



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

PARAMETRIZAÇÃO UNIDIMENSIONAL DE CAMPOS DE VELOCIDADES SÍSMICAS POR ONDALETA DE MORLET

ILDESON PRATES BASTOS

SALVADOR – BAHIA

Abril – 2013

**Parametrização Unidimensional de Campos de Velocidades Sísmicas por
Ondaleta de Morlet**

por

ILDESON PRATES BASTOS

Orientador: Prof. Dr. Wilson Mouzer Figueiró

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

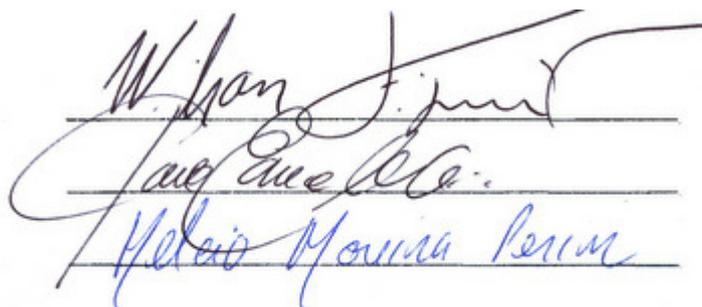
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA



Comissão Examinadora

Dr. Wilson Mouzer Figueiró - Orientador

Dr. Paulo Eduardo Miranda Cunha

M.Sc. Hécio Moreira Perin

Data da aprovação: 08/04/2013

Dedico este trabalho à minha
família, fonte de energia e
inspiração.

RESUMO

Ondaletas ou *wavelets* podem ser tomadas como alternativas para alguns sistemas que usam bases de funções para representação de funções genéricas (contínuas ou não). Como exemplo de tais bases, temos aquelas geradas pela função ondaleta de Morlet, que serviu como fundamento para a pesquisa desenvolvida.

Neste trabalho utiliza-se diferentes estratégias matemáticas com a finalidade de representar parametricamente funções (matemáticas ou advindas de modelos geológicos) através de séries ondaleta. Deste modo, pode-se dispor de modelos definidos por coeficientes da série que os parametrizam para a realização de possíveis modelagens.

O objetivo principal é a representação unidimensional de campos de velocidades sísmicas compressoriais parametrizados pela parte real da ondaleta de Morlet, para diferentes situações geológicas. Embora 1D, eventualmente, tais campos denotam variações simultâneas nas direções vertical e horizontal.

Diferentemente das ondaletas mais comuns, a base construída pelas ondaletas-filhas utilizadas não é ortonormal, o que levou os cálculos, para obtenção dos coeficientes, a serem desenvolvidos através de ajustes pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). A aproximação do campo de velocidades, obtida por essa técnica, depende do intervalo de variação dos índices usados nas séries, o que influencia diretamente a qualidade da parametrização do modelo. Com o decorrer da pesquisa observou-se que a parametrização proposta oferece uma boa acurácia na representação dos campos estudados à medida que se aumenta o número de coeficientes inseridos na série ondaleta.

ABSTRACT

Wavelets can be taken as alternatives for some systems that use function basis for generic functions representation (continuous or discontinuous). As an example of such basis, we have those generated by Morlet wavelet function, which served as the foundation for the research developed.

This study uses different mathematical strategies in order to represent functions by parameters (mathematical functions or those arising from geological models) of a wavelet series. Thus, we can use models defined by series coefficients. These coefficients parameterize models, making modeling possible.

The main objective is the one-dimensional representation of seismic compressional velocity fields, parameterized by the real part of the Morlet wavelet, for different geological situations. Although 1D, such fields denote simultaneous variations in vertical and horizontal directions.

Unlike the more common wavelets, the basis formed by daughters Morlet wavelets is not orthonormal. Then, the calculations to obtain the coefficients are developed by Least Squares Fitting.

The approximation of the velocity field obtained by this technique depends on the range of indices used in the series, which directly influences on the quality of the model parameterization. In the course of research, it was noted that the proposed parameterization provides good accuracy in the representation of the studied fields, as the number of wavelet coefficients inserted in series increases.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Aspectos Teóricos	2
1.1 Ondaletas	2
1.2 Ondaleta de Morlet	4
CAPÍTULO 2 Metodologia	6
2.1 Diferença relativa entre os campos original e parametrizado	7
2.2 Módulo dos coeficientes	7
CAPÍTULO 3 Resultados numéricos	8
3.1 Resultados preliminares	8
3.1.1 Parametrização de Função Unidimensional	8
3.2 Resultados avançados	9
3.2.1 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação vertical linear (M_1)	9
3.2.2 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação vertical quadrática (M_2)	13
3.2.3 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação radial linear (M_3)	19
3.2.4 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação radial quadrática inversa (M_4)	26
3.2.5 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação diagonal (M_5)	32
CAPÍTULO 4 Conclusões	39
Agradecimentos	40

Referências 41

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Representação gráfica das partes real e imaginária da função ondaleta de Morlet $\psi(t)$ definida pela Eq. (1.12), para $w_0 = 5$	5
3.1	Função $f(x)$ dada por Eq. (3.1) e sua representação $f_{P,A}(x)$ por ondaleta de Morlet, no intervalo $[-4, 4]$. Os índices utilizados na série, que produziram 15 coeficientes, foram tais que $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$	8
3.2	Função $f(x)$ dada por Eq. (3.1) e sua representação por ondaleta de Morlet $f_{P,B}(x)$, no intervalo $[-4, 4]$. Os índices utilizados na série, que produziram 25 coeficientes, foram tais que $-2 \leq j$ e $k \leq 2$	9
3.3	Representação do modelo original M_1 com velocidades variando de 2,0 a 7,3 km/s segundo $V_1(z) = 2 + \frac{4}{3}z$	10
3.4	Modelo M_{P_1} : Representação de M_1 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, onde um total de 15 coeficientes permitiram escrever a série ondaleta de Morlet, $V_{P_1}(z)$, de $V_1(z)$	10
3.5	Representação da comparação qualitativa entre M_1 e M_{P_1}	11
3.6	Comparação entre $V_1(z)$ e $V_{P_1}(z)$ em função da profundidade z	11
3.7	Diferença relativa entre $V_1(z)$ e $V_{P_1}(z)$ em função da profundidade z	12
3.8	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de M_{P_1} através da parametrização de M_1 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$	12
3.9	Representação do modelo original M_2 com variação de velocidades entre 1,0 e 6,0 km/s, segundo $V_2(z) = \frac{5}{4}(z - 2)^2 + 1$	13
3.10	Modelo $M_{P_2,A}$: Representação de M_2 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$. Utilizou-se 15 coeficientes, que permitiram obter uma série ondaleta de Morlet, $V_{P_2,A}(z)$, de $V_2(z)$	14
3.11	Representação da comparação qualitativa entre M_2 e $M_{P_2,A}$	14
3.12	Comparação entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,A}(z)$ em função da profundidade z para 15 coeficientes.	15
3.13	Diferença relativa entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,A}(z)$ em função da profundidade z para 15 coeficientes.	15

3.14	Modelo $M_{P_2,B}$: Representação de M_2 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$. Utilizou-se 25 coeficientes, que permitiram obter uma série ondaleta de Morlet, $V_{P_2,B}(z)$, de $V_2(z)$	16
3.15	Representação da comparação qualitativa entre M_2 e $M_{P_2,B}$	16
3.16	Comparação entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,B}(z)$ em função da profundidade z para 25 coeficientes.	17
3.17	Diferença relativa entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,B}(z)$ em função da profundidade z para 25 coeficientes. Nota-se uma diferença tão pequena que chega ser inferior à ordem de grandeza de 10^{-11}	17
3.18	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_2,A}$ através da parametrização de M_2 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$	18
3.19	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_2,B}$ através da parametrização de M_2 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$	19
3.20	Representação do modelo original M_3 com variação de velocidades entre 1,0 e 8,0 km/s. Neste caso, $V_3(r) = 8 - \frac{7}{R}r$, onde $R = 4\sqrt{2}$ e r é a distância radial contada a partir do ponto (4, 4).	20
3.21	Modelo $M_{P_3,A}$: Representação de M_3 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_3,A}(r)$, de $V_3(r)$	20
3.22	Representação da comparação qualitativa entre M_3 e $M_{P_3,A}$	21
3.23	Comparação entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,A}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.	21
3.24	Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,A}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.	22
3.25	Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,A}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes, com r restrito ao intervalo $[4, 4\sqrt{2}]$ km.	22
3.26	Modelo $M_{P_3,B}$: M_3 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_3,B}(r)$, de $V_3(r)$	23
3.27	Representação da comparação qualitativa entre M_3 e $M_{P_3,B}$	23
3.28	Comparação entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,B}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.	24
3.29	Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,B}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.	24

3.30	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste (MMQ) para a obtenção de $M_{P_{3,A}}$ através da parametrização de M_3 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Utilizou-se 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, implicando em $1 \leq m \leq 15$.	25
3.31	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_{3,B}}$ através da parametrização de M_3 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.	25
3.32	Representação do modelo original M_4 com variação de velocidades entre 2,0 e 6,0 km/s descrita por $V_4(r) = 2(r\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{2}}$, onde $r = r(x, z) = \sqrt{(x - 4)^2 + z^2}$.	26
3.33	Modelo $M_{P_{4,A}}$: Representação de M_4 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_{4,A}}(r)$, de $V_4(r)$.	27
3.34	Representação da comparação qualitativa entre M_4 e $M_{P_{4,A}}$.	27
3.35	Comparação entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,A}}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.	28
3.36	Diferença relativa entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,A}}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.	28
3.37	Modelo $M_{P_{4,B}}$: Representação de M_4 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_{4,B}}(r)$, de $V_4(r)$.	29
3.38	Representação da comparação qualitativa entre M_4 e $M_{P_{4,B}}$.	29
3.39	Comparação entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.	30
3.40	Diferença relativa entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.	30
3.41	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_{4,A}}$ através da parametrização de M_4 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$.	31
3.42	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_{4,B}}$ através da parametrização de M_4 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.	31
3.43	Representação do modelo original M_5 com variação de velocidades entre 2,0 e 8,4 km/s. A velocidade é dada por $V_5(d) = 2 + \frac{4}{5}d$, onde $d(x, z) = \frac{1}{5}(3x + 4z)$.	32

3.44	Modelo $M_{P_5,A}$: Representação de M_5 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_5,A}(d)$, de $V_5(d)$	33
3.45	Representação da comparação qualitativa entre M_5 e $M_{P_5,A}$	33
3.46	Comparação entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,A}(d)$ em função da distância diagonal d para 15 coeficientes.	34
3.47	Diferença relativa entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,A}(d)$ em função da distância diagonal d para 15 coeficientes.	34
3.48	Modelo $M_{P_5,B}$: Representação de M_5 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_5,B}(d)$, de $V_5(d)$	35
3.49	Representação da comparação qualitativa entre M_5 e $M_{P_5,B}$	35
3.50	Comparação entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,B}(d)$ em função da distância diagonal d para 25 coeficientes.	36
3.51	Diferença relativa entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,B}(d)$ em função da distância diagonal d para 25 coeficientes.	36
3.52	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_5,A}$ através da parametrização de M_5 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$	37
3.53	Representação gráfica de $\log(c_{j,k})$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_5,B}$ através da parametrização de M_5 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$	38

INTRODUÇÃO

A modelagem sísmica tenta simular computacionalmente a propagação ondulatória nas rochas de subsuperfície supondo conhecidas as suas propriedades físicas. Dentre as mais diversas propriedades, o presente trabalho considera apenas a velocidade sísmica compressional como aquela a ser parametrizada pela ondaleta de Morlet.

Embora os modelos sísmicos possam variar segundo uma ou mais dimensões, a parametrização 1D, foco deste trabalho, é considerada a mais simples e sua aplicação em campos bidimensionais, por exemplo, pode ser alcançada através de estratégias matemáticas que tornam possível a redução dimensional.

A geologia de subsuperfície tem, comumente, um caráter qualitativo, o que impede o tratamento matemático de seus modelos. Visando superar tal impedimento, faz-se necessário torná-los quantitativos. Portanto, é relevante representar o campo proveniente de um modelo geológico através de parâmetros numéricos. Isto é, realizar a parametrização do modelo. Que pode ser: matricial, polinomial, senoidal (Fourier), por *splines*, por ondaletas e outras (Santana, 2008).

É neste contexto que as ondaletas aparecem e se referem a um conjunto de funções com forma de pequenas ondas geradas por dilatações e translações de uma função simples de variável real, chamada de função ondaleta e, algumas vezes, de ondaleta-mãe. As funções derivadas são denominadas ondaletas-filhas, ou simplesmente ondaletas (Weng & Lau, 1994). Tais funções formam uma base que não precisa ser necessariamente ortogonal, que é o caso da ondaleta de Morlet. No entanto, é importante ressaltar que existem vantagens ao se trabalhar com bases de ondaletas que sejam ortogonais porque desta forma é possível reconstruir perfeitamente o sinal original, onde cada coeficiente é calculado como o produto interno do sinal com uma função da base. Entre alguns exemplos de ondaleta, estão: Haar, Chapéu Mexicano, Shannon, Morlet e etc.

O presente trabalho dedica-se à aplicação da série da ondaleta de Morlet na parametrização de campos de velocidades sísmicas. E devido ao fato da base constituída pelas ondaletas-filhas não ser ortonormal, os coeficientes tiveram de ser obtidos através de ajustes pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

A implementação dos algoritmos e os resultados produzidos neste trabalho foram realizados na linguagem computacional MATLAB.

CAPÍTULO 1

Aspectos Teóricos

1.1 Ondaletas

O princípio mais geral na construção das ondaletas atribui tal termo a um conjunto de funções com forma de pequenas ondas geradas a partir de dilatações e translações de uma função simples $\psi(t)$, de variável real t , algumas vezes chamada de função ondaleta ou ondaleta-mãe.

As ondaletas-filhas são definidas como funções do tipo $\psi_{j,k}$, geradas a partir de uma dilatação binária 2^j e uma translação diádica $k2^{-j}$. O objetivo é levar em conta as dilatações, compressões e translações de uma única função, produzindo funções da forma (Morettin, 1999):

$$\psi_{j,k}(t) = \psi(2^j t - k), \quad j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (1.1)$$

Tais funções formam uma base que não precisa ser necessariamente ortogonal, que é o caso da ondaleta de Morlet. No entanto, é importante ressaltar que existem vantagens ao se trabalhar com bases ortogonais porque desta forma é possível reconstruir perfeitamente o sinal original, onde cada coeficiente é calculado como produto interno do sinal com uma função da base.

Para que uma função seja denominada de função ondaleta, representada por ψ , ela deve satisfazer duas propriedades distintas, descritas como:

1^a: A integral dessa função deve ser zero, ou seja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (1.2)$$

A Eq. (1.2) assegura que a função ondaleta assuma uma forma tipo onda. Essa condição é conhecida como “admissibilidade”;

2^a: A função ondaleta deve possuir energia unitária, isto é:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1. \quad (1.3)$$

A Eq. (1.3) assegura que a função ondaleta tenha suporte compacto, ou seja, um decaimento rápido de amplitude, o que garante que a ondaleta-mãe possua uma localização espacial.

As propriedades descritas são equivalentes a dizer que $\psi(t)$ pertence ao conjunto $L^2(\mathbb{R})$ das funções quadrado integrável em \mathbb{R} .

Acrescentando-se um fator responsável pela amplitude na Eq (1.1), temos:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k), \text{ onde } j \text{ e } k \in \mathbb{Z}. \quad (1.4)$$

Utilizando-se a Eq. (1.4), uma vez que o sistema $\psi_{j,k}$ é uma base de $L^2(\mathbb{R})$, existem coeficientes, $c_{j,k}$, que tornam possível a representação da função $f(t)$ na forma:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (1.5)$$

A Eq. (1.5) é conhecida como série ondaleta de $f(t)$.

No caso da ondaleta de Morlet os coeficientes são obtidos através de ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Isto se deve ao fato da base constituída pelas ondaletas-filhas não ser ortonormal. De modo que:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Psi})^{-1} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{f}, \quad (1.6)$$

onde \mathbf{c} é o vetor dos coeficientes referentes a série dada pela Eq. (1.5), \mathbf{f} é a função discretamente amostrada nos nós de uma discretização escolhida e $\mathbf{\Psi}$ é a matriz dos valores assumidos por $\psi_{j,k}$ nos referidos nós.

A Eq. (1.6) decorre de:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi} \mathbf{c}, \quad (1.7)$$

onde

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(t_1) \\ f(t_2) \\ f(t_3) \\ \vdots \\ f(t_N) \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

$$\mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \psi_{j_i, k_i}(t_1) & \cdots & \psi_{j_i, k_f}(t_1) & \cdots & \psi_{j_f, k_i}(t_1) & \cdots & \psi_{j_f, k_f}(t_1) \\ \psi_{j_i, k_i}(t_2) & \cdots & \psi_{j_i, k_f}(t_2) & \cdots & \psi_{j_f, k_i}(t_2) & \cdots & \psi_{j_f, k_f}(t_2) \\ \psi_{j_i, k_i}(t_3) & \cdots & \psi_{j_i, k_f}(t_3) & \cdots & \psi_{j_f, k_i}(t_3) & \cdots & \psi_{j_f, k_f}(t_3) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{j_i, k_i}(t_N) & \cdots & \psi_{j_i, k_f}(t_N) & \cdots & \psi_{j_f, k_i}(t_N) & \cdots & \psi_{j_f, k_f}(t_N) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

e

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{j_i, k_i} \\ \vdots \\ c_{j_i, k_f} \\ \vdots \\ c_{j_f, k_i} \\ \vdots \\ c_{j_f, k_f} \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Sendo $(j_i$ e $k_i)$ os valores mínimos dos índices (j e k), assim como $(j_f$ e $k_f)$ os seus valores máximos e $\{t_1, t_2, t_3, \dots, t_N\}$ o conjunto de nós da discretização.

1.2 Ondaleta de Morlet

A ondaleta de Morlet é complexa e sua expressão é apresentada por (Kumar & Foufoula-Georgiou, 1994):

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} \left(e^{-iw_0 t - e^{-\frac{w_0^2}{2}} t^2} \right) e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (1.11)$$

onde w_0 é uma frequência adimensional e $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ é o termo utilizado para normalizar a energia da ondaleta. Para a ondaleta base de Morlet sugere-se $w_0 \geq 5$ como escolha ótima (Torrence & Compo, 1998) e (Grinsted *et al.*, 2004).

De acordo com Kumar & Foufoula-Georgiou (1994), para $w_0 \geq 5$, a Eq. (1.11) corresponde, aproximadamente, a:

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-iw_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (1.12)$$

Tendo em vista que o campo de velocidades é uma função real, apenas $Re[\psi]$ (parte real da ondaleta) é considerada neste trabalho, isto é:

$$\psi(t) = Re \left\{ \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-iw_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \right\} = \pi^{-\frac{1}{4}} \cos(w_0 t) e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (1.13)$$

Baseando-se nas Eqs. (1.12) e (1.13), ou seja, considerando-se $w_0 = 5$ (valor utilizado na obtenção de todos os resultados deste trabalho), tem-se a Figura 1.1, que mostra a forma da ondaleta de Morlet, que pode ser interpretada como uma onda modulada por um envelope Gaussiano.

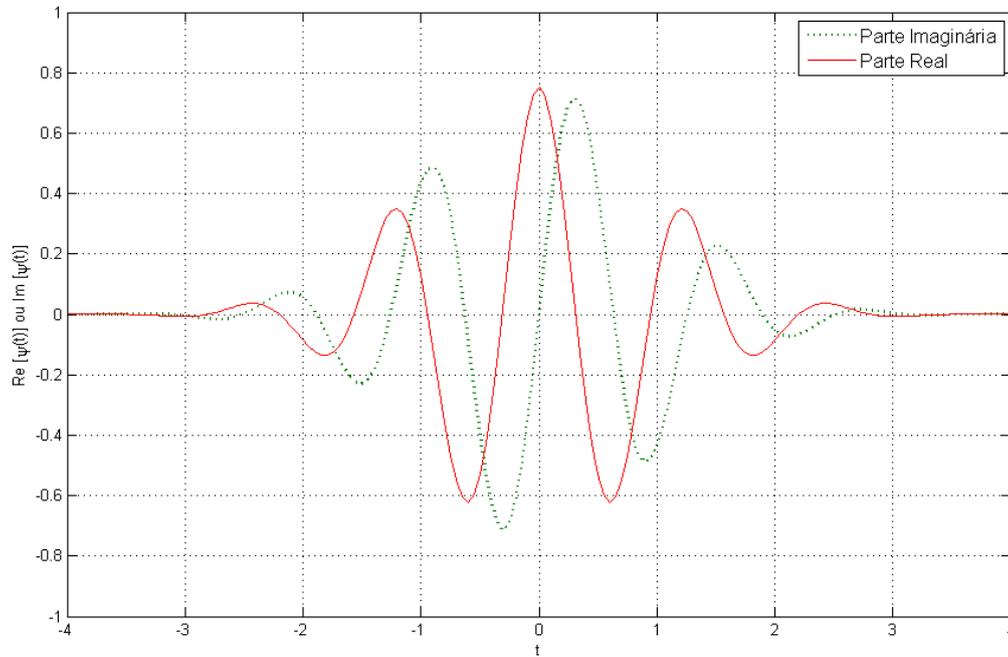


Figura 1.1: Representação gráfica das partes real e imaginária da função ondaleta de Morlet $\psi(t)$ definida pela Eq. (1.12), para $w_0 = 5$.

CAPÍTULO 2

Metodologia

Em alguns casos deste trabalho, os modelos possuem variações de velocidades sísmicas simultaneamente nas direções horizontal e vertical (ou seja, na forma bidimensional). Como a pesquisa se remete à parametrização unidimensional, algumas estratégias foram elaboradas no intuito de representar uma função de duas variáveis como sendo de uma única, de acordo com as características de cada modelo.

Os campos de velocidades estudados neste trabalho são unidimensionais, entretanto sua maioria é graficamente exibida de modo bidimensional e discretizada de modo semelhante (exceto para os modelos M_1 e M_5 , como será oportunamente esclarecido) por uma malha retangular com $40 \times 20 = 800$ nós, tendo em vista que as extensões dimensionais (comprimento e profundidade, respectivamente, 8 km e 4 km) são as mesmas para todos os modelos. Tal unidimensionalidade ocorre numa determinada direção, o que permite concluir que a discretização dependerá apenas do parâmetro responsável pela variação da velocidade em cada campo. Sendo assim, em cada caso, a variável (z, r ou d) com a qual a velocidade se relaciona é discretizada segundo intervalos regulares de comprimento: 0,25 km para o modelo M_1 ; 0,2 km para M_2, M_3 e M_4 e 0,14 km para M_5 .

Com a parte real da função ondaleta de Morlet, definida pela Eq. (1.13), gera-se uma família de funções dadas pela Eq. (1.4), que são inseridas na série ondaleta expressa pela Eq. (1.5). Desta forma, dado um campo de velocidades sísmicas compressionais unidimensional $V(z)$, este será representado aproximativamente pela Eq. (1.5), onde os coeficientes $c_{j,k}$'s, são fornecidos pela Eq. (1.6) (com \mathbf{f} substituído por $V(z)$ amostrado nos nós da discretização), tendo os valores de j e k tomados num conjunto finito de índices.

As ondaletas-filhas, $\psi_{j,k}(t)$, utilizadas na parametrização dos campos, são provenientes da Eq. (1.13) e da Eq. (1.4), sendo representadas por:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \pi^{-\frac{1}{4}} \cos [w_0 (2^j t - k)] e^{-\frac{(2^j t - k)^2}{2}} \quad (2.1)$$

onde j e $k \in \mathbb{Z}$.

2.1 Diferença relativa entre os campos original e parametrizado

O cálculo da diferença relativa entre as velocidades sísmicas dadas no modelo original e as velocidades sísmicas parametrizadas permite obter uma resposta da similaridade entre os campos original e parametrizado. Com esse procedimento se faz possível a análise numérica dos resultados obtidos. Dito de outro modo: por intermédio dessa técnica, avalia-se a margem de erro, focando os trechos de maior discordância, com a finalidade de mensurar a eficácia do processo.

Os resultados exibidos nos gráficos da diferença relativa em função do parâmetro de variação (unidimensional) de velocidades, t , que seguem nos modelos deste trabalho são obtidos a partir da equação dada por:

$$\delta = \left(\frac{V(t) - V_p(t)}{V(t)} \right) 100, \quad (2.2)$$

sendo δ o valor percentual da diferença relativa entre V e V_p , que correspondem, respectivamente, aos campos de velocidades: original e parametrizado.

2.2 Módulo dos coeficientes

Com o propósito de promover a possibilidade da análise alusiva à influência dos coeficientes sobre as parametrizações resultantes, este trabalho adquiriu, para cada modelo, o gráfico que representa o comportamento dos valores de $c_{j,k}$ em função de alguma expressão matemática dependente de j e k .

O emprego do logaritmo do módulo do valor dos coeficientes ocorreu devido às limitações matemáticas, gráficas e computacionais. A grande maioria dos modelos resultou de coeficientes com ordem de grandeza entre 10^3 e 10^5 (além de muitos $c_{j,k}$'s negativos, o que justifica o uso do módulo) provocando a impraticabilidade da análise através da plotagem linear.

O eixo horizontal dos gráficos, construídos para a exibição de $\log(|c_{j,k}|)$, foram ordenados de modo crescente de m igual: a $j + 5k + 8 \in \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ no caso de 15 coeficientes e a $j + 5k + 13 \in \{1, 2, 3, \dots, 25\}$ no caso de 25 coeficientes. Tal ordenação permite atribuir, no gráfico, um único valor para cada par (j, k) e obedece classificação em ordem crescente: primeiramente por k e, em seguida, por j .

A metodologia descrita conforme o texto supracitado, fundamenta a elaboração de todo o trabalho.

CAPÍTULO 3

Resultados numéricos

3.1 Resultados preliminares

3.1.1 Parametrização de Função Unidimensional

Inicialmente, com o propósito de verificar o desempenho da parametrização usando a parte real da ondaleta de Morlet, utilizou-se a série expressa na Eq. (1.5) para representar, em nível de experimentação, a função $f(x)$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{para } x \in [-2, 2] \\ 0, & \text{para } x \notin [-2, 2]. \end{cases} \quad (3.1)$$

Através da utilização dos coeficientes $c_{j,k}$, com os índices tais que j e $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e da discretização do intervalo $[-4, 4]$ do eixo x em sub-intervalos de comprimento 0,2; foram obtidas as aproximações ($f_P(x)$) de $f(x)$ mostradas nos gráficos das Figuras 3.1 e 3.2.

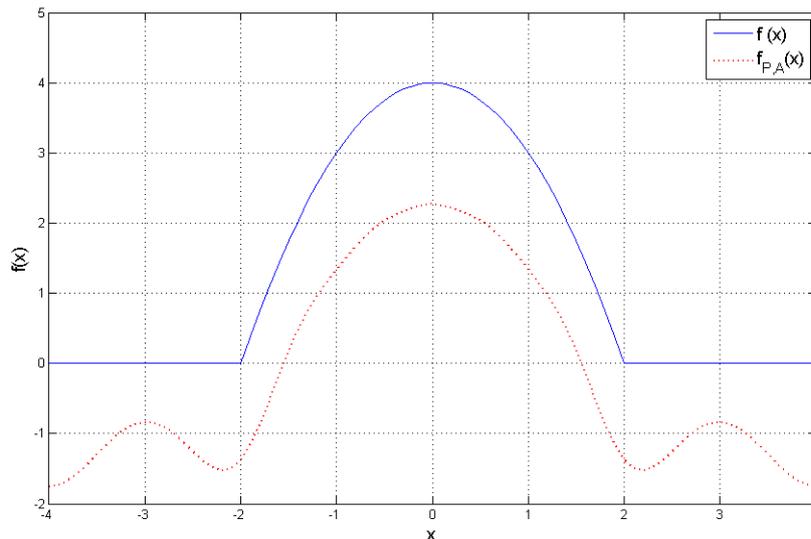


Figura 3.1: Função $f(x)$ dada por Eq. (3.1) e sua representação $f_{P,A}(x)$ por ondaleta de Morlet, no intervalo $[-4, 4]$. Os índices utilizados na série, que produziram 15 coeficientes, foram tais que $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$.

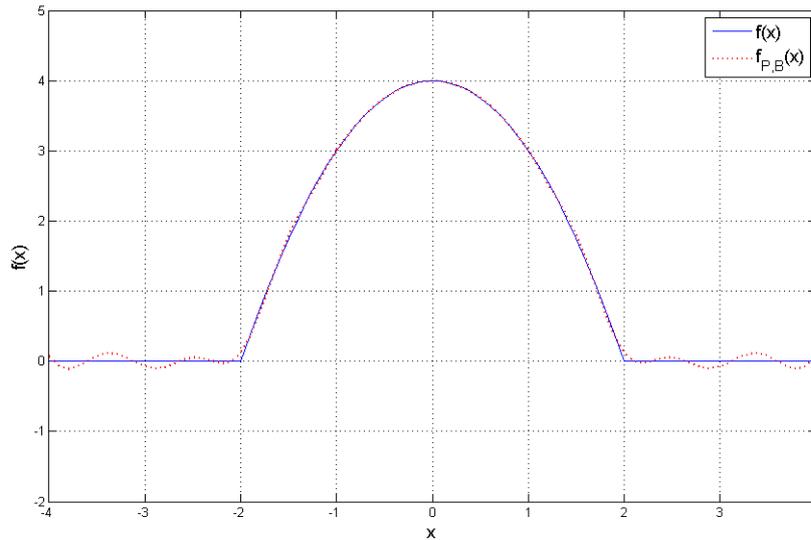


Figura 3.2: Função $f(x)$ dada por Eq. (3.1) e sua representação por ondaleta de Morlet $f_{P,B}(x)$, no intervalo $[-4, 4]$. Os índices utilizados na série, que produziram 25 coeficientes, foram tais que $-2 \leq j$ e $k \leq 2$.

Baseando-se na série ondaleta e nos resultados obtidos acima, é possível observar que o aumento no número de coeficientes (aumento da quantidade de índices j e k) melhora a qualidade da aproximação.

3.2 Resultados avançados

Foi implementado um algoritmo que utiliza a parametrização por ondaleta de Morlet para representar campos de velocidades pseudo-2D através de ondaleta 1D. Como exemplos, temos: M_1 , que representa um campo de velocidades caracterizado por camadas plano-paralelas; M_2 , que representa um campo caracterizado pela presença de uma zona de baixa velocidade (ZBV); M_3 e M_4 , que representam, respectivamente, uma anticlinal e uma sinclinal em termos esquemáticos; e M_5 , que é caracterizado por camadas inclinadas dispostas paralelamente. Tais modelos são ilustrados, respectivamente, pelas Figuras 3.3, 3.8, 3.17, 3.27 e 3.36.

3.2.1 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação vertical linear (M_1)

O modelo M_1 (Figura 3.3) representa o campo de velocidades original que varia verticalmente e obedece a equação, $V_1(z) = 2 + \frac{4}{3}z$, responsável pela descrição da forma como a velocidade V_1 varia em função da profundidade z . Sua parametrização por ondaleta de Morlet (Figura

3.4) é denominada M_{P_1} , sendo sua variação vertical de velocidade descrita por $V_{P_1}(z)$, que é a série ondaleta de Morlet de $V_1(z)$.

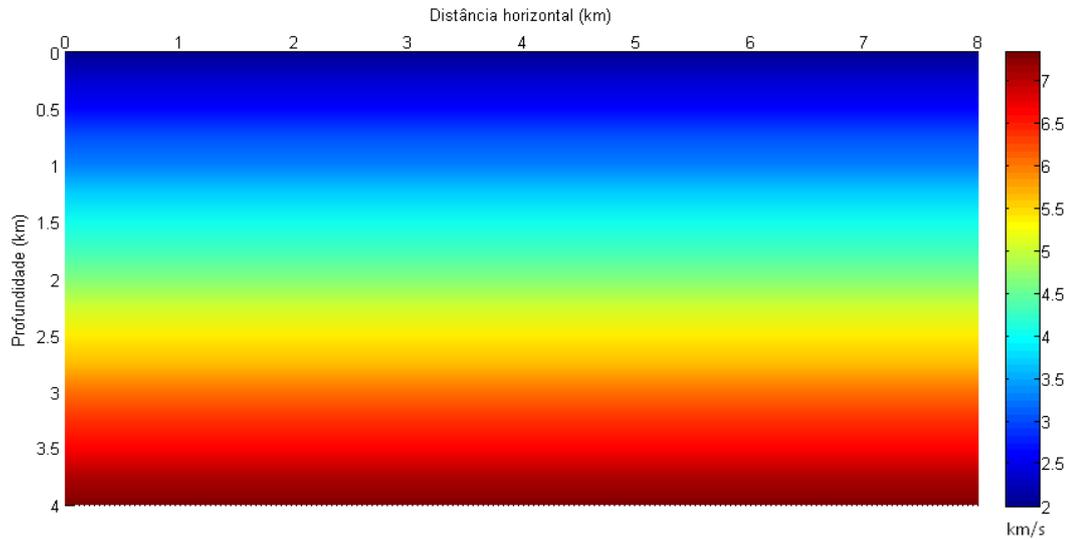


Figura 3.3: Representação do modelo original M_1 com velocidades variando de 2,0 a 7,3 km/s segundo $V_1(z) = 2 + \frac{4}{3}z$.

A profundidade, z , é responsável pela variação da velocidade sísmica dada por $V_1(z)$ e a discretização de z , para a realização do MMQ, ocorreu em intervalos regulares de profundidade de 0,25 km.

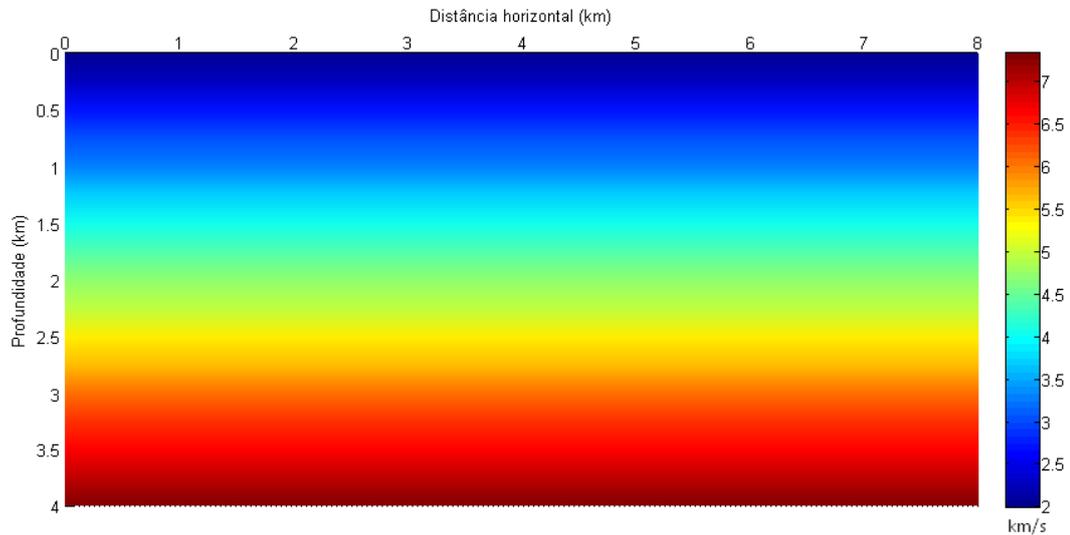


Figura 3.4: Modelo M_{P_1} : Representação de M_1 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, onde um total de 15 coeficientes permitiram escrever a série ondaleta de Morlet, $V_{P_1}(z)$, de $V_1(z)$.

A princípio, tem-se a impressão de plena similaridade entre M_1 e M_{P_1} . No entanto, as

Figuras 3.5, 3.6 e 3.7, que representam, respectivamente, a comparação qualitativa, gráfica e a diferença relativa entre os campos $V_1(z)$ e $V_{P_1}(z)$, demonstram pequenas disparidades (não excedendo 1%) no trecho onde a profundidade varia entre 2,0 km e 3,5 km.

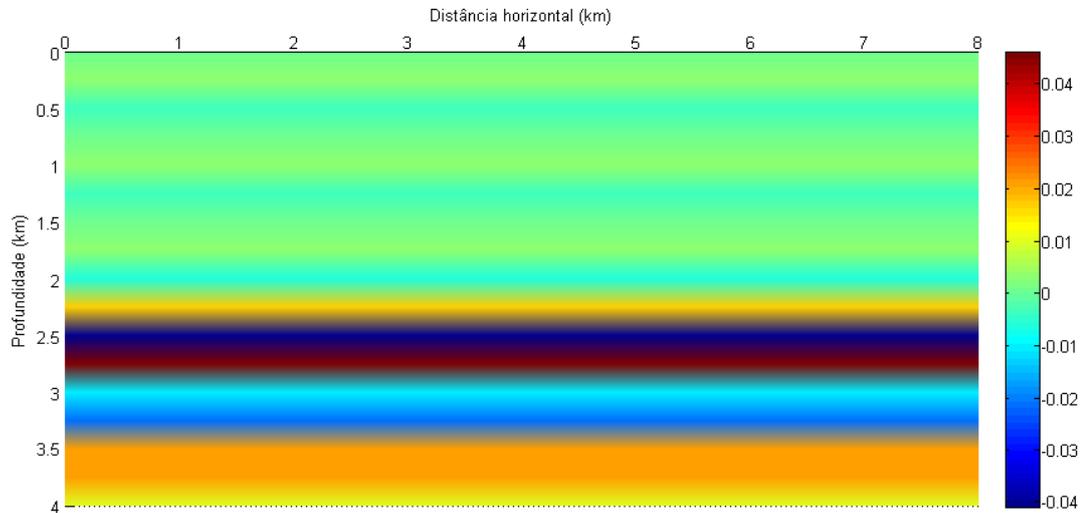


Figura 3.5: Representação da comparação qualitativa entre M_1 e M_{P_1} .

A parametrização respondeu satisfatoriamente, descartando o aumento do número de índices.

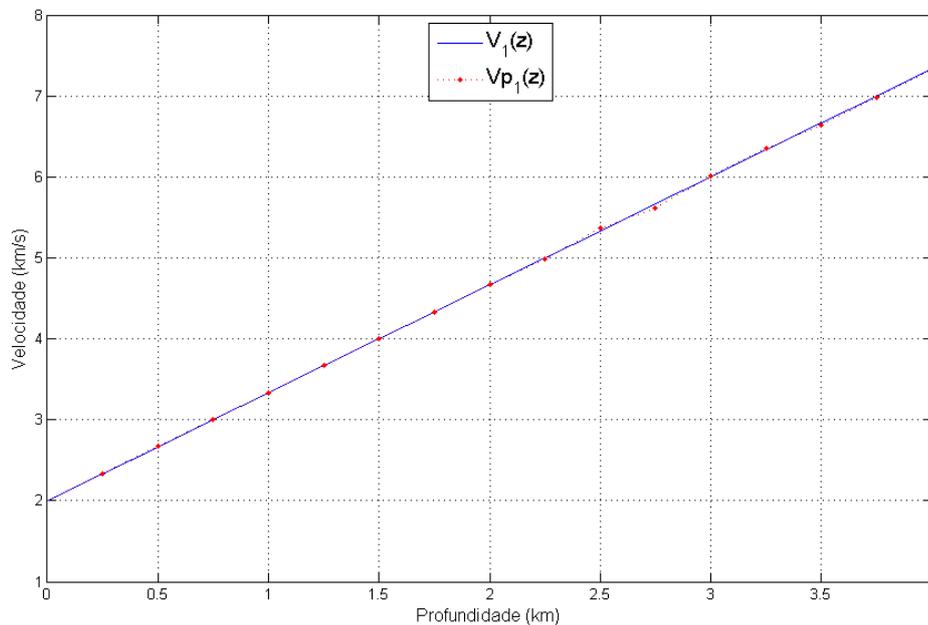


Figura 3.6: Comparação entre $V_1(z)$ e $V_{P_1}(z)$ em função da profundidade z .

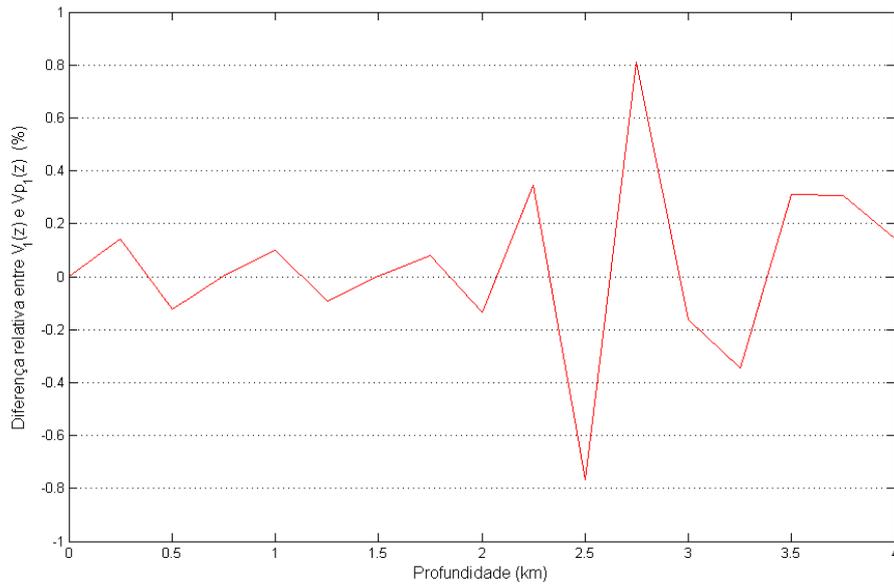


Figura 3.7: Diferença relativa entre $V_1(z)$ e $V_{P_1}(z)$ em função da profundidade z .

A Figura 3.8 destaca o grau de importância dos coeficientes na série ondaleta para a obtenção de $V_{P_1}(z)$. Ao serem empregados na Eq. (1.5), alguns coeficientes influenciam mais que outros no que se refere ao desfecho da parametrização do campo de velocidades $V_1(z)$. E a partir da análise do comportamento do gráfico abaixo, poder-se-á, em trabalhos posteriores, desenvolver pesquisas e construções de filtros que possibilitem a otimização do processo de parametrização.

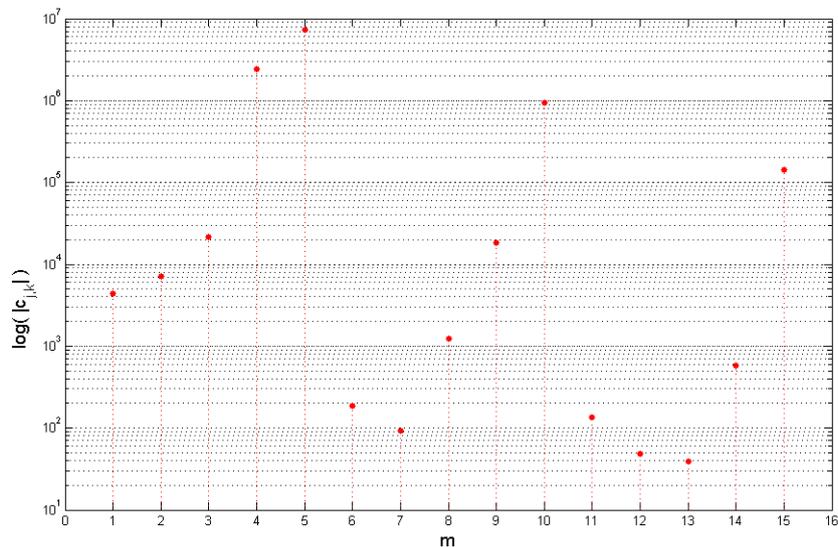


Figura 3.8: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de M_{P_1} através da parametrização de M_1 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$.

3.2.2 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação vertical quadrática (M_2)

Apesar da parte real da ondaleta de Morlet se mostrar útil para parametrizar funções com variações em apenas uma direção (de acordo com os resultados obtidos nos itens 3.1.1 e 3.2.1), $f(x)$ e M_1 não propõem desafios de parametrização realmente valorosos, principalmente, considerando a linearidade da variação da velocidade V_1 em relação à profundidade z .

Visando ratificar a funcionalidade da ondaleta de Morlet para alguns outros casos, os modelos seguintes oferecem maiores níveis de complexidade de parametrização.

O modelo M_2 , por exemplo, representado na Figura 3.9, exibe um campo de velocidades sísmicas que obedece a equação $V_2(z) = \frac{5}{4}(z - 2)^2 + 1$. Em termos geológicos, M_2 pode ser interpretado como uma região em subsuperfície com disposição de camadas plano-paralelas na presença de um zona de baixa velocidade (ZBV) e variação vertical quadrática de velocidade V_2 em relação à profundidade z .

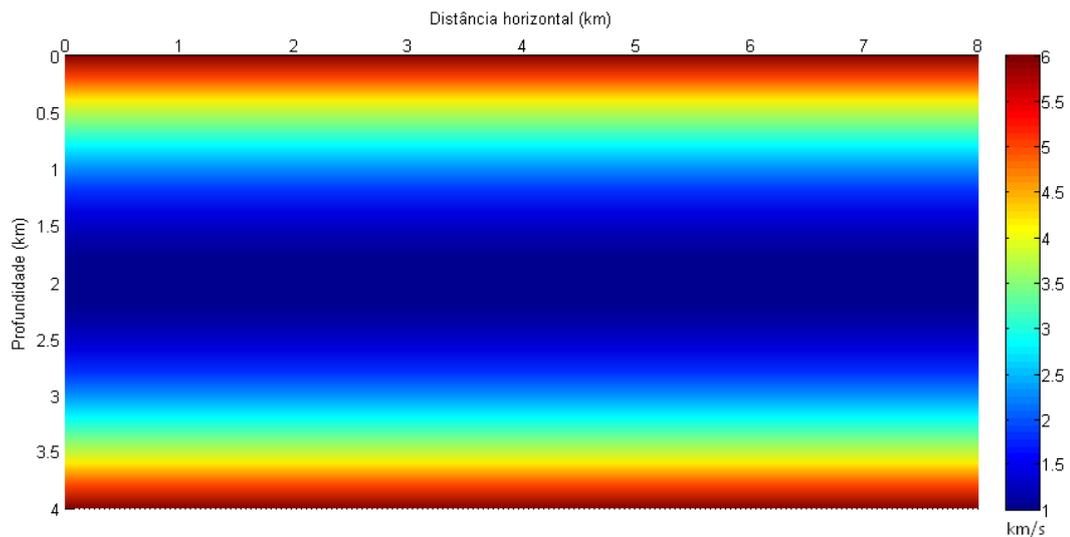


Figura 3.9: Representação do modelo original M_2 com variação de velocidades entre 1,0 e 6,0 km/s, segundo $V_2(z) = \frac{5}{4}(z - 2)^2 + 1$.

Com intuito de, além de analisar as respostas das parametrizações de cada modelo, viabilizar a comparação dos desempenhos que a ondaleta de Morlet apresentou para os diferentes campos, foram mantidos os mesmos intervalos de variação dos índices j e k (números de coeficientes ≤ 25).

A discretização de $z \in [0, 4]$ km, para a realização do MMQ, ocorreu em intervalos regulares de 0,2 km.

Os modelos, $M_{P_2,A}$ e $M_{P_2,B}$, resultantes da parametrização de M_2 por ondaleta de Morlet,

para 15 e 25 coeficientes são exibidos, respectivamente, nas Figuras 3.10 e 3.14 enquanto as Figuras 3.11 e 3.15 representam os resultados das comparações qualitativas para tais coeficientes.

A Figura 3.12 (gráfico de comparação entre $V_2(z)$ e $V_{P_{2,A}}(z)$), evidencia o trecho de principal discordância relacionado à profundidade z . O referido trecho corresponde ao intervalo de profundidade aproximadamente entre 1,5 km e 3,7 km. A Figura 3.13 exibe a diferença relativa entre os campos associados.

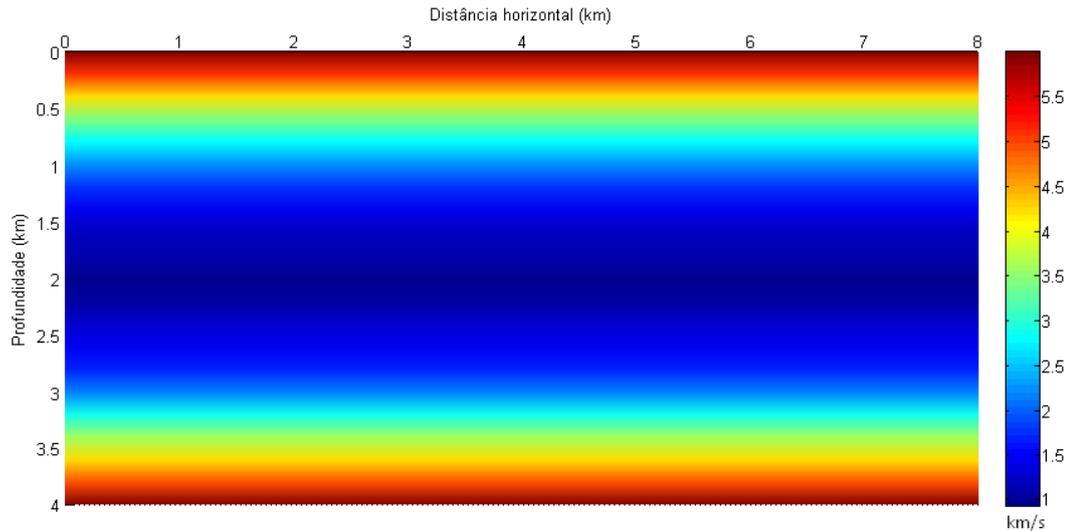


Figura 3.10: Modelo $M_{P_{2,A}}$: Representação de M_2 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$. Utilizou-se 15 coeficientes, que permitiram obter uma série ondaleta de Morlet, $V_{P_{2,A}}(z)$, de $V_2(z)$.

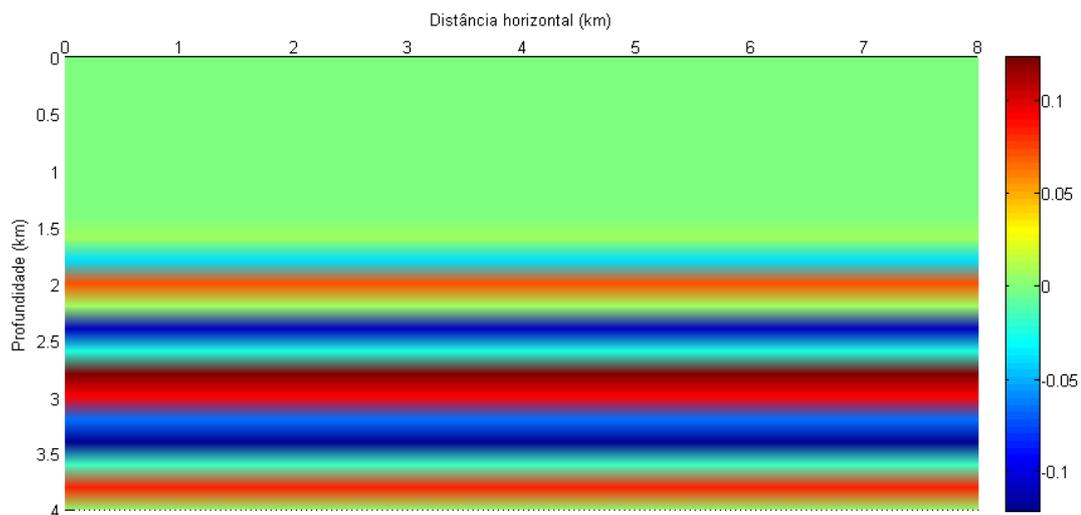


Figura 3.11: Representação da comparação qualitativa entre M_2 e $M_{P_{2,A}}$.

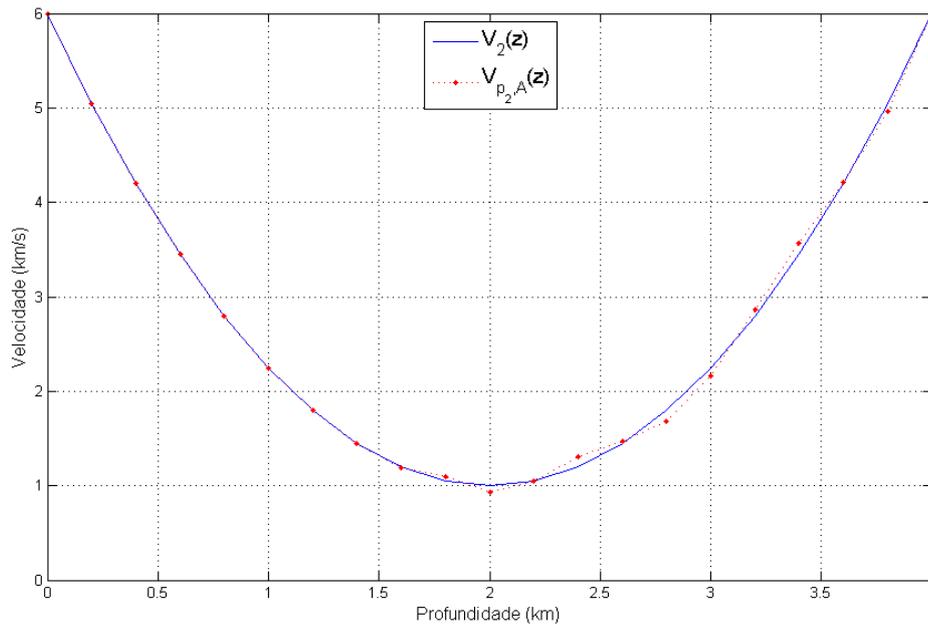


Figura 3.12: Comparação entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,A}(z)$ em função da profundidade z para 15 coeficientes.

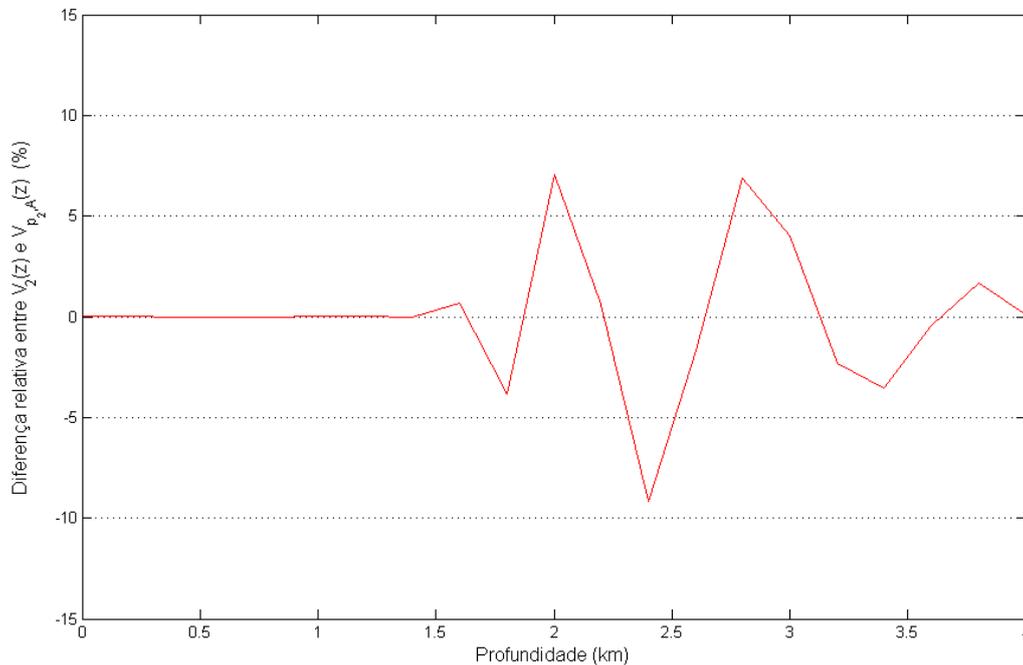


Figura 3.13: Diferença relativa entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,A}(z)$ em função da profundidade z para 15 coeficientes.

Relativamente satisfatório (não excedendo 10% de diferença relativa), $V_{P_2,A}(z)$ foi passível de aperfeiçoamento, direcionando o trabalho à elevação do número de índices, onde $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que resultou em $M_{P_2,B}$ (Figura 3.14).

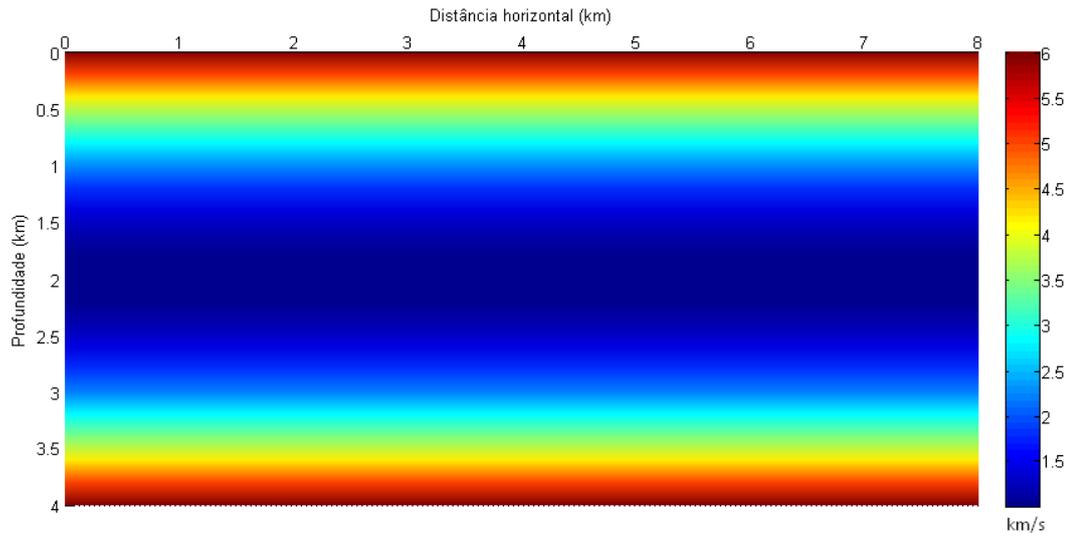


Figura 3.14: Modelo $M_{P_2,B}$: Representação de M_2 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$. Utilizou-se 25 coeficientes, que permitiram obter uma série ondaleta de Morlet, $V_{P_2,B}(z)$, de $V_2(z)$.

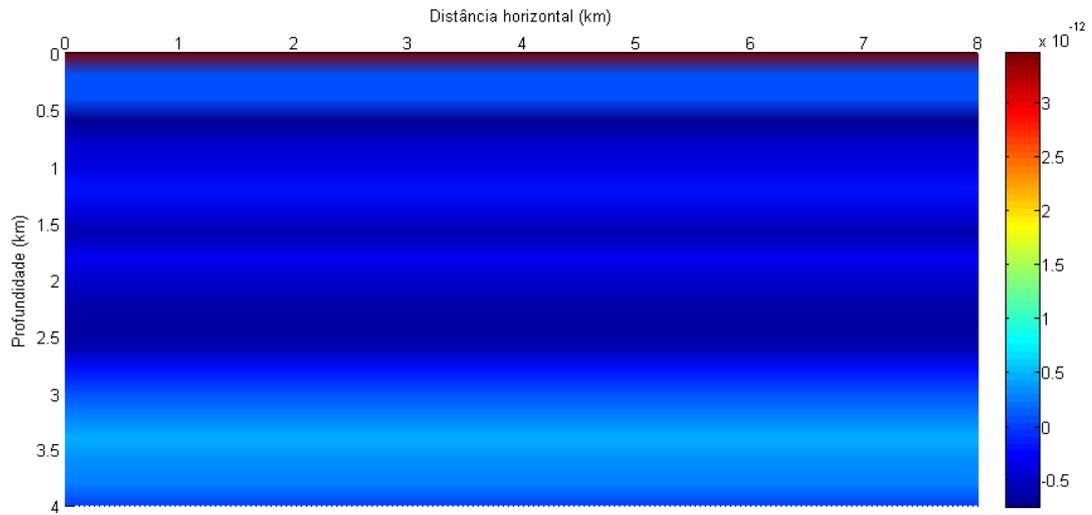


Figura 3.15: Representação da comparação qualitativa entre M_2 e $M_{P_2,B}$.

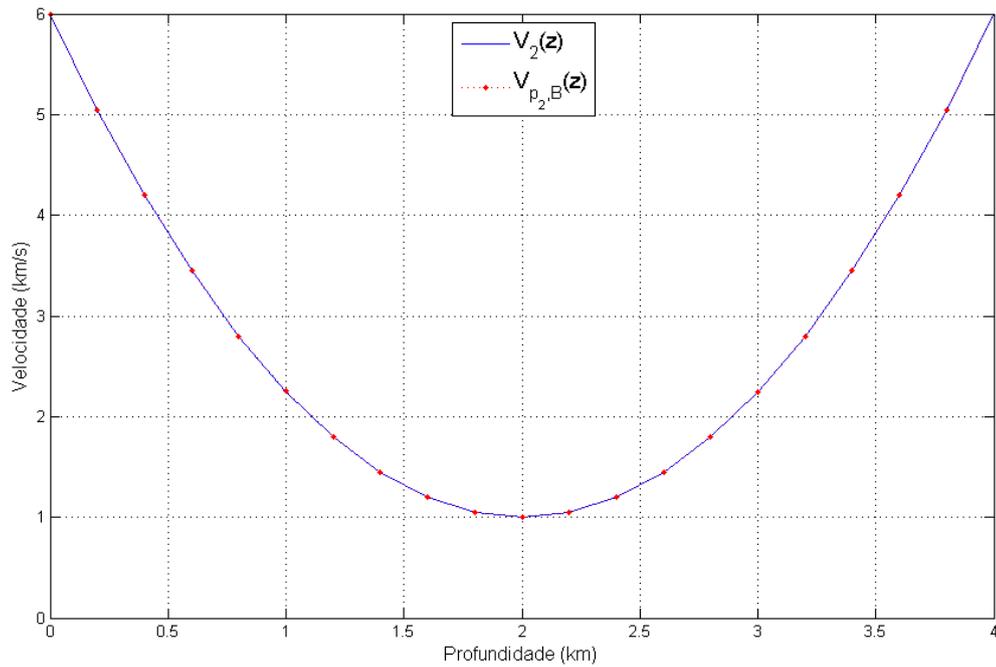


Figura 3.16: Comparação entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,B}(z)$ em função da profundidade z para 25 coeficientes.

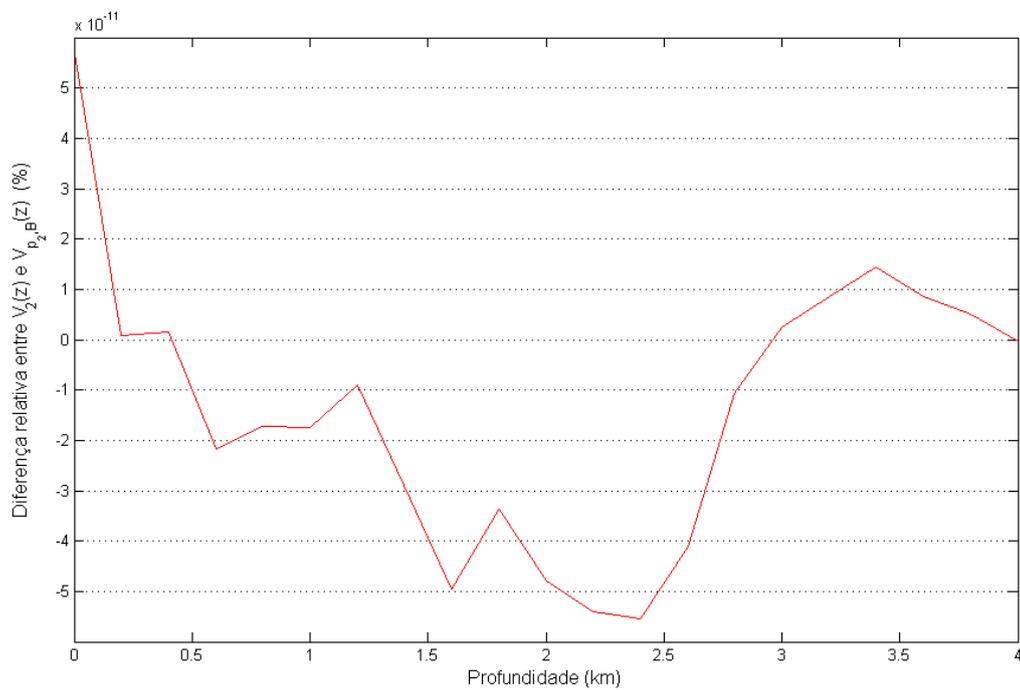


Figura 3.17: Diferença relativa entre $V_2(z)$ e $V_{P_2,B}(z)$ em função da profundidade z para 25 coeficientes. Nota-se uma diferença tão pequena que chega a ser inferior à ordem de grandeza de 10^{-11} .

A parametrização com 25 coeficientes gerou um campo, $V_{P_2,B}(z)$, praticamente indistinguível

de $V_2(z)$. Essa dedução é notória a partir da observação dos gráficos de comparação qualitativa, comparação gráfica (Figura 3.16) e da diferença relativa com ordem de grandeza de 10^{-11} (Figura 3.17). A discrepância é praticamente nula, mostrando que com um pequeno aumento no número de índices de translação k , o campo parametrizado se comportou como aproximadamente 99,9% de $V_2(z)$.

A partir das Figuras 3.18 e 3.19, pode-se observar o comportamento dos coeficientes $c_{j,k}$ calculados através do MMQ, Eq. (1.6), para os dois campos parametrizados, $V_{P_2,A}(z)$ e $V_{P_2,B}(z)$.

Conforme as análises dos gráficos e os objetivos da pesquisa (busca de acurácia na representação paramétrica de campos de velocidades sísmicas usando série de ondaletas de Morlet), existem possibilidades do desenvolvimento de filtros com a finalidade de aprimorar o processo de parametrização, descartando os coeficientes nulos e quase-nulos.

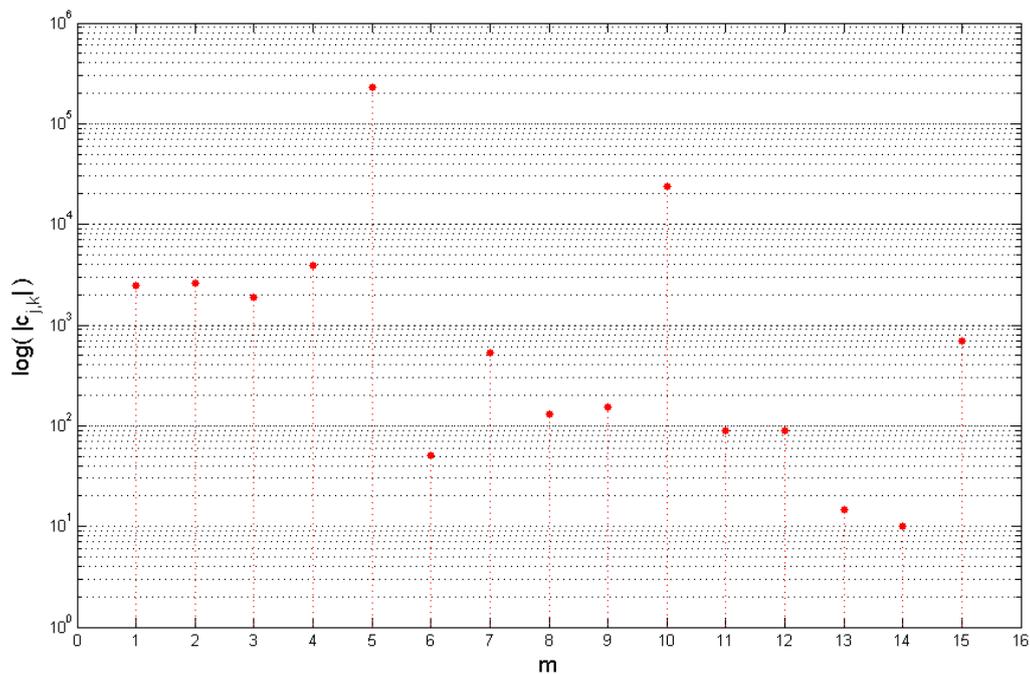


Figura 3.18: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_2,A}$ através da parametrização de M_2 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$.

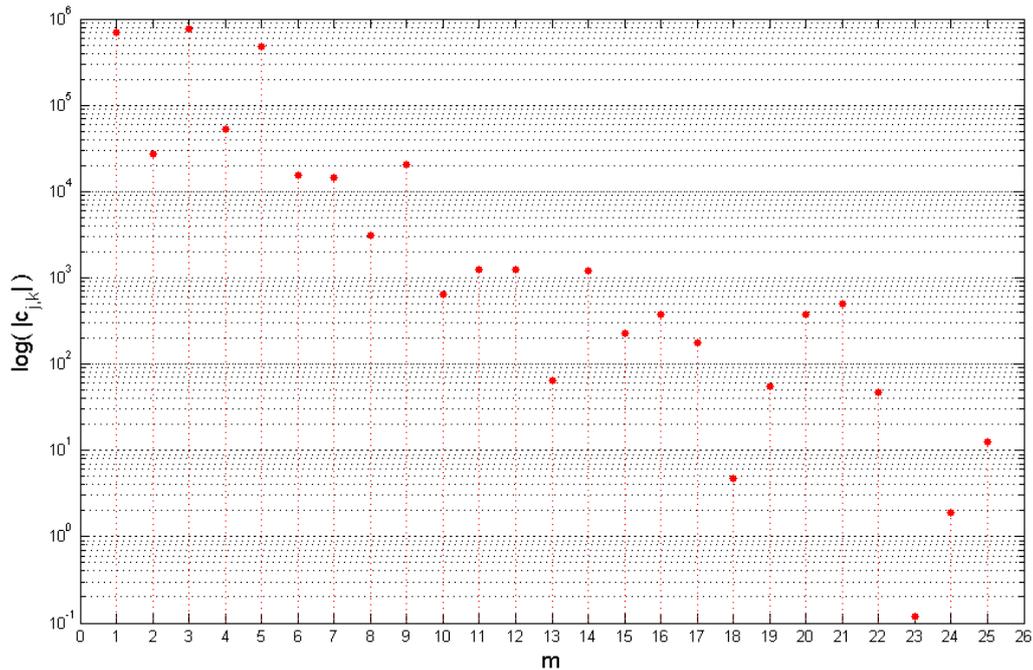


Figura 3.19: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_2,B}$ através da parametrização de M_2 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.

3.2.3 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação radial linear (M_3)

O modelo original M_3 (Figura 3.20) é caracterizado pela variação radial do campo velocidades sísmicas e em termos geológicos pode ser interpretado como uma anticlinal esquemática que obedece a equação $V_3(r) = 8 - \frac{7}{R}r$, onde $R = 4\sqrt{2}$ representa a máxima distância radial do modelo e r é contado a partir do ponto $(x, z) = (4, 4)$ considerando x como a distância horizontal e z como a profundidade nos modelos, ambas em km. Embora M_3 exiba variações em termos de coordenadas cartesianas x e z , não se pode afirmar que se trata de um autêntico modelo 2D, pois em termos radiais sua variação é unidimensional. Portanto, tal modelo é tratado como dependendo apenas da distância radial r , isto é 1D, onde $r(x, z) = \sqrt{(x - 4)^2 + (z - 4)^2}$.

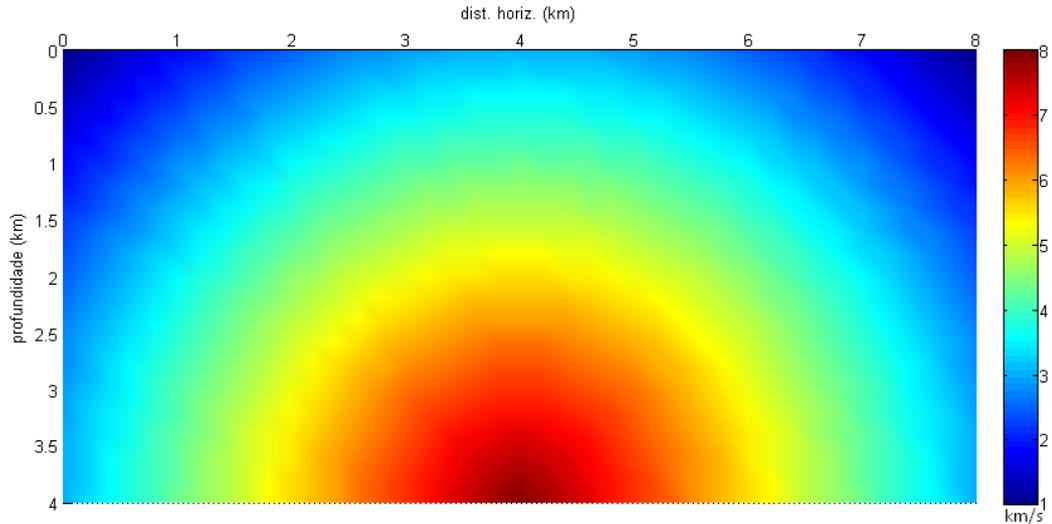


Figura 3.20: Representação do modelo original M_3 com variação de velocidades entre 1,0 e 8,0 km/s. Neste caso, $V_3(r) = 8 - \frac{7}{R}r$, onde $R = 4\sqrt{2}$ e r é a distância radial contada a partir do ponto (4, 4).

A discretização de $r \in [0, 4\sqrt{2}]$ km, para a realização do MMQ, ocorreu em intervalos regulares de 0,2 km.

A parametrização de M_3 com apenas 15 coeficientes, M_{P_3} (Figura 3.21), exibe um comportamento peculiar nas regiões onde a distância radial se aproxima da máxima, apresentando até mesmo valores negativos de velocidades próximo aos pontos (0, 0) e (8, 0) km.

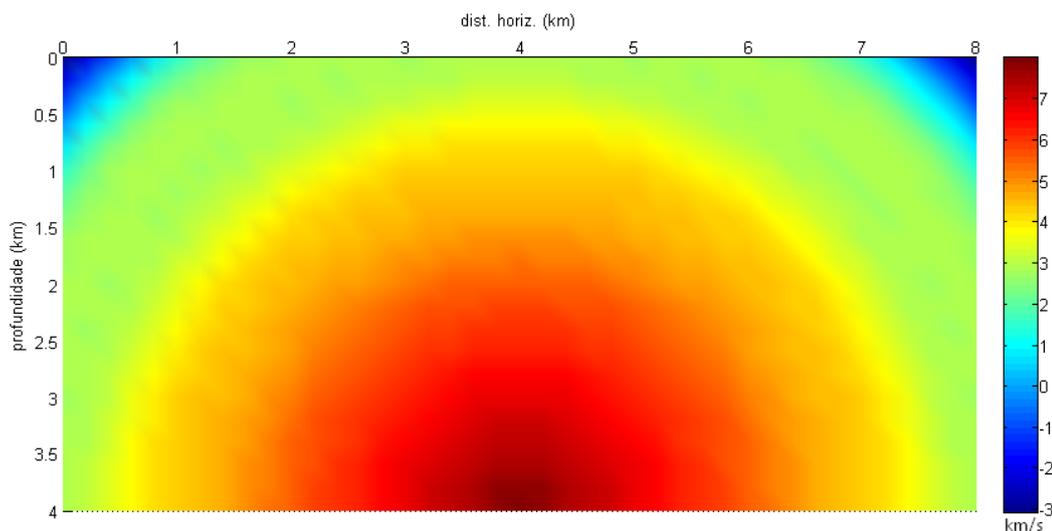


Figura 3.21: Modelo $M_{P_{3,A}}$: Representação de M_3 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_{3,A}}(r)$, de $V_3(r)$.

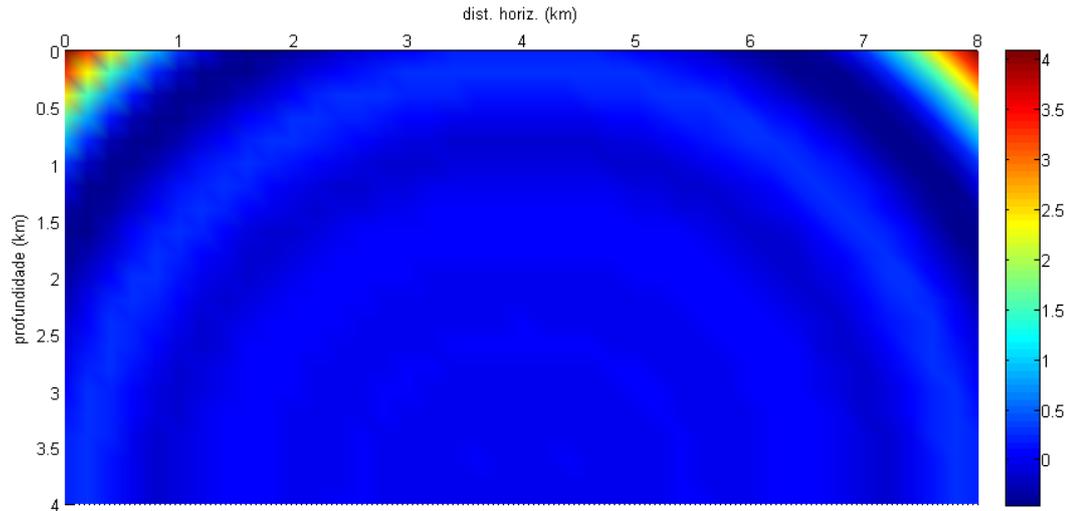


Figura 3.22: Representação da comparação qualitativa entre M_3 e $M_{P_{3,A}}$.

De acordo com o resultado da comparação qualitativa entre M_3 e $M_{P_{3,A}}$ (Figura 3.22) as principais diferenças estão nas regiões de maiores valores do raio.

Segundo as Figuras 3.21 e 3.23, quando r se aproxima de R , os valores das velocidades sísmicas chegam a um mínimo de -3 km/s (resultado sem sentido, pois as velocidades sísmicas são positivas e, portanto, completamente aquém do esperado).

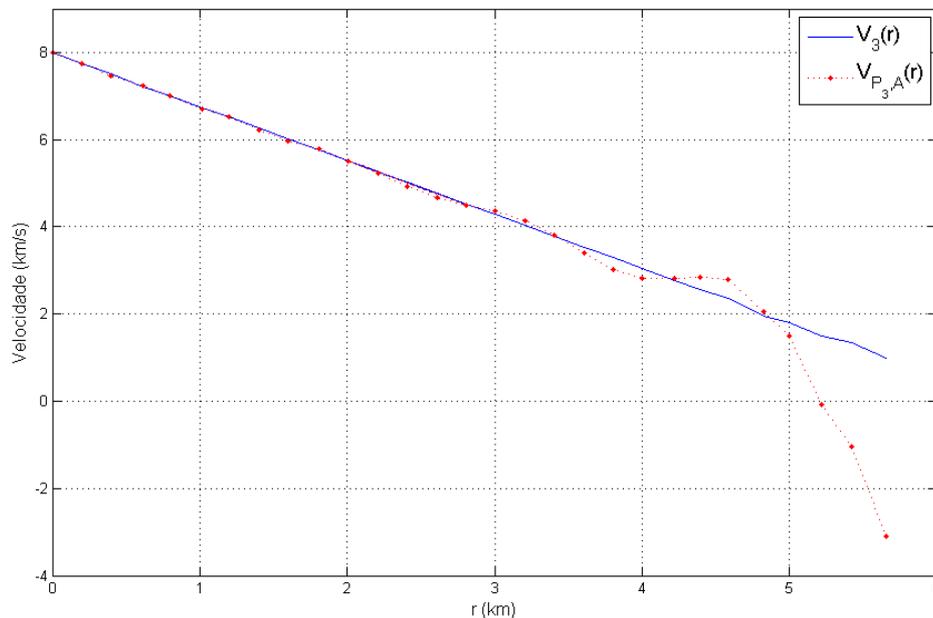


Figura 3.23: Comparação entre $V_3(r)$ e $V_{P_{3,A}}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.

O gráfico da diferença relativa (Figura 3.24) fornece informações referentes ao quantitativo

da discrepância entre M_3 e $M_{P_3,A}$. Entretanto, devido às limitações gráficas, esses valores podem ser observados apenas num intervalo entre $[-20, 40]$ %.

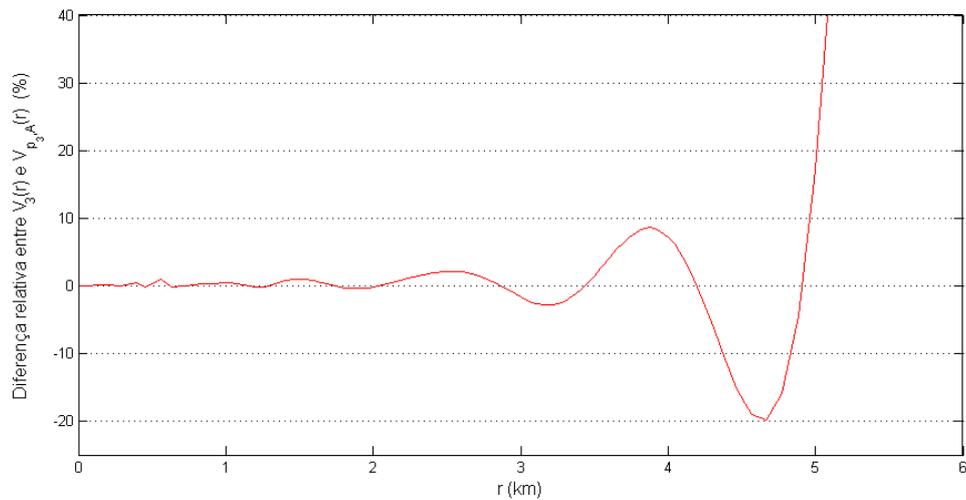


Figura 3.24: Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,A}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.

Na Figura 3.25 é possível analisar mais detalhadamente a principal região onde a parametrização foi ineficiente, atingindo a diferença de 400% para $r = R$.

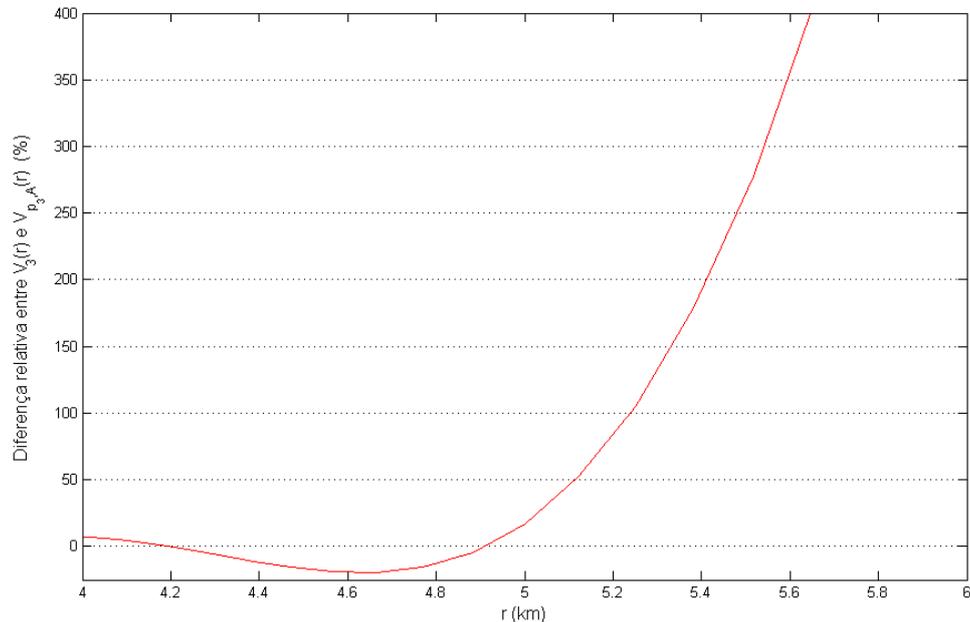


Figura 3.25: Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,A}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes, com r restrito ao intervalo $[4, 4\sqrt{2}]$ km.

Em consequência da precária efetividade da parametrização por ondaleta de Morlet para $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$ e tendo em vista que a forma do modelo parametrizado obedeceu

a forma do modelo original, decidiu-se alterar o intervalo de variação do índice de translação k , em busca de resultados aceitáveis. Por isso, os índices passam a ter a variação $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, fazendo com que o número de coeficientes na série ondaleta suba para 25.

O modelo $M_{P_3,B}$, representado na Figura 3.26, é resultado da parametrização de M_3 proveniente da utilização de 25 coeficientes na série.

Em comparação com $V_{P_3,A}$, $V_{P_3,B}$ proporcionou resultados muito superiores em níveis qualitativos (Figura 3.27) e quantitativos, como nos gráficos de comparação e diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_3,B}(r)$ (Figuras 3.28 e 3.29).

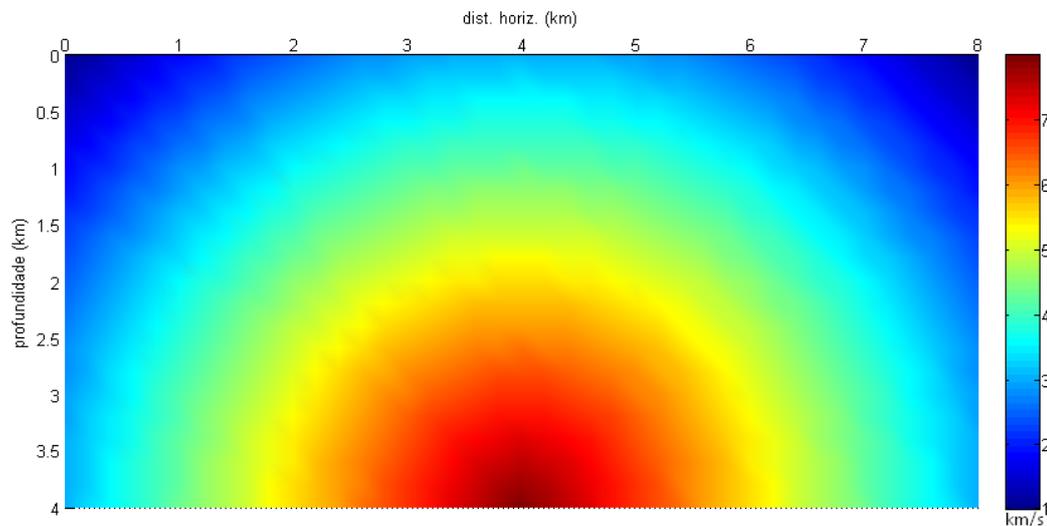


Figura 3.26: Modelo $M_{P_3,B}$: M_3 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_3,B}(r)$, de $V_3(r)$.

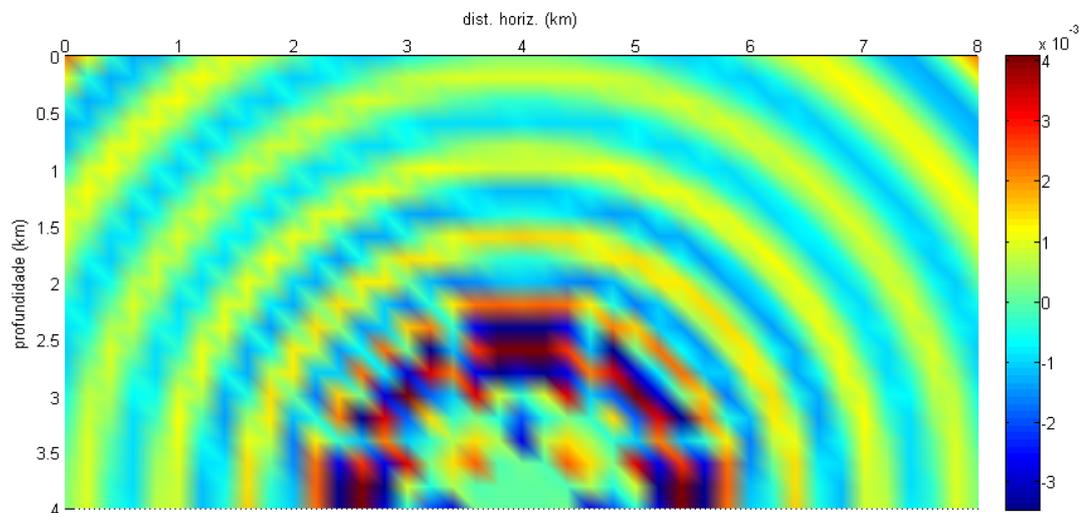


Figura 3.27: Representação da comparação qualitativa entre M_3 e $M_{P_3,B}$.

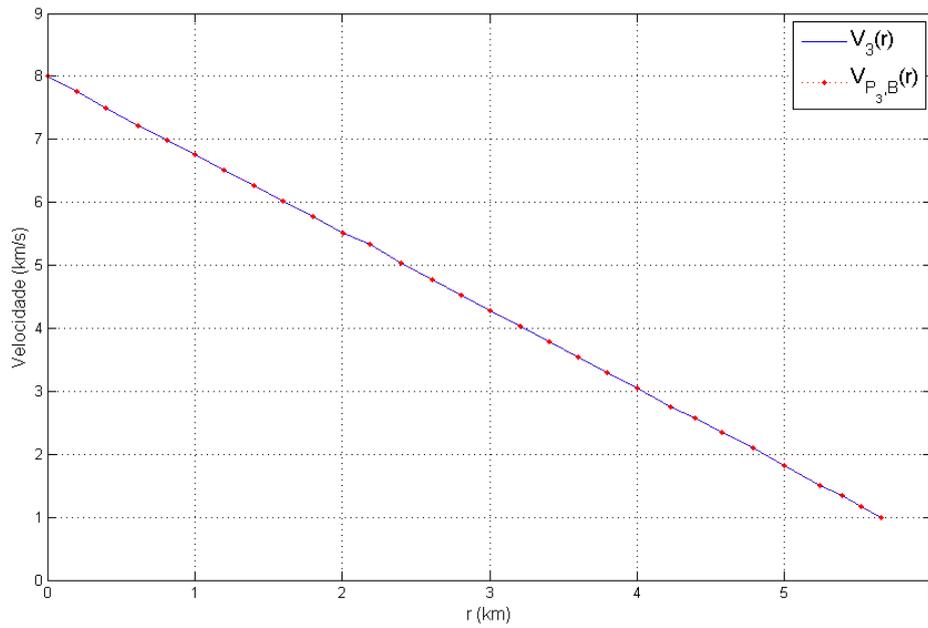


Figura 3.28: Comparação entre $V_3(r)$ e $V_{P_{3,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.

A diferença relativa entre M_3 e $M_{P_{3,B}}$ não excede 0,2 %. Percebe-se que com o acréscimo de mais 10 coeficientes o processo produz uma aproximação que atinge cerca de 99 % do modelo original.

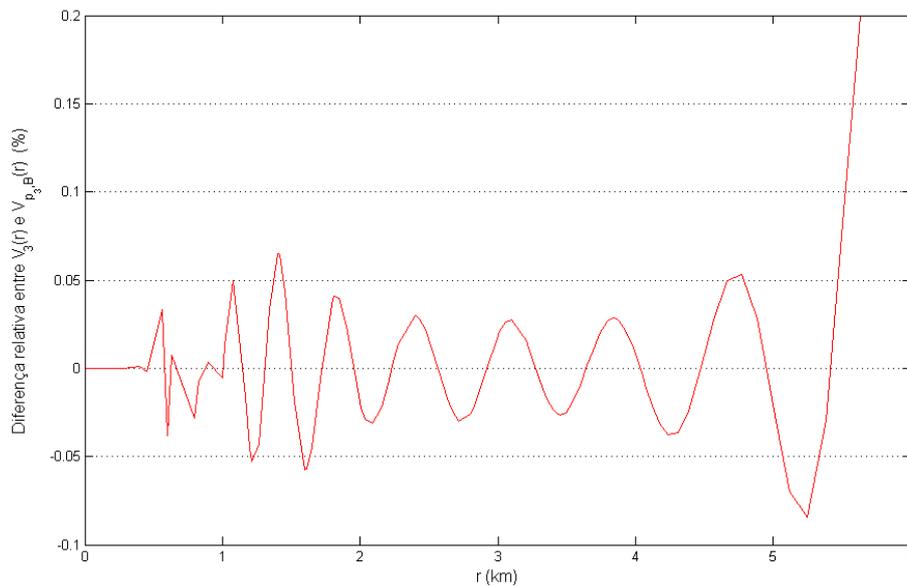


Figura 3.29: Diferença relativa entre $V_3(r)$ e $V_{P_{3,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.

Os gráficos das Figuras 3.30 e 3.31 se mostram úteis no estudo dos coeficientes extras que auxiliaram o procedimento da segunda parametrização.

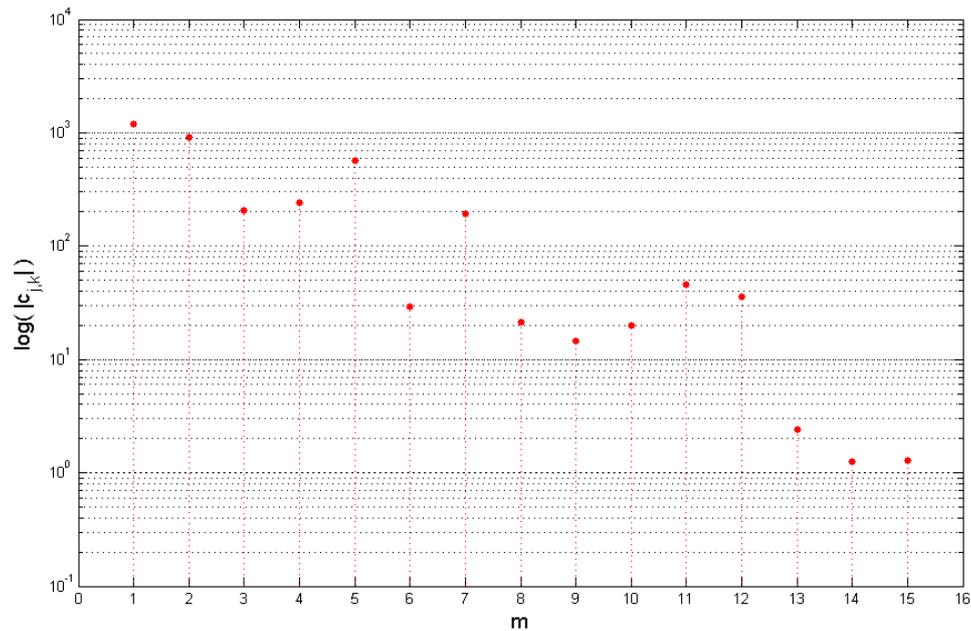


Figura 3.30: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste (MMQ) para a obtenção de $M_{P_3,A}$ através da parametrização de M_3 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Utilizou-se 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, implicando em $1 \leq m \leq 15$.

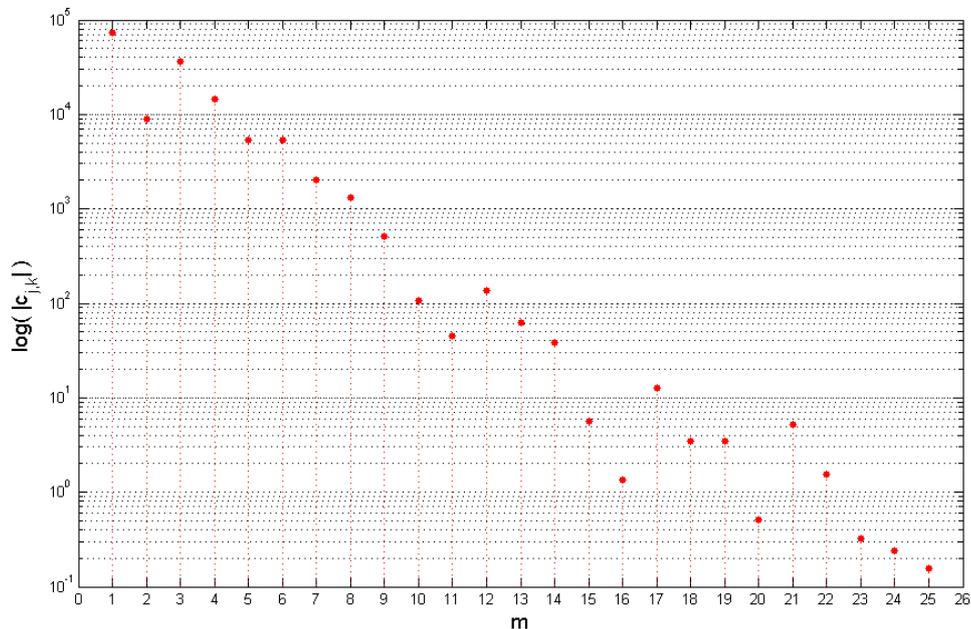


Figura 3.31: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_3,B}$ através da parametrização de M_3 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.

3.2.4 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação radial quadrática inversa (M_4)

O modelo geológico esquemático M_4 , que representa uma sinclinal (Figura 3.32), retrata as principais características de variação de velocidade pseudo-2D.

Da mesma forma que foi desenvolvida para o modelo M_3 , no item (3.2.3), a manipulação matemática objetivando a redução dimensional de M_4 (em 1D) se baseia na variação da velocidade V_4 em função da distância radial r . Para tanto, considera-se o ponto de origem de r como $(x, z) = (4, 0)$, deste modo pode-se dizer que: $r(x, z) = \sqrt{(x - 4)^2 + z^2}$.

O campo de velocidades sísmicas compressoriais que a Figura 3.32 descreve, obedece a expressão $V_4(r) = 2(r\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{2}}$, onde $r \in [0, 4\sqrt{2}]$.

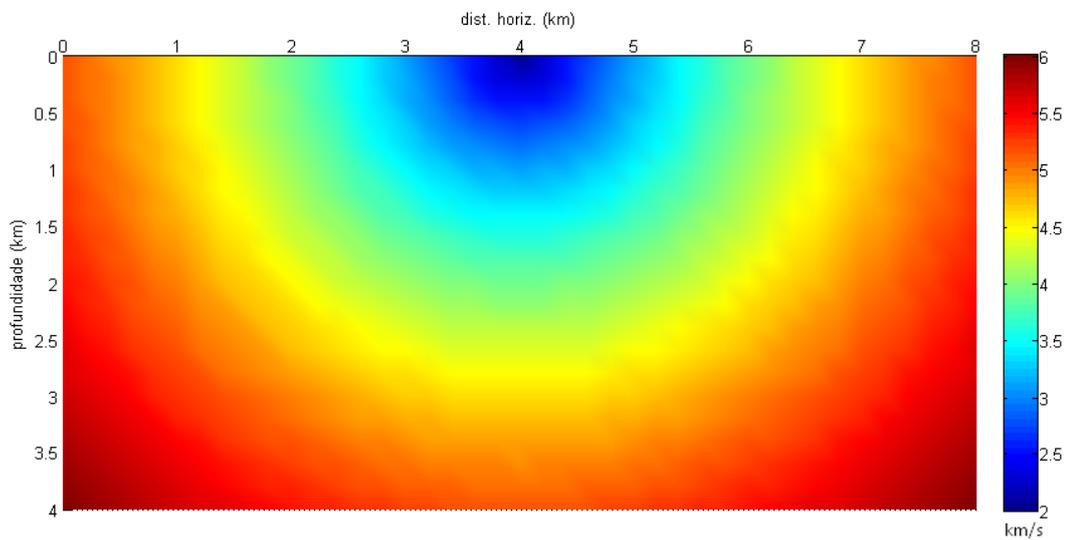


Figura 3.32: Representação do modelo original M_4 com variação de velocidades entre 2,0 e 6,0 km/s descrita por $V_4(r) = 2(r\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{2}}$, onde $r = r(x, z) = \sqrt{(x - 4)^2 + z^2}$.

A discretização de $r \in [0, 4\sqrt{2}]$ km, para a realização do MMQ, ocorreu em intervalos regulares de 0,2 km de comprimento. A parametrização de M_4 através da utilização de 15 coeficientes, $M_{P_4,A}$ (Figura 3.33), apesar de esboçar a forma do modelo original, ainda não se enquadra entre os resultados satisfatórios, como pode ser observado qualitativamente na Figura 3.34. Os valores negativos de velocidades quando $r \rightarrow 4\sqrt{2}$ contrastam excessivamente com os valores de velocidades do campo original. Através da comparação gráfica na Figura 3.35 entre $V_4(r)$ e $V_{P_4,A}(r)$, nota-se a incoerência produzida pela parametrização onde $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$.

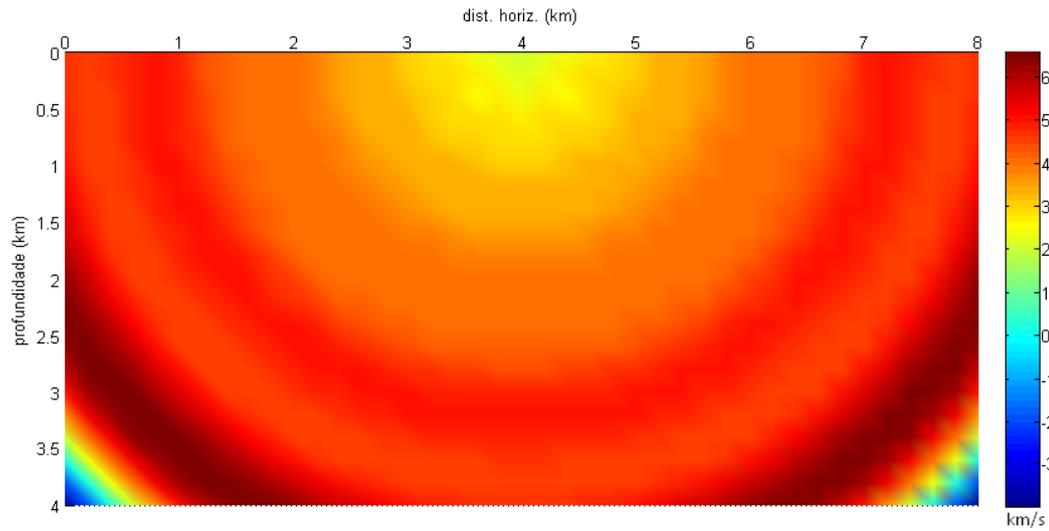


Figura 3.33: Modelo $M_{P_4,A}$: Representação de M_4 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_4,A}(r)$, de $V_4(r)$.

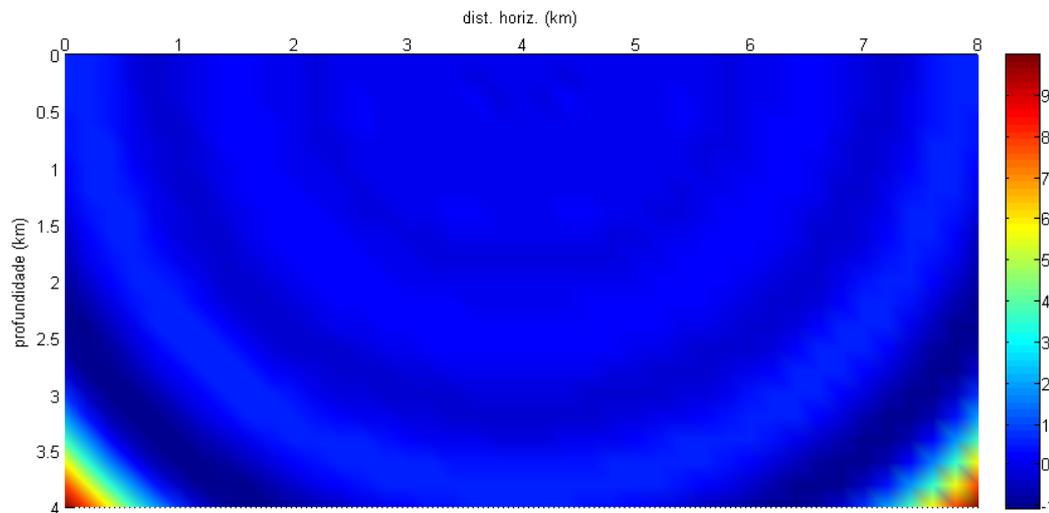


Figura 3.34: Representação da comparação qualitativa entre M_4 e $M_{P_4,A}$.

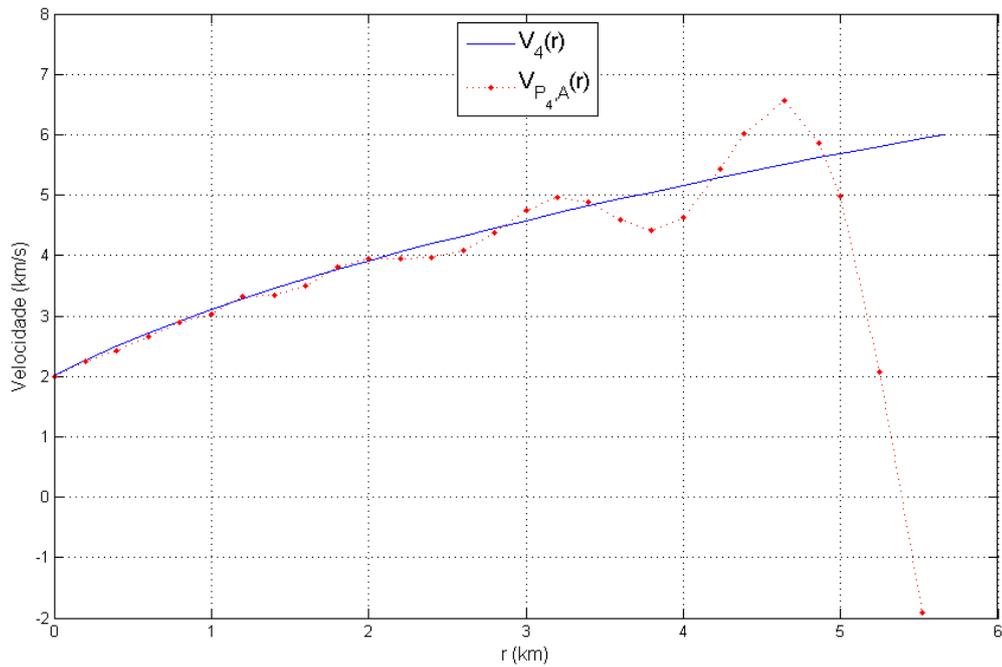


Figura 3.35: Comparação entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,A}}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.

Atentando para o gráfico da diferença relativa (Figura 3.36), fica evidente o grande contraste entre M_4 e $M_{P_{4,A}}$, principalmente nos trechos para $r \geq 3,8$ km, onde δ situa-se entre -20 e 170 %.

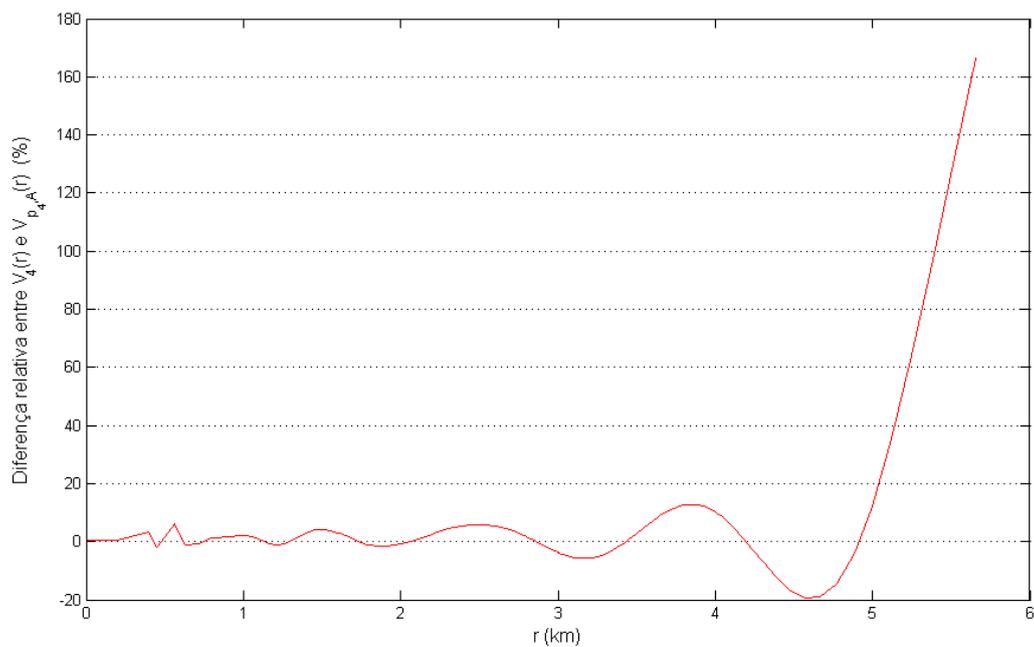


Figura 3.36: Diferença relativa entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,A}}(r)$ em função da distância radial r para 15 coeficientes.

A variação dos índices foi estendida a $-2 \leq j$ e $k \leq 2$ e o modelo produzido com a utilização de 25 coeficientes, $M_{P_4,B}$, proporcionou uma resposta ótima, como mostra a Figura 3.37.

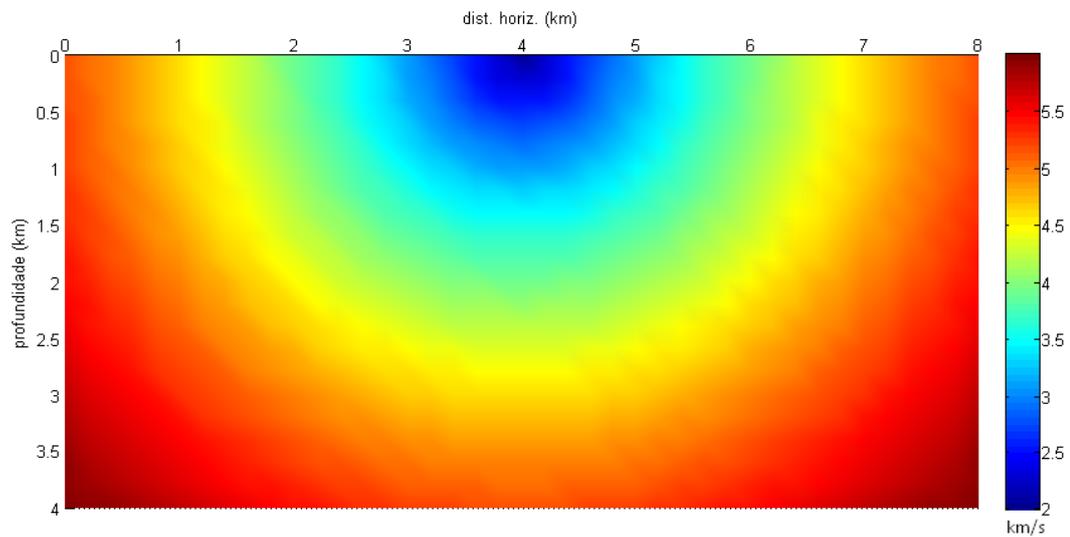


Figura 3.37: Modelo $M_{P_4,B}$: Representação de M_4 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_4,B}(r)$, de $V_4(r)$.

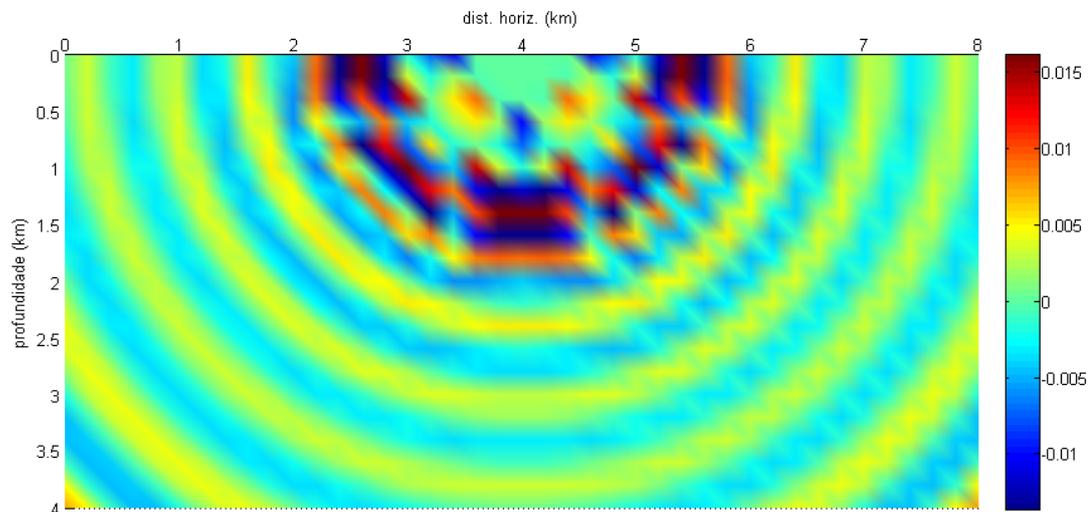


Figura 3.38: Representação da comparação qualitativa entre M_4 e $M_{P_4,B}$.

Qualitativamente, observando as diferenças entre M_4 e $M_{P_4,B}$ (Figura 3.38) nota-se o grau de melhoria na otimização obtida em relação ao $M_{P_4,A}$. As Figuras 3.39 e 3.40 denotam essa melhoria em termos gráficos, ambos associados a $V_4(r)$ e $V_{P_4,B}(r)$.

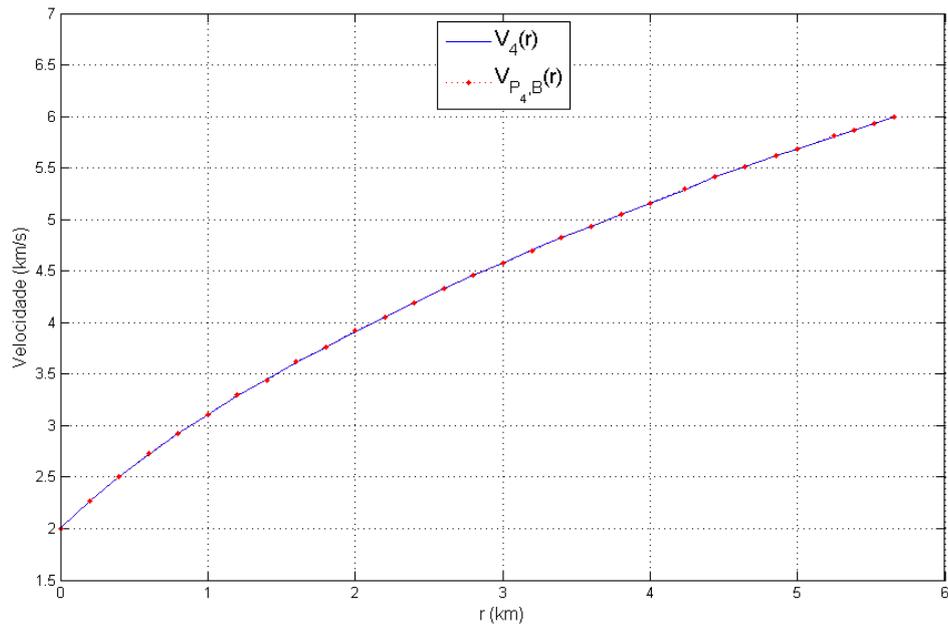


Figura 3.39: Comparação entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.

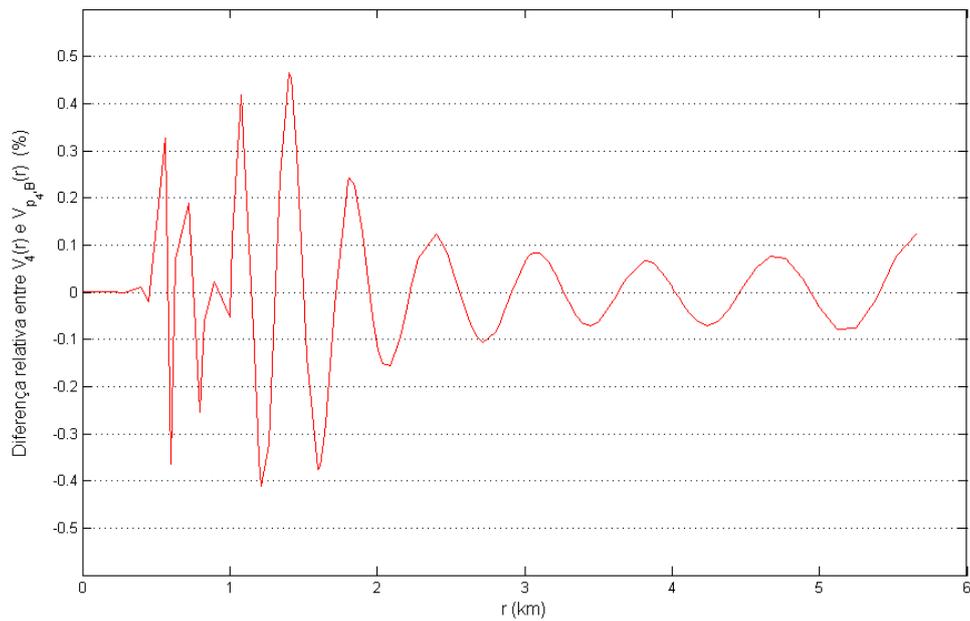


Figura 3.40: Diferença relativa entre $V_4(r)$ e $V_{P_{4,B}}(r)$ em função da distância radial r para 25 coeficientes.

A inclusão de um número maior de coeficientes forneceu melhor qualidade no resultado da parametrização. A análise da influência desses coeficientes pode ter como ferramenta inicial de estudo as Figuras 3.41 e 3.42, que mostram o grau de magnitude dos coeficientes usados nos processos desenvolvidos.

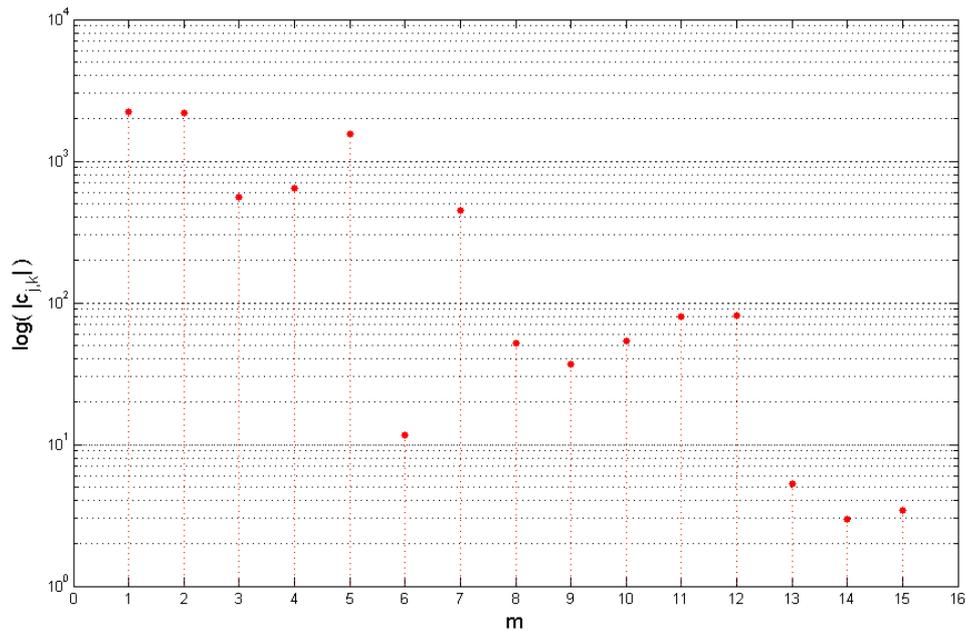


Figura 3.41: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_4,A}$ através da parametrização de M_4 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$.

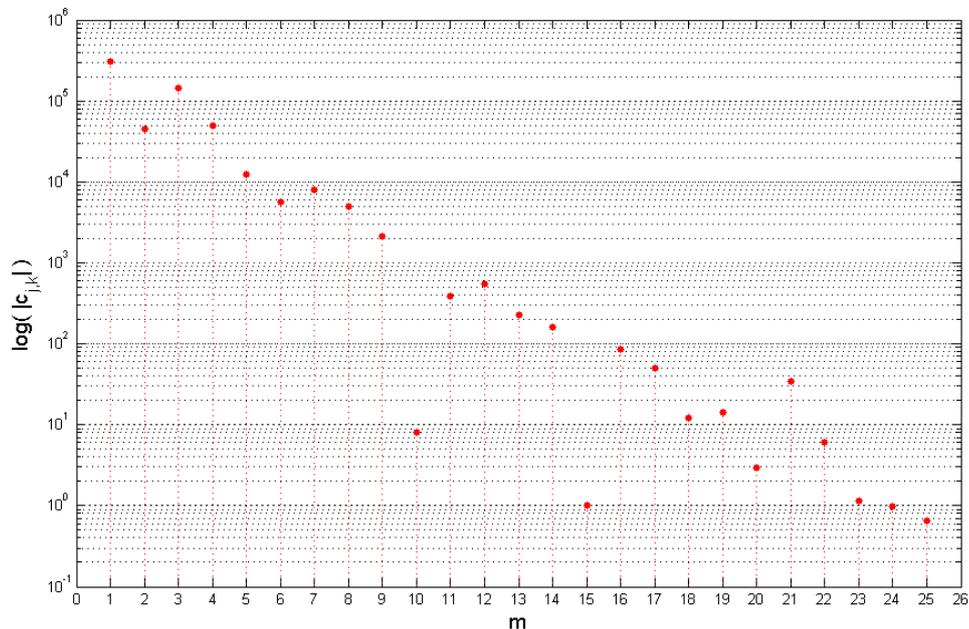


Figura 3.42: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_4,B}$ através da parametrização de M_4 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.

3.2.5 Parametrização do Campo de Velocidades Sísmicas Unidimensional com variação diagonal (M_5)

Em termos geológicos, o modelo M_5 pode ser tomado como um pacote litológico composto por camadas paralelas e inclinadas. De acordo com a ilustração de M_5 (Figura 3.43), a velocidade varia simultaneamente nas direções x (comprimento) e z (profundidade).

Para um modelo tal como M_5 , a velocidade é dada por $V_5(d) = V_0 + cd$, onde V_0 é a velocidade na origem, d é a distância da origem a cada uma das retas inclinadas de velocidade constante que definem o modelo e c é um coeficiente constante que não deve permitir que as velocidades no modelo fiquem fora de um determinado intervalo de valores. Genericamente falando, $d(x, z)$ é dado pelo produto interno $\langle (\frac{x_0}{D}, \frac{z_0}{D}) \mid (x, z) \rangle$, onde (x_0, z_0) é um ponto de referência arbitrariamente escolhido no domínio do modelo e $D = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}$ é a sua distância à origem. Sendo assim, temos $d(x, z) = \frac{x_0}{D}x + \frac{z_0}{D}z$.

Em particular, se fizermos $(x_0, z_0) = (3, 4)$, teremos $D = 5$ e portanto $d(x, z) = \frac{1}{5}(3x + 4z)$. Assim, se fizermos $V_0 = 2$ km/s e estipularmos a máxima velocidade que ocorre no modelo como 8,4 km/s, o campo de velocidades sísmicas de M_5 fica unidimensionalmente regido por $V_5(d) = 2 + \frac{4}{5}d$, pois o $d_{max} = \langle (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}) \mid (8, 4) \rangle = 8$. A discretização de $d \in [0, 8]$ km, para a realização do MMQ, ocorreu em intervalos regulares de 0,14 km de comprimento.

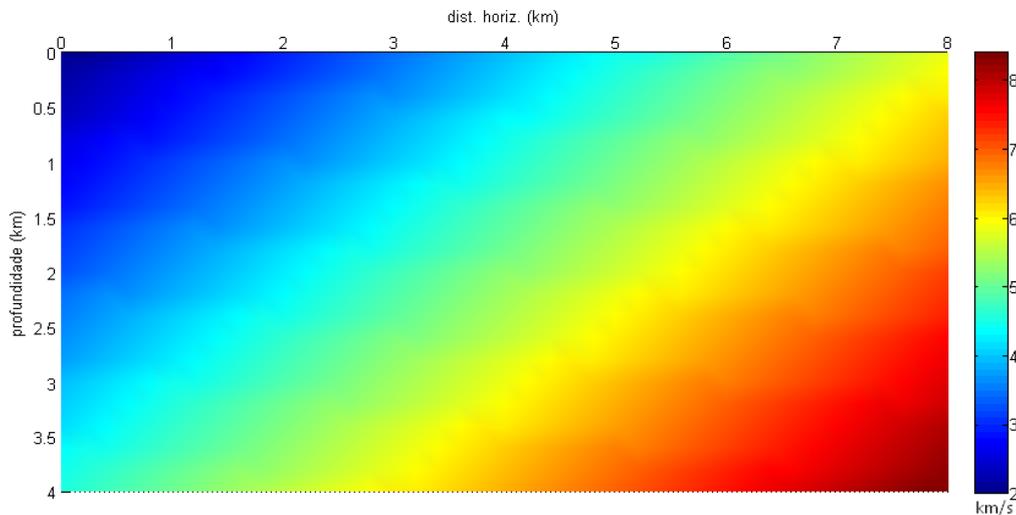


Figura 3.43: Representação do modelo original M_5 com variação de velocidades entre 2,0 e 8,4 km/s. A velocidade é dada por $V_5(d) = 2 + \frac{4}{5}d$, onde $d(x, z) = \frac{1}{5}(3x + 4z)$.

Por intermédio da parametrização de M_5 com a utilização da série ondaleta de Molert para 15 coeficientes, onde $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, $M_{P_5,A}$ foi gerado (Figura 3.44).

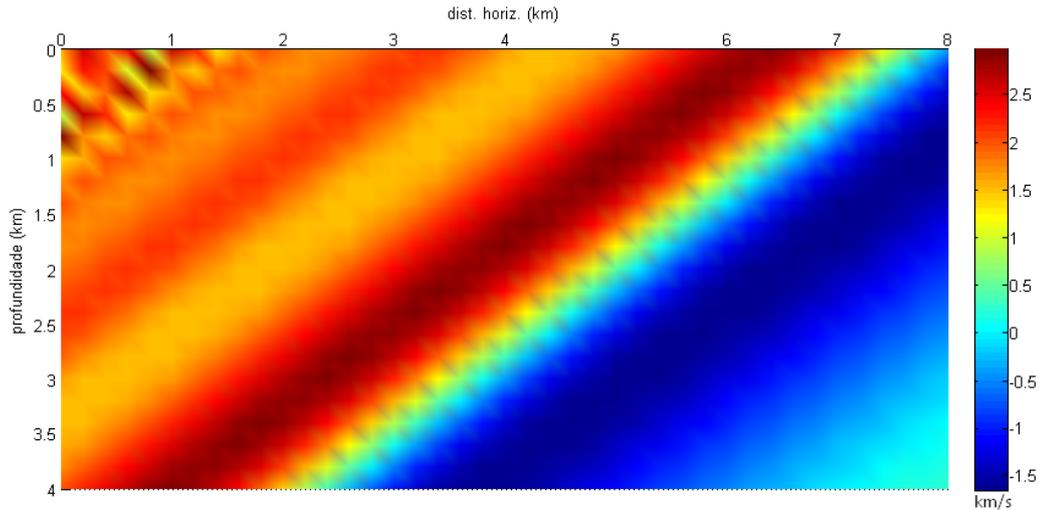


Figura 3.44: Modelo $M_{P_{5,A}}$: Representação de M_5 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, totalizando 15 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_{5,A}}(d)$, de $V_5(d)$.

O procedimento de análise da parametrização dentro do intervalo de variação supracitado segue de modo semelhante os já realizados para os demais modelos.

Similarmente à $M_{P_{3,A}}$ e à $M_{P_{4,A}}$, em se tratando da utilização de apenas 15 coeficientes, a parametrização de M_5 , com as mesmas restrições, resultou no modelo parametrizado $M_{P_{5,A}}$, que conservou a forma geológica de M_5 , entretanto forneceu valores muito abaixo do razoável.

Os gráficos de comparação (Figuras 3.45 e 3.46) e diferença relativa (Figura 3.47) entre $V_5(d)$ e $V_{P_{5,A}}(d)$ exibem resultados longe do que se pode conceituar como admissível.

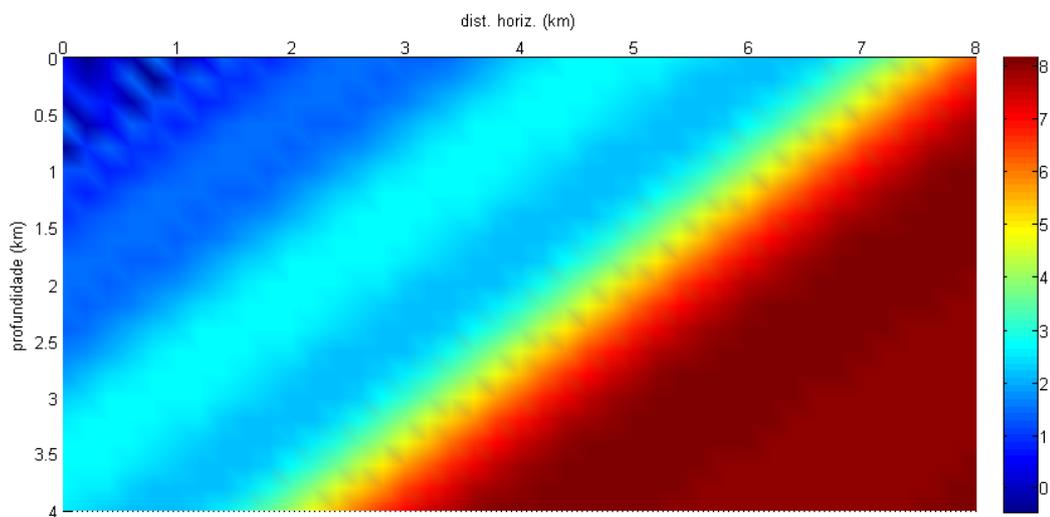


Figura 3.45: Representação da comparação qualitativa entre M_5 e $M_{P_{5,A}}$.

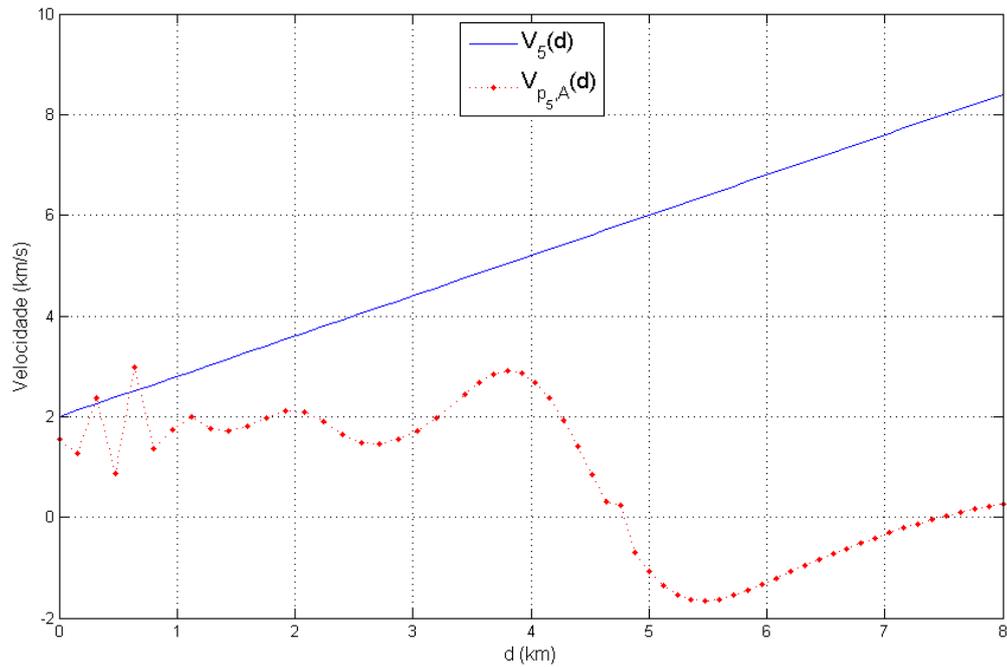


Figura 3.46: Comparação entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,A}(d)$ em função da distância diagonal d para 15 coeficientes.

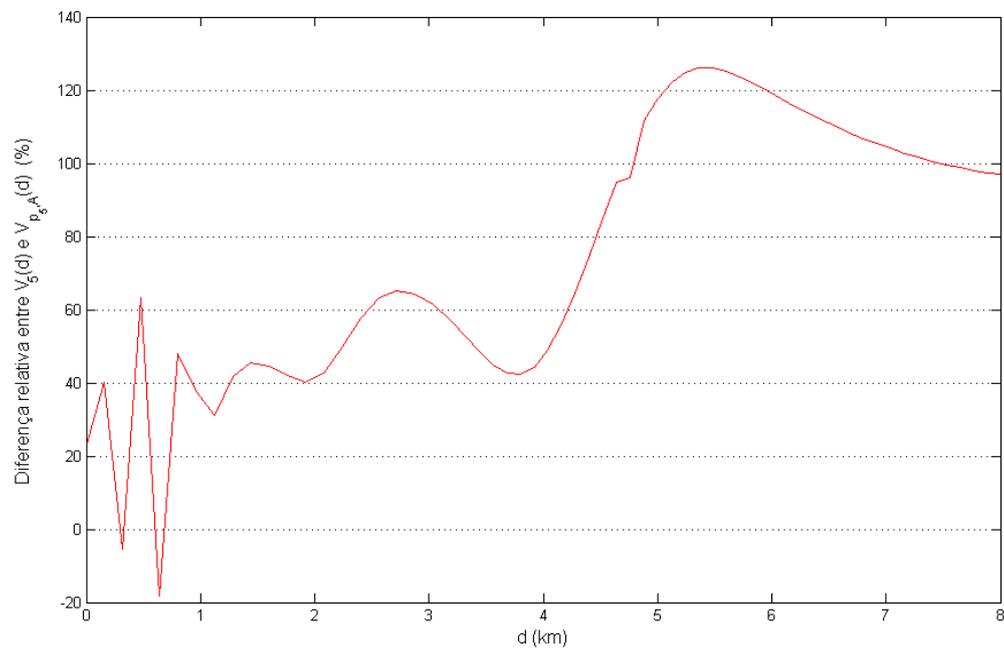


Figura 3.47: Diferença relativa entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,A}(d)$ em função da distância diagonal d para 15 coeficientes.

Visando angariar progressos nas respostas originadas pela série ondaleta de Morlet, o número de coeficientes foi aumentado para 25 (através da variação dos índices $-2 \leq j$ e $k \leq 2$), o que estruturou o modelo $M_{P_5,B}$, mostrado na Figura 3.48.

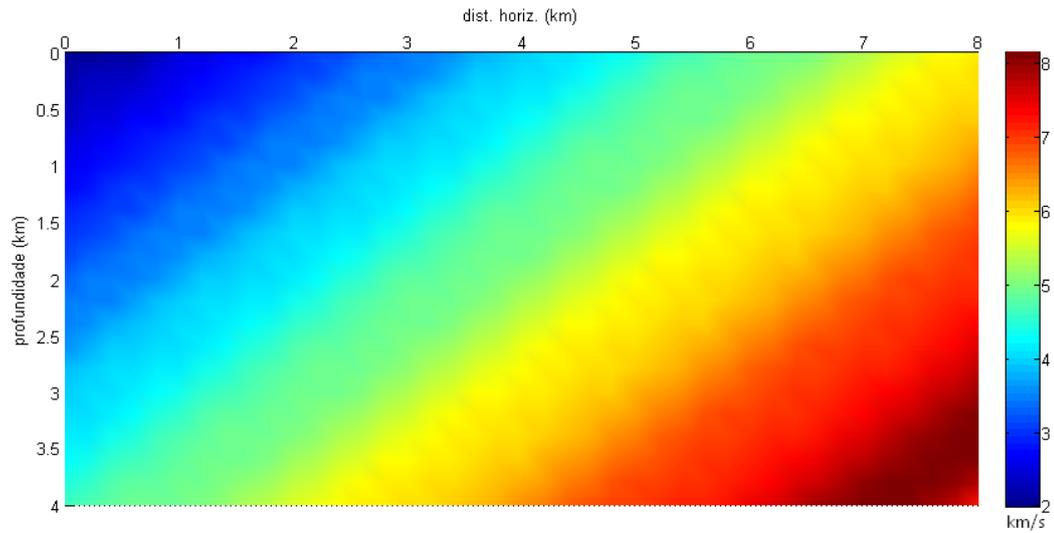


Figura 3.48: Modelo $M_{P_5, B}$: Representação de M_5 parametrizado por Morlet com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, totalizando 25 coeficientes, que permitiram obter a série ondaleta de Morlet, $V_{P_5, B}(d)$, de $V_5(d)$.

Notoriamente, a evolução ocorreu devido à inclusão de mais coeficientes na série ondaleta e para atestar de maneira, não apenas qualitativa (Figura 3.49), mas também numérica, as Figuras 3.50 e 3.51 projetam o aprimoramento alcançado.

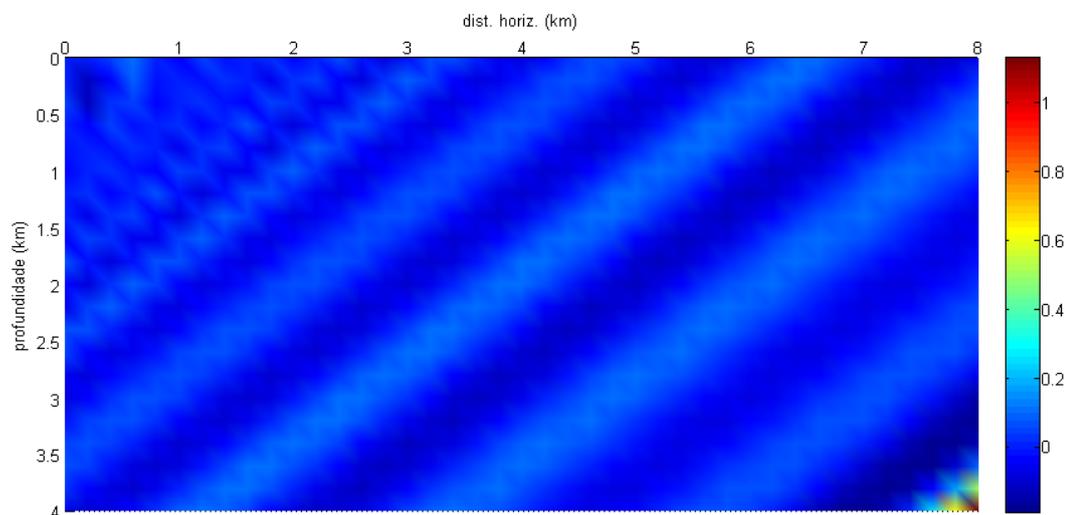


Figura 3.49: Representação da comparação qualitativa entre M_5 e $M_{P_5, B}$.

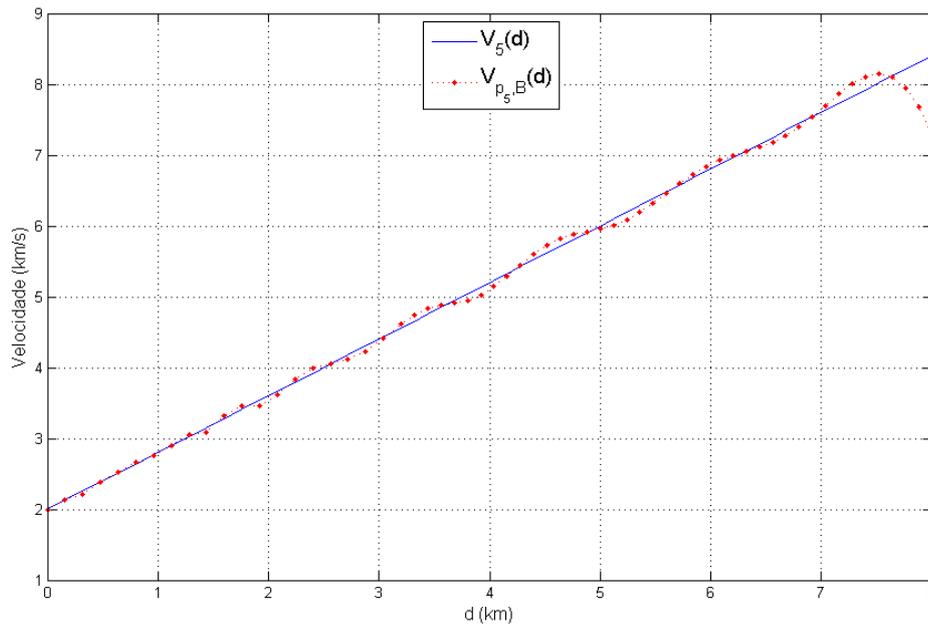


Figura 3.50: Comparação entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,B}(d)$ em função da distância diagonal d para 25 coeficientes.

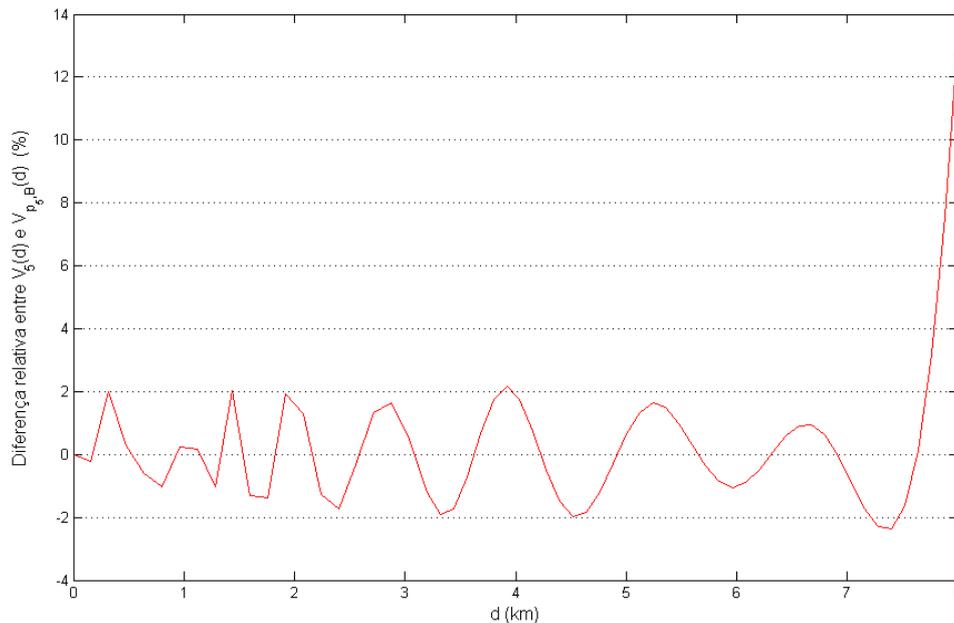


Figura 3.51: Diferença relativa entre $V_5(d)$ e $V_{P_5,B}(d)$ em função da distância diagonal d para 25 coeficientes.

Ainda que a melhoria tenha sido muito positiva (a diferença relativa $\delta \leq 3\%$ para $d \leq 7,6$ km), no trecho onde d se aproxima de 8 km a disparidade ainda é consideravelmente elevada. No entanto, este pequeno intervalo não invalida a grande melhora que foi obtida com o aumento no número de índices que regulam a translação na função ondaleta de Morlet.

Similarmente aos procedimentos e resultados anteriores, o aumento do número de coeficientes favoreceu a obtenção de uma melhor qualidade na parametrização. A alteração no intervalo de variação dos índices j e k , propiciou a inserção de mais alguns coeficientes que podem ser observados nos gráficos das Figuras 3.52 e 3.53.

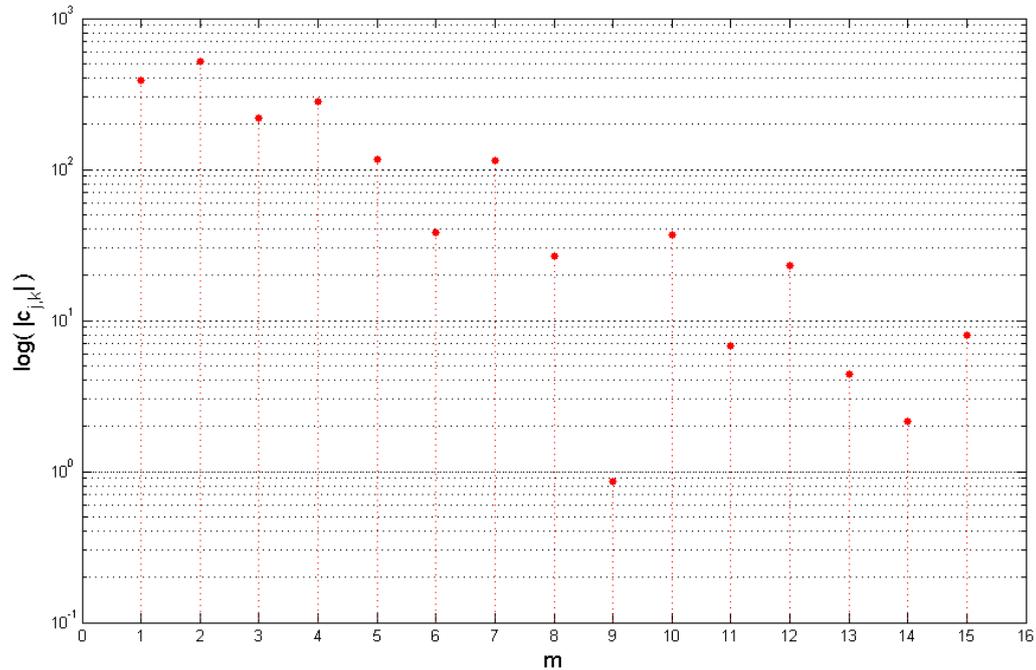


Figura 3.52: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_5,A}$ através da parametrização de M_5 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 8$. Foram utilizados 15 coeficientes com $-2 \leq j \leq 2$ e $-1 \leq k \leq 1$, o que implica em $1 \leq m \leq 15$.

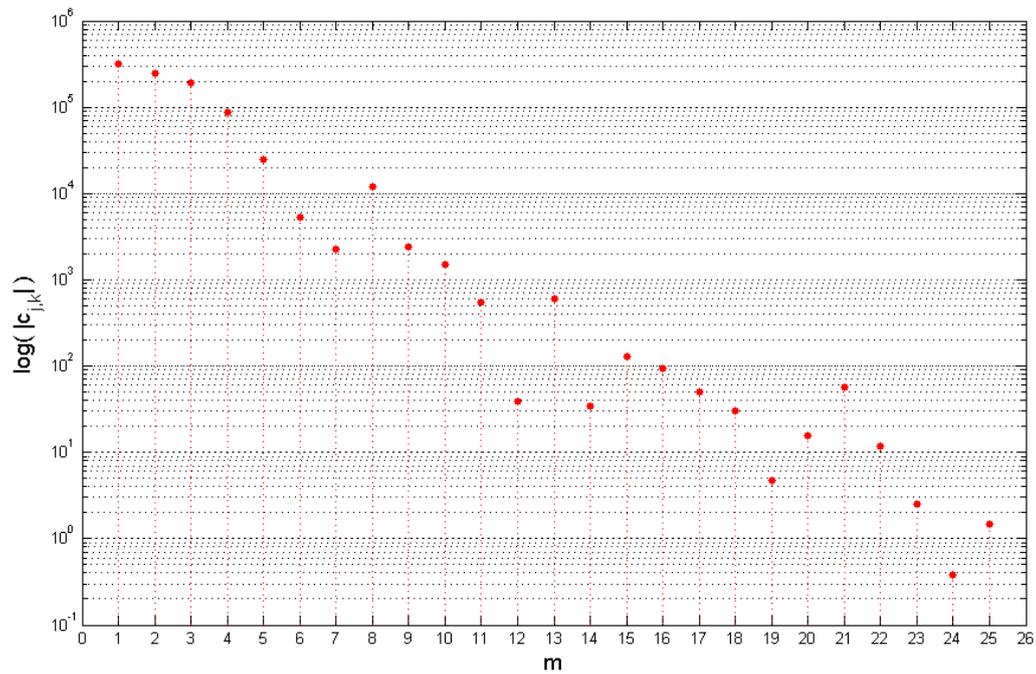


Figura 3.53: Representação gráfica de $\log(|c_{j,k}|)$, sendo os $c_{j,k}$'s gerados por meio de ajuste pelo MMQ para a obtenção de $M_{P_5,B}$ através da parametrização de M_5 . O eixo horizontal é ordenado segundo valores crescentes de $m = j + 5k + 13$. Foram utilizados 25 coeficientes com $-2 \leq j$ e $k \leq 2$, o que implica em $1 \leq m \leq 25$.

CAPÍTULO 4

Conclusões

Ao longo do trabalho foi possível observar, através dos programas implementados e resultados obtidos, que a parte real da ondaleta de Morlet representa funções 1D e pseudo-2D de forma significativa, atingindo o objetivo de representar as características mais gerais dos campos de velocidades sísmicas compressionais. Tal base, porém, não realiza parametrizações de modo exato, considerando o fato das funções representadas poderem não pertencer ao espaço gerado pela mesma base. Funções pseudo-2D também podem ser representadas por bases de ondaletas 1D.

À medida que se estendeu o intervalo de variação dos índices j e k , notou-se que as funções parametricamente representadas se tornaram cada vez mais similares às funções originais, o que permite intuir que caso os índices tendessem ao infinito, seria possível gerar representações paramétricas perfeitas se a base utilizada fosse ortonormal. A obtenção dos coeficientes $c_{j,k}$ através de ajustes pelo Método dos Mínimos Quadrados se limitou a produção da quantidade máxima de 25 coeficientes devido a satisfação do grau de aproximação desejado que os resultados obtidos com tais parâmetros proporcionaram.

A ressalva incomum é a ordem de grandeza exacerbada que os valores numéricos dos coeficientes atingiram. Como o trabalho não visa a análise da influência dos coeficientes, sugere-se, para um próximo trabalho, o desenvolvimento de uma pesquisa para a investigação de tal singularidade.

As parametrizações referentes à utilização de 15 coeficientes conseguiram uma aproximação mais modesta em relação aos modelos originais (exceto para M_{P_1}). Contudo, ao utilizar um malha mais apertada, o que acarretaria num acréscimo na quantidade de nós, pode-se esperar melhores respostas.

A faixa de velocidades sísmicas utilizadas nos modelos deste trabalho contemplam um vasto espectro de velocidades encontradas na exploração sísmica, o que agregou um maior realismo aos modelos apresentados.

O tempo de processamento, apesar de não ter sido levado em consideração para a realização do trabalho, foi relativamente curto e o uso da linguagem MATLAB (Silva Filho, 1998) contribuiu fundamentalmente para a realização deste estudo.

Agradecimentos

Agradeço:

- Primeiramente a Deus, pela luz que me fornece sempre indicando o melhor caminho;
- Aos meus pais, Ildefonso de Oliveira Bastos e Hildete Prates Bastos, pelos ensinamentos de vida e por serem o incentivo de cada vitória conquistada;
- A todos os meus familiares, especialmente à minha avó, Iraci Prates dos Santos;
- Ao Prof. Dr. Wilson Mouzer Figueiró, por ter sido meu orientador neste trabalho e pelo conhecimento científico compartilhado;
- Aos integrantes da banca examinadora;
- Ao quadro de funcionários do setor de processamento sísmico da Petróleo Brasileiro S.A., especialmente ao meu supervisor de estágio, Valdir Rocha;
- À todas as amizades construídas ao longo do curso, em especial à: Adriano Martinez, Alexandro Guerra, Breno Bahia, Caio Matos, Daniel Rocha Jr, Deize Ribeiro, Ítalo Campelo (Pato), Laian Moura, Naira Coutinho, Yves Leonardo, Odette Caroline, Jamile Araújo, Rigmary Valera, Uilli Freitas e Vítor Ravel;
- Às pessoas queridas fora do âmbito geocientífico: Janete Santana, Danielle Antão, Thiago Aleluia, Leandro Santana, Cleiton Araújo, Sérgio Batista, Matheus Aleluia e Leonardo Paiva;
- Ao LAGEP, GETA e CPGG, pela ótima infra-estrutura sempre à disposição;
- À Petrobras, pela bolsa de estudo de graduação oferecida no âmbito do Projeto de Rede de Geofísica Aplicada do CENPES.

Referências

- Grinsted, A.; Moore, J. C. e Jevrejeva, S. (2004) Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series, *Nonlinear Processes in Geophysics*, **4**(11):561–566.
- Kumar, P. & Foufoula-Georgiou, E. (1994) *Wavelets in Geophysics, Wavelet Analysis and its Applications*, Academic Press Limited, San Diego, Califórnia.
- Morettin, P. A. (1999) *Ondas e Ondaletas: da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*, Editora da Universidade de São Paulo, EDUSP, São Paulo.
- Santana, J. L. S. (2008) *Diferentes Parametrizações do Campo de Velocidades Sísmicas do Modelo da Quebra da Plataforma Continental*. Trabalho de Graduação, Geofísica, Instituto de Geociências, UFBA.
- Silva Filho, B. S. (1998) *Curso de MATLAB 5.1, Introdução à Solução de Problemas de Engenharia*, Laboratório de Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia, Programa Prodenge/Sub-Programa Reenge, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Torrence, C. & Compo, G. P. (1998) *A Practical Guide to Wavelet Analysis*, Program in Atmospheric and Oceanic Sciences, University of Colorado, Colorado.
- Weng, H. & Lau, K.-M. (1994) Wavelets, period doubling, and time-frequency localization with application to organization of convection over the tropical western pacific, *Journal of the Atmospheric Sciences*, **51**(17):2523–2541.