nos dados bidimensionais, já que o objetivo é se aproximar do modelo real que contém interfaces. A inversão foi aplicada em cada CMP, e a incorporação das descontinuidades na inversão foram feitas através da detecção automática dos picos de cada perfil MUSIC, semelhante ao caso unidimensional. A seguir mostram-se os valores do *semblance* e do MUSIC para todos os CMP's. Note que os picos tendem a seguir as estruturas do modelo (Figuras 5.15 e 5.16).

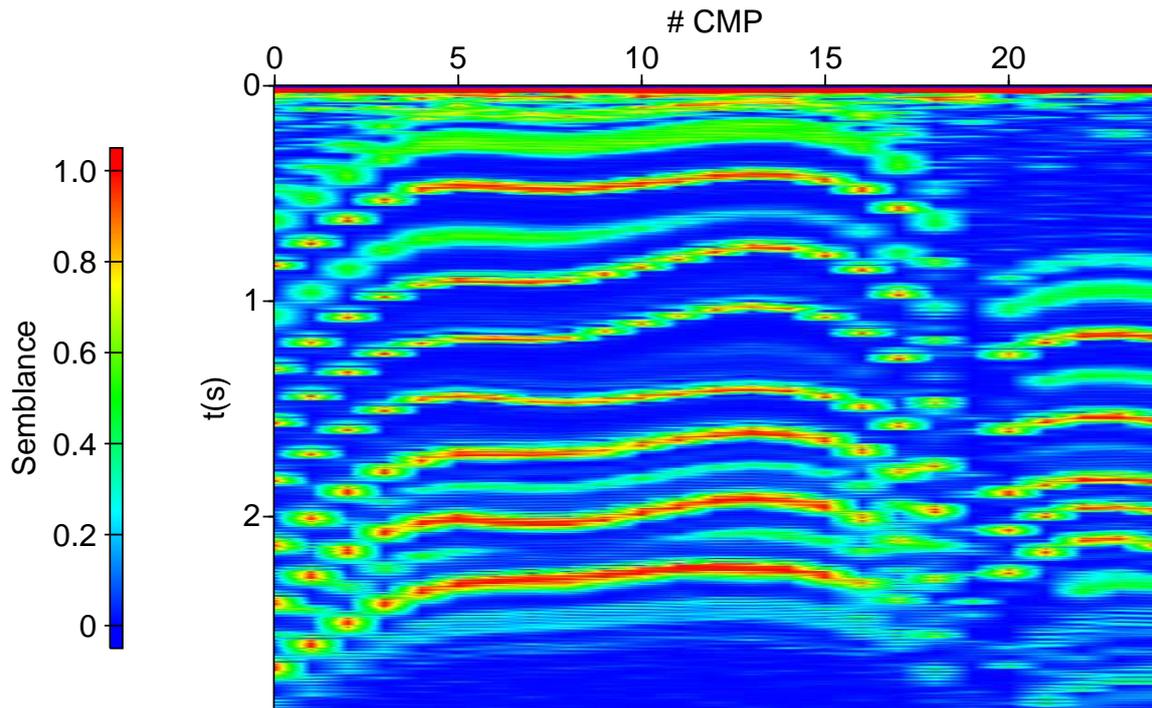


Figura 5.15: Valores do *semblance* variando com o CMP

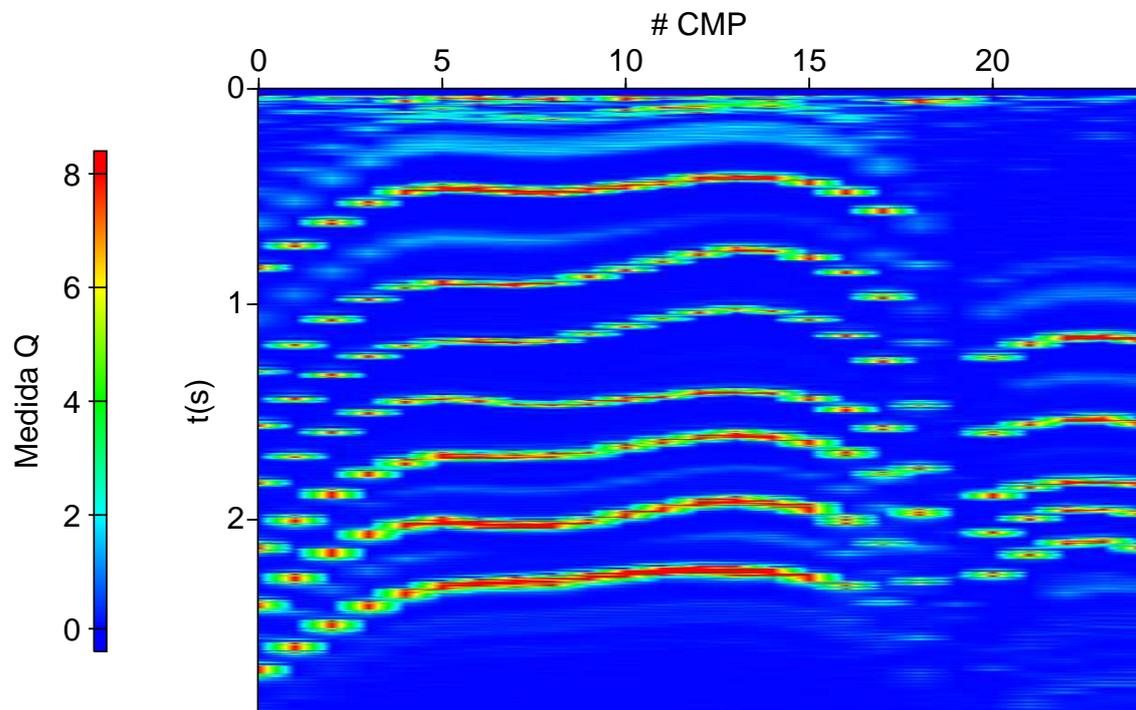


Figura 5.16: Valores do MUSIC, em todos os CMP's. A escala de cores da figura foi truncada no vermelho para todos os valores maiores que 8 referentes ao MUSIC

A seguir mostram-se os resultados da inversão regularizada e do método convencional (Dix). Como mostrado no caso unidimensional, os resultados da inversão linear e não linear são bastante próximos, e para este caso bidimensional foi escolhida a inversão linear. O modelo real está convertido em tempo para fins comparatórios. O campo de velocidades contínuo fornecido por Dix se mostrou satisfatório neste caso sintético.

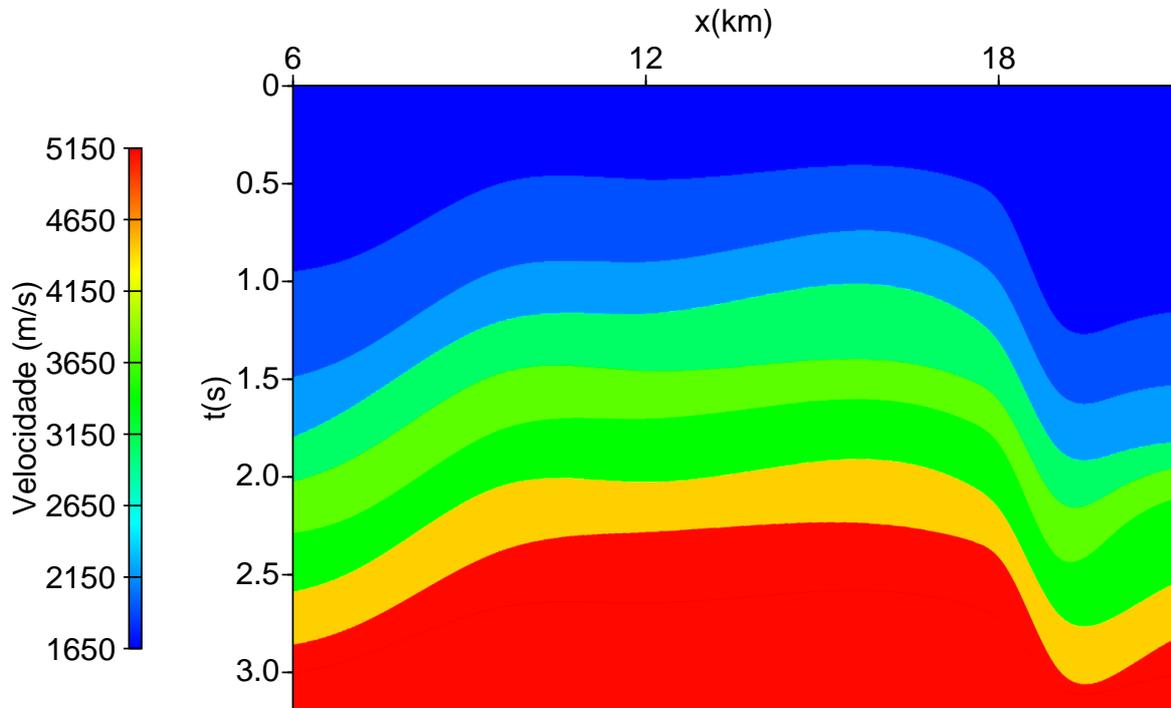


Figura 5.17: Modelo de velocidades real, em tempo e reduzido a área de interesse

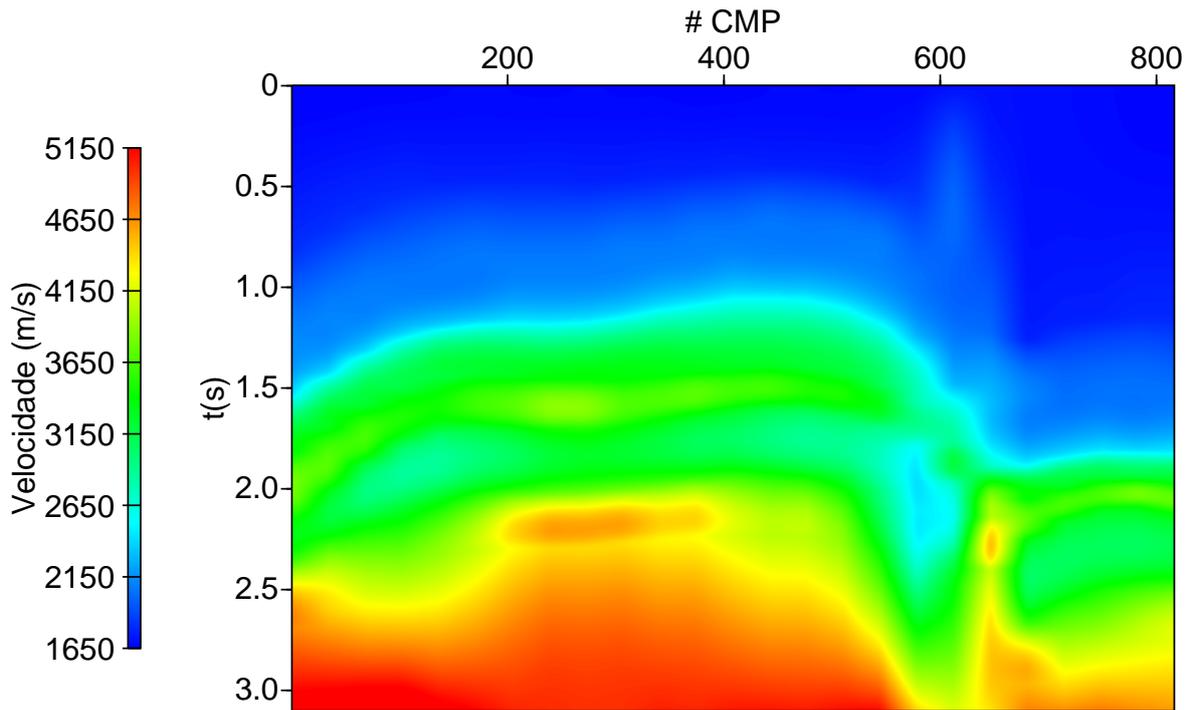


Figura 5.18: Campo de velocidades obtido por Dix, em tempo

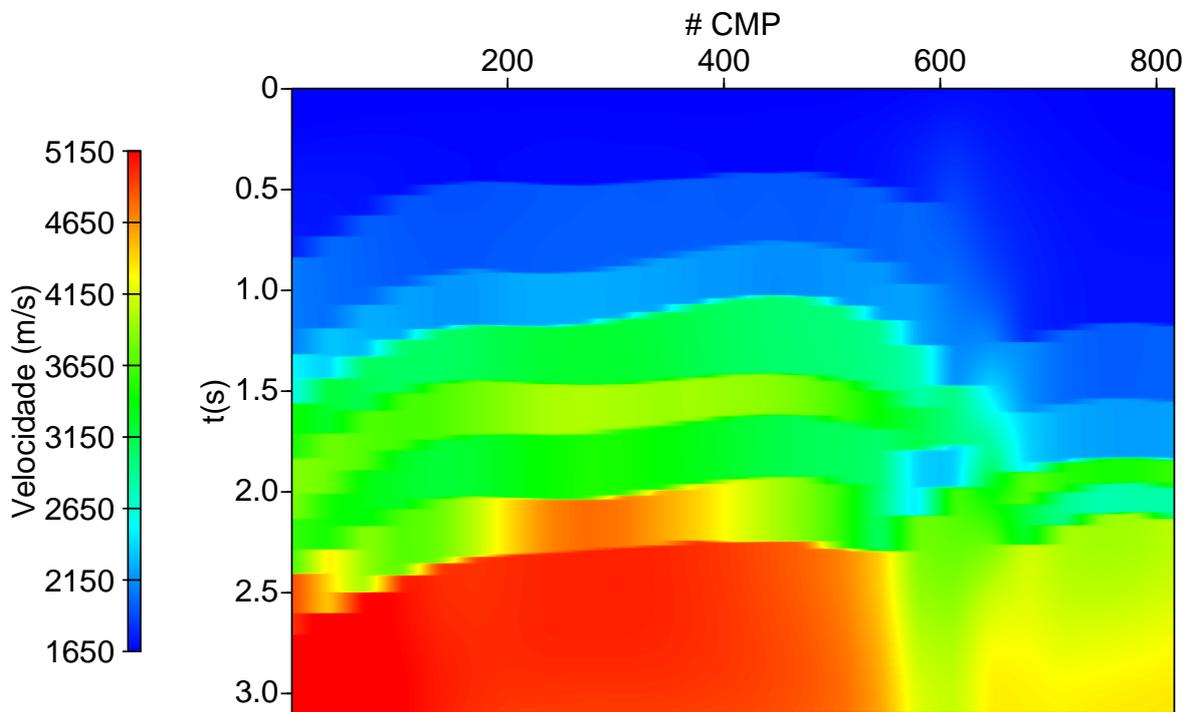


Figura 5.19: Campo de velocidades invertido, em tempo

Numero de amostras em tempo ( $nt$ )	881
Modelo inicial	Dix, perturbado em 10%
Regularização	
Parâmetro de regularização ( $\lambda$ )	$2.10^{-2}$
Coefficiente de simplicidade ( $\alpha_s$ )	0.5
Coefficiente de suavidade ( $\alpha_t$ )	1.25

Tabela 5.3: Parâmetros utilizados nas inversões

A fim de se mostrar o resultado da inversão com o modelo real em um mesmo gráfico, perfis de velocidades em uma posição lateral fixa são mostrados na Figura 5.20.

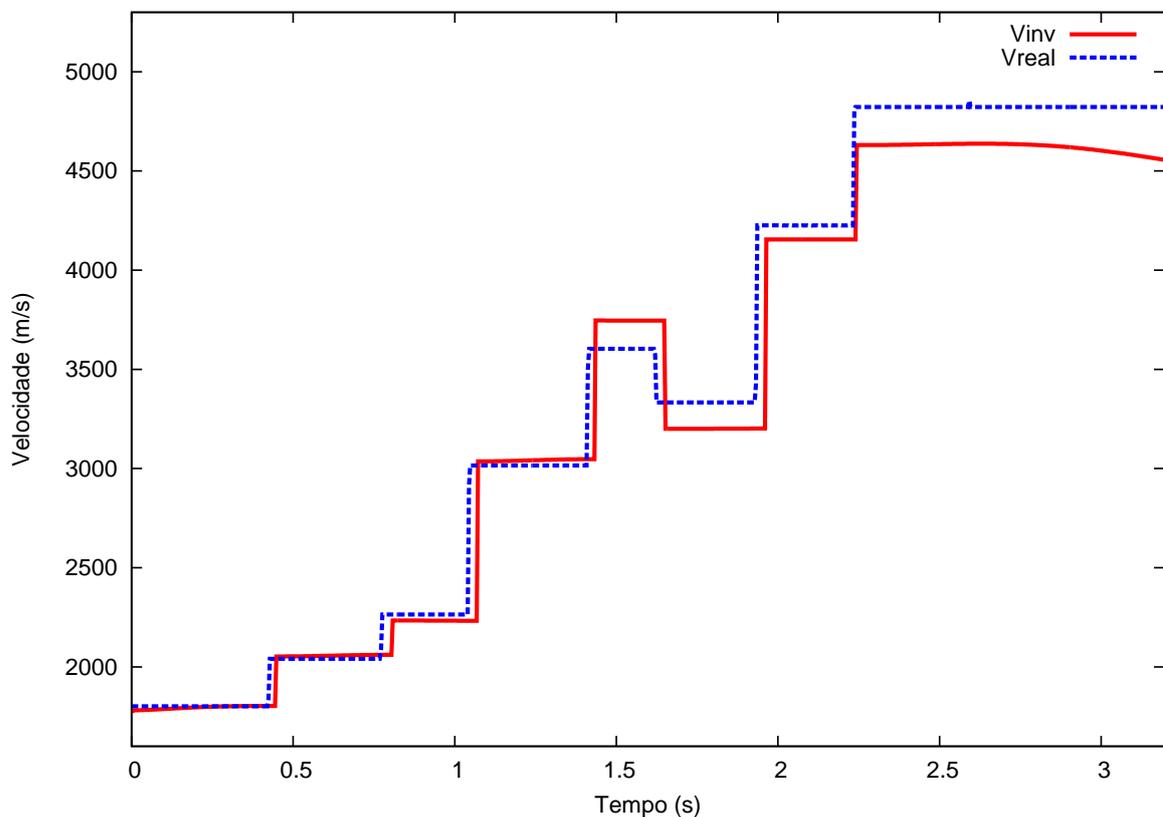


Figura 5.20: Comparação entre perfis de velocidades real e invertido, no CMP de número 510

### Resultado convertido para profundidade

A seguir, mostra-se o resultado da inversão convertido em profundidade juntamente como o modelo real utilizado na modelagem.

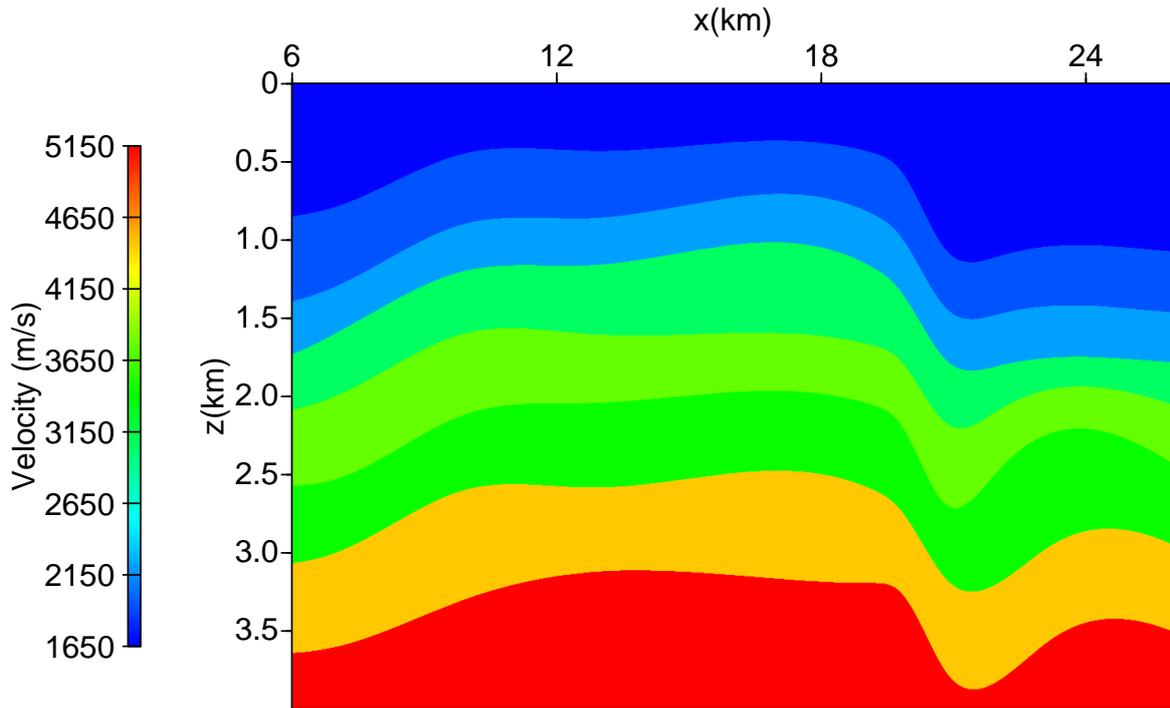


Figura 5.21: Modelo de velocidades real, em profundidade e reduzido a área de interesse

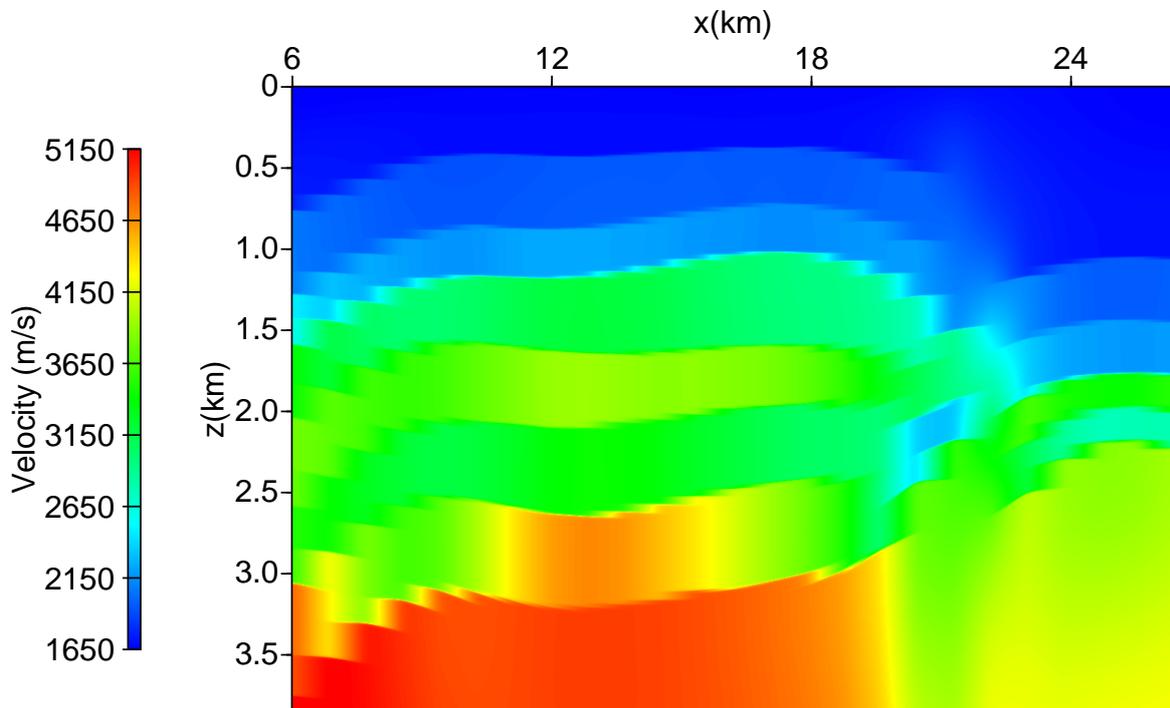


Figura 5.22: Campo de velocidades invertido, em profundidade

## CAPÍTULO 6

### Resultados: Dados reais

#### 6.1 Dados reais da Bacia do Tacutu

Os dados reais usados foram provenientes da região do rifte intracontinental do Tacutu, situada na fronteira entre o nordeste do estado de Roraima e da Guiana (Eiras e Kinoshita, 1994). Os dados sísmicos, especificamente, tratam-se da linha sísmica de reflexão 50-RL-90, adquirida pela PETROBRAS no ano de 1981. A aquisição foi feita utilizando um arranjo de tiros *split-spread* simétrico. Parâmetros referentes à aquisição e utilizados no processamento são mostrados abaixo.

Número de traços	15035
Número de tiros	178
Número de CMP's	1521
Número de amostras ( $nt$ )	1001
Taxa de amostragem ( $dt$ )	4 ms
Espaçamento	
Espaçamento entre geofones (m)	50
Máximos offset (m)	[-2500,2500]
Mínimos offset (m)	[-150,150]
Espaçamento entre tiros (m)	200

Tabela 6.1: Parâmetros referentes à aquisição

O dado pré-empilhado, disponibilizado pela ANP ao CPGG/UFBA e processado por Da Silva (2004), está pronto para a análise de velocidade. Isto é, as etapas do pré-processamento (silenciamento, geometria, correção de amplitude, filtro passa-banda, correção estática, etc), filtragem do *ground-roll* por balanceamento espectral, e correção de *dip moveout*; todas foram feitas. Para mais detalhes destas etapas implementadas no dado, ver Da Silva (2004). Neste trabalho, portanto, será gerado o dado de entrada para a inversão, o qual é o campo de velocidades RMS, a partir da linha sísmica 50-RL-90. A seguir mostram-se partes do dado:

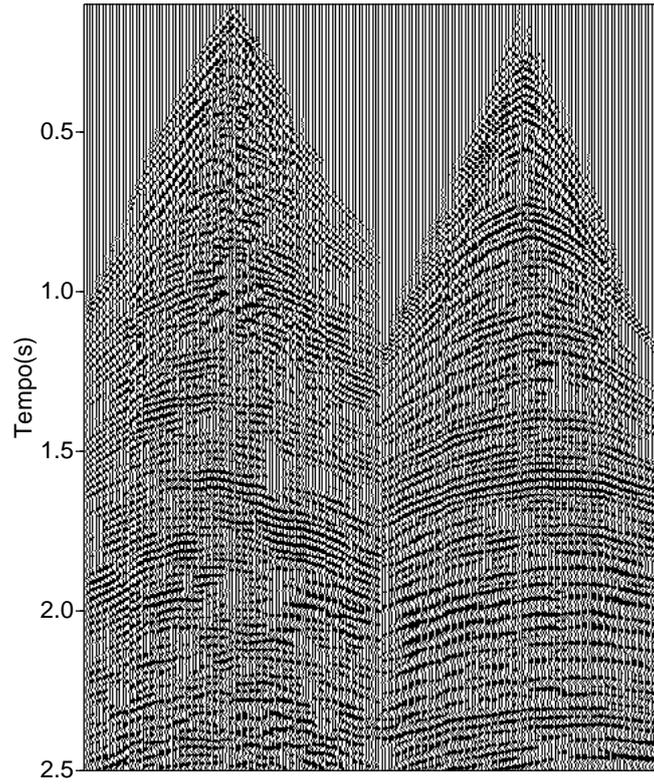


Figura 6.1: Dois exemplos de família de tiro do dado real. Tiros n° 80 e 170

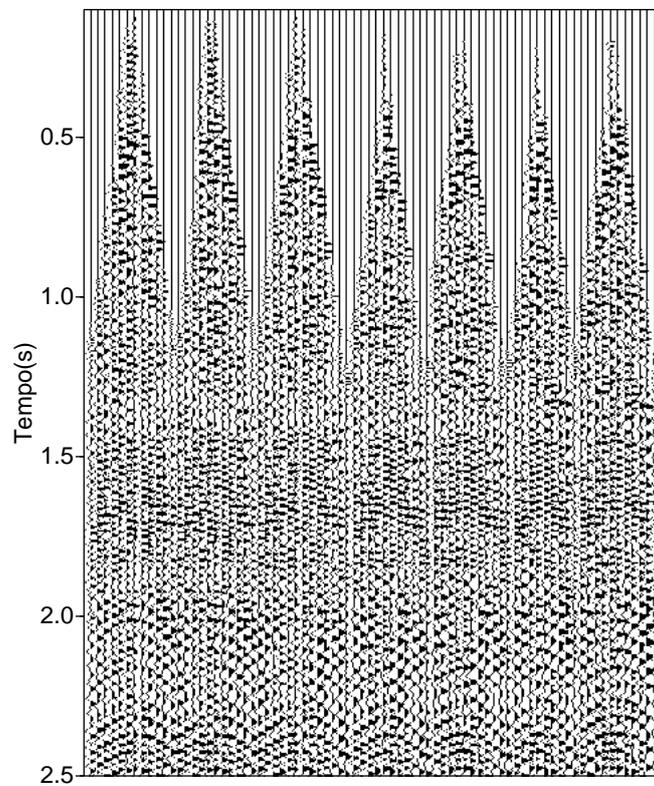


Figura 6.2: Exemplos de família CMP do dado real. CMP's n° 1297 a 1303

### 6.1.1 Análise de Velocidades

Como se pode observar na Figura 6.2, o dado contém pouca cobertura CMP (de 6 a 12 traços por família). Nestes casos, é comum a utilização de famílias de *supergathers*. Estas famílias consistem-se em, a partir de um número considerável de famílias CMP, empilhar os traços de igual *offset* e gerar uma família com grande cobertura e razão sinal/ruído alto. Ao todo foram criados 28 *supergathers* contendo 50 traços cada.

Uma vez obtidos os *supergathers*, é feita a análise de velocidade para cada *supergather* e atribui o respectivo perfil de velocidade NMO ao CMP central do conjunto de CMP's referentes ao *supergather*; ou seja, para um *supergather* compreendendo os CMP's de 1 a 50, a velocidade NMO obtida é referente ao CMP 25.

O conjunto de perfis de velocidade NMO obtidos para estes *supergathers* gera um campo de velocidades RMS para a posterior inversão (Figura 6.4).

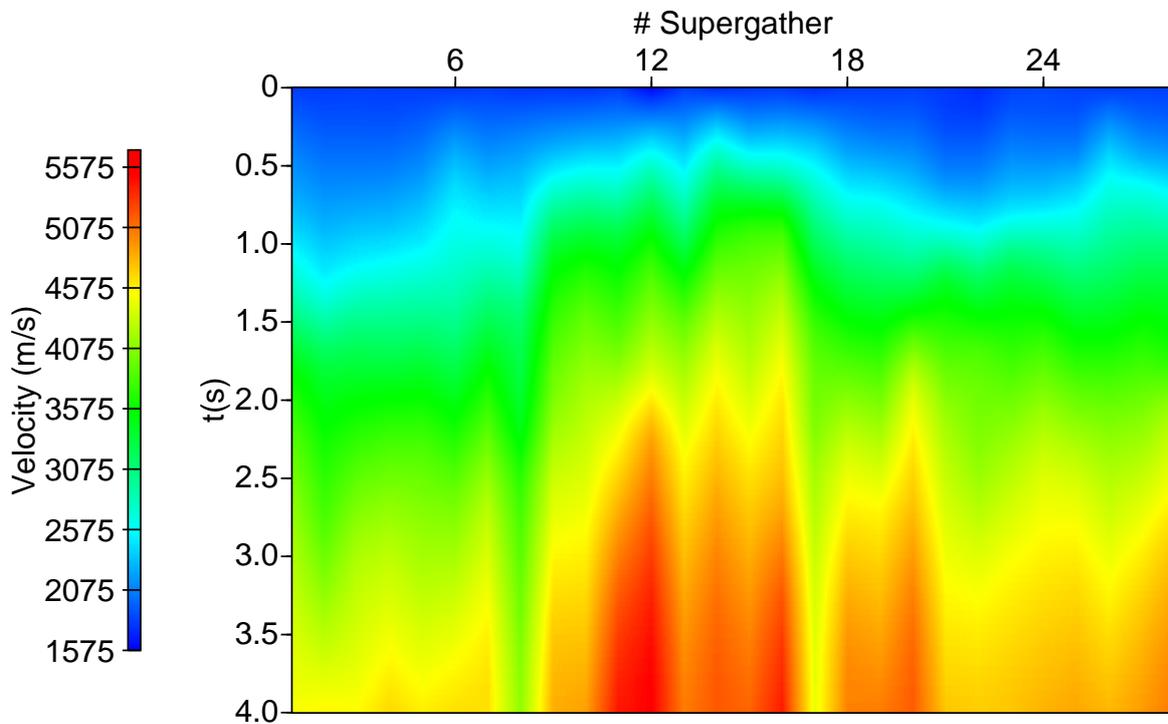


Figura 6.4: Campo de velocidades RMS, em tempo

Portanto, tendo-se o campo de velocidades RMS, pode-se realizar a correção de NMO em toda a linha sísmica, empilhar os traços em cada família CMP e gerar a seção empilhada em tempo:

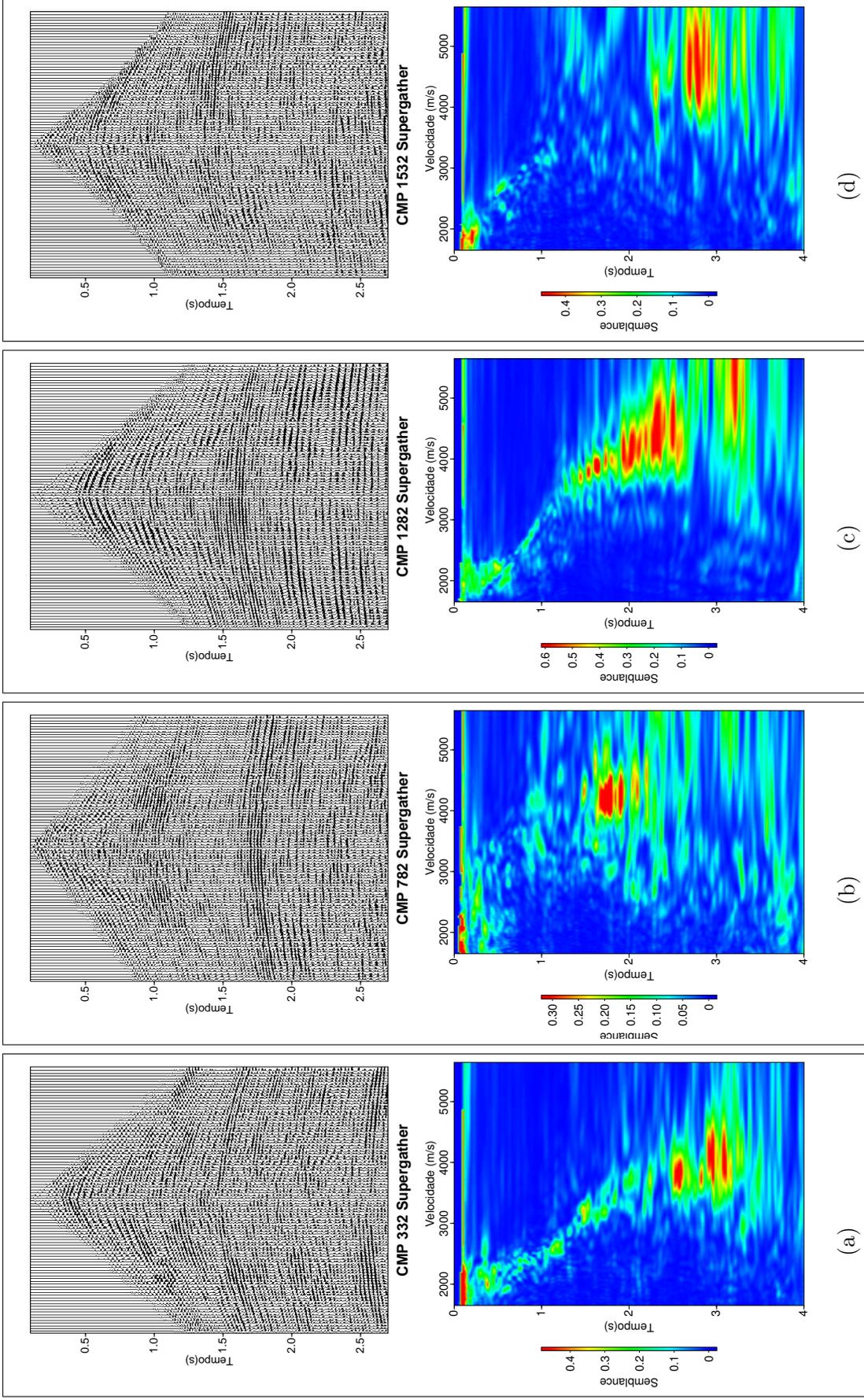


Figura 6.3: Algumas famílias de *supergather* do dado real e seus respectivos painéis semblance: (a) *Supergathers* dos CMP's 207 a 257, (b) 757 a 807, (c) 1257 a 1307, (d) 1507 a 1557.

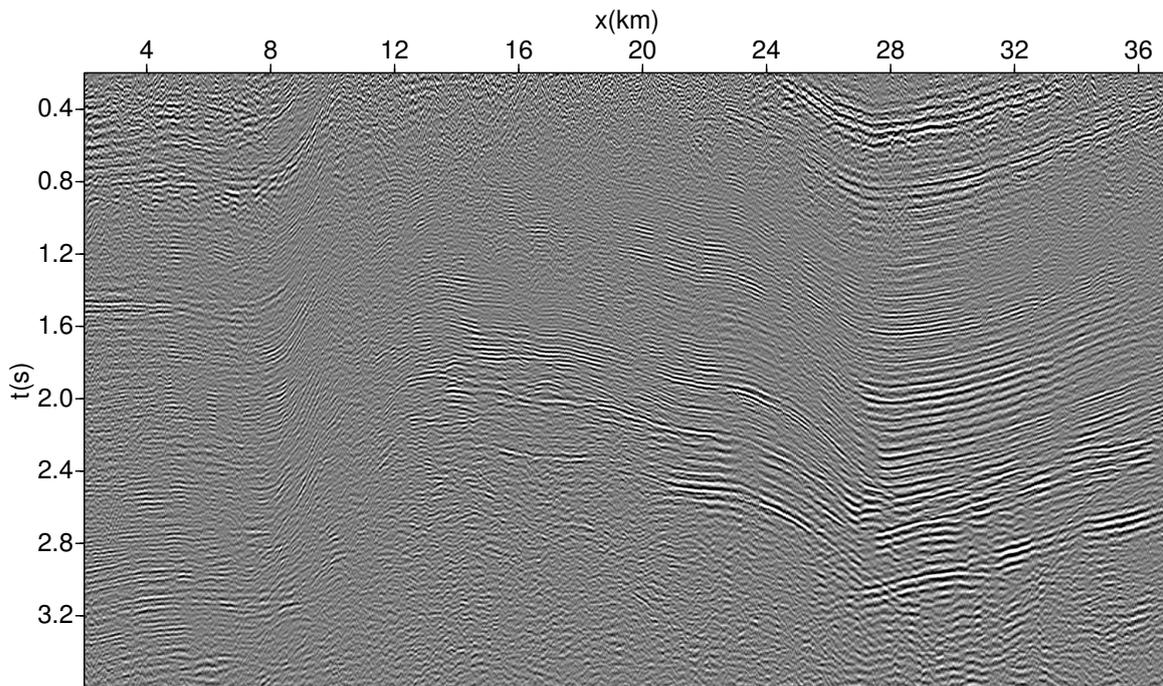


Figura 6.5: Seção empilhada em tempo do dado real

### 6.1.2 Inversão

A implementação da inversão foi feita nos dados reais semelhante ao caso sintético 2d, ou seja, para cada perfil de velocidade RMS por CMP, um perfil de velocidade intervalar foi obtido. Agrupando todos os CMP's forma-se um campo de velocidades intervalares. Os parâmetros usados no algoritmo são mostrados a seguir.

Numero de amostras em tempo ( $nt$ )	1001
Modelo inicial	Dix, perturbado em 3%
Regularização	
Parâmetro de regularização ( $\lambda$ )	$10^{-1}$
Coefficiente de simplicidade ( $\alpha_s$ )	0.25
Coefficiente de suavidade ( $\alpha_t$ )	3

Tabela 6.2: Parâmetros utilizados nas inversões

Primeiramente foi feita uma inversão contínua. Comparando-a com o resultado por Dix, nota-se que as variações anômalas decorrentes da formula de Dix são atenuadas na inversão regularizada:

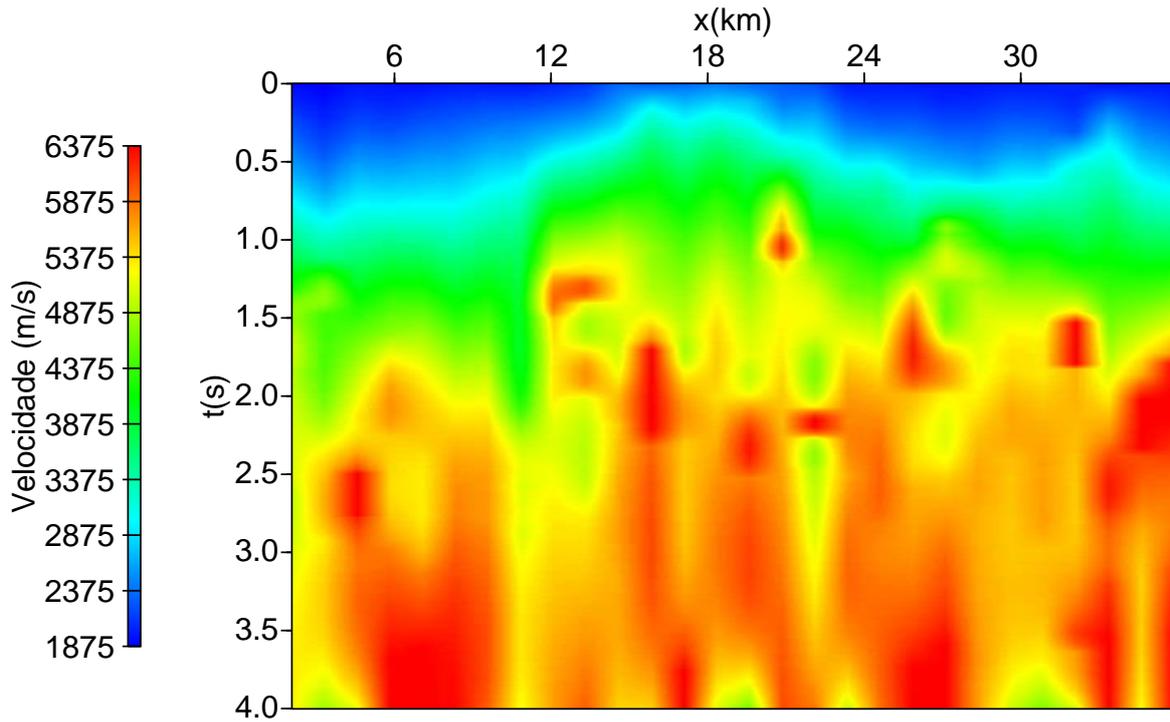


Figura 6.6: Campo de velocidades intervalares por Dix, em tempo

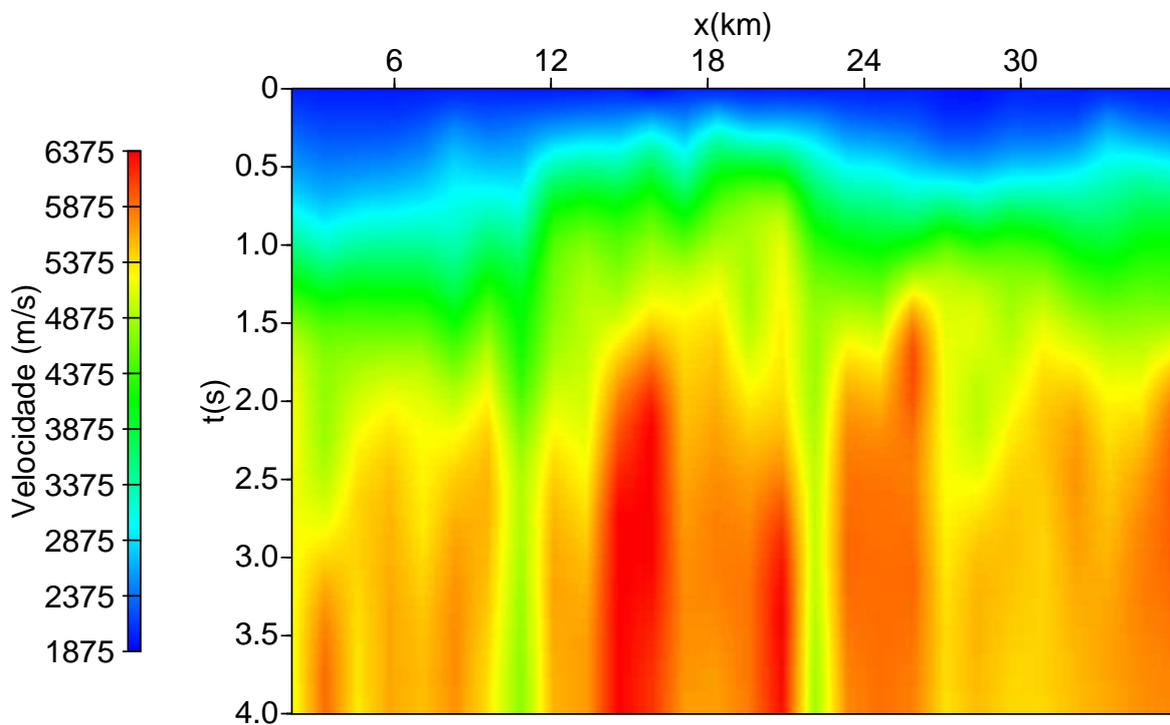


Figura 6.7: Campo de velocidades intervalares pela inversão regularizada, em tempo

Já a inversão descontínua será feita de uma forma diferente da que foi implementada

nos casos sintético 1D e 2D. A análise de velocidade não forneceu valores de *semblance* satisfatórios para que a detecção das reflexões pelo MUSIC fosse implementada. Foi feita então uma seleção manual das reflexões pela própria seção em tempo (Figura 6.5). Escolheu-se os quatro refletores de maior destaque para seção para que estes sejam as interfaces do modelo a ser obtido pela inversão, e sobreposição destes na seção sísmica encontra-se na Figura 6.8.

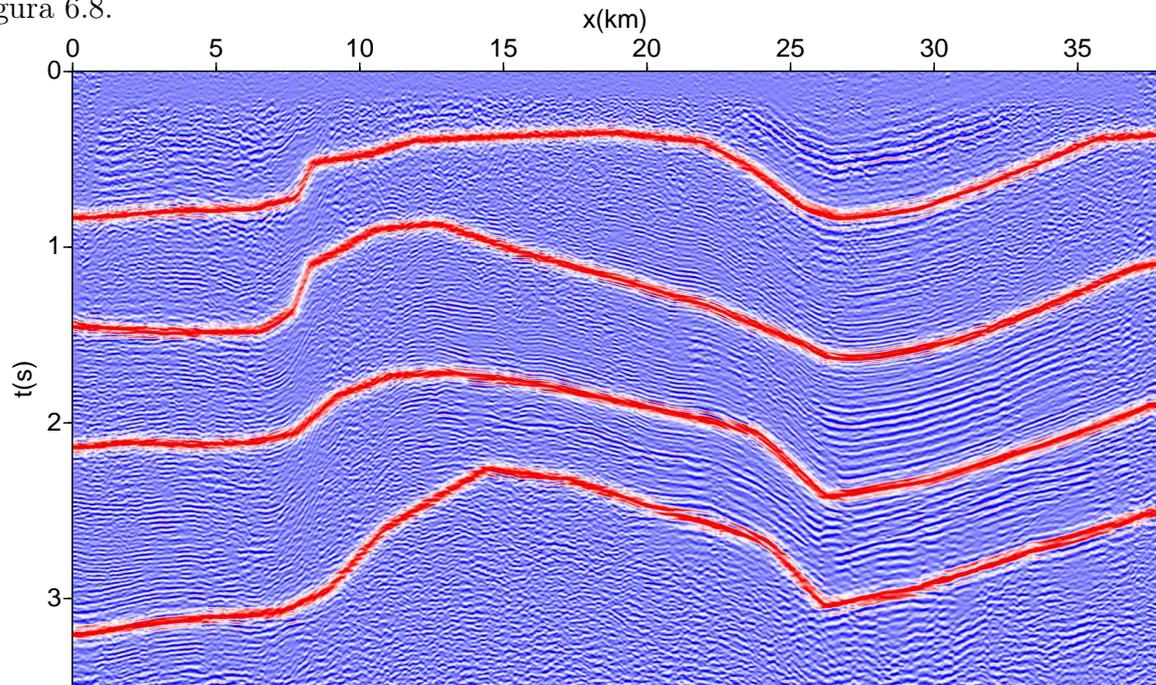


Figura 6.8: Refletores picados manualmente para posterior inversão do modelo com interfaces

Para que se crie um modelo mais propício para etapas finais do processamento, como a migração sísmica, as velocidades no modelo devem variar pouco lateralmente. Para isso, o campo de velocidades RMS da Figura 6.4 que serve de entrada para inversão foi suavizado e reamostrado:

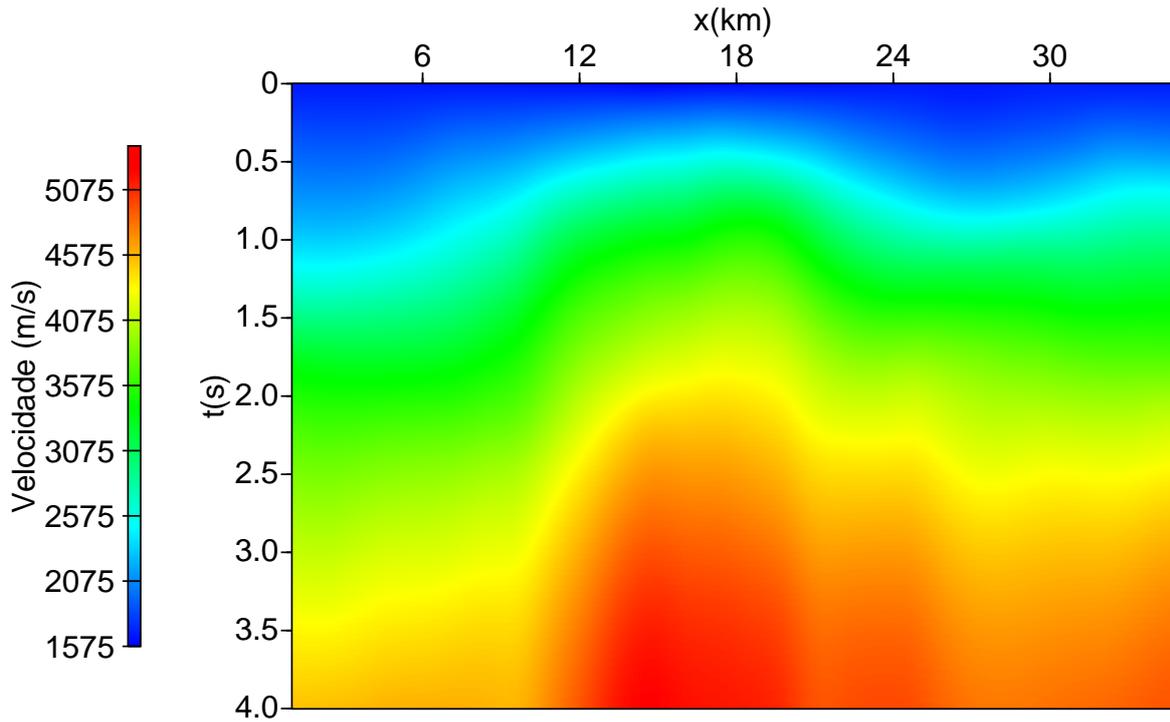


Figura 6.9: Campo de velocidades RMS, em tempo, suavizado lateralmente

Finalmente, a inversão descontínua foi implementada, tendo como dado de entrada o campo de velocidades RMS suavizado e a localização das interfaces.

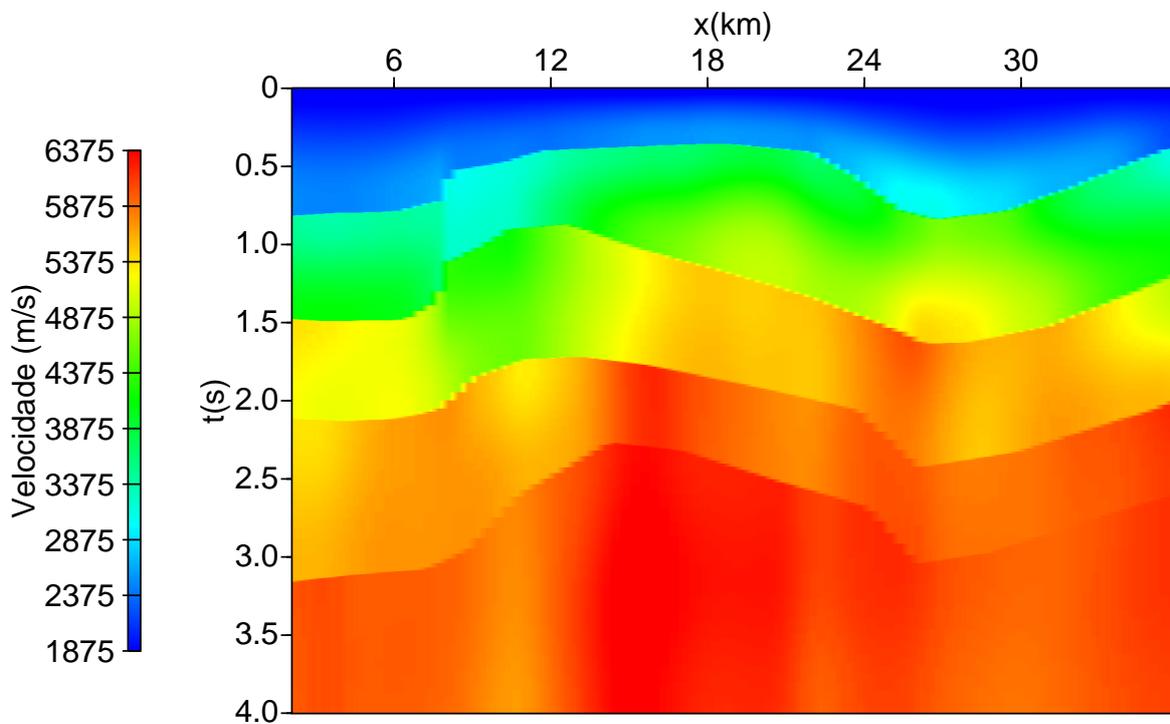


Figura 6.10: Modelo invertido de velocidades, com interfaces, em tempo

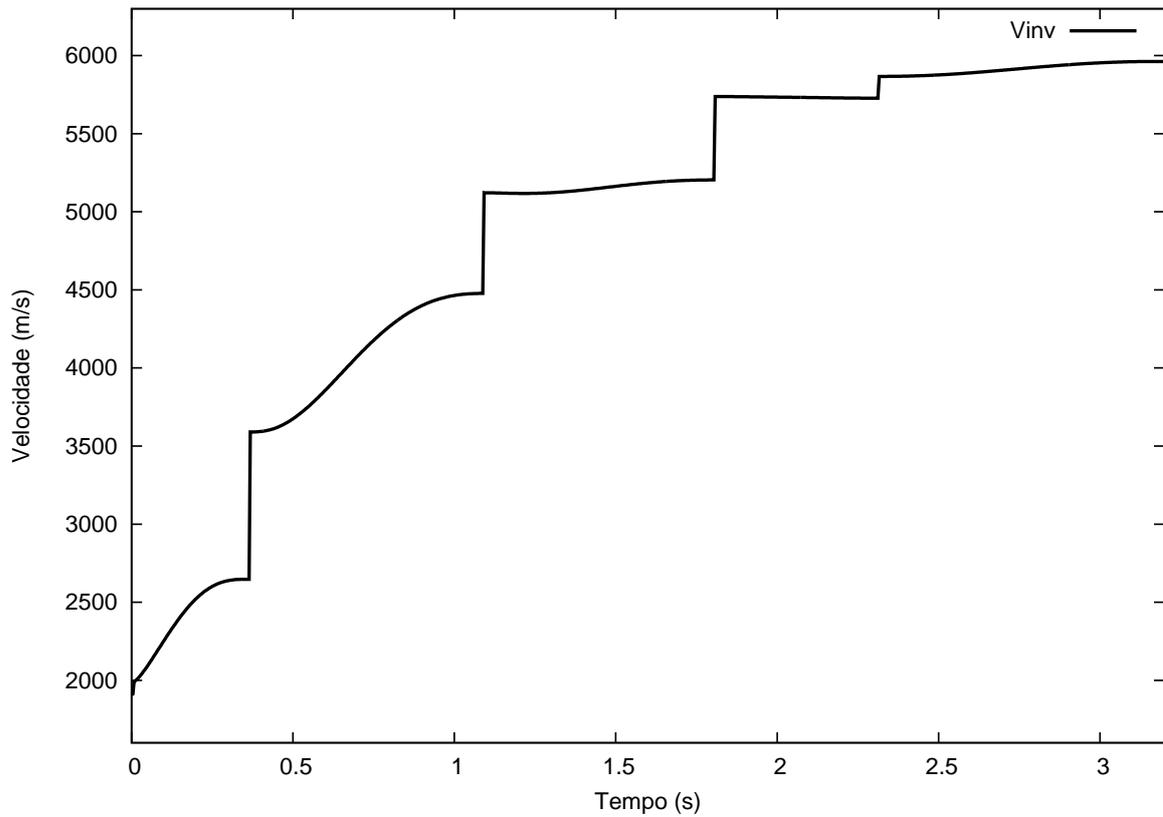


Figura 6.11: Perfil de velocidade referente à Figura 6.10 na posição  $x=15\text{km}$

### Resultado convertido em profundidade

O modelo de velocidades em função da profundidade é fundamental para a maioria dos algoritmos de migração atuais. Abaixo, mostra-se o mesmo resultado obtido, só que em função da profundidade, semelhante ao que foi obtido no caso sintético 2D.

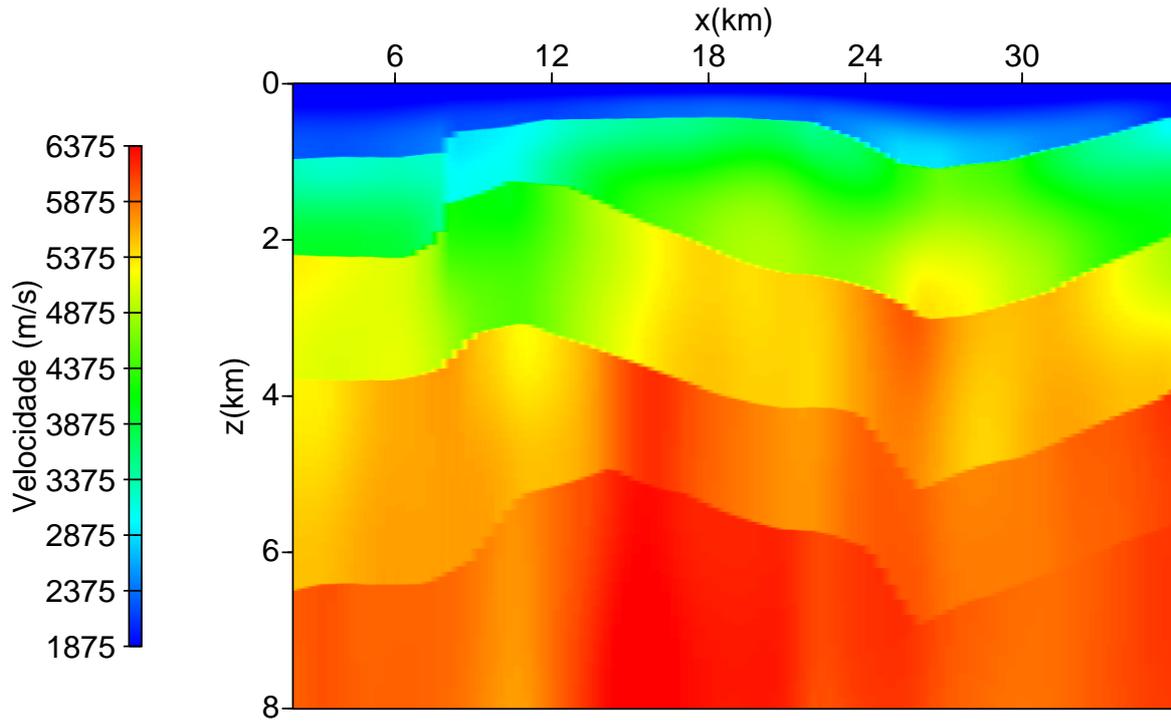


Figura 6.12: Modelo invertido de velocidades, com interfaces, em profundidade

## CAPÍTULO 7

### Conclusões

A inversão regularizada e linearizada, aplicada sobre os dados sintéticos e reais com algumas variações, cumpriu satisfatoriamente seu papel de obter modelos de velocidades intervalares plausíveis com os dados e com a geologia, apresentando porém algumas restrições. Também foi visto que o tratamento linear ou não-linear ao problema fornecem praticamente os mesmos resultados, ficando a cargo do usuário a escolha de uma melhor convergência pelo método iterativo (Gauss-Newton) ou de um menor tempo de processamento (abordagem linear).

Os resultados convencionais obtidos pela equação de Dix foram plausíveis geologicamente com os dados sintéticos. Já com dados reais, de maior complexidade e com maior nível de ruído, variações anômalas de velocidade surgiram, o que fez o método convencional falhar. Em comparação, a inversão regularizada contínua foi levemente melhor nos casos sintéticos, e no caso real formou um campo de velocidades intervalares suficientemente plausível, o que definitivamente não foi obtido pela fórmula Dix.

A inversão descontínua apresentou resultados semelhantes à contínua, exceto pelas interfaces presentes. A determinação das interfaces nos casos sintéticos pelo MUSIC possibilitou uma maior aproximação ao modelo sintético real de velocidades, o qual é estratificado. O número de interfaces no modelo original e no invertido foram exatamente iguais para o perfil 1-D e para regiões com pouco mergulho do caso sintético 2-d, e além disso, houve pouco desvio de localização das interfaces nestes casos em relação aos respectivos modelos originais. Já os valores de velocidades obtidos na inversão descontínua se distanciaram um pouco do original, principalmente para tempos tardios.

Regiões com mergulho e, principalmente, em forma de sinclinais (e que geram artefatos de migração) limitaram a acurácia do método tanto na determinação das interfaces quanto nos valores de velocidade. Isto prova a limitação do método em tais estruturas, justamente pelo fato da relação RMS entre velocidades de NMO e intervalares ser inválida quanto maior o mergulho destas estruturas.

A análise de velocidade do dado real causou perfis imprecisos de velocidade RMS, devido a:

- o nível de ruído do dado, de origem terrestre;
- pouca cobertura CMP;
- e o uso de *supergathers*, que são representativos de várias famílias CMP com a premissa de pouca variação de velocidade lateral. Em casos reais essa premissa costuma falhar.

Portanto, não houve possibilidade de se aplicar a detecção automática de interfaces pelo MUSIC no caso real, recorrendo-se a detecção manual. O campo de velocidades RMS foi suavizado lateralmente pelo mesmo motivo. Apesar disto, o modelo invertido para o caso real pareceu plausível geologicamente e, portanto, serve de estimativa para um futuro modelo de migração para estes dados provenientes da Bacia do Tacutu.

Para uma melhor análise do método, sugere-se mais resultados e tentativa de aplicação em dados marítimos, apesar de estes conterem múltiplas e outras particularidades diferentes do tipo terrestre. A determinação arbitrária do parâmetro de regularização deverá ser suplantada por um método automático de escolha do parâmetro, e métodos comuns são o da Curva L, *Generalized Cross-Validation* (GCV) e Princípio da Discrepância. A determinação do desvio padrão do erro também é algo a ser estudado futuramente com intuito de aprimorar a inversão regularizada

# Agradecimentos

A Deus.

Aos meus pais, Daniel e Ivete, e a minha irmã Carol. por tudo que fizeram por mim.

Ao orientador, Dr. Milton Porsani, que desde meados da minha graduação tem me ensinado e apoiado, e pela contribuição fundamental para realização deste trabalho.

Aos professores do CPGG/UFBA, que transmitiram o conhecimento desta área próspera que é a geofísica.

Pelo formento financeiro dado pelas agências do governo, CNPq/ANP, na forma de bolsa de estudos de Iniciação Científica, e especialmente à CAPES pela Graduação Sanduíche.

Aos colegas de curso de graduação, por trilharem este caminho comigo. Especialmente aos amigos: Yves, Ildeson, Pato, Alex, Adriano, Felipe Alves, e outros. Às amigas da pós, Silvia Lorena e Rygmary, que também deram grande ajuda a este trabalho. A Michelângelo, por ter tirado dúvidas, ajudado e disponibilizado dados da Bacia do Tacutu para implementação do método.

Aos professores, colaboradores e colegas de turma os quais tive convívio na minha estadia na Colorado School of Mines. Especialmente ao amigo Dionísio e ao John Stockwell pelas contribuições iniciais ao presente trabalho.

A todos os demais que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho de conclusão de curso.

## APÊNDICE A

### Método do conjugado gradiente

A demonstração das equações referentes ao método aqui apresentada é baseada em Por-sani (2008).

Considerando o sistema de equações proveniente do método dos mínimos quadrados

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{h} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (\text{A.1})$$

e sua função objetivo

$$Q(\mathbf{h}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h}) \quad (\text{A.2})$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T \mathbf{y} & -\mathbf{y}^T \mathbf{X} \\ -\mathbf{X}^T \mathbf{y} & \mathbf{X}^T \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

e fazendo  $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$  e  $\mathbf{b} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ , a Equação A.1 se torna:

$$\mathbf{A} \mathbf{h} = \mathbf{b}. \quad (\text{A.4})$$

A matriz  $\mathbf{A}$  é simétrica positiva definida. A função objetivo em A.3 apresenta direção gradiente:

$$\frac{1}{2} \nabla Q(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T \mathbf{y} & -\mathbf{y}^T \mathbf{X} \\ -\mathbf{X}^T \mathbf{y} & \mathbf{X}^T \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} = -\mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{h} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{g}^{(k)} = \frac{1}{2} \nabla Q(\mathbf{h}^{(k)}) = -\mathbf{b} + \mathbf{A} \mathbf{h}^{(k)}. \quad (\text{A.6})$$

O método gradiente consiste em atualizar o vetor  $\mathbf{h}$ , para cada iteração  $k + 1$ , por um incremento na direção do gradiente e com escala  $\alpha$ :

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \mathbf{h}^{(k)} + \alpha \mathbf{g}^{(k)}. \quad (\text{A.7})$$

Todavia, o método conjugado gradiente leva em consideração também a direção conjugada nas iterações, exceto na primeira. A direção resultante é representada por um vetor  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \mathbf{h}^{(k)} + \alpha \mathbf{v}^{(k)}, \quad (\text{A.8})$$

ou, de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{h}^{(k)} & \mathbf{v}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Incorporando A.9 na função objetivo (Equação A.3) afim de se obter o coeficiente  $\alpha$ :

$$Q(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}^{T(k)} \\ 0 & \mathbf{v}^{T(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T \mathbf{y} & -\mathbf{b}^T \\ -\mathbf{b} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{h}^{(k)} & \mathbf{v}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Desenvolvendo esta última equação

$$Q(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q(\mathbf{h}^{(k)}) & \mathbf{g}^{T(k)} \mathbf{v}^{(k)} \\ \mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{g}^{(k)} & \mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Esta ultima equação representa uma parábola num subespaço da função objetivo (ver Figura A.1). Para se encontrar o mínimo desta parábola, deriva-se A.11 e iguala a equação a zero. Desta forma, encontra-se o  $\alpha$  ótimo:

$$\nabla Q(\alpha) = 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q(\mathbf{h}^{(k)}) & \mathbf{g}^{T(k)} \mathbf{v}^{(k)} \\ \mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{g}^{(k)} & \mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\alpha^* = -\frac{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{g}^{(k)}}{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}}. \quad (\text{A.13})$$

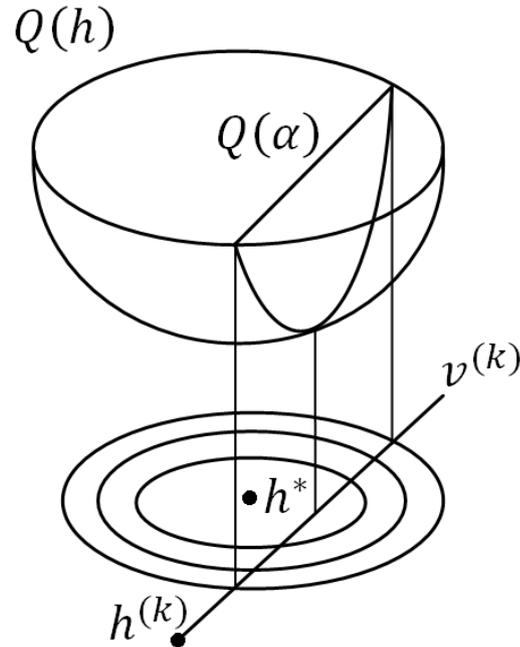


Figura A.1: Função objetivo de um sistema linear. Note sua forma de parabolóide e sua projeção num espaço das incógnitas bidimensional. Cada direção  $\mathbf{v}^{(k)}$  forma uma seção contendo uma parábola, e em cada iteração o mínimo desta parábola é buscado.

### Incorporando a direção conjugada

Dois vetores  $\mathbf{v}^{(k)}$  e  $\mathbf{v}^{(k+1)}$  são  $A$ -ortogonais quando:

$$\mathbf{v}^{(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{0}. \quad (\text{A.14})$$

A incorporação da direção conjugada fará com que, a cada iteração, a direção escolhida  $\mathbf{v}^{(k+1)}$  seja conjugada da anterior  $\mathbf{v}^{(k)}$ . Já que a nova direção gradiente é calculada pelo  $\alpha$ , a direção conjugada é multiplicada por um coeficiente  $\beta$  e adicionada à direção gradiente, resultando em:

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{g}^{(k+1)} + \beta \mathbf{v}^{(k)}. \quad (\text{A.15})$$

Pré-multiplicando  $\mathbf{A}$  a esta última expressão:

$$\mathbf{A} \mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{A} \mathbf{g}^{(k+1)} + \beta \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}, \quad (\text{A.16})$$

E em seguida pré-multiplicando por  $\mathbf{v}^{(k)}$ , de forma que A.14 apareça:

$$\mathbf{v}^{(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{v}^{(k)} \mathbf{A} \mathbf{g}^{(k+1)} + \beta \mathbf{v}^{(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}. \quad (\text{A.17})$$

Para que  $\mathbf{v}^{(k)}$  e  $\mathbf{v}^{(k+1)}$  sejam  $A$ -ortogonais (conjugados), a condição A.14 tem que ser estabelecida. Logo, a partir de A.17, tem-se um  $\beta$  óptimo:

$$\beta^* = -\frac{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{g}^{(k+1)}}{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}}. \quad (\text{A.18})$$

A seguir, mostra-se um pseudo-algoritmo referente ao método CG:

### Passos do algoritmo Conjugado gradiente

**Dados de entrada:**  $\mathbf{A}, \mathbf{h}_0, \mathbf{b}$

**Dados de saída:**  $\mathbf{h}^{(N)}$

**Variáveis auxiliares:**  $\mathbf{v}, \mathbf{g}, \alpha, \beta$

**Início:**

$\mathbf{h}^{(0)}$  : estimativa inicial  
 $\mathbf{g}^{(0)} = -\mathbf{b} + \mathbf{A} \mathbf{h}^{(0)}$  : direção gradiente inicial  
 $\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{g}^{(0)}$  : direção resultante inicial

**Loop de 0 a  $N - 1$  iterações**

$$\alpha^* = -\frac{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{g}^{(k)}}{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}}$$

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \mathbf{h}^{(k)} + \alpha \mathbf{v}^{(k)}$$

$$\mathbf{g}^{(k+1)} = \mathbf{g}^{(k)} + \alpha \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}$$

$$\beta^* = -\frac{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{g}^{(k+1)}}{\mathbf{v}^{T(k)} \mathbf{A} \mathbf{v}^{(k)}}$$

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{g}^{(k+1)} + \beta \mathbf{v}^{(k)}$$

**Término do Loop**

**Fim**

## Referências Bibliográficas

- Ake, B. (1996) Numerical Methods for Least Squares Problems, Scripta series in mathematics, Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- Barros, T.; Lopes, R.; Tygel, M. e Romano, J. (2012) Implementation aspects of eigenstructure-based velocity spectra, 74th EAGE Conference, Resumos Expandidos.
- Blandford, R. (1974) An automatic event detector at the tonto forest seismic observatory, Geophysics, **39**:633–643.
- Burland, A.; Kolbjornsen, O. e Carter, A. (2011) Bayesian dix inversion, Geophysics, **76**(2):15–22.
- Chen, Z. e Haykin, S. (2002) On different facets of regularization theory, Neural Computation, pp. 2791–2846.
- Claerbout, J. F. e Fomel, S. (2008) Image estimation by example, Stanford University, Stanford, CA.
- Clapp, R.; Sava, P. e Claerbout, J. (1998) Interval velocity estimation with null-space, Relatório do Stanford Exploration Project, 97:147-156.
- Da Silva, M. G. (2004) Processamento de dados sísmicos da Bacia do Tacutu, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- Dix, C. (1955) Seismic velocities from surface measurements, Geophysics, **20**(1):68–86.
- Dos Santos, V. (2009) Inversão de velocidades intervalares usando decomposição em valores singulares e entropia relativa mínima, Trabalho de graduação, Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- Douze, E. J. e Laster, S. J. (1979) Statistics of semblance, Geophysics, **44**:1999–2003.
- Eiras, J. e Kinoshita, E. (1994) Boletim de Geociências da PETROBRAS, PETROBRAS, Rio de Janeiro.
- Ellis, R. e Oldenburg, D. (1994) Applied geophysical inversion, Geophysics, **116**:5–11.
- Gill, P.; Murray, W.; Ponceleón, D. e Saunders, M. (1991) Solving reduced kkt systems in barrier methods for linear and quadratic programming, Relatório Técnico, Stanford University.
- Golub, G. H.; Hansen, C. e Dianne, P. O. (1999) Tikhonov regularization and total least squares, Anais - Society for Industrial Applied Mathematics, **21**(1):185–194.

- Hansen, C. (2010) *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms*, cap. 5, *Fundamentals of Algorithms*, Society of Industrial and Applied Mathematics.
- Harlan, W. S. (1999) *Constrained Dix Inversion*, url=<http://www.billharlan.com/papers/rmsinv.pdf>.
- Hill, S. J. e Ruger, A. (2012) *Illustrated Seismic Processing, Essentials, Potentials and Pitfalls*, Colorado School of Mines, Golden.
- Marquardt, D. W. (1970) Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation, *Technometrics*, **12**:591–612.
- Menke, W. (1989) *Discrete Inverse Theory*, vol. 45, *International Geophysics Series*, San Diego, CA.
- Oldenburg, D. e Li, Y. (2005) *Inversion for Applied Geophysics: A tutorial*, vol. 13, *Society of Exploration Geophysicists*, Tulsa, OK.
- Porsani, M. (2008) Uma formulação de otimização para os algoritmos gradiente e gradiente conjugado pré-condicionados, *Notas de aula*, Universidade Federal da Bahia, Salvador - Bahia.
- Porsani, M.; Stoffa, P.; Sen, M. e Seif, R. (2010) Partitioned least-squares operator for large-scale geophysical inversion, *Geophysics*, **75**:121–128.
- Richardson, R. e Zandt, G. (2009) *Inverse problems in geophysics*, *Notas de aula*, University of Arizona, Tucson, AZ.
- Schmidt, R. (1986) Multiple emitter location and signal parameter estimation, *IEEE Trans Antennas Propagat.*, **34**:276–280.
- Sheriff, R. (2002) *Encyclopedic Dictionary of Applied Geophysics*, Fourth Edition.
- Sneider, R. e Trampert, J. (2005) *Inverse Problems in Geophysics*, Dept of Geophysics - Utrecht University, Utrecht, TA, Holanda.
- Stockwell, J. W. (1999) The cwp/su: Seismic unix package, *Computers and Geosciences*, **25**(4):415–419.
- Taner, M. e Koehler, F. (1969) Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions, *Geophysics*, **34**:858–881.
- Taner, M. e Koehler, F. (1974) Estimation and correction of near-surface time anomalies, *Geophysics*, **63**:1–15.
- Tarantola, A. (2005) *Inverse Problem Theory*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- Tikhonov, A. e Arsenin, V. (1977) *Solutions of ill-posed problems*, Scripta series in mathematics, Winston, New York.
- Ursin, B.; Da Silva, M. e Porsani, M. (2013) Signal and travel-time parameter estimation using singular value decomposition, NTNU/UFBA.

- VanDecar, J. e Snieder, R. (1994) Obtaining smooth solutions to large, linear, inverse problems, *Geophysics*, **59**:818–829.
- Yilmaz, O. (2001) *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK.