



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA



GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MÉTODOS DE EXTRAPOLAÇÃO COM INTEGRAÇÃO RECURSIVA APLICADOS À MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO

ISAAC DE OLIVEIRA SANTOS

SALVADOR – BAHIA

JULHO – 2011



Métodos de extrapolação com integração recursiva aplicados à migração
reversa no tempo

por

ISAAC DE OLIVEIRA SANTOS

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

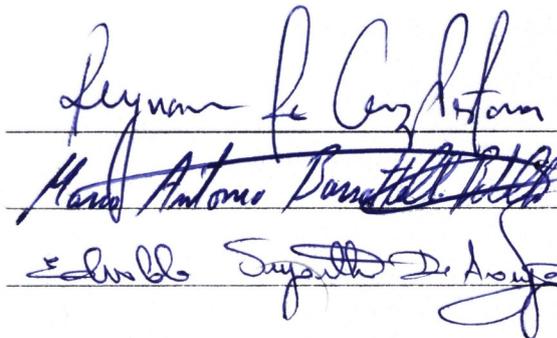
DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora



Three handwritten signatures in blue ink are written over horizontal lines. The first signature is 'Reynam da Cruz Pestana', the second is 'Marco Antonio Barsottelli Botelho', and the third is 'Edvaldo Suzarthe de Araújo'.

Prof. Dr. Reynam da Cruz Pestana - Orientador

Prof. Dr. Marco Antonio Barsottelli Botelho

Prof. Me. Edvaldo Suzarthe de Araújo

Data da aprovação: 18/07/2011

Dedico este trabalho a meu saudoso
pai Francisco (in memoriam) e
minha querida mãe Marília

RESUMO

A migração de dados sísmicos é uma ferramenta indispensável na etapa do processamento. Ela tem como tarefa básica focalizar e colapsar a energia das difrações, facilitando assim uma melhor visualização dos refletores em profundidade. A busca por métodos que forneçam uma imagem mais precisa da geologia de subsuperfície tem sido constante. Atualmente, a migração reversa no tempo tem sido bastante utilizada e é considerada a técnica mais precisa. Para resolver as derivadas parciais presentes na equação da onda, é comumente empregado o método de diferenças finitas com esquemas de segunda ordem para a derivada no tempo e operadores de diferenças finitas de quarta ordem ou o método pseudo-espectral para as derivadas espaciais. Neste trabalho, são apresentados métodos de extrapolação temporal com integração recursiva para solução da equação da onda (os métodos pseudo-analítico e Fourier diferenças finitas), os quais permitem tanto a propagação quanto a depropagação do campo de ondas. Estes métodos são variações do método pseudo-espectral clássico, os quais introduzem um operador chamado pseudo-Laplaciano no lugar do operador Laplaciano. Esta modificação tende a reduzir os erros inerentes à aproximação da derivada temporal por um operador de diferenças finitas de segunda ordem e permite uma extrapolação no tempo com maiores passos. A migração reversa no tempo 2-D pelos métodos Fourier diferenças finitas e pseudo-analítico foi aplicada em dados empilhados: modelos da calha e do domo de sal da SEG/EAGE. Também foram realizadas migrações pré-empilhamento em dados sintéticos com alta complexidade estrutural, os modelos Marmousi e Sigsbee2A. A migração desses dados permitiram uma avaliação da estabilidade, dispersão numérica, o custo computacional e aplicabilidade associados a cada um desses métodos.

ABSTRACT

The migration of seismic data is an indispensable tool in the processing step. It has the basic task to focus and collapse the diffractions of energy, thus providing a better view of reflectors at depth. The search for methods which are able to produce picture of the subsurface geology with a better accuracy has been constant. Currently, reverse time migration has been widely used and it is considered the more accurate technique. To solve the partial derivatives inherent to the wave equation, normally one uses finite difference schemes for second order derivative in time and finite difference operators of fourth-order or pseudo-spectral method for spatial derivatives. In this work, we present temporal extrapolation methods with recursive integration to solve the wave equation (the pseudo-analytical method and the Fourier finite differences method). This procedure allows the evaluation of the propagation and depropagation of wave fields. These methods are variations of the classical pseudo-spectral method, which introduce an operator called pseudo-Laplacian that is used to compute the spatial derivatives. This modification tends to reduce the errors inherent to the time derivative which is approximated by a finite difference operator of second order and allows an extrapolation to larger time steps. We applied the reverse time migration 2-D Fourier by finite differences and pseudo-analytical methods on stacked data: models channel and the salt dome SEG/EAGE. We also conducted pre-stack migration on synthetic data with high structural complexity such as Marmousi and Sigsbee2A. Thus, we can evaluate stability, numerical dispersion, computational cost and applicability associated to each method. The algorithms developed have shown to be efficient and produced satisfactory results.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Conceitos e Fundamentos Teóricos	3
1.1 A Sísmica de Reflexão	3
1.2 Migração Sísmica	3
1.2.1 Migração Pós-empilhamento	5
1.2.2 Migração Pré-empilhamento	6
1.3 Migração Reversa no Tempo	7
1.3.1 A Equação Escalar Acústica da Onda	7
1.3.2 Transformada de Fourier	8
CAPÍTULO 2 Migração Reversa no Tempo por Métodos Pseudo-Espectrais	10
2.1 Equação Completa da Onda - Solução Exata	10
2.2 O Método Pseudo-Espectral	10
2.3 RTM pelo Método Pseudo-Analítico	11
2.4 RTM pelo Método Fourier Diferenças Finitas	13
2.5 Condições de Estabilidade	15
CAPÍTULO 3 Resultados da RTM pelos Métodos FFD e Pseudo-Analítico	18
3.1 Migração Pós-Empilhamento 2-D	18
3.1.1 Aplicação ao modelo da calha	18
3.1.2 Aplicação ao modelo do domo de sal da SEG/EAGE	23
3.2 Migração Pré-Empilhamento 2-D	34
3.2.1 Aplicação ao Modelo Marmousi	34
3.2.2 Aplicação ao Modelo Sigsbee2A	38
CAPÍTULO 4 Conclusões	44

Agradecimentos	45
Referências Bibliográficas	46

ÍNDICE DE FIGURAS

5		
1.2	Representação da condição de imagem da migração pré-empilhamento. . . .	6
3.1	Seção zero offset do modelo da calha	19
3.2	Modelo em profundidade da calha	19
3.3	RTM via pseudo-espectral para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	20
3.4	RTM pelo pseudo-analítico de ordem zero para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	20
3.5	RTM pelo pseudo-analítico de ordem zero para $\Delta t = 6 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (b).	20
3.6	RTM pelo pseudo-analítico de segunda ordem para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	21
3.7	RTM pelo pseudo-analítico de quarta ordem para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	21
3.8	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	21
3.9	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (b).	22
3.10	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).	22
3.11	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (b).	22
3.12	Seção empilhada do modelo domo de sal da SEG/EAGE.	24
3.13	Campo de velocidade do modelo domo de sal da SEG/EAGE.	24
3.14	RTM via pseudo-espectral com $\Delta t = 2 \text{ ms}$	25
3.15	RTM via pseudo-analítico de ordem zero com $\Delta t = 2 \text{ ms}$	25
3.16	RTM via pseudo-analítico de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$	26
3.17	RTM via pseudo-analítico de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$	26
3.18	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	27
3.19	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$	27
3.20	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	28
3.21	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$	28
3.22	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	29
3.23	Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 8 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	29
3.24	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$	30
3.25	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	30
3.26	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$	31

3.27	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	31
3.28	Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$	32
3.29	Gráfico do tempo de execução da RTM pelos métodos pseudo-espectrais para o modelo da SEG/EAGE.	33
3.30	Campo de velocidade do modelo Marmousi.	34
3.31	Seção migrada via pseudo-espectral.	35
3.32	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de ordem zero.	35
3.33	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de segunda ordem.	36
3.34	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de quarta ordem.	36
3.35	Seção migrada por FFD de segunda ordem.	37
3.36	Seção migrada por FFD de quarta ordem.	37
3.37	Campo de velocidade suavizado do modelo Sigsbee2A.	39
3.38	Estratigrafia do modelo Sigsbee2A. As cores são para representas os refletores, não representa o real contraste de velocidade.	39
3.39	RTM via pseudo-espectral.	40
3.40	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de ordem zero.	40
3.41	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de segunda ordem.	41
3.42	Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de quarta ordem.	41
3.43	Seção migrada por FFD de segunda ordem.	42
3.44	Seção migrada por FFD de quarta ordem.	42

INTRODUÇÃO

O método sísmico de reflexão é amplamente utilizado pelas indústrias petrolíferas na prospecção de hidrocarbonetos com o objetivo de mapear estruturas armazenadoras de petróleo em subsuperfície. Os dados coletados na aquisição passam por uma série de etapas e ao final do processamento uma imagem da geologia é construída. A partir dessa imagem são retiradas informações acerca das propriedades do meio (porosidade, impedância acústica, conteúdo de fluidos etc).

Uma importante etapa do processamento é a migração, que tem por finalidade fornecer uma imagem mais próxima da geologia em subsuperfície. O principal objetivo da migração é corrigir as distorções dos eventos de reflexão e também colapsar as difrações, aumentando a resolução espacial da seção sísmica.

Várias técnicas de migração foram desenvolvidas a fim de produzir uma imagem sísmica precisa e com um baixo custo computacional. Entre elas, podemos citar a migração Kirchhoff (Schneider, 1978), migrações usando operadores diferenças finitas aplicados à equação unidirecional (Claerbout, 1985) e as migrações no domínio da frequência-número de onda, tais como: migração Stolt (Stolt, 1978), Phase-shift (Gazdag, 1978), PSPI (Gazdag et al., 1984), Split-step (Stoffa et al., 1990), FFD e algumas sofisticações desses métodos.

A migração reversa no tempo, proposta inicialmente em Whitmore (1983), Baysal et al. (1983) e McMechan (1983), é considerada o método de migração mais preciso e tem por base a equação da onda acústica. Nos métodos convencionais, esquemas de diferenças finitas, ou mesmo o método pseudo-espectral, são empregados para calcular as derivadas espaciais. Já a derivada segunda no tempo é aproximada por diferenças finitas de segunda ordem. Esses operadores são limitados a pequenos intervalos de tempo, devido aos problemas de dispersão numérica e instabilidade. Entretanto, mais recentemente, várias alternativas têm sido propostas para resolver a equação acústica da onda através de métodos que realizam a extrapolação temporal no domínio espaço-número de onda (Ristow et al., 1994; Pestana et al., 2011; Song et al., 2010). Esses métodos podem ser chamados de extrapolação temporal com integração recursiva, pois eles são baseados na solução formal da integração no tempo da equação da onda, com objetivo de obter uma extrapolação estável e livre de dispersão numérica em meios heterogêneos, usando maiores passos de extrapolação no tempo. Contudo, como utilizam uma aproximação mais precisa para a derivada temporal, requerem um maior custo computacional e um maior tempo de processamento.

No presente trabalho, são apresentados os métodos pseudo-analítico e Fourier diferenças

finitas (FFD) para a solução da equação completa da onda. O método pseudo-analítico usa uma modificação nas derivadas espaciais e assim consegue compensar erros causados na aproximação de segunda ordem da derivada no tempo. Já o método FFD usa um campo de ondas temporário, dependente de uma velocidade de referência, e combina o método pseudo-espectral com o método diferenças finitas. Ambos podem ser utilizados tanto na modelagem quanto na propagação reversa no tempo. Os algoritmos desenvolvidos foram testados em dados sintéticos na migração pós-empilhamento e migração pré-empilhamento.

Vale ressaltar que o objetivo principal é mostrar a aplicabilidade dos algoritmos de migração a dados sintéticos com alto grau de complexidade estrutural. Portanto, a migração reversa no tempo foi executada pelos referidos métodos na seção de afastamento nulo referente ao modelo do domo de sal da SEG/EAGE, e nas seções de tiro comum dos dados dos modelos Marmousi e Sigsbee2A. O uso desses modelos sintéticos permitem a comparação dos resultados da migração com o modelo geológico. Esses resultados mostram uma melhor resolução espacial das estruturas em subsuperfície, o que evidencia a eficiência dos métodos propostos.

CAPÍTULO 1

Conceitos e Fundamentos Teóricos

1.1 A Sísmica de Reflexão

O método sísmico de reflexão mede indiretamente propriedades das rochas em subsuperfície, através da propagação das ondas sísmica com a finalidade de formar uma imagem que represente a geologia subsuperficial. Esse método é mais usado na exploração de hidrocarbonetos. Na aquisição, os dados são coletados, e depois na etapa do processamento são tratados, e assim uma imagem sísmica é gerada. Logo após uma interpretação é feita para estabelecer alvos com possíveis acumulações de óleo e gás.

A aquisição dos dados sísmicos é feita por meio de experimentos físicos onde o meio é excitado por uma fonte artificial de energia mecânica (ex: dinamite/air-gun) e, assim, quando essa fonte é acionada, ondas são propagadas e posteriormente captadas pelos receptores: geofone quando se trata de levantamentos terrestre e hidrofone para levantamentos marinhos. Cada receptor registra amplitude da onda em função tempo de propagação e gera um registro, o qual é chamado de traço sísmico. O conjunto de traços gerados a partir de um único tiro caracteriza um sismograma, o qual corresponde a uma família de tiro comum. Esses dados passam por tratamentos, e a depender da complexidade estrutural da área em estudo e a rapidez que se deseja obter os resultados, os dados podem ser migrado antes ou depois do empilhamento. Se antes, a migração é feita sobre as seções de tiro comum, enquanto que a migração pós-empilhamento é realizada sobre uma seção empilhada, a qual é uma aproximação da seção de afastamento nulo.

1.2 Migração Sísmica

A migração de dados sísmicos é uma importante técnica de imageamento que basicamente tem como tarefa a reconstrução da imagem gerada na aquisição e possa revelar as interfaces refletoras em suas verdadeiras dimensões em relação a x (migração em tempo) ou (x, z) e (x, y, z) nas migrações espaciais 2-D e 3-D, respectivamente. Ou seja, representar da melhor forma possível a verdadeira distribuição espacial dos refletores em subsuperfície. Pela forma como os dados são adquiridos, normalmente, registrados apenas ao longo da superfície de

aquisição, a seção sísmica gerada da subsuperfície apresenta distorções quanto à posição dos refletores. Isso é mais evidente em regiões com uma alta complexidade estrutural. E assim, faz necessário a aplicação da migração sísmica.

A migração pode ser entendida como um processo que, através da depropagação do campo de ondas (energia sísmica registrada na superfície), corrige as distorções geradas pela aquisição, bem como durante o processo de propagação da onda. Ela visa colapsar as difrações, posicionar os refletores e melhorar a resolução espacial das estruturas em profundidade.

O desenvolvimento de métodos capazes de melhorar a resolução espacial dos eventos sísmicos tem sido um grande desafio na área da geofísica aplicada à exploração de petróleo. Nesse sentido, várias técnicas de migração têm sido desenvolvidas. Por exemplo, na década de 60, a migração era feita por frentes de ondas. Já nos anos 70, John Claerbout (1985) trouxe a idéia de se resolver a equação da onda com o objetivo de investigar as propriedades físicas em subsuperfície. Dessa forma, os métodos clássicos de diferenças finitas foram aplicados para obter uma solução aproximada para a equação da onda e permanecem até os dias atuais na sísmica de reflexão. Em meados de 1970, surge a migração Kirchhoff que pode ser utilizada para migrar dados com baixa complexidade estrutural, requerendo um baixo custo computacional. Esta foi introduzida por French (1975), sendo aperfeiçoada por Schneider (1978). Ainda neste ano, surge a migração no domínio $f - k$, introduzida por Stolt (1978), que ficou conhecida como migração Stolt e baseia-se na solução exata da equação da onda e no modelo do refletor explosivo. A migração Stolt só é feita se o meio possuir velocidade constante, sendo o método estável e de rápida execução. No ano seguinte, Gazdag (1978) apresenta o método Phase Shift que é uma evolução da migração Stolt, pois permite variação vertical de velocidade. Mais tarde, Gazdag et al. (1984) introduziram o método Phase-Shift-Plus-Interpolation, o qual permite levar em conta variações laterais de velocidades. Outras técnicas de migração foram desenvolvidas ao longo desses anos, como por exemplo, a migração reversa no tempo (a qual será abordada mais adiante), também o método Split-Step (Stoffa et al., 1990) e outras variações sofisticadas desses métodos de migração no domínio da frequência-número de onda.

O exposto acima, exemplifica várias técnicas de migração usadas na sísmica de reflexão, contudo todas elas são baseadas na solução da equação da onda de certa forma, e consistem basicamente em duas etapas: a extrapolação do campo de onda e a construção da imagem (condição de imagem). A principal diferença entre essas técnicas é a maneira como seus algoritmos são implementados.

1.2.1 Migração Pós-empilhamento

A utilização da equação da onda no tratamento de seções sísmicas empilhadas CMP (Ponto Médio Comum), é justificado pela aproximação dos experimentos físicos complexos que geram a seção sísmica por um modelo conhecido como modelo do refletor explosivo, proposto por Loewental et al. (1976), o qual representa um experimento simples governado pela equação acústica da onda. Este modelo considera que cada refletor em subsuperfície é formado por uma distribuição contínua de fontes. Essas fontes são acionadas simultaneamente no instante $t = 0$ e a energia sísmica (campo de onda gerado) se propaga em direção à superfície, onde são registradas pelos receptores. Essa nova seção em tempo corresponderá à seção de afastamento nulo, se as amplitudes das fontes sobre os refletores forem proporcionais aos coeficientes de reflexão, na interface onde estão localizadas, e a velocidade tem de ser a metade da velocidade real do meio. Assim, o tempo de propagação usado neste modelo é o mesmo da seção de afastamento nulo. Nas figuras 1a e 1b, exemplificam a geometria de registro de afastamento nulo e o modelo do refletor explosivo hipotético para simular a seção de afastamento nulo, respectivamente.

A migração pós-empilhamento é o processo de migração no qual o dado é primeiramente empilhado e depois migrado. Este processo é bastante utilizado, quando o meio a ser estudado possui baixo grau de complexidade estrutural, e também por ter um menor custo computacional e fornecer resultados com uma considerável rapidez, quando comparado com a migração pré-empilhamento. No entanto, o uso desta técnica não é adequado quando os refletores estiverem com alto e diferentes mergulhos, pois o empilhamento diminuirá a qualidade do dado. Portanto, recomenda-se o uso da migração pré-empilhamento, pois esta fornece melhores resultados.

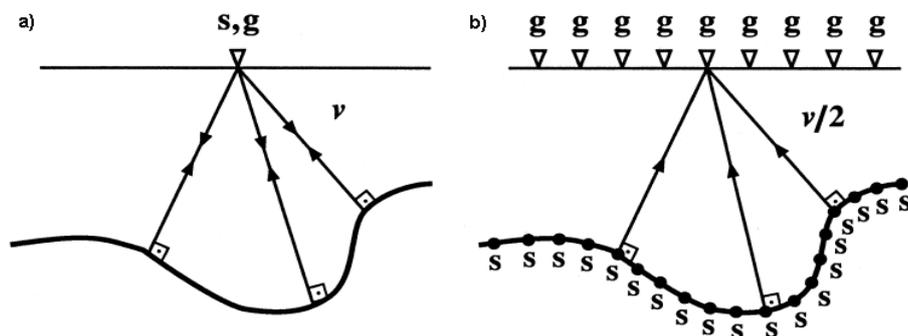


Figure 1.1: (a) Geometria de registro de afastamento nulo e (b) a simulação hipotética da seção de afastamento nulo usando o modelo do refletor explosivo (retirado de Yilmaz, 2000).

1.2.2 Migração Pré-empilhamento

Áreas que possuem um alto grau de complexidade estrutural (fortes e diferentes mergulhos), geralmente não são corretamente tratados pelos métodos de migração pós-empilhamento, pois o empilhamento e a correção de sobre-tempo-normal podem reduzir a qualidade da seção empilhada. Portanto, uso da migração antes do empilhamento se torna necessário para se obter uma seção migrada com mais qualidade.

A migração pré-empilhamento é um processo no qual cada seção de tiro comum é migrada individualmente e em seguida as seções migradas são empilhadas. Assim, a seção empilhada final é o resultado de várias migrações antes do empilhamento. Geralmente, esta técnica é baseada nos seguintes procedimentos: extrapolação do campo de ondas das fontes e dos receptores e a crosscorelação no “lag” zero desses campos de ondas extrapolados é aplicada para obter a imagem (condição de imagem). A expressão 1.1 (Liu et al., 2007) e a Figura 1.2 denotam estes procedimentos:

$$R(\vec{x}, t) = \int_0^{t_{max}} S(\vec{x}, t) R(\vec{x}, t) dt, \quad (1.1)$$

onde $S(\vec{x}, t)$ e $R(\vec{x}, t)$ são os campos extrapolados das fontes e dos receptores, respectivamente, na posição \vec{x} e no tempo t . O campo $S(z_0)$ é propagado para baixo através do operador $W(z_n, z_0)$ e o campo $G(z_0)$ é retropropagado através de $W^*(z_n, z_0)$. $W^*(z_n, z_0)$ é o complexo conjugado de $W(z_n, z_0)$. A vantagem de usar este método é evidenciada pelos ótimos resultados que são produzidos, ou seja, a seção migrada consegue representar os refletores com uma maior fidelidade. Normalmente, esses métodos requerem uma alta demanda computacional e também um longo tempo de execução da migração em comparação com os métodos de migração em tempo.

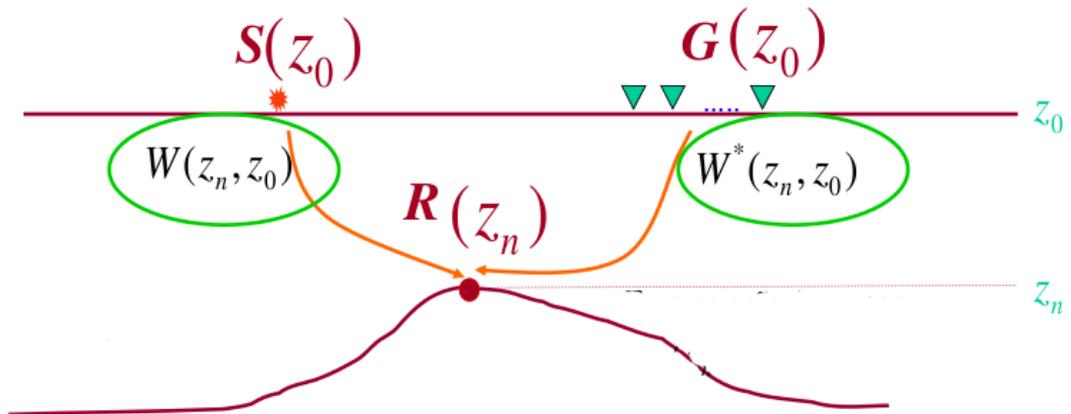


Figure 1.2: Representação da condição de imagem da migração pré-empilhamento.

1.3 Migração Reversa no Tempo

A migração reversa no tempo (RTM, sigla em inglês), que tem por base a solução da equação da onda, foi primeiro introduzida por Whitmore (1983), Baysal et al. (1983), é considerada o método de migração mais preciso, pois é capaz de lidar com grandes variações laterais de velocidade e não impõe nenhuma restrição quanto à inclinação dos refletores. Apesar de fornecer bons resultados foi deixada de lado por vários anos, devido ao seu alto custo computacional.

O avanço dos computadores trouxe novas oportunidades para a RTM, pois nos últimos anos ela reapareceu e vários trabalhos têm sido publicados e estar sendo muito utilizada na indústria do petróleo. Modelos com complexidade estrutural, como áreas de pré-sal, é ótimo desafio a ser enfrentado pela migração RTM, já que esta lida bem com refletores inclinados e também com quaisquer contrastes laterais de velocidades (Baysal et al., 1983).

A RTM é o processo da modelagem na sua forma inversa, ou seja, na migração pós-empilhamento, o campo de ondas registrado na superfície ($z = 0$) e no tempo $t = t_{max}$ é retropropagado até $t = 0$. Este processo é iniciado, tomando-se a seção sísmica na superfície, $P(x, y, z = 0, t = t_{max})$, e a extrapolação reversa é feita calculando-se o campo de ondas para cada tempo, até o tempo $t = 0$. O resultado é a seção sísmica migrada $P(x, y, z, t = 0)$. A condição de imagem $t = 0$ é baseada no modelo do refletor explosivo. Já na migração pré-empilhamento, a extrapolação é feita propagando-se o campo da fonte e fazendo-se a retropropagação do campo de onda registrados pelos receptores de forma análoga à migração pós-empilhamento. Entretanto, a imagem é obtida fazendo-se a correlação cruzada desses campos e a imagem final migrada é formada pela somada de todos os tiros migrados individualmente.

1.3.1 A Equação Escalar Acústica da Onda

O registro de ondas compressoriais (ou ondas primárias-P) é muito utilizado pela indústria do petróleo, pois estas se propagam tanto em meio sólidos como em meios fluidos. A propagação do sinal sísmico pode ser mais facilmente entendido considerando-se o meio, como se fosse puramente acústico, e a partir desta suposição, pode-se utilizar a equação acústica da onda para mapear propriedades das rochas em subsuperfície. Esta propagação no interior da Terra é comumente descrita pela equação da onda para meios heterogêneos. Vários algoritmos de migração derivam da equação escalar acústica da onda e esta permite que a propagação das ondas P seja descrita através de um campo de pressão. Portanto, a equação escalar acústica da onda 3-D para um meio com densidade constante é dada por

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = \nabla^2 P(\vec{x}, t), \quad (1.2)$$

onde $v = v(\vec{x}, t)$ é a velocidade de propagação da onda compressional, $P(\vec{x}, t) = P(x, y, z, t)$ é o campo de pressão no tempo t , $\vec{x} = (x, y, z)$, é o vetor posição e $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ é o operador Laplaciano. Diferentes métodos são empregados para aproximar as derivadas espaciais e temporais. Alguns métodos resolvem a equação da onda no domínio do espaço-tempo $(\vec{x} - t)$ como é o caso do método de diferenças finitas que utiliza operadores de diferenças de segunda e quarta ordem, para aproximar as derivadas temporais e espaciais, respectivamente. Enquanto outros as computam no domínio da frequência-número de onda $(f - \vec{k})$ e outros que combinam ambos os métodos, como é o caso dos métodos pseudo-espectrais. Neste trabalho, são utilizados os métodos pseudo-analítico e FFD para aproximação das derivadas espaciais e o método de diferenças finitas de segunda ordem para a derivada temporal.

1.3.2 Transformada de Fourier

A Transformada de Fourier é uma ferramenta bastante utilizada no processamento sísmico. Ela permite que uma dada função mude de domínio, por exemplo, conduz uma função do domínio do espaço para o domínio do número de onda ou vice-versa. Este processo é expresso pelas seguintes relações (Telford et al., 1976):

$$F(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ik_x x} dx, \quad (1.3)$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_x)e^{ik_x x} dk_x, \quad (1.4)$$

onde (1.3) e (1.4) representam as transformadas direta e inversa de Fourier, respectivamente. As propriedades e seus teoremas têm importância fundamental no processamento sísmico, pois são muito úteis na realização de muitas operações. A propriedade da derivada será mais enfatizada, pois seu uso é frequente na solução de equações e métodos aqui desenvolvidos. O teorema da derivada afirma que, a derivada de uma função ou um sinal no domínio do espaço equivale à uma multiplicação por uma potência do número de onda no domínio de Fourier. Podemos demonstrar esta propriedade derivando a equação (1.4) em relação a x . Então derivando uma vez obtém-se:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (ik_x)F(k_x)e^{ik_x x} dk_x, \quad (1.5)$$

derivando pela segunda vez, tem-se:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (ik_x)^2 F(k_x)e^{ik_x x} dk_x. \quad (1.6)$$

Sendo assim, obtém a seguinte relação de equivalência:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \leftrightarrow -k_x^2 F((f(x))). \quad (1.7)$$

Portanto, para calcular a derivada de uma função basta calcular a transformada de Fourier, multiplica-se o resultado por (ik_x) e calcular a transformada inversa. Assim, obtém-se a derivada de qualquer ordem de uma função usando-se a transformada de Fourier.

CAPÍTULO 2

Migração Reversa no Tempo por Métodos Pseudo-Espectrais

2.1 Equação Completa da Onda - Solução Exata

Partindo-se da equação (1.2), considerando v constante, e aplicando-se a transformada espacial de Fourier 3D em ambos os lados desta, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}(\vec{k}, t)}{\partial t^2} = -v^2 |\vec{k}|^2 \bar{P}(\vec{k}, t), \quad (2.1)$$

onde $\bar{P}(\vec{k}, t) = P(k_x, k_y, k_z, t)$ representa o campo de pressão no domínio do número de onda e no tempo e $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ é o vetor número de onda nas coordenadas cartesianas, sendo $|\vec{k}|^2 = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$. A solução analítica da equação (2.1) usando as condições iniciais (admite-se que $\bar{P}_0(\vec{k}, t)$ e $\frac{\partial \bar{P}_0(\vec{k}, t)}{\partial t} = \dot{P}_0$ são conhecidos), é dada pela seguinte expressão (Etgen, 1989):

$$\bar{P}(\vec{k}, t) = \cos(v|\vec{k}|t) \bar{P}_0 + \frac{\sin(v|\vec{k}|t)}{v|\vec{k}|} \dot{P}_0. \quad (2.2)$$

Avaliando-se os campos $P(t + \Delta t)$ e $P(t - \Delta t)$, somando-os e utilizando algumas relações trigonométricas e rearrumando os termos na equação (2.2), obtém a solução exata da equação da onda:

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) = 2 \cos(v|\vec{k}|t) \bar{P}^n(\vec{k}), \quad (2.3)$$

onde $\bar{P}^n = \bar{P}(n\Delta t)$. Adicionando $2\bar{P}^n$ à ambos os lados da equação (2.3), chega-se a:

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) = 2[\cos(v|\vec{k}|t) - 1] \bar{P}^n(\vec{k}). \quad (2.4)$$

Esta expressão será utilizada na derivação dos métodos pseudo-espectrais que são mostrados a seguir.

2.2 O Método Pseudo-Espectral

O método pseudo-espectral (Gazdag, 1981; Kosloff et al., 1982) baseia-se no uso transformada de Fourier para calcular as derivadas espaciais. Assim, aplicando a propriedade da derivada

da transformada de Fourier deduzida em (1.7), temos a seguinte relação,

$$\frac{\partial^2 P(\vec{x}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(\vec{x}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P(\vec{x}, t)}{\partial z^2} \leftrightarrow -|\vec{k}|^2 P(\vec{k}). \quad (2.5)$$

A equação de propagação para o método pseudo-espectral é obtida a partir da relação (2.1). Considerando uma aproximação por diferenças finitas de segunda ordem para a derivada temporal, obtém-se:

$$P^{n+1}(\vec{x}) + P^{n-1}(\vec{x}) - 2P^n(\vec{x}) = -(v\Delta t)^2 FFT^{-1}[|\vec{k}|^2 FFT P^n(\vec{x})]. \quad (2.6)$$

Onde FFT e FFT^{-1} representam as transformada direta e inversa de Fourier, respectivamente. Esta é a expressão que descreve o método pseudo-espectral, onde as derivadas espaciais de segunda ordem são agora computadas no domínio de Fourier. Esta equação pode ser utilizada tanto para fazer modelagens como para executar migrações. Vale ressaltar, que este método demanda um relativo baixo custo computacional, pois requer duas transformadas de Fourier, em comparação com os métodos pseudo-analítico de alta ordem (Pestana et al. (2011) e Araujo (2010)) que são discutidos a seguir.

2.3 RTM pelo Método Pseudo-Analítico

O método pseudo-analítico proposto por Etgen et al. (2009) é uma extensão do método pseudo-espectral. Através de uma modificação na forma de calcular as derivadas espaciais de segunda ordem, insere-se um operador pseudo-Laplaciano que é melhor avaliado no domínio de Fourier. Desta maneira, os erros inerentes à aproximação por diferenças finita de segunda ordem para as derivadas temporais são reduzidos. Agora a equação (2.4) é reescrita da seguinte forma (Pestana et al., 2011) :

$$\frac{\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k})}{\Delta t^2} = v^2 \frac{2[\cos(v|\vec{k}|t) - 1]\bar{P}^n(\vec{k})}{(v\Delta t)^2}. \quad (2.7)$$

Usando-se uma aproximação por diferenças finitas de segunda ordem para a derivada temporal na equação (2.1), comparando-a com a equação (2.7) e admitindo uma velocidade constante v_0 , obtém o operador pseudo-Laplaciano o qual é definido por Pestana et al. (2011) como sendo:

$$F(\vec{k}) = \frac{2(\cos(v_0|\vec{k}|\Delta t) - 1)}{v_0^2 \Delta t^2} \approx -|\vec{k}|^2 + \frac{v_0^2 \Delta t^2}{12} |\vec{k}|^4 - \dots \quad (2.8)$$

Percebe-se que na equação anterior a dependência com a velocidade no primeiro termo é cancelada o que aumenta a acurácia para pequenos passos no tempo. O operador $F(\vec{k})$ definido desta forma é exatamente igual a transformada de Fourier do operador Laplaciano, ou seja, $(-|\vec{k}|^2)$, no limite quando o intervalo de tempo Δt tende a zero. Assim, pode-se

apresentar a expressão para o método pseudo-analítico, primeiramente introduzido por Etgen et al. (2009), sendo aqui denominado de método pseudo-analítico de ordem zero, o qual é dado por (Etgen et al., 2009):

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) = (v\Delta t)^2 F(\vec{k})\bar{P}^n(\vec{k}) \quad (2.9)$$

Aplicando uma transformada inversa de Fourier à equação (2.9), a representação para propagação do campo de ondas no domínio do espaço é obtida:

$$P^{n+1}(\vec{x}) = 2P^n(\vec{x}) - P^{n-1}(\vec{x}) + (v\Delta t)^2 FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})] \quad (2.10)$$

A migração reversa no tempo pode ser executada pela seguinte expressão:

$$P^{n-1}(\vec{x}) = 2P^n(\vec{x}) - P^{n+1}(\vec{x}) + (v\Delta t)^2 FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})] \quad (2.11)$$

Observa-se que são necessárias apenas duas transformadas de Fourier, uma direta para avaliar o campo de pressão no domínio do número de onda, multiplicar por $F(\vec{k})$, e depois uma transformada de Fourier inversa para obter o campo de ondas no domínio do espaço. O método pseudo-analítico pode ser estendido para ordens superiores com auxílio da série de Taylor em (2.7), resultando em (Pestana et al., 2011) :

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) = -(v\Delta t)^2 |\vec{k}|^2 \bar{P}^n(\vec{k}) + O(v\Delta t |\vec{k}|) \bar{P}^n(\vec{k}) \quad (2.12)$$

onde $O(v\Delta t |\vec{k}|)$ representa os termos que incluem as derivadas temporais de ordens maiores de $\bar{P}^n(\vec{k})$. A expressão que evidencia $O(v\Delta t |\vec{k}|)$ pode ser obtida com a utilização da equação (2.3) em (2.12):

$$O(v\Delta t |\vec{k}|) \bar{P}^n(\vec{k}) = 2 \left[\cos(v|\vec{k}|\Delta t) - 1 + \frac{(v|\vec{k}|\Delta t)^2}{12} - \dots \right] \bar{P}^n(\vec{k}) \quad (2.13)$$

Considerando-se apenas os termos até segunda ordem na equação (2.8) e substituindo na equação (2.12) obtém-se a expressão para o método pseudo-analítico de segunda ordem, que é dada por (Pestana et al., 2011) :

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) = -(v\Delta t)^2 |\vec{k}|^2 \bar{P}^n(\vec{k}) + (v\Delta t)^2 F_2(\vec{k}) \bar{P}^n(\vec{k}) \quad (2.14)$$

Esta expressão é semelhante a fornecida pelo método pseudo-espectral, porém a diferença é o segundo termo do lado direito da expressão, que funciona como um fator de correção. O termo $F_2(\vec{k})$ é o operador o pseudo-Laplaciano de segunda ordem que é dado pela seguinte expressão (Pestana et al., 2011) :

$$F_2(\vec{k}) = \frac{2 \left[\cos(v_0|\vec{k}|\Delta t) - 1 + \frac{1}{2}(v|\vec{k}|\Delta t)^2 \right]}{(v_0\Delta t)^4} \quad (2.15)$$

Na execução da RTM, esse método requer quatro transformadas de Fourier duas diretas e duas inversas. Para realizar a RTM utiliza-se a seguinte equação:

$$P^{n-1}(\vec{x}) = 2P^n(\vec{x}) - P^{n+1}(\vec{x}) - (v\Delta t)^2 FFT^{-1} \left[|\vec{k}|^2 FFT P^n(\vec{x}) \right] \\ + (v\Delta t)^4 FFT^{-1} \left[F_2(\vec{k}) FFT P^n(\vec{x}) \right]. \quad (2.16)$$

Agora, considerando os termos até quarta ordem na equação (2.13), e seguindo os procedimentos de forma análoga, como feito na obtenção do operador de segunda ordem, pode-se derivar o método pseudo-analítico de quarta ordem, o qual é expresso por (Pestana et al., 2011) :

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) = -(v\Delta t)^2 |\vec{k}| \bar{P}^n(\vec{k}) + \frac{1}{12} (v\Delta t)^4 |\vec{k}|^4 \bar{P}^n(\vec{k}) \\ + (v\Delta t)^6 F_4(\vec{k}) \bar{P}^n(\vec{k}), \quad (2.17)$$

onde $F_4(\vec{k})$, operador pseudo-Laplaciano de quarta ordem, é dado por :

$$F_4(\vec{k}) = \frac{2 \left[\cos(v_0 |\vec{k}| \Delta t) - 1 + \frac{1}{2} (v |\vec{k}| \Delta t)^2 - \frac{1}{24} (v \Delta t)^6 |\vec{k}|^4 \right]}{(v_0 \Delta t)^4} \quad (2.18)$$

Agora, seis transformadas de Fourier são requeridas e a equação para a migração é dada por:

$$P^{n-1}(\vec{x}) = 2P^n(\vec{x}) - P^{n+1}(\vec{x}) - (v\Delta t)^2 FFT^{-1} \left[|\vec{k}|^2 FFT P^n(\vec{x}) \right] \\ + \frac{1}{12} (v\Delta t)^4 FFT^{-1} \left[|\vec{k}|^4 FFT P^n(\vec{x}) \right] + (v\Delta t)^6 FFT^{-1} \left[F_4(\vec{k}) FFT P^n(\vec{x}) \right] \quad (2.19)$$

Seguindo os passos descritos anteriormente, é possível derivar outros métodos de mais alta ordem. Os operadores pseudo-Laplacianos, que aparecem em cada uma das expressões, variam lentamente com a velocidade de compensação v_0 fazendo com que este método seja bastante eficiente.

2.4 RTM pelo Método Fourier Diferenças Finitas

O método convencional de diferenças finitas usando a equação completa da onda é um método robusto, tanto para modelagem como para realizar migração, em especial a RTM, pois lida bem com refletores inclinados e qualquer variação lateral de velocidade. No entanto, é afetado por problemas ligados a dispersão numérica devido à aproximações pelo método FD de segunda ordem na derivada temporal. O método Fourier Diferenças Finitas (Ristow et al., 1994; Pestana et al., 2011) fornece uma solução, que reduz esse problema, ao fazer uma modificação no operador Laplaciano e como consequência obtém-se uma compensação nos erros introduzidos pelo método FD na aproximação da derivada no tempo. O método FFD é um método misto, surge a partir da integração entre os métodos diferenças finitas e

pseudo-espectral, o qual fornece resultados com maior acurácia, mantendo o método estável e livre de problemas numéricos para um mesmo intervalo de tempo de marcha usado por métodos convencionais FD e pseudo-espectral. O método FFD é derivado a partir da equação (2.4) multiplicando-se o lado direito desta equação pelo termo R dado em (2.21). A fim de empregar aproximações de alta ordem e admitindo-se uma velocidade de compensação v_0 , como sugerido por Song et al. (2010), tem-se:

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) = 2R[\cos(v_0|\vec{k}|t) - 1]\bar{P}^n(\vec{k}). \quad (2.20)$$

Esta equação é derivada a partir de aproximações fornecidas pela expansão da série de Taylor da função cosseno em torno de $|\vec{k}| = 0$, onde R é dado por (Pestana et al., 2011) ,

$$R = \frac{(\cos(v|\vec{k}|\Delta t) - 1)}{(\cos(v_0|\vec{k}|\Delta t) - 1)}. \quad (2.21)$$

Expandindo as funções cosseno no termo R , obtém-se (Pestana et al., 2011):

$$\frac{(\cos(v|\vec{k}|\Delta t) - 1)}{(\cos(v_0|\vec{k}|\Delta t) - 1)} \approx \frac{v^2}{v_0^2} - \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12v_0^2}|\vec{k}|^2. \quad (2.22)$$

Utilizando o método FD de segunda ordem para o cálculo das derivadas temporais, substituindo R , e rearrumando alguns termos da equação (2.20), tem-se (Pestana et al., 2011):

$$\bar{P}^{n+1}(\vec{k}) + \bar{P}^{n-1}(\vec{k}) - 2\bar{P}^n(\vec{k}) = \left[(v\Delta t)^2 - \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12}\Delta t^4|\vec{k}|^2 \right] \left[F(\vec{k})\bar{P}^n(\vec{k}) \right], \quad (2.23)$$

onde $F(\vec{k})$ é o operador pseudo-Laplaciano, semelhante ao fornecido pelo método pseudo-analítico (Etgen et al., 2009), representado por (2.8) e também deve ser calculado no domínio do número de onda. Reescrevendo (2.23) e aplicando a transformada de Fourier, obtém a seguinte expressão no domínio do espaço:

$$P^{n+1}(\vec{x}) + P^{n-1}(\vec{x}) - 2P^n(\vec{x}) = \left[(v\Delta t)^2 + \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12}\Delta t^4\nabla^2 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FTP^n(\vec{x})], \quad (2.24)$$

onde o operador ∇^2 pode ser calculado pelo método de diferenças finitas, ou pelo método pseudo-espectral. No entanto, utilizou-se o operador diferencial convolucional para avaliá-lo (Figueiredo, 2009). Este método primeiro avalia o termo contendo os números de ondas e depois conduz as diferenciações espaciais no domínio do espaço. São necessária duas transformadas de Fourier: uma transformada de Fourier direta, para levar o campo de pressão $P^n(\vec{x})$ do domínio do espaço para o domínio do número de onda, e uma transformada de Fourier inversa para trazer o campo de ondas temporário [$Q = F(\vec{k})P^n(\vec{k})$] de volta para o domínio do espaço. Para utilizar a RTM tem-se que:

$$P^{n-1}(\vec{x}) = 2P^n(\vec{x}) - P^{n+1}(\vec{x}) + \left[(v\Delta t)^2 + \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12}\Delta t^4\nabla^2 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FTP^n(\vec{x})]. \quad (2.25)$$

O método FFD de quarta ordem pode ser obtido, utilizando também a expansão em série de Taylor da equação (2.21) agora, considerando-se mais um termo. Sendo assim, tem-se a expansão para o método FFD de quarta ordem, ou seja (Pestana et al., 2011),

$$\frac{(\cos(v|\vec{k}|\Delta t) - 1)}{(\cos(v_0|\vec{k}|\Delta t) - 1)} \approx \frac{v^2}{v_0^2} - \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12v_0^2}|\vec{k}|^2 + \frac{(2v^2(v^4 - v_0^4) - 5v^2v_0^2(v^2 - v_0^2))}{360v_0^2}|\vec{k}|^4. \quad (2.26)$$

Analogamente, como foi feito nas equações (2.22) e (2.23), tem-se a expressão do método FFD de quarta ordem no domínio do espaço dada por (Pestana et al., 2011):

$$\begin{aligned} P^{n+1}(\vec{x}) + P^{n-1}(\vec{x}) - 2P^n(\vec{x}) &= \left[(v\Delta t)^2 + \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12}\Delta t^4\nabla^2 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})] \\ &+ \left[\frac{(2v^2(v^4 - v_0^4) - 5v^2v_0^2(v^2 - v_0^2))}{360}\nabla^4 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Assim, o método FFD de quarta ordem exige que sejam aplicadas quatro transformas rápidas de Fourier: duas diretas e duas inversas. Os detalhes para os cálculos são análogos ao descrito para o FFD de segunda ordem. Observa-se que aproximações de alta ordem resulta em um maior custo computacional. Para a execução da propagação reversa no tempo é fornecida a expressão a seguir,

$$\begin{aligned} P^{n-1}(\vec{x}) &= 2P^n(\vec{x}) - P^{n+1}(\vec{x}) + \left[(v\Delta t)^2 + \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12}\Delta t^4\nabla^2 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})] \\ &+ \left[\frac{2v^2(v^4 - v_0^4) - 5v^2v_0^2(v^2 - v_0^2)}{360}\nabla^4 \right] FFT^{-1}[F(\vec{k})FFTP^n(\vec{x})]. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Métodos de ordens superiores podem ser obtidos com a manipulação do termo R em (2.21), expandindo as funções cosseno em serie de Taylor e admitindo-se um maior número de termos na aproximação.

2.5 Condições de Estabilidade

Os métodos aqui desenvolvidos não podem ser utilizados de forma indiscriminada. Assim, algumas condições limites são estabelecidas a fim de evitar que as computações numéricas tornem os métodos instáveis para intervalos de tempo discretos. Considerando a expressão do método pseudo-analítico de ordem zero, equação (2.9), reescrevendo-a de maneira conveniente, e eliminando o termo \bar{P}^{n-1} , tem-se a seguinte equação quadrática (Pestana et al., 2011):

$$\bar{P}^2 - 2\bar{P} - (v\Delta t)^2 F(\vec{k})\bar{P} + 1 = 0. \quad (2.29)$$

Esta equação possui duas soluções e ambas devem garantir que $|\bar{P}| \leq 1$, para que o método seja estável. Novamente, escrevendo a equação (2.29), obtém-se (Pestana et al., 2011):

$$\bar{P}^2 - 2a\bar{P} + 1 = 0. \quad (2.30)$$

onde $a = \left[1 + \frac{1}{2}(v\Delta t)^2 F(\vec{k})\right]$ e as raízes da equação (2.30) são $\bar{P} = a \pm \sqrt{a^2 - 1}$. Portanto, para que estas raízes satisfaçam a condição de que o módulo de \bar{P} seja menor ou igual a um, implica em $a^2 = \left(1 + \frac{1}{2}(v\Delta t)^2 F(\vec{k})\right) \leq 1$. Esta condição será satisfeita se $\frac{1}{2}(v\Delta t)^2 F(\vec{k}) < 0$ e conseqüentemente este método será estável. Sendo assim,

$$\frac{1}{2}(v\Delta t)^2 F(\vec{k}) = v^2 \frac{[\cos(v_0\Delta t|\vec{k}|) - 1]}{v_0^2} < 0. \quad (2.31)$$

Para satisfazer a inequação $|\cos(\phi)| < 1$, sendo que $\phi = v_0\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$, considera-se a máxima frequência presente no dado de forma que:

$$\phi = v_0\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2\pi\Delta t f \leq 2\pi\Delta t f_{max}, \quad (2.32)$$

sendo $f_{max} = 1/2\Delta t$. A fim de garantir a acurácia do método utilizamos um Δt máximo baseado na máxima frequência presente no dado, ou seja, uma amostragem temporal baseada na frequência de Nyquist, onde $f_{max} = 1/2\Delta t$, a qual corresponde à $\phi = \pi$. Tendo em vista, que os dados analisados são bidimensionais, considera-se as maiores frequências espaciais $k_x = \pi/\Delta x$ e $k_z = \pi/\Delta z$, com $\Delta x = \Delta z$. Substituindo estes dados em (2.32), chega-se a:

$$\frac{\Delta t v_0}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (2.33)$$

Portanto, o método pseudo-analítico será estável se for satisfeita esta relação. Utilizando os mesmos procedimentos desenvolvidos anteriormente, pode-se obter as relações de dispersão para o método pseudo-analítico de ordens superiores. Manipulando a expressão para o método pseudo-analítico de segunda ordem (ou seja, repetindo os passos anteriores), equação (2.14), obtém-se (Pestana et al., 2011):

$$\frac{1}{2} \left[-(v\Delta t|\vec{k}|)^2 + (v\Delta t)^4 F_2(\vec{k}) \right] < 0. \quad (2.34)$$

Escrevendo o operador $F_2(\vec{k})$ da seguinte forma:

$$F_2(\vec{k}) = \frac{F(\vec{k}) + |\vec{k}|^2}{(v_0\Delta t)^2}, \quad (2.35)$$

e substituindo em (2.34), tem-se que:

$$\frac{(v\Delta t|\vec{k}|)^2}{2} \left[\left(\frac{v^2}{v_0^2} - 1 \right) + \frac{v^2}{v_0^2} \frac{F(\vec{k})}{|\vec{k}|^2} \right] < 0. \quad (2.36)$$

Considerando $F(\vec{k}) = -|\vec{k}|^2 + \frac{(v_0\Delta t)^2}{12} |\vec{k}|^4$, e para o caso 2-D, chega-se a seguinte relação:

$$\frac{\Delta t v_0}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{6}}{\pi}. \quad (2.37)$$

Logo, o método pseudo-analítico de segunda ordem deve atender a condição (2.37) para ser estável. As condições de estabilidade para o método Fourier diferenças finitas são obtidas de forma análoga aos desenvolvimentos anteriores. A partir da equação (2.23) chega-se a seguinte condição de estabilidade para o método FFD (Pestana et al., 2011):

$$\frac{1}{2} \left[(v\Delta t)^2 - \frac{v^2(v^2 - v_0^2)}{12} \Delta t^4 |\vec{k}|^2 \right] F(\vec{k}) < 0. \quad (2.38)$$

Considerando $F(\vec{k}) < 0$, implica que $\cos(v_0\Delta t|\vec{k}|)$ deve ser menor que 1. Assim, temos que:

$$\frac{\Delta t v_0}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (2.39)$$

A seguinte condição em (2.38) também deve ser satisfeita (Pestana et al., 2011):

$$(v\Delta t)^2 \left[1 - \frac{(v^2 - v_0^2)}{12} \Delta t^4 |\vec{k}|^2 \right] > 0, \quad (2.40)$$

logo:

$$\frac{\sqrt{v^2 - v_0^2} \Delta t}{\Delta x} < \frac{\sqrt{6}}{\pi}. \quad (2.41)$$

O método FFD será estável se atender as condições estabelecidas nas equações (2.39) e (2.41) simultaneamente.

CAPÍTULO 3

Resultados da RTM pelos Métodos FFD e Pseudo-Analítico

3.1 Migração Pós-Empilhamento 2-D

Utilizou-se a RTM 2-D aos dados dos seguintes modelos sintéticos. O modelo da calha e ao modelo do domo de sal da SEG/EAGE.

3.1.1 Aplicação ao modelo da calha

O modelo da calha é simples e exemplifica um meio com velocidade constante, e foi utilizado para testar os métodos desenvolvidos. Os dados foram migrados com intervalos de tempo de amostragem variando entre 2 *ms* e 8 *ms*. Os parâmetros referentes a este modelo são listados na tabela a seguir:

DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS	PARÂMETROS UTILIZADOS
Números de amostras em x	200
Números de amostras em z	150
Intervalo espacial em x	20 <i>m</i>
Intervalo espacial em z	20 <i>m</i>
Frequência (f_{max})	25 <i>Hz</i>
Velocidade do modelo (v)	4,5 <i>km/s</i>

Table 3.1: Parâmetros referentes ao modelo da calha.

A Figura 3.1 mostra a seção em tempo deste modelo e na Figura 3.2 observa-se o seu modelo em profundidade. Já, a Figura 3.3 mostra os resultados da RTM pelo método espectral, usando $\Delta t = 4$ *ms*, nota se alguma dispersão numérica. Os resultados fornecidos pelos métodos pseudo-analítico e FFD são mostrados nas Figuras 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11 utilizando diferentes intervalos de amostragem. Com o objetivo de avaliar a dispersão destes métodos quanto ao intervalo de amostragem temporal.

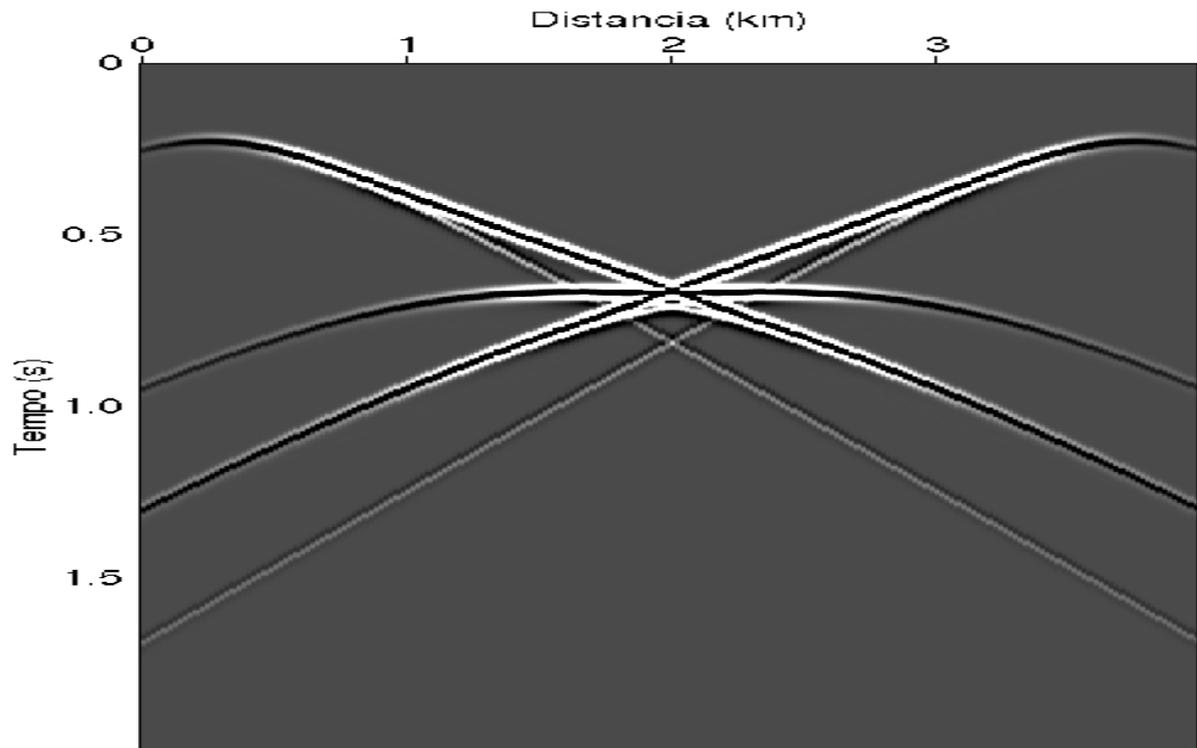


Figure 3.1: Seção zero offset do modelo da calha

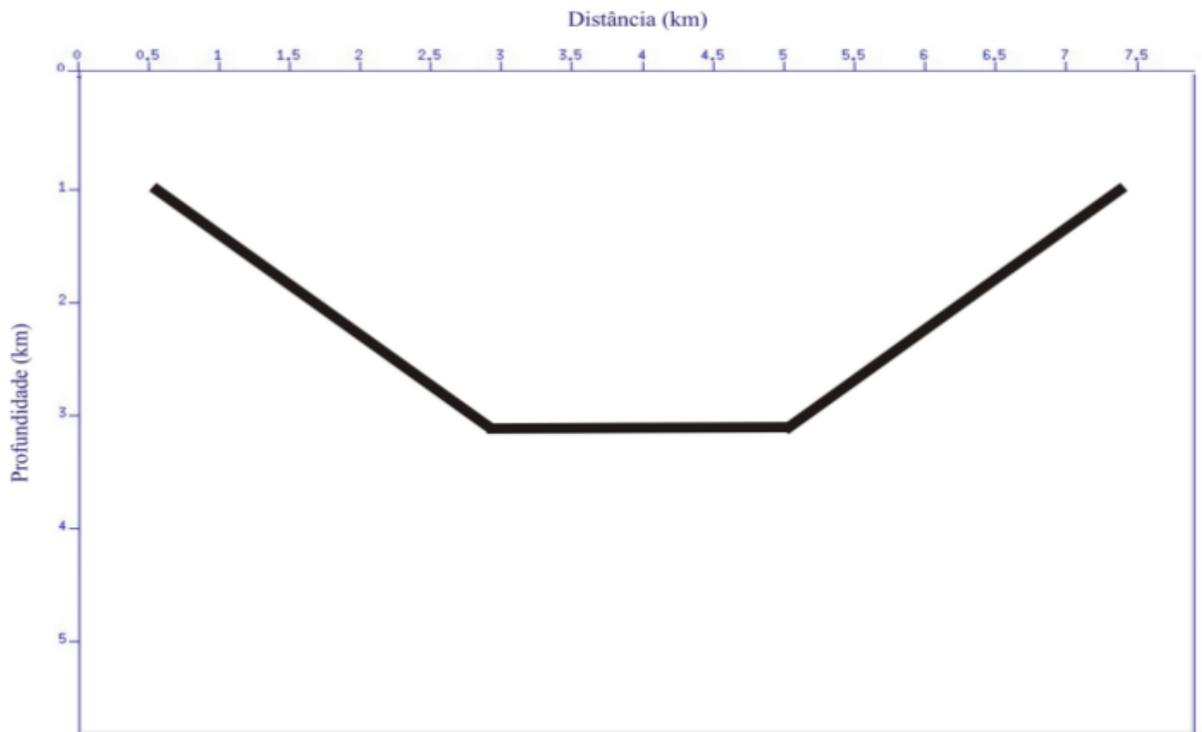


Figure 3.2: Modelo em profundidade da calha

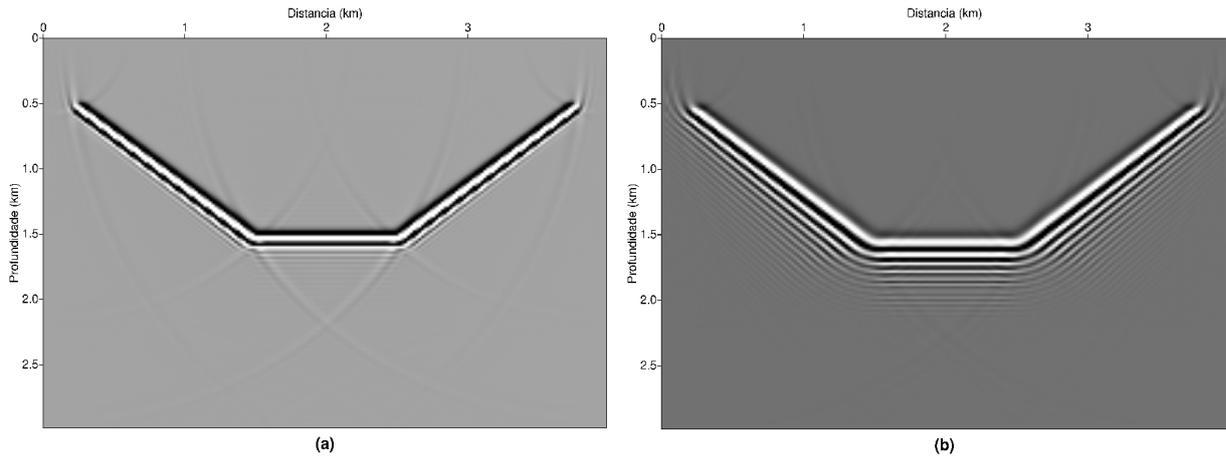


Figure 3.3: RTM via pseudo-espectral para $\Delta t = 2$ ms (a) e $\Delta t = 4$ ms (b).

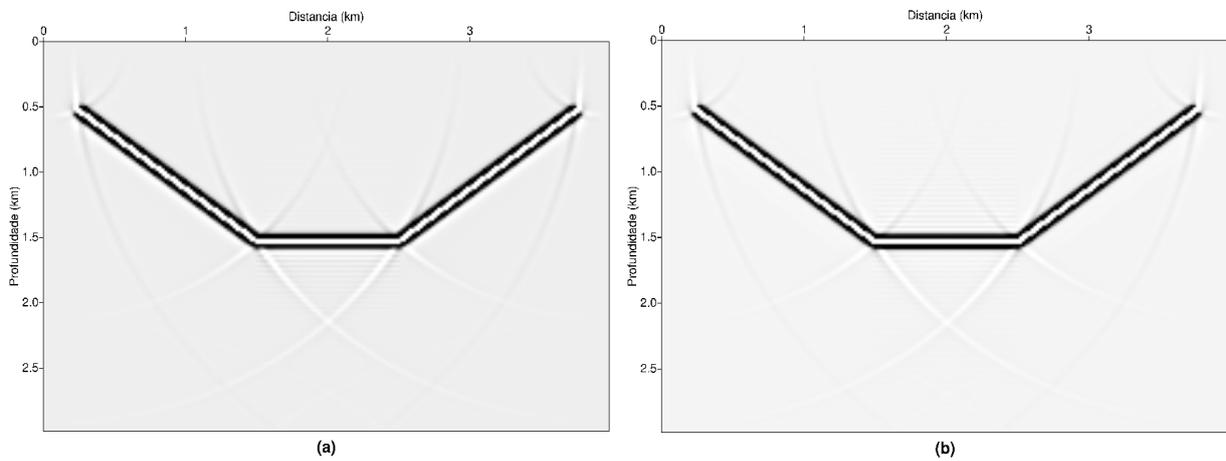


Figure 3.4: RTM pelo pseudo-analítico de ordem zero para $\Delta t = 2$ ms (a) e $\Delta t = 4$ ms (b).

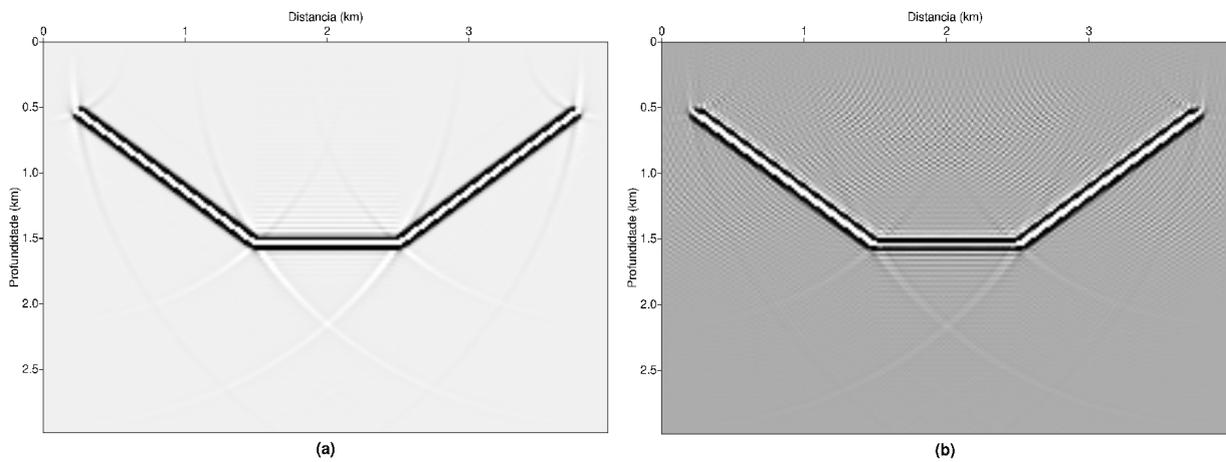


Figure 3.5: RTM pelo pseudo-analítico de ordem zero para $\Delta t = 6$ ms (a) e $\Delta t = 8$ ms (b).

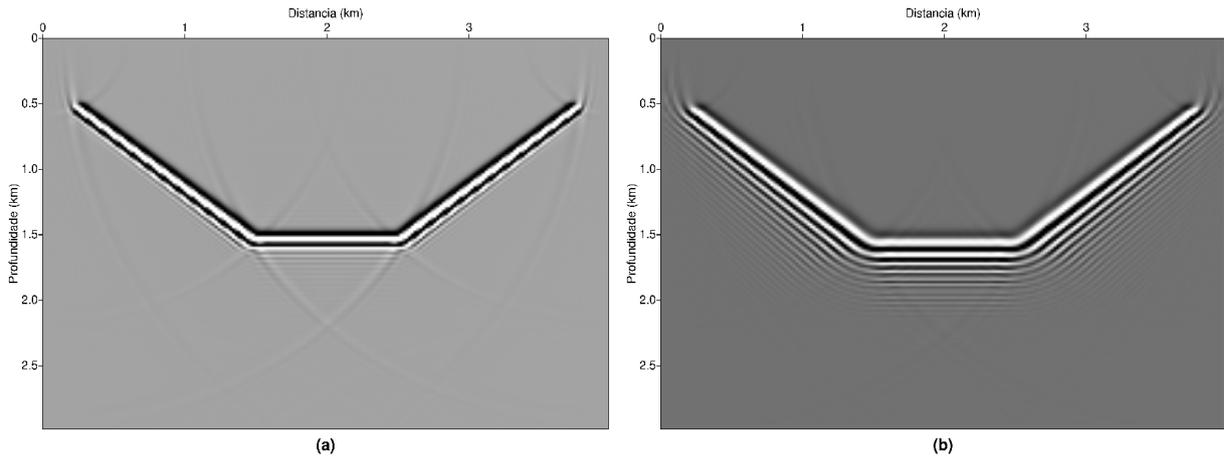


Figure 3.6: RTM pelo pseudo-analítico de segunda ordem para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).

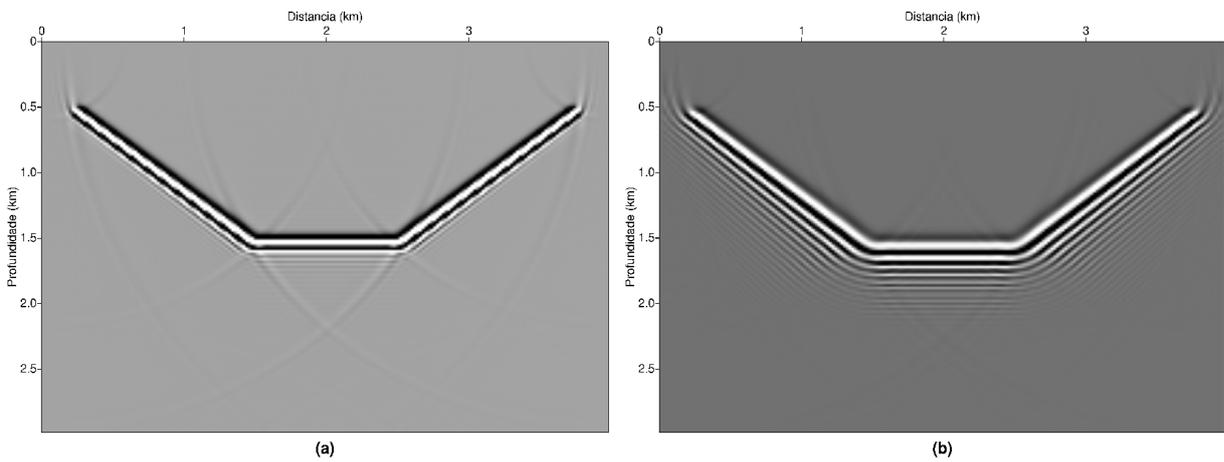


Figure 3.7: RTM pelo pseudo-analítico de quarta ordem para $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).

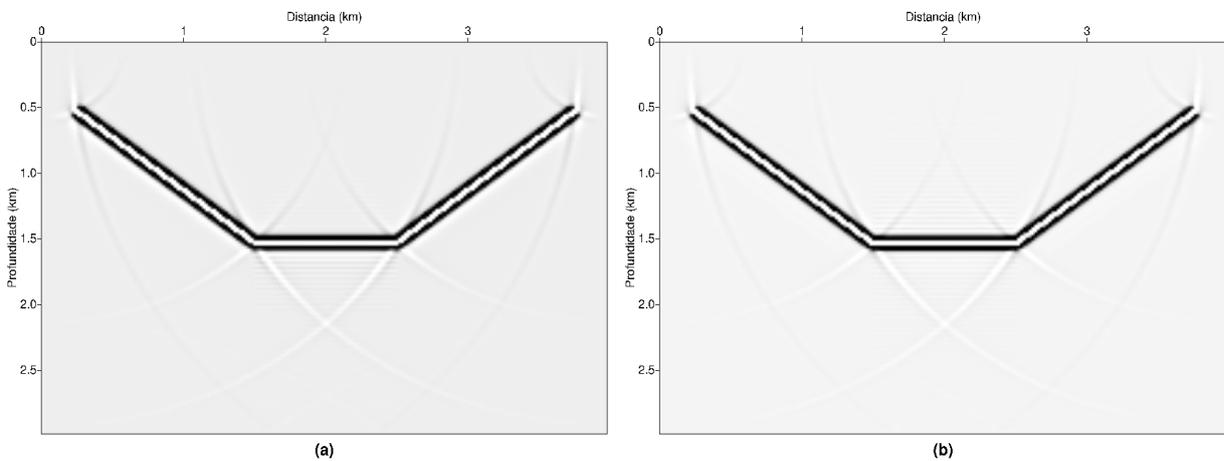


Figure 3.8: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).

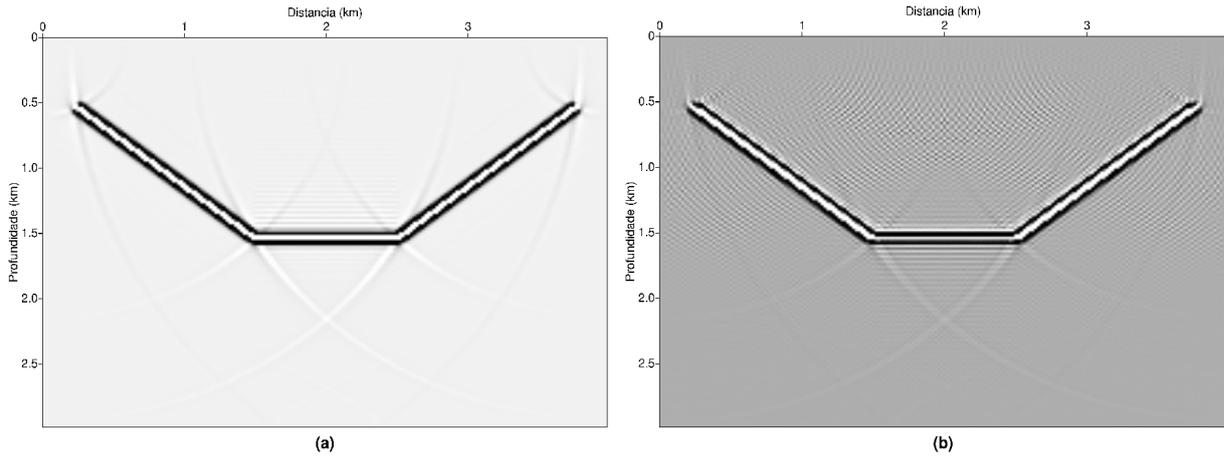


Figure 3.9: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (b).

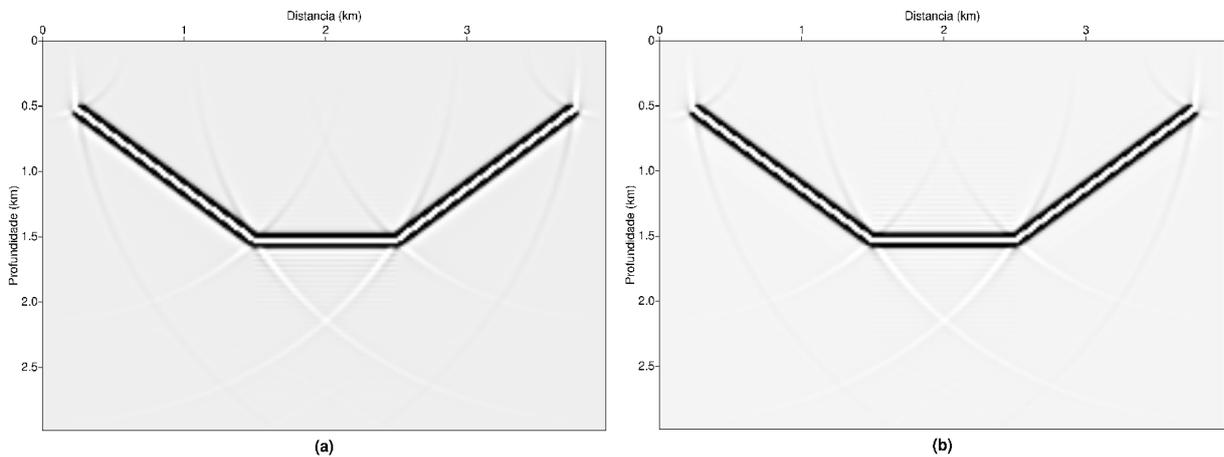


Figure 3.10: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ (a) e com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ (b).

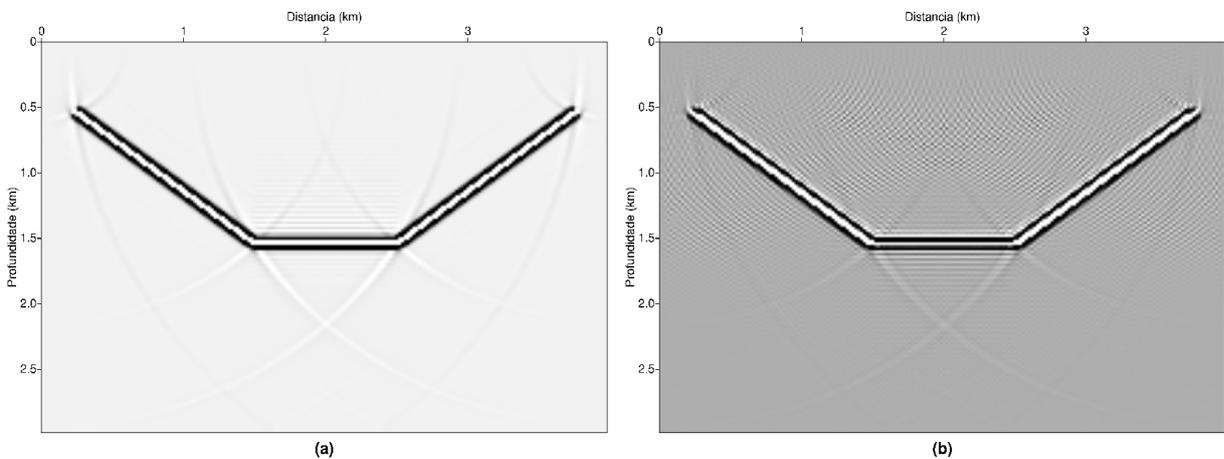


Figure 3.11: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ (a) e $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (b).

A RTM foi realizada com sucesso, ou seja, conseguiu imagear de forma correta os três refletores. Percebe-se que os resultados referentes aos métodos pseudo analítico de segunda e quarta ordens começam a ficar dispersivo para $\Delta t = 4 \text{ ms}$, como mostram as Figuras 3.6 e 3.7. Já com os métodos pseudo-analítico de ordem zero e FFD de segunda e quarta ordens a dispersão só é notada a partir de $\Delta t = 8 \text{ ms}$ (Figuras 3.8 e 3.10). Assim, a migração por pseudo-analítico de ordem zero e FFD de segunda e quarta ordens produziram resultados semelhantes. Comparando alguns destes resultados, com os fornecidos pelo método pseudo-espectral, percebe-se que as imagens produzidas via pseudo-analítico e FFD são menos dipersivas.

3.1.2 Aplicação ao modelo do domo de sal da SEG/EAGE

O modelo do domo de sal da SEG/EAGE representa um meio com velocidade variável e geologia complexa. A partir do dado original com $\Delta t = 8 \text{ ms}$, foram feitas reamostragem para os intervalos de tempo de 2 ms , 4 ms e 6 ms . Para efetuar a migração utilizou-se como velocidade de referência (v_0) tanto a velocidade máxima quanto a mínima. Os dados referentes a este modelo estão listados na tabela abaixo:

DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS	PARÂMETROS UTILIZADOS
Números de amostras em x	1290
Números de amostras em z	300
Intervalo espacial em x	12, 19 m
Intervalo espacial em z	12, 19 m
Velocidade mínima (v_{min})	1,524 km/s
Velocidade máxima (v_{max})	4,480 km/s

Table 3.2: Parâmetros referentes ao modelo do domo de sal da SEG/EAGE.

As Figuras 3.12 e 3.13 mostram a seção em tempo e o campo de velocidade associados a este modelo, respectivamente. Já as Figuras 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28 mostram os resultados dos dados migrados pelos métodos pseudo-espectral e FFD de segunda e quarta ordens, respectivamente.

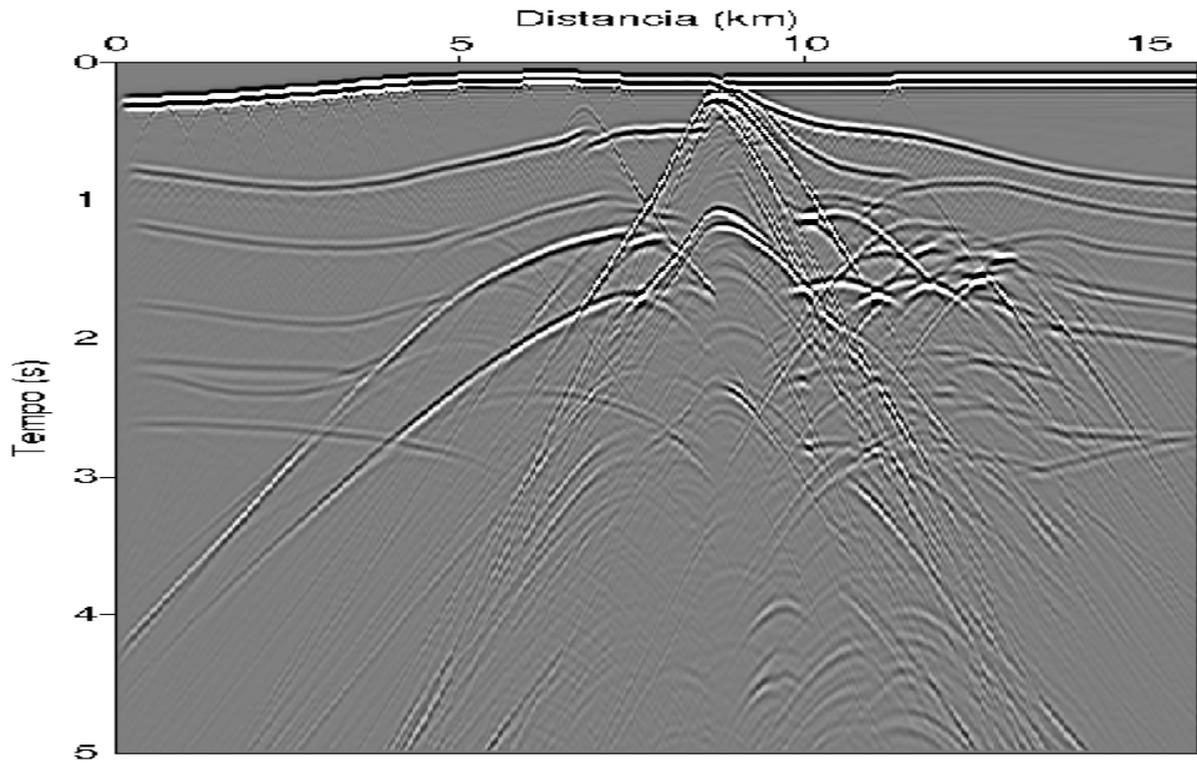


Figure 3.12: Seção empilhada do modelo domo de sal da SEG/EAGE.

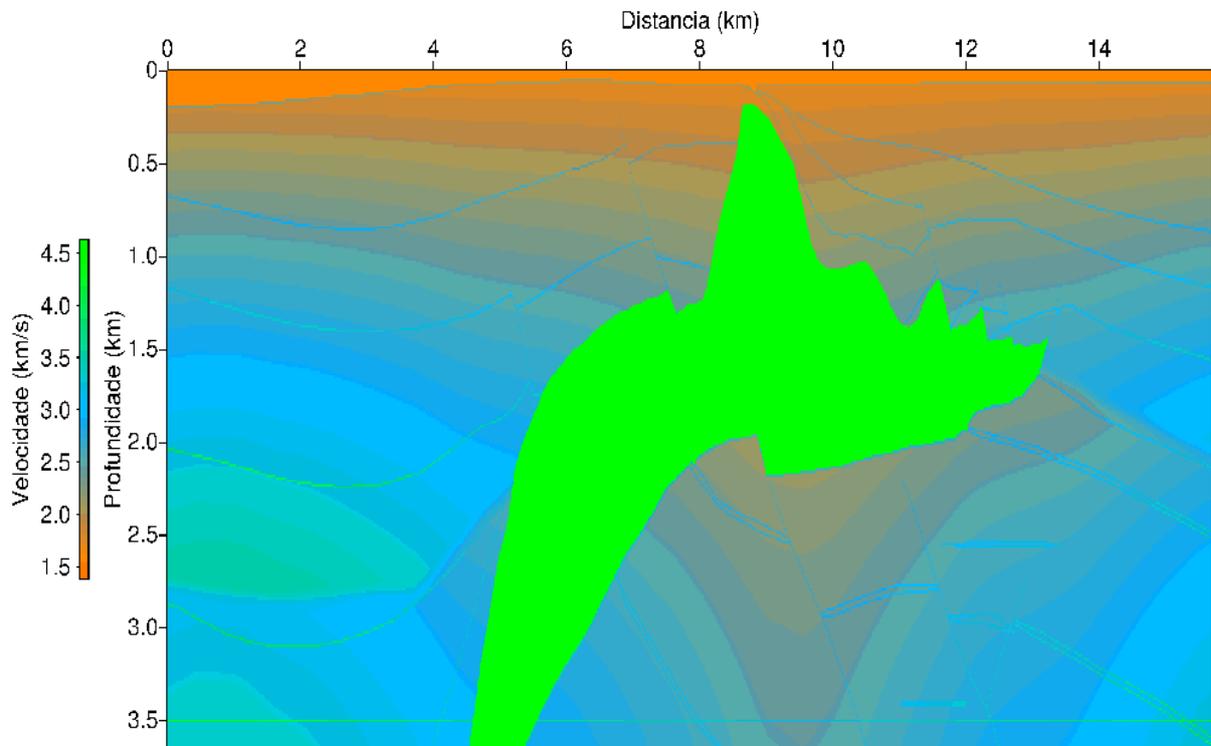


Figure 3.13: Campo de velocidade do modelo domo de sal da SEG/EAGE.

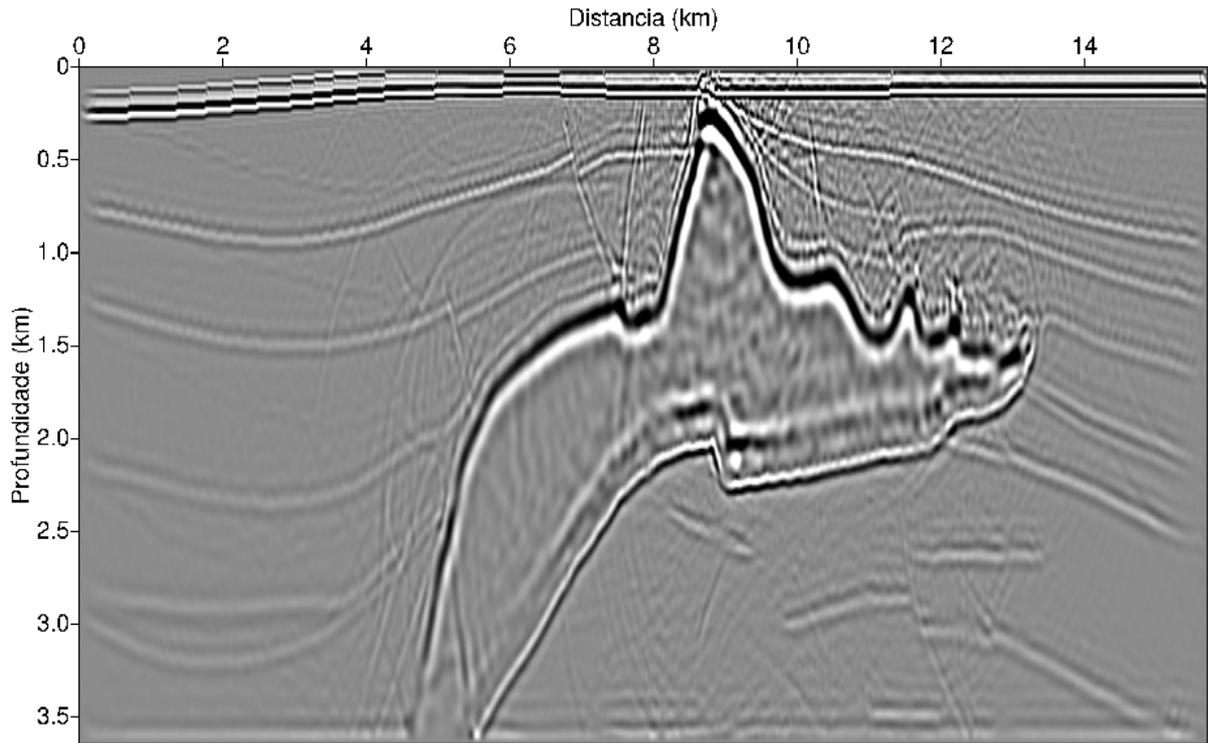


Figure 3.14: RTM via pseudo-espectral com $\Delta t = 2 \text{ ms}$.

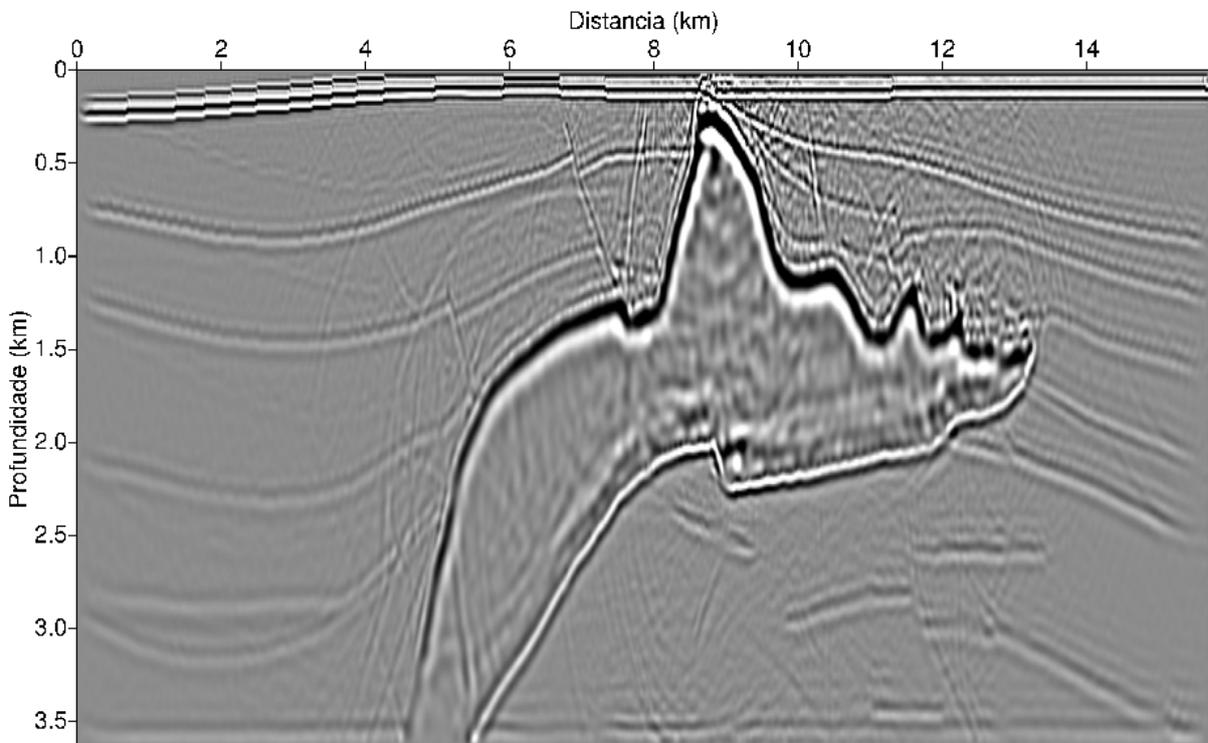


Figure 3.15: RTM via pseudo-analítico de ordem zero com $\Delta t = 2 \text{ ms}$.

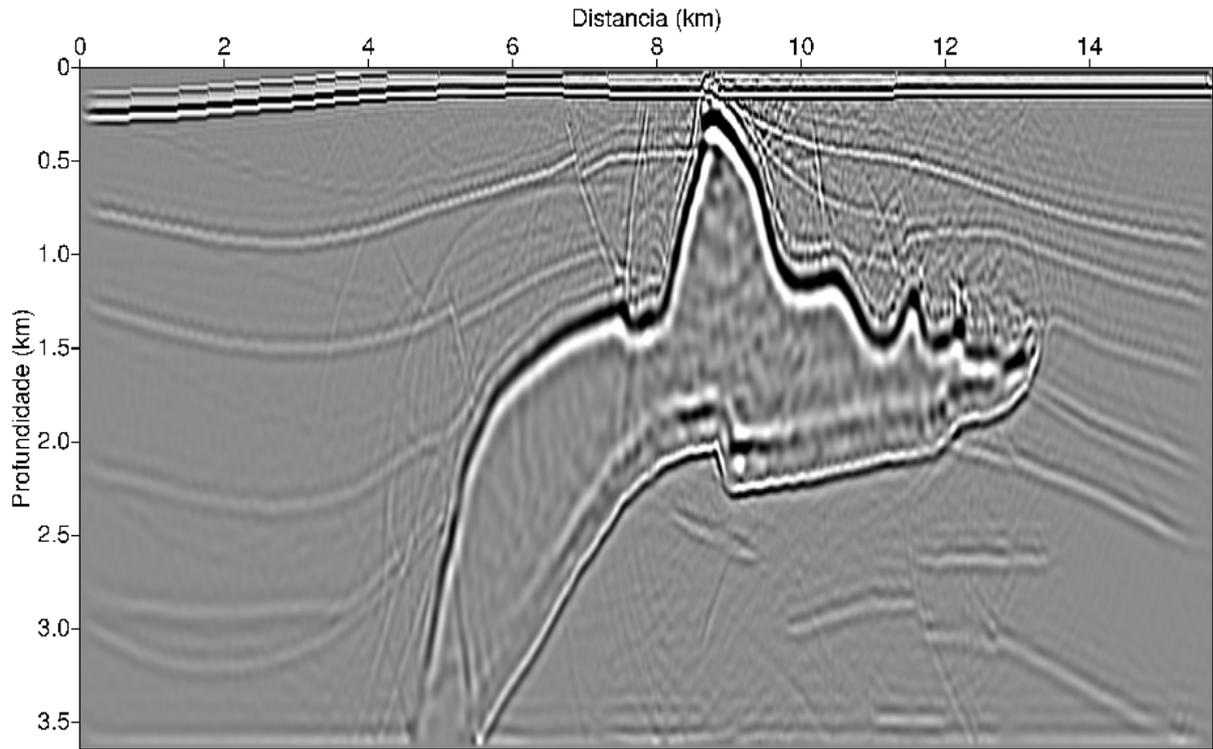


Figure 3.16: RTM via pseudo-analítico de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$.

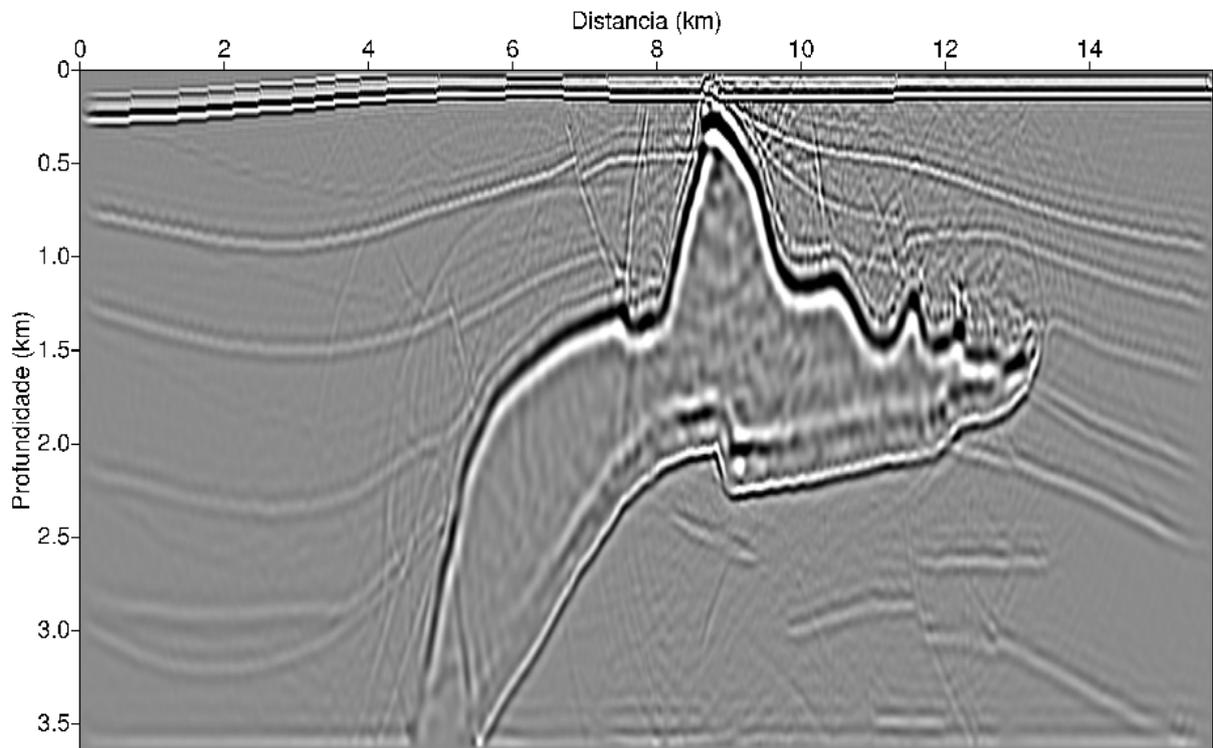


Figure 3.17: RTM via pseudo-analítico de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$.

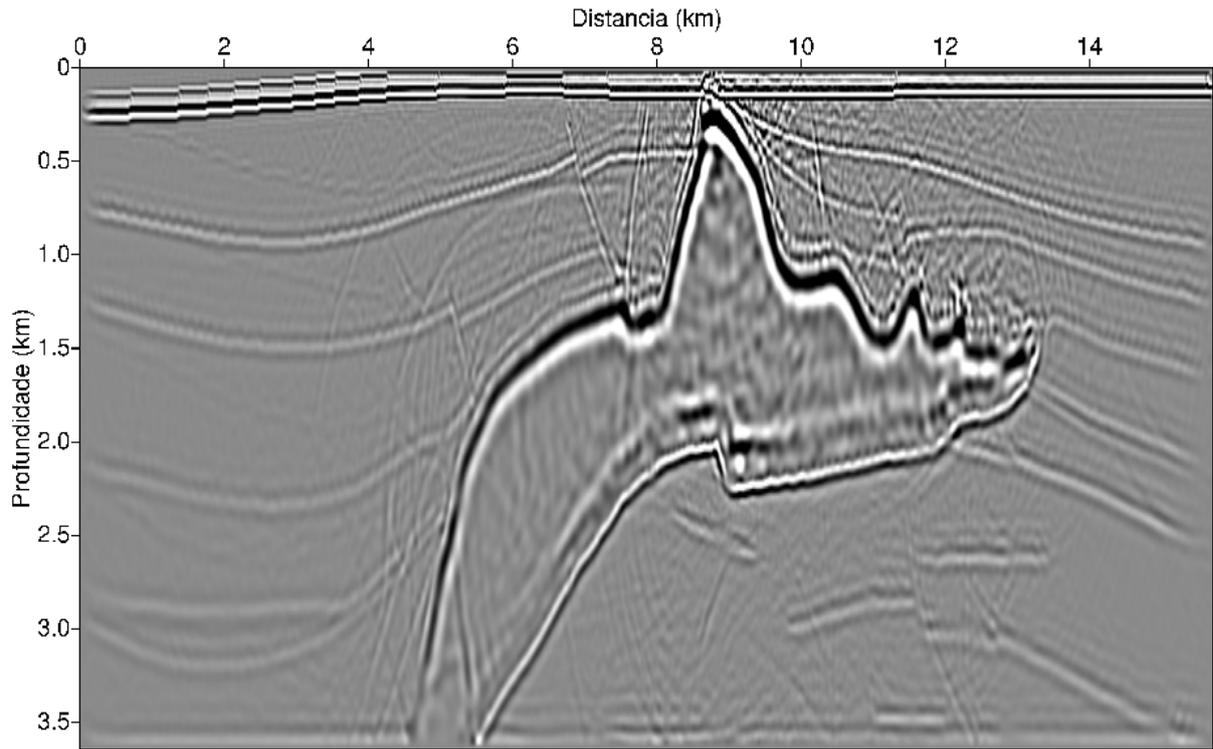


Figure 3.18: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

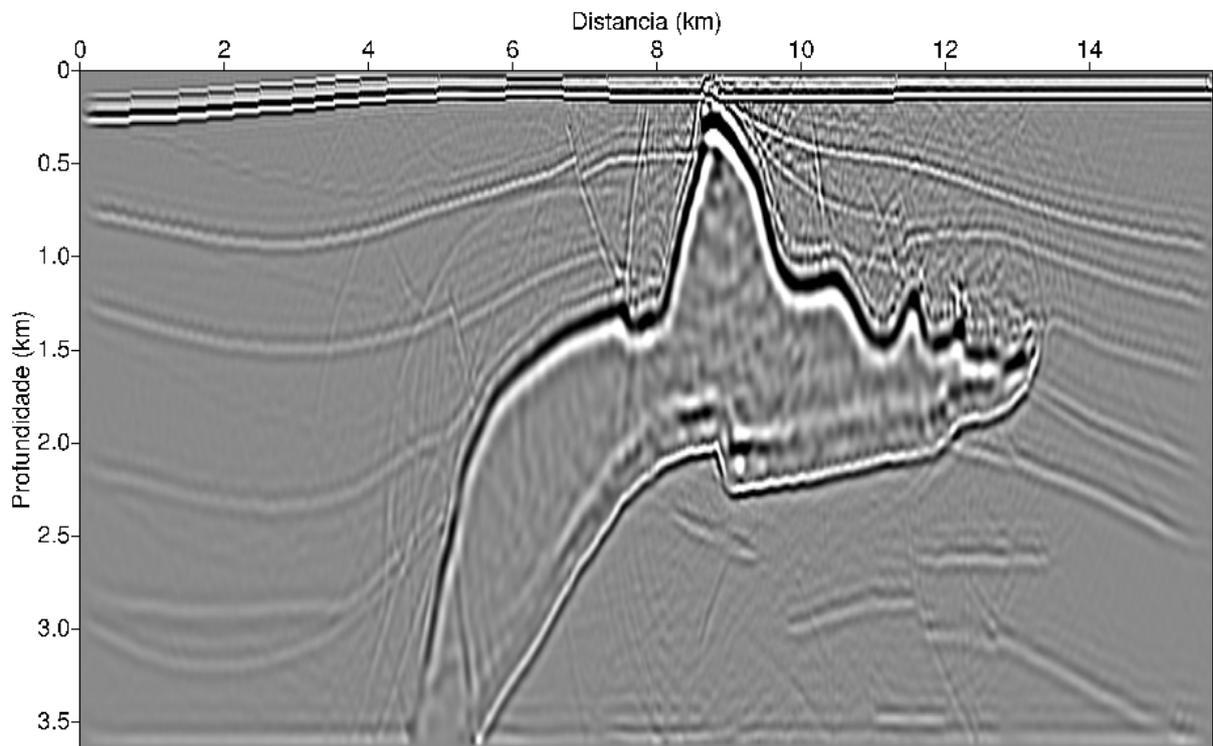


Figure 3.19: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$.

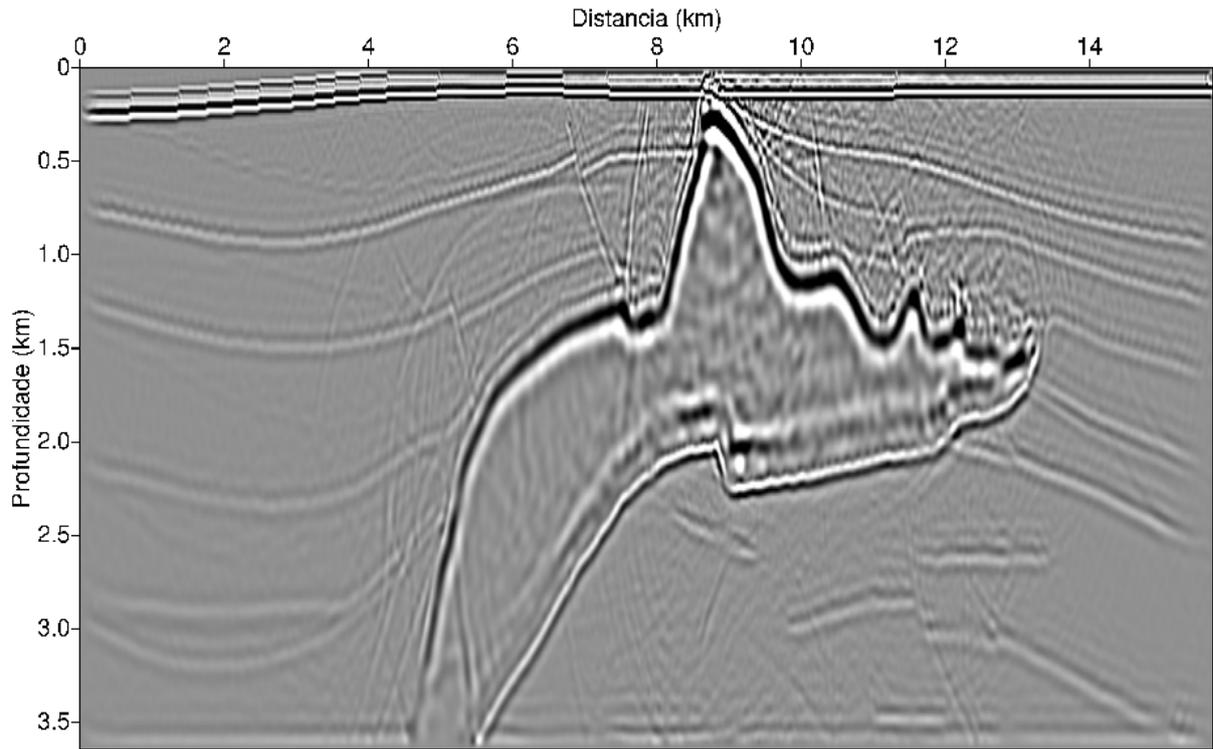


Figure 3.20: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

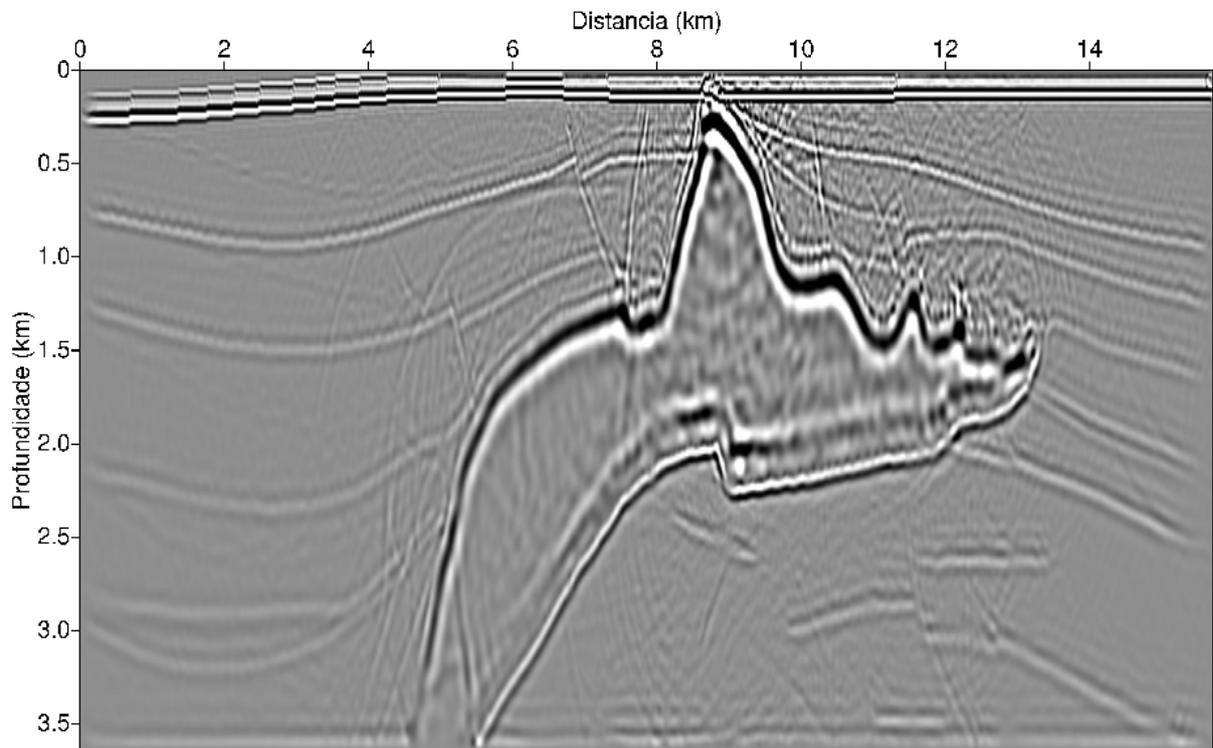


Figure 3.21: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$.

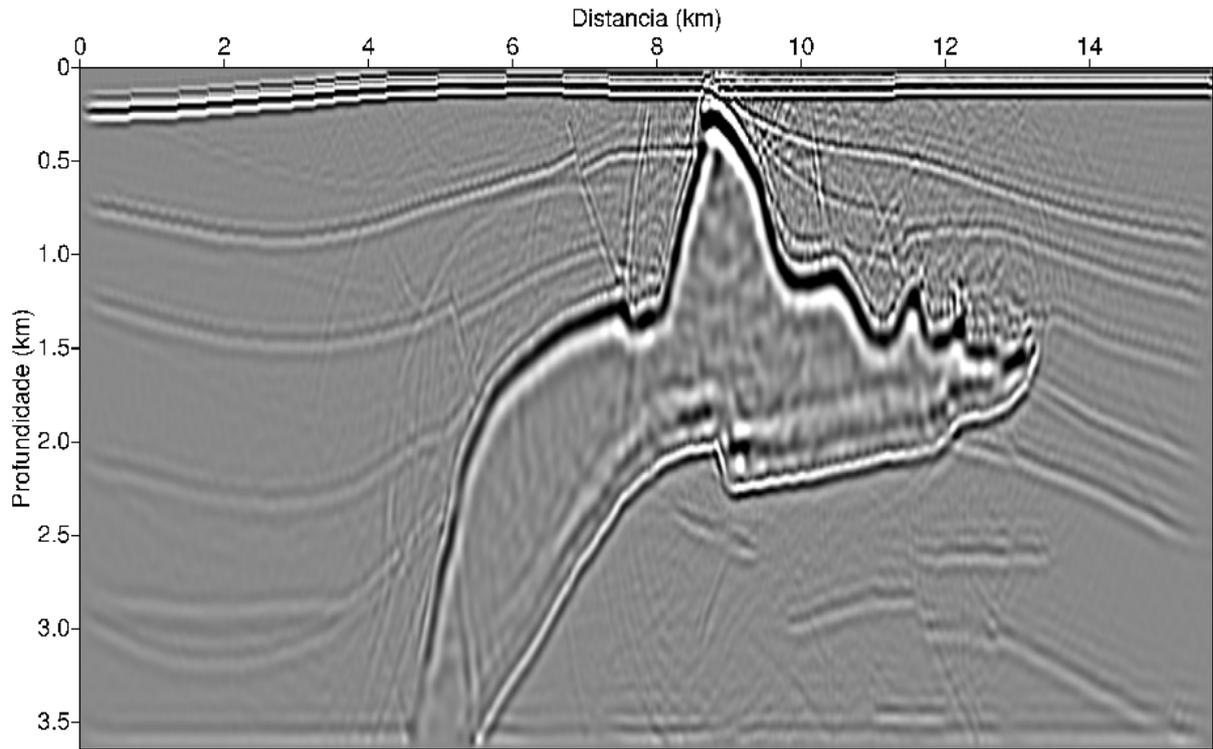


Figure 3.22: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

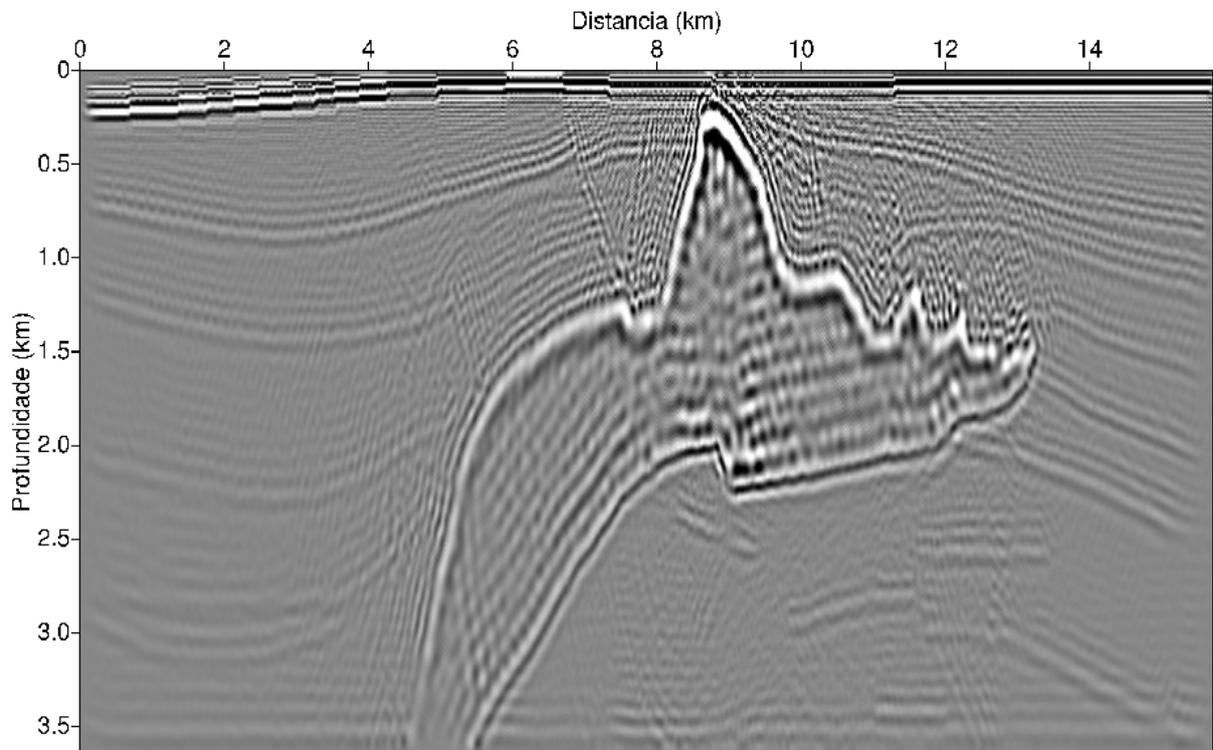


Figure 3.23: Seção migrada por FFD de segunda ordem com $\Delta t = 8 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

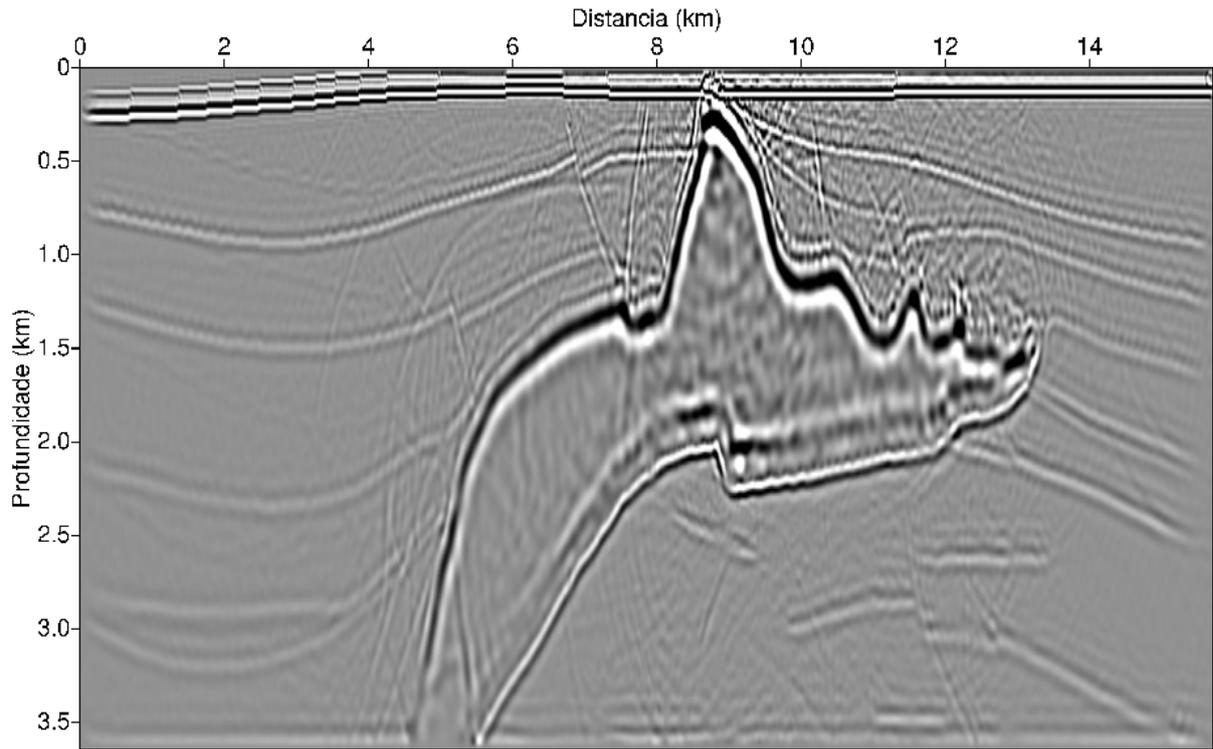


Figure 3.24: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$.

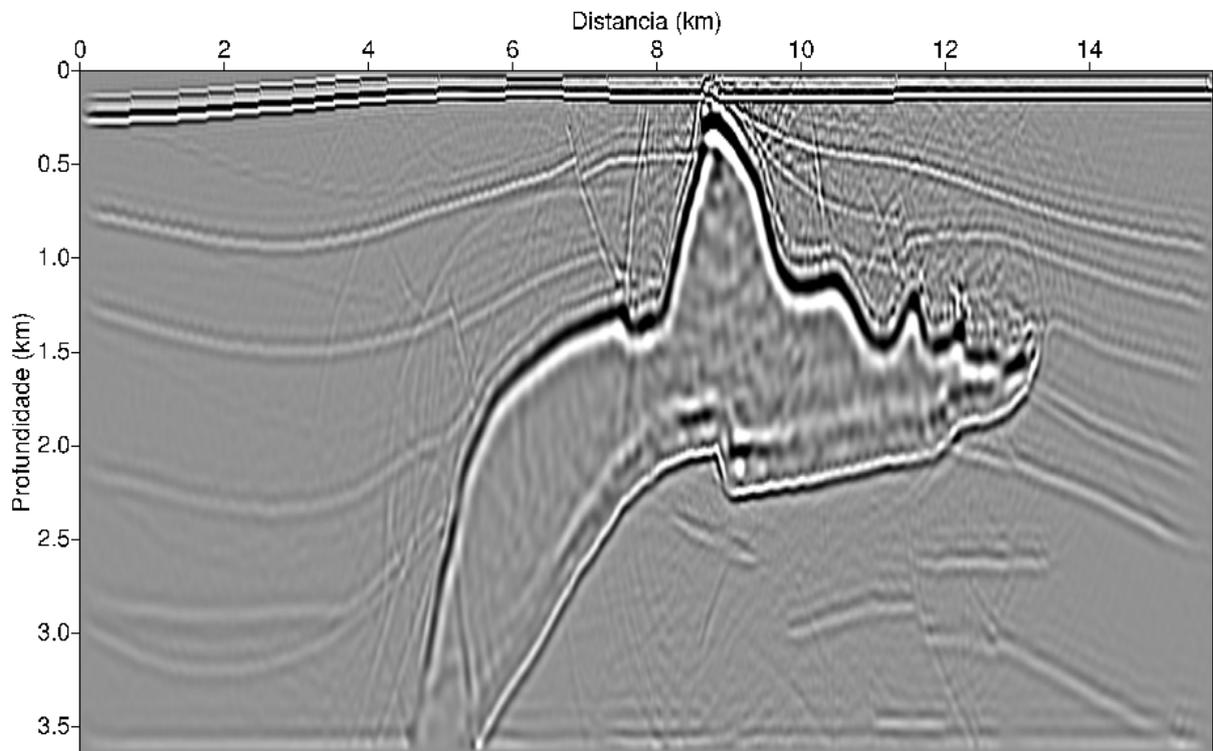


Figure 3.25: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 2 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

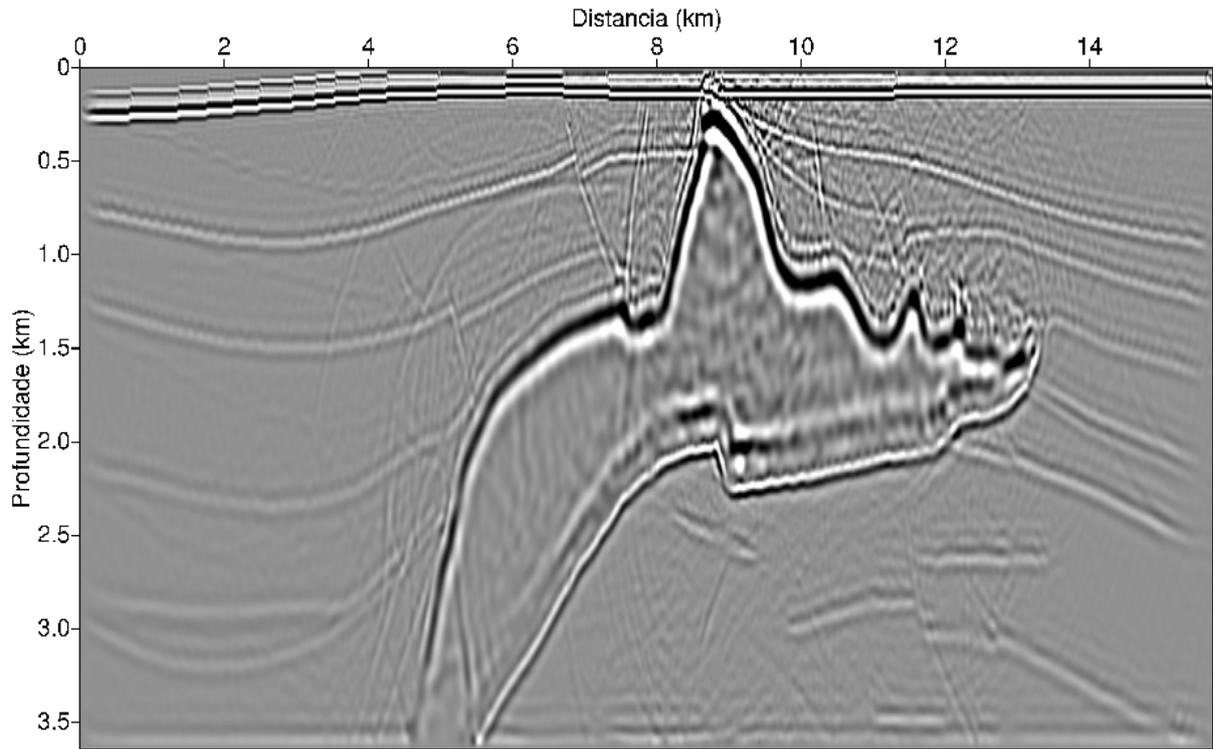


Figure 3.26: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{min}$.

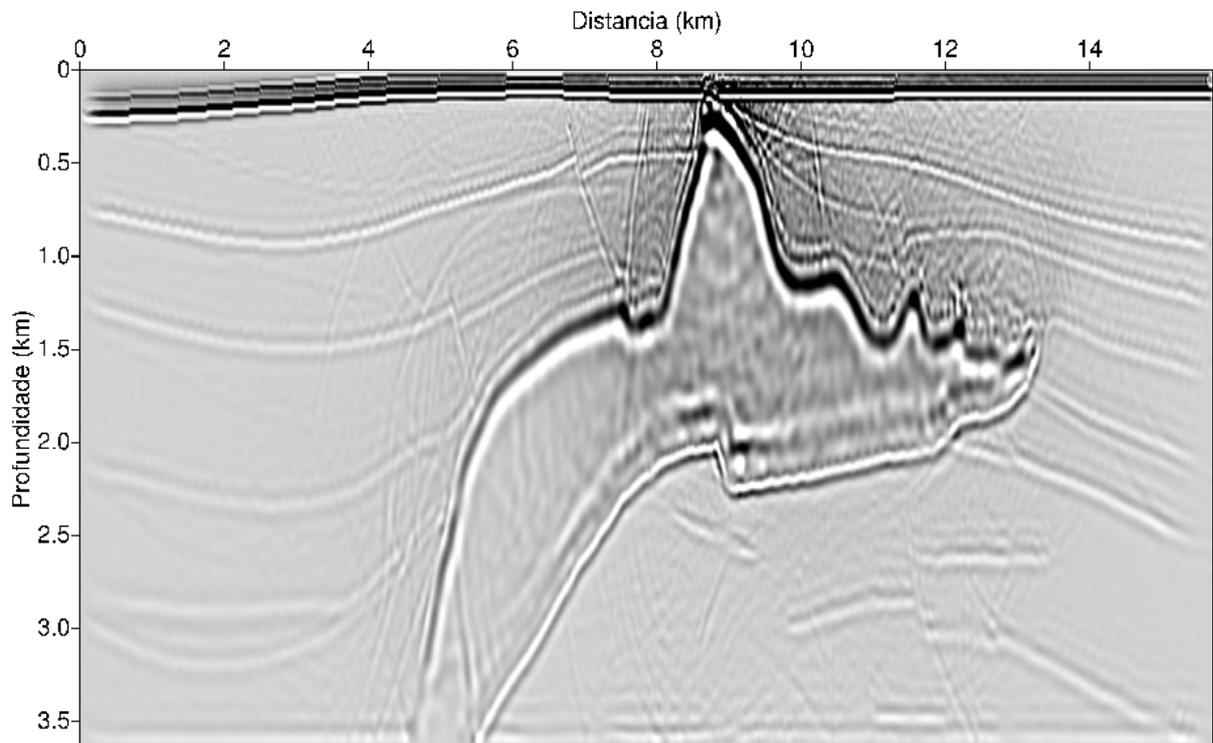


Figure 3.27: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

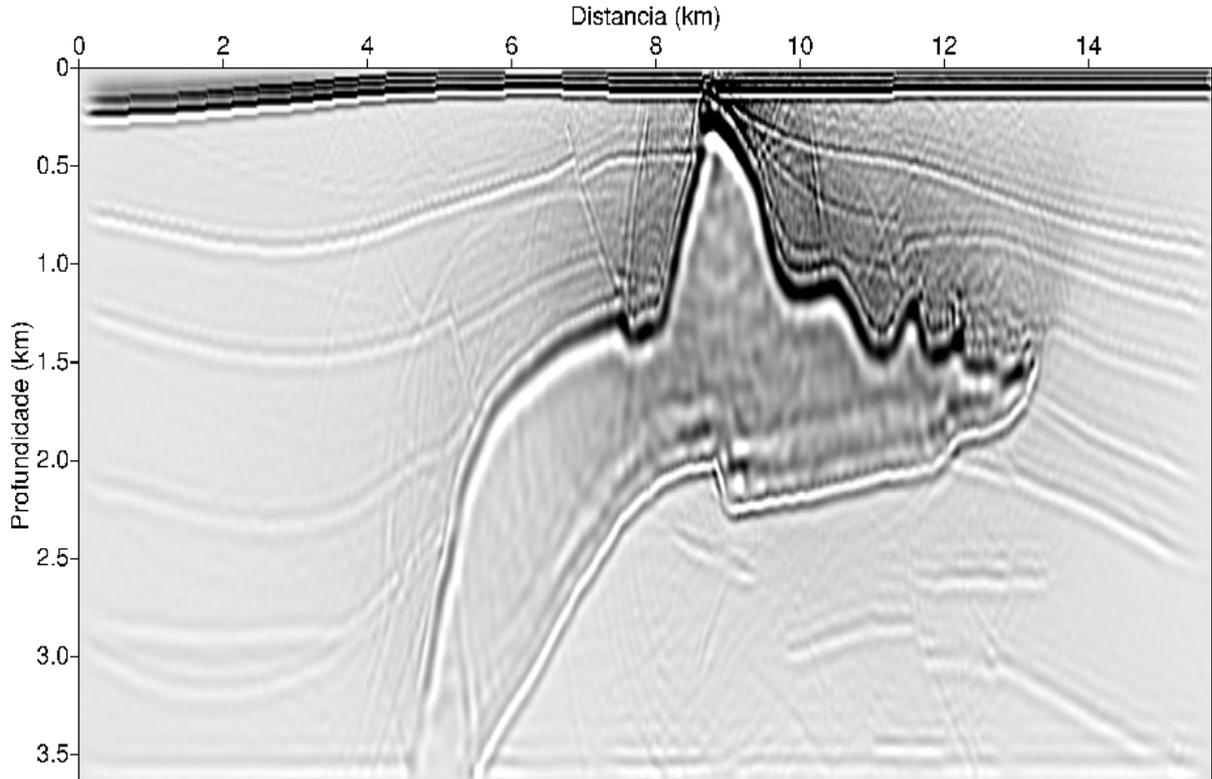


Figure 3.28: Seção migrada por FFD de quarta ordem com $\Delta t = 6 \text{ ms}$ e $v_o = v_{max}$.

As migrações por FFD de segunda e quarta ordens foram executadas com sucesso, até $\Delta t = 6 \text{ ms}$ utilizando a velocidade de referência igual a velocidade máxima do modelo. Também obteve-se êxito até um $\Delta t = 4 \text{ ms}$ e usando como velocidade de referência a velocidade mínima. Mas para $\Delta t = 8 \text{ ms}$, notou-se que o resultado apresenta dispersão numérica. Verificou-se que os resultados fornecidos pelos métodos pseudo-espectral, pseudo-analítico e FFD são similares. Contudo, as migrações via pseudo-espectral e pseudo-analítico só foram possíveis para $\Delta t = 2 \text{ ms}$. Para um intervalo de tempo maior estes métodos são afetados por instabilidade numérica.

Também foi calculado o tempo de processamento associado a cada método. Para isso foi utilizado a seção empilhada do domo da SEG/EAGE reamostrada para $\Delta t = 2 \text{ ms}$. O Gráfico da Figura (3.29), mostra o tempo de execução referente a cada método. As siglas PS, FFD e PA são referentes aos métodos pseudo-espectral, Fourier diferenças finitas e pseudo-analítico, respectivamente. O método pseudo-espectral deveria ser o mais rápido entre todos os métodos como sugere a equação (2.6), mas isso não foi confirmado (ver Figura 3.29). Uma possível explicação para isso é a forma como foi implementado cada um dos algoritmos. Apesar do método pseudo-espectral executar menos cálculos, notou-se que o FFD de segunda ordem é o mais rápido, daí pode-se suspeitar que o seu algoritmo seja mais eficiente. O método pseudo-analítico de quarta ordem foi o mais custoso, como esperado.

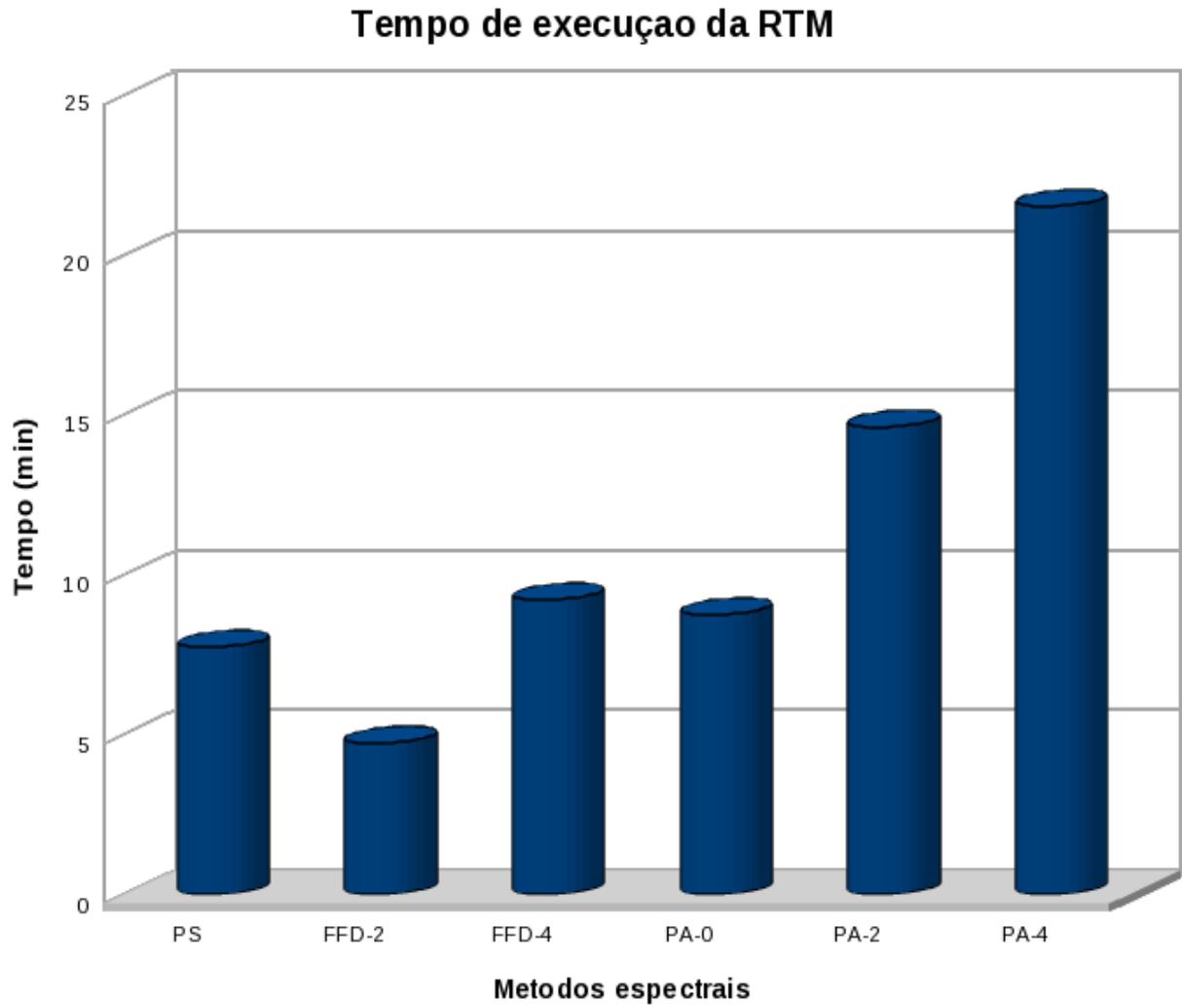


Figure 3.29: Gráfico do tempo de execução da RTM pelos métodos pseudo-espectrais para o modelo da SEG/EAGE.

3.2 Migração Pré-Empilhamento 2-D

Foi realizada a RTM sobre os dados sintéticos com alto grau de complexidade estrutural, Marmousi e Sigsbee2A com o objetivo testar a eficiência e aplicabilidade dos métodos em cada situação.

3.2.1 Aplicação ao Modelo Marmousi

O modelo Marmousi foi criado pelo Instituto Francês de Petróleo para simular a geologia “Onshore” da bacia de Cuanza, em Angola. Este modelo representa duas fases geológicas: a primeira é evidenciada pela presença de sedimentos carbonáticos em forma de anticlinal que “trapeia” um reservatório de hidrocarbonetos, a segunda é marcada por evaporitos na forma de domo. Nota-se também camadas finas de sedimentos fortemente afetados por falhas normais. Logo, percebe-se que se trata de um modelo com extrema complexidade estrutural. Os dados referentes a esse modelo são mostrados na tabela abaixo:

O campo de velocidade para este modelo é mostrado na Figura 3.30, onde pode-se observar algumas características anteriormente descritas. Os resultados da migração reversa no tempo pelos métodos pseudo-espectral utilizando $\Delta t = 2 \text{ ms}$, e pseudo-analítico e FFD utilizando $\Delta t = 4 \text{ ms}$ são mostrados nas Figuras 3.31, 3.32, 3.33, 3.34, 3.35 e 3.36.

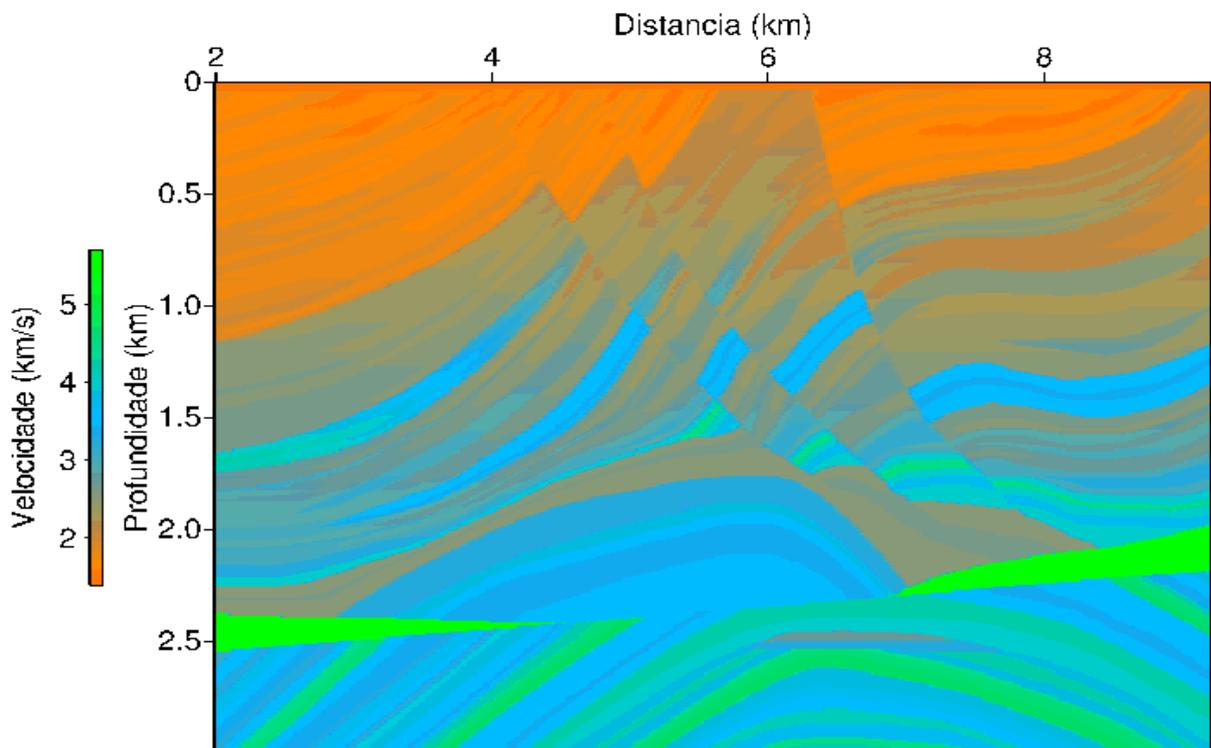


Figure 3.30: Campo de velocidade do modelo Marmousi.

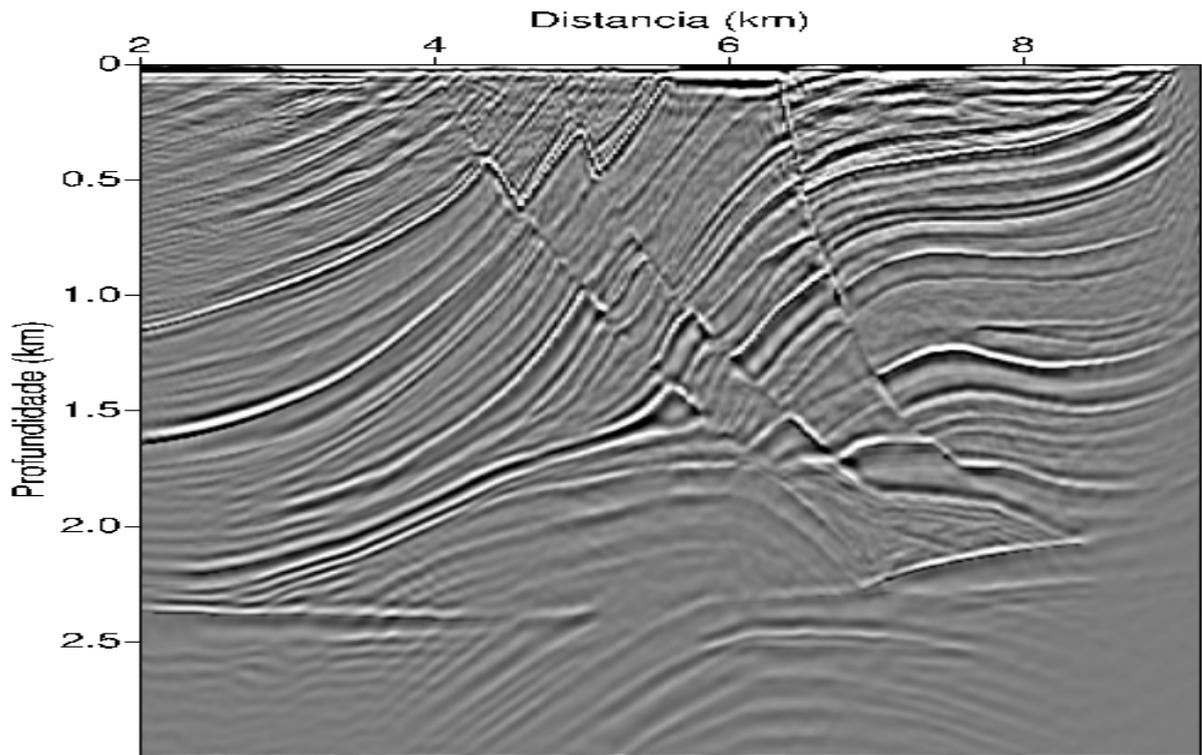


Figure 3.31: Seção migrada via pseudo-espectral.

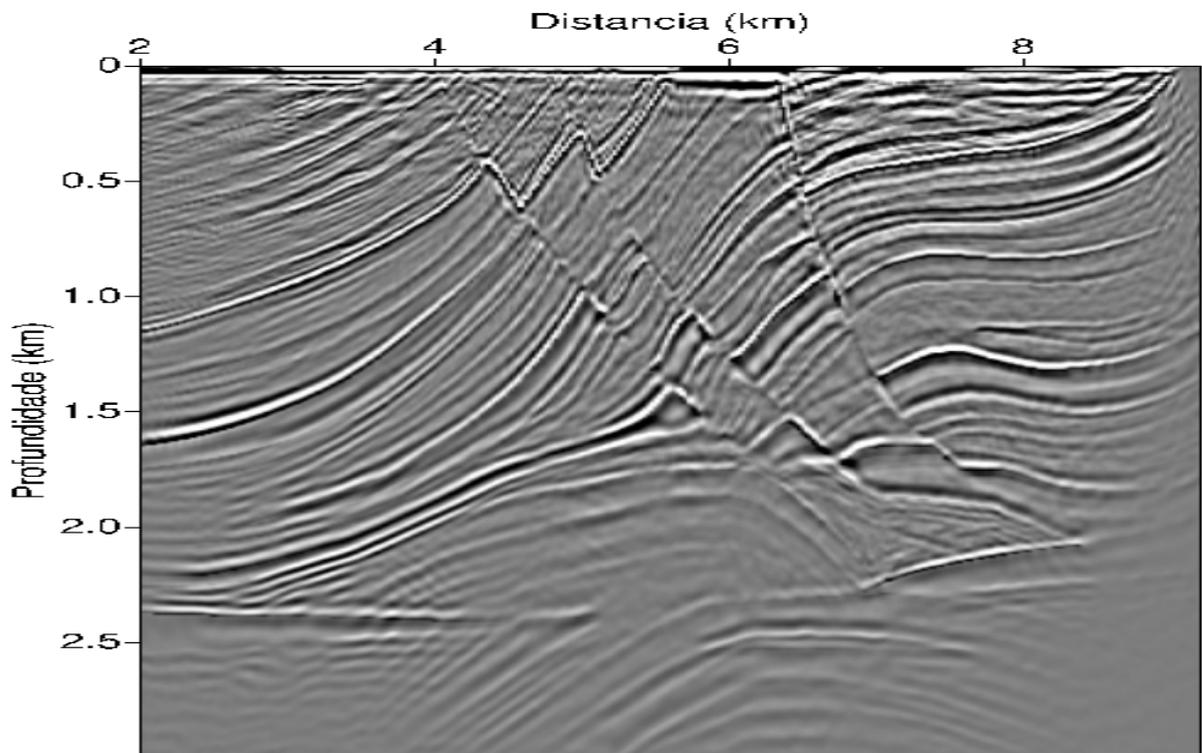


Figure 3.32: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de ordem zero.

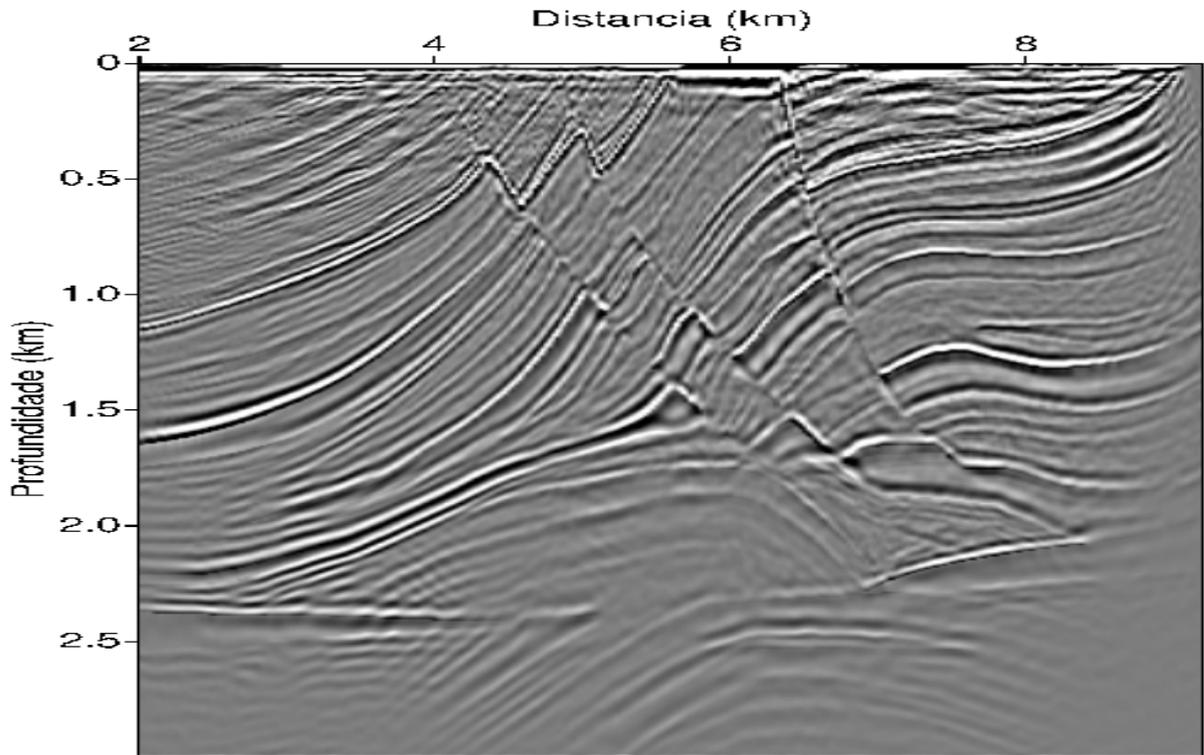


Figure 3.33: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de segunda ordem.

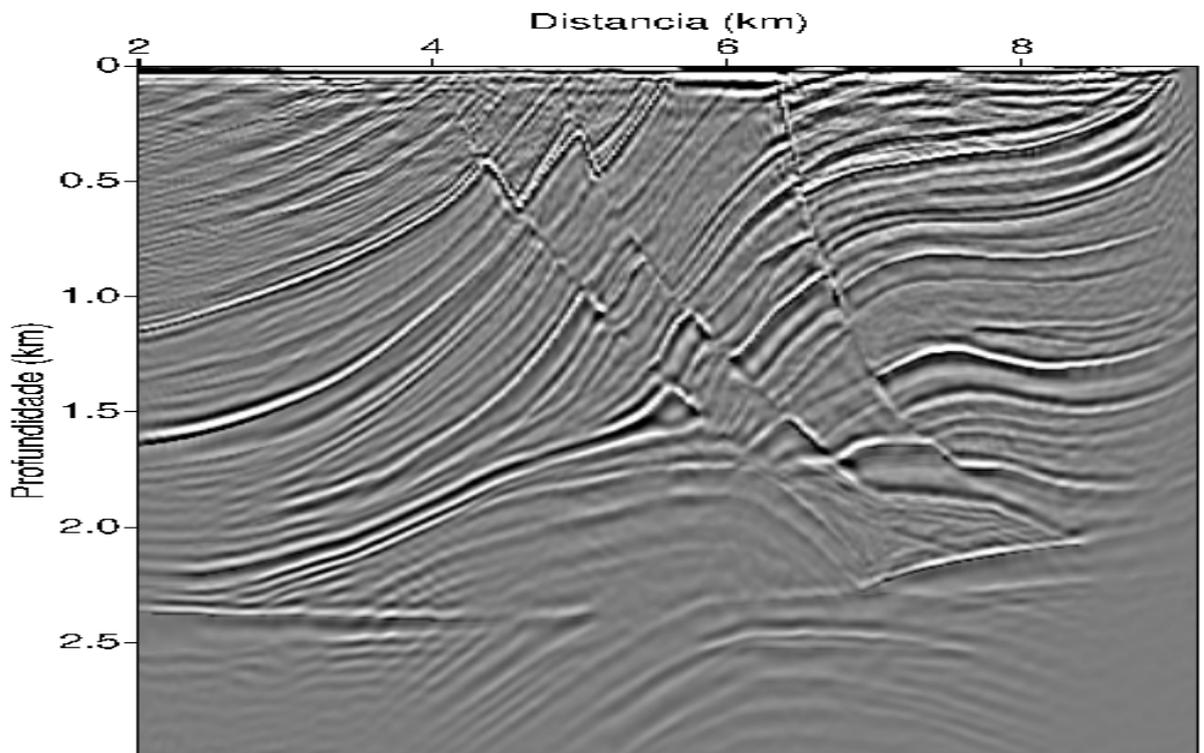


Figure 3.34: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de quarta ordem.

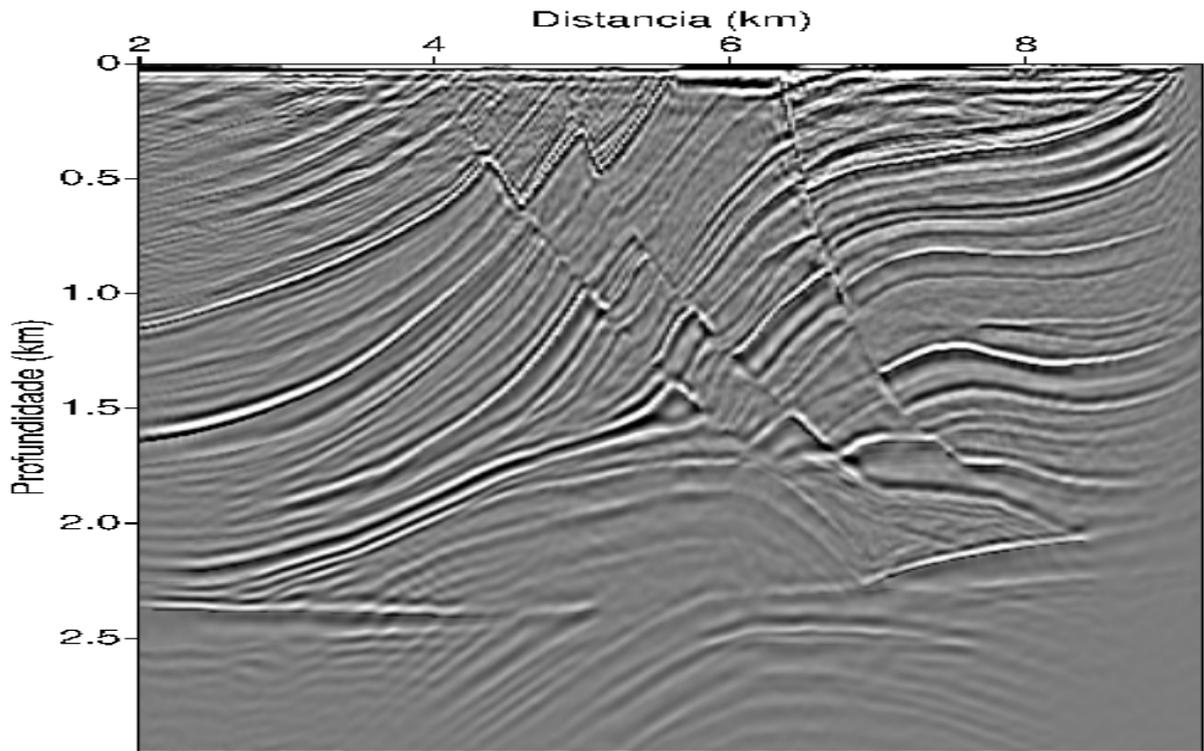


Figure 3.35: Seção migrada por FFD de segunda ordem.

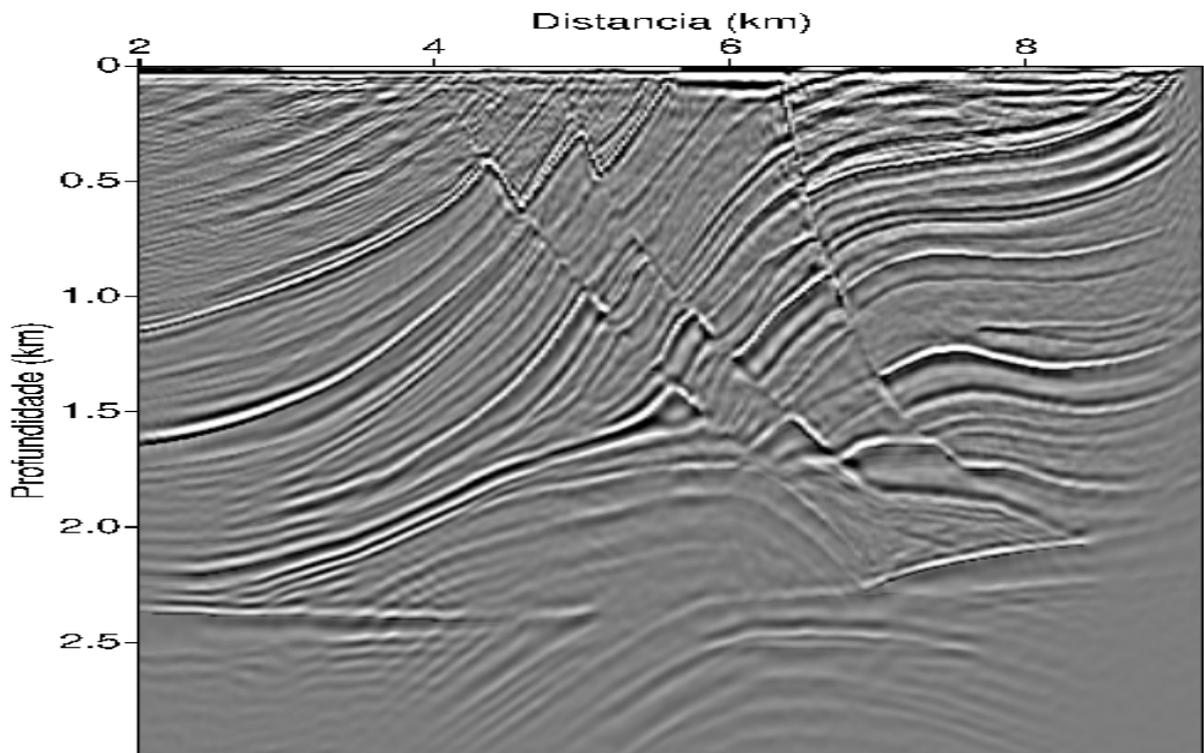


Figure 3.36: Seção migrada por FFD de quarta ordem.

Os resultados fornecidos por todos os métodos são bastantes semelhantes, conseguindo reconstituir os refletores com uma precisão satisfatória, Em virtude da eficiência dos métodos aqui empregados, a principal região de interesse situada, aproximadamente entre 5.7 km e 7.6 km na coordenada horizontal e entre 2.4 km e 2.5 km na coordenada vertical, foi muito bem imageada, apesar da alta velocidade da estrutura em forma de cunha e da espessura elevada do domo de sal, que provocam um alto contraste de velocidade entre as camadas e atenua e dispersa o sinal sísmico. Observando as Figuras anteriores percebe-se que elas apresentam quase ou nenhuma dispersão numérica. A falta de cobertura máxima provocou a ausência de alguns tiros, por isso a seção migrada foi cortada nas bordas em 2 km e em aproximadamente 9 km .

3.2.2 Aplicação ao Modelo Sigsbee2A

Este modelo também simula uma situação real, foi criado pelo pelo consórcio do SMAART JV, tendo como base a geologia estrutural do Golfo do México. Sua estrutura geológica complexa representa uma almofada de sal associado a algumas falhas normais que separa blocos sedimentares, e duas linhas de pontos difratores situados aproximadamente nas profundidades 5 km e 8 km ao logo do eixo horizontal. Alguns dados referentes a este modelo estão listados na tabela abaixo.

DESCRICÃO DOS PARÂMETROS	PARÂMETROS UTILIZADOS
Números de amostras em x	1360
Números de amostras em z	600
Intervalo espacial em x	75 m
Intervalo espacial z	50 m
Frequência (f_{max})	35 Hz
Velocidade mínima (v_{min})	$1,4996 \text{ km/s}$
Velocidade máxima (v_{max})	$4,511 \text{ km/s}$

Table 3.4: Parâmetros referentes ao modelo Sigsbee2A.

A Figura 3.37 mostra o seu campo de velocidade, com as velocidades mínima e máxima variando entre $1,4996 \text{ km/s}$ e $4,511 \text{ km/s}$, respectivamente. Já na Figura 3.38 observa-se a representação deste modelo em profundidade. Os resultados fornecidos pela RTM pelos métodos pseudo-espectral, pseudo-analítico e FFD podem ser vistos nas Figuras 3.39, 3.39, 3.40, 3.41, 3.42 e 3.43.

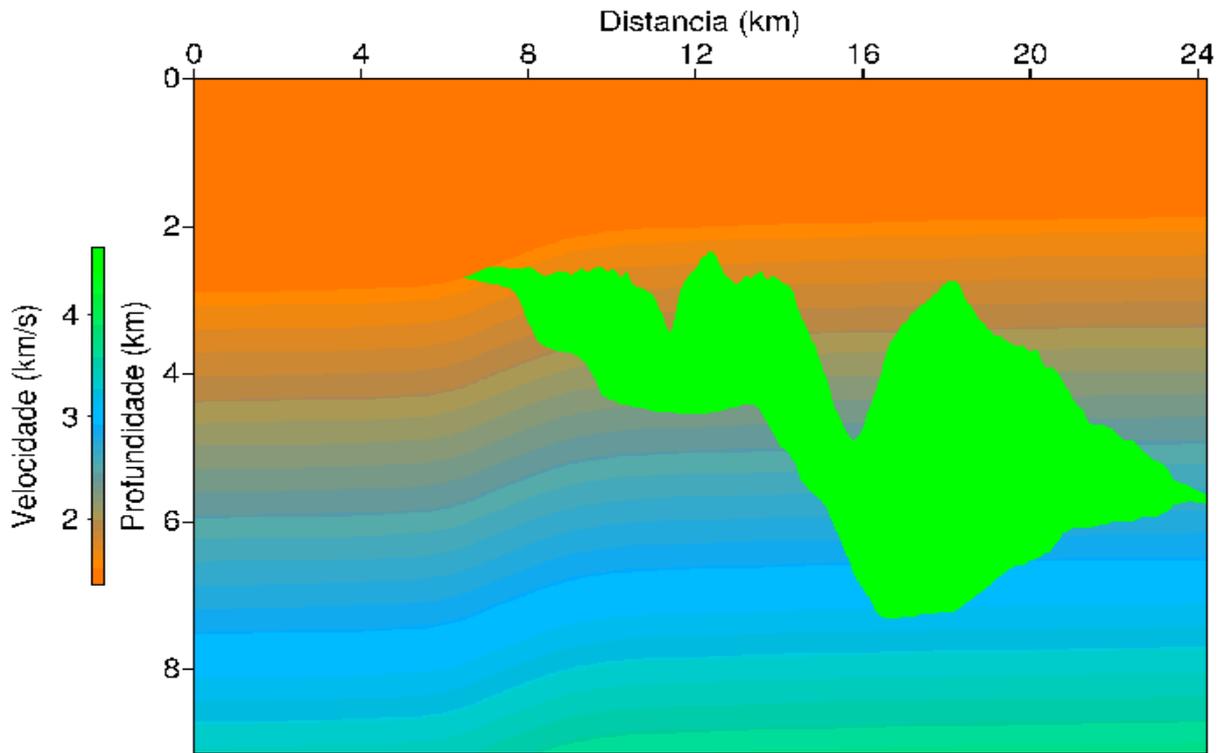


Figure 3.37: Campo de velocidade suavizado do modelo Sigsbee2A.

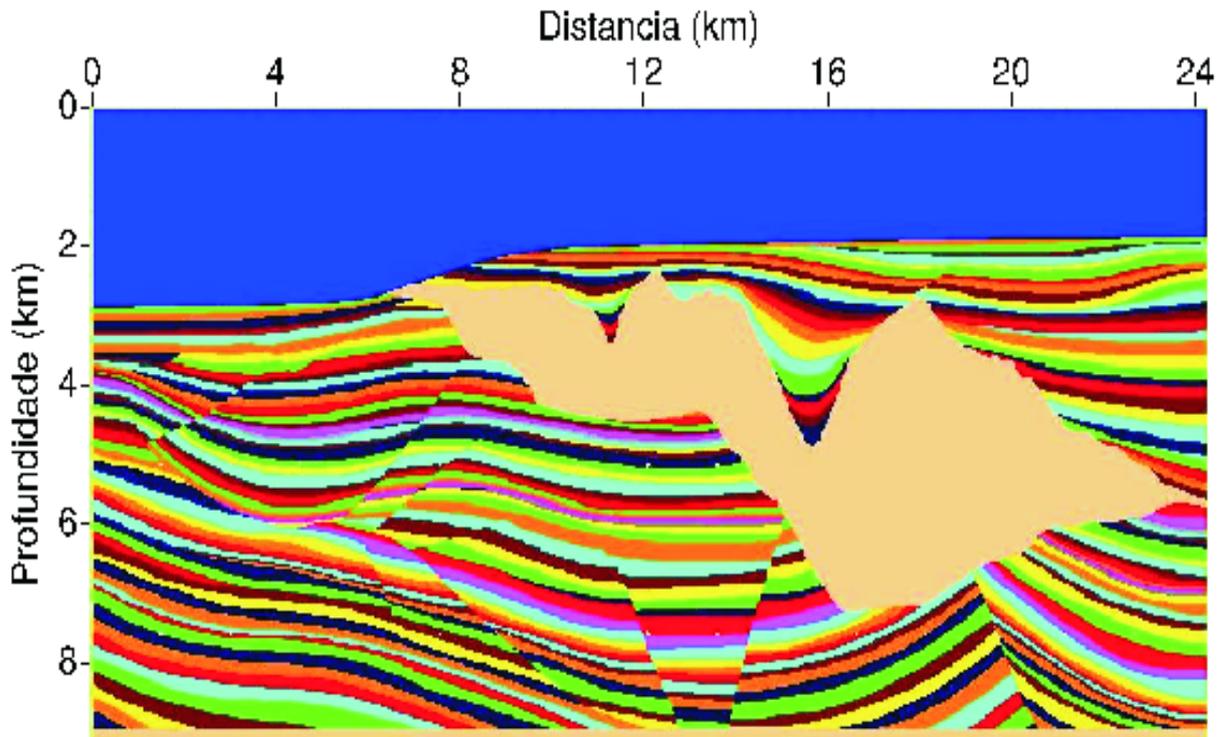


Figure 3.38: Estratigrafia do modelo Sigsbee2A. As cores são para representas os refletos, não representa o real contraste de velocidade.

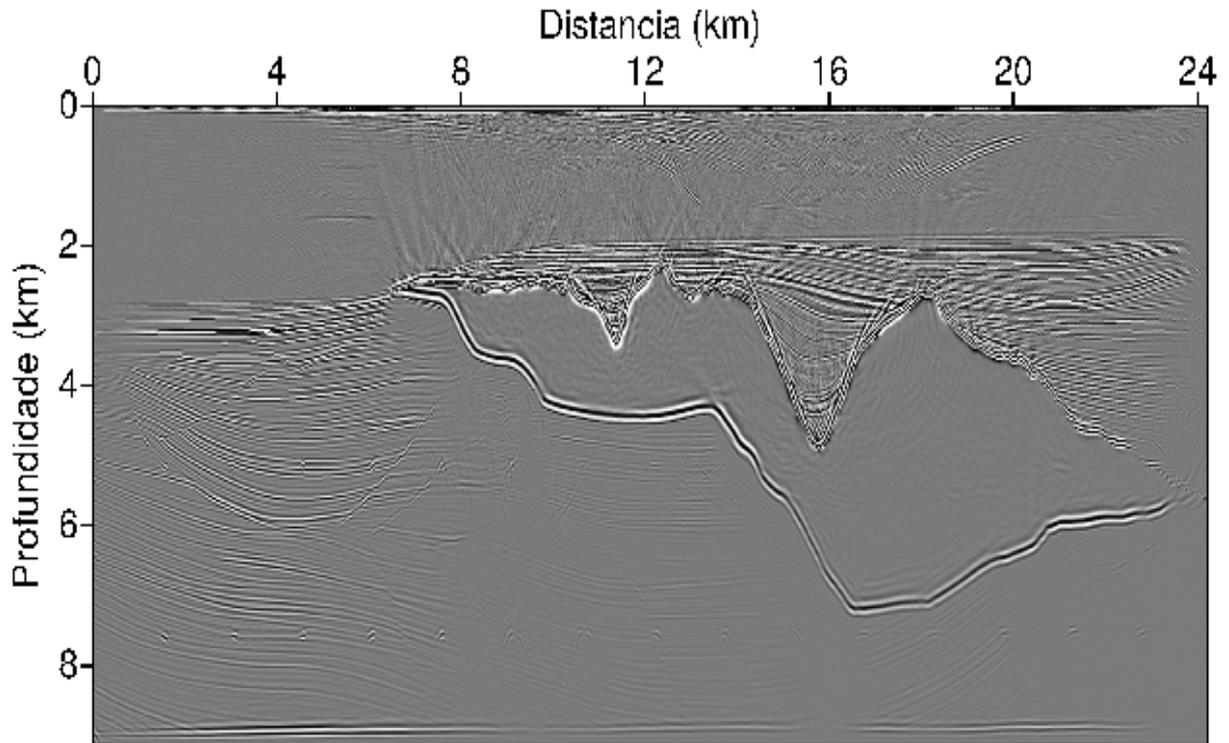


Figure 3.39: RTM via pseudo-espectral.

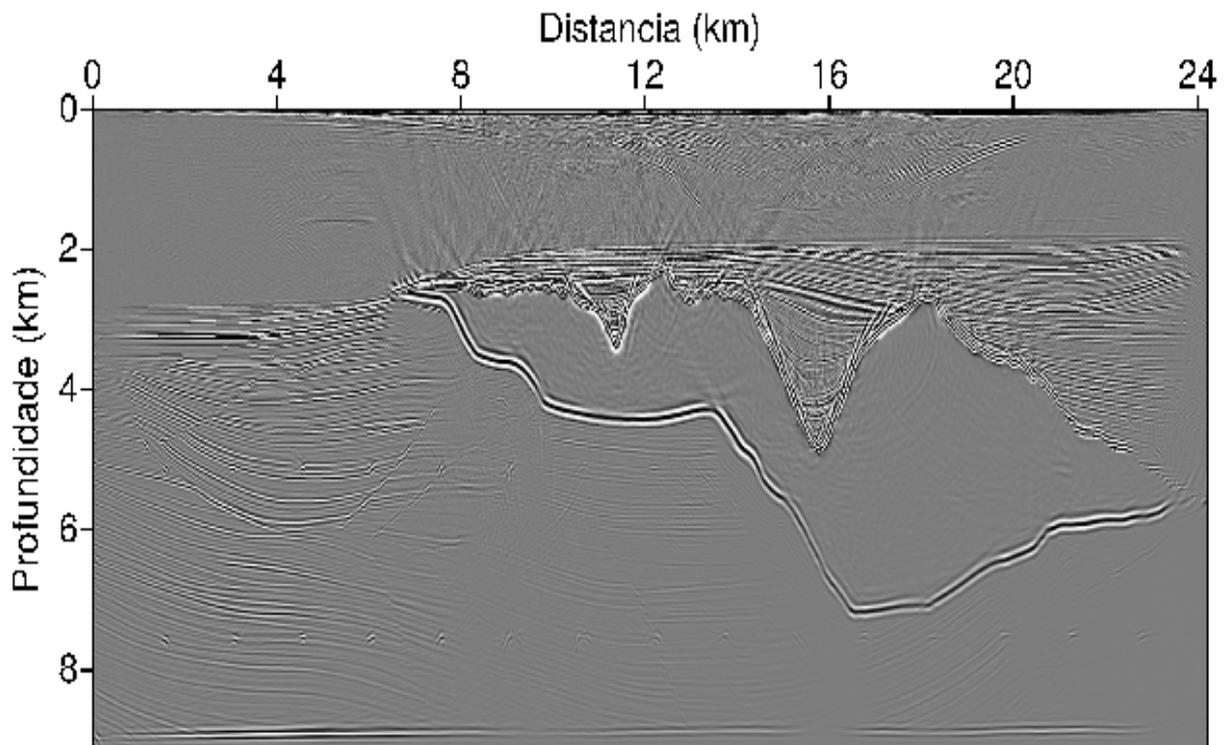


Figure 3.40: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de ordem zero.

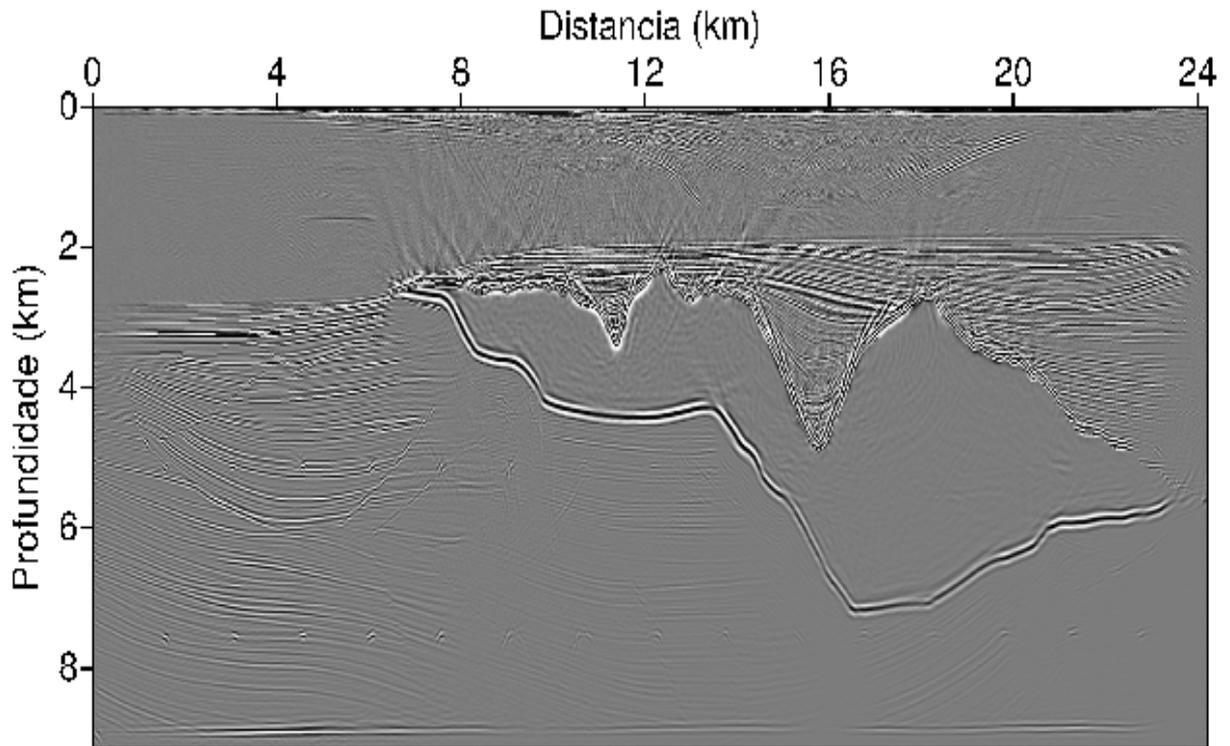


Figure 3.41: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de segunda ordem.

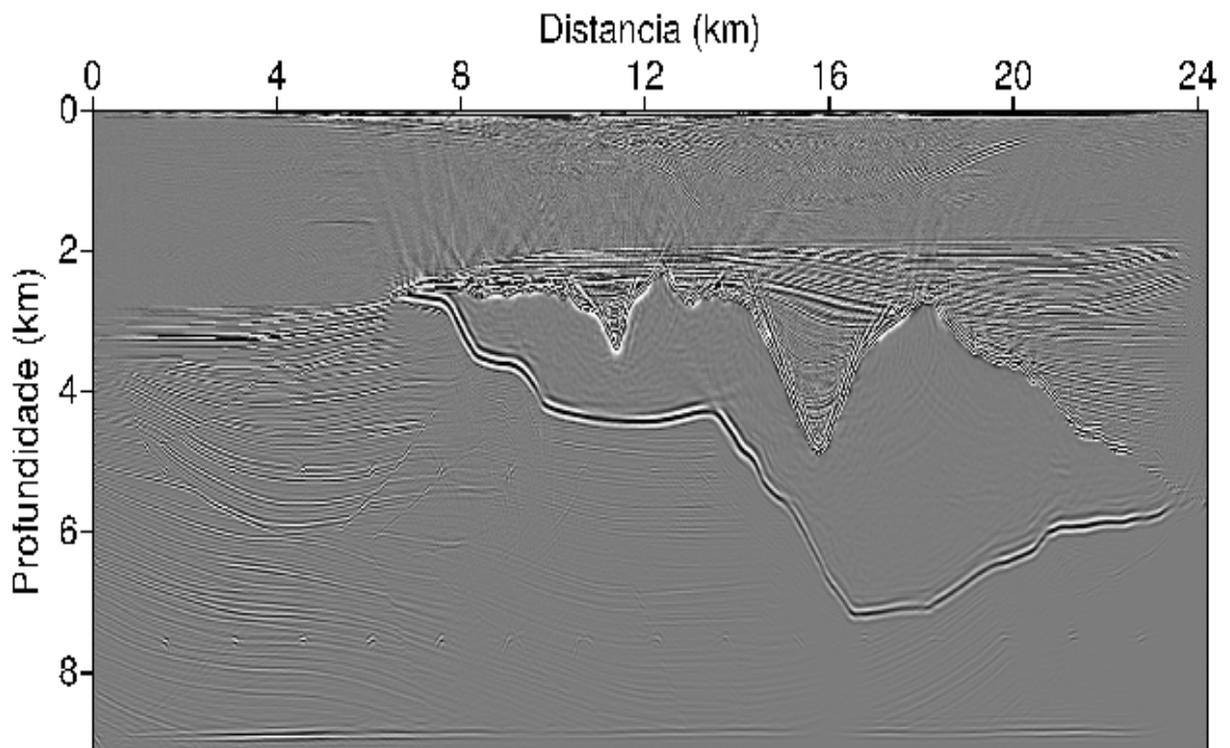


Figure 3.42: Seção migrada pelo operador pseudo-analítico de quarta ordem.

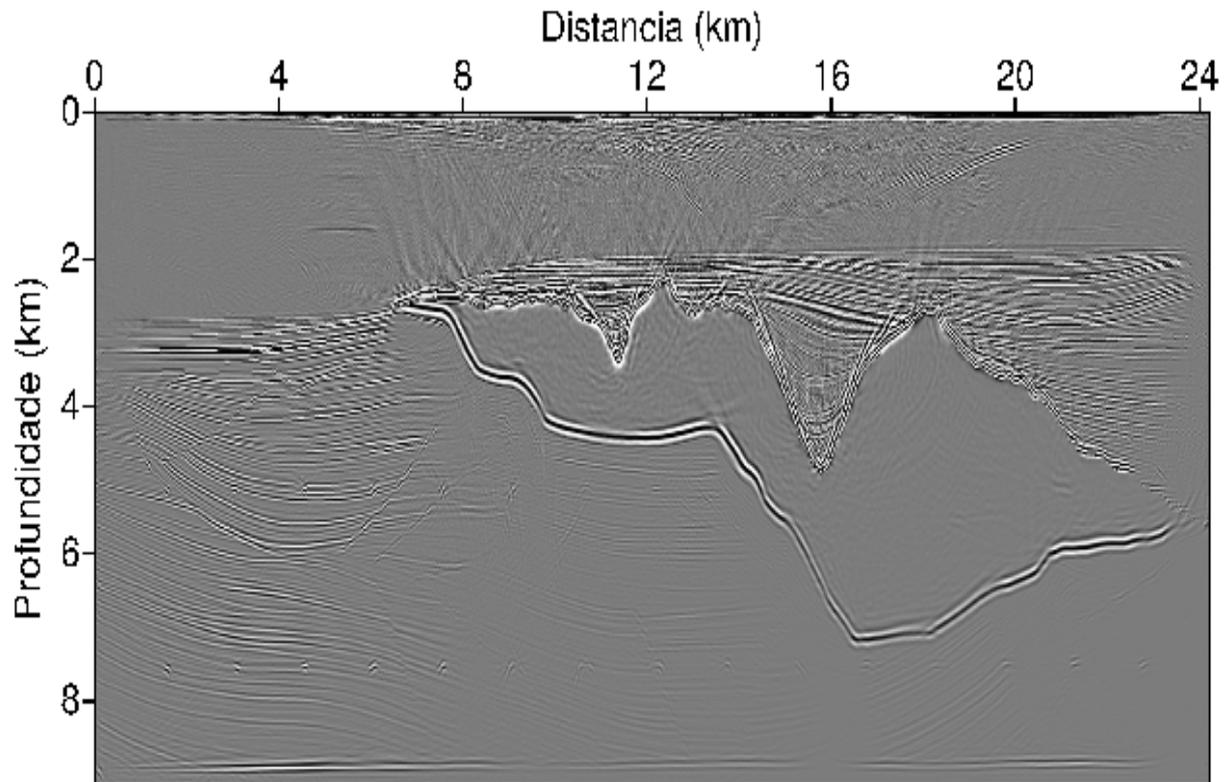


Figure 3.43: Seção migrada por FFD de segunda ordem.

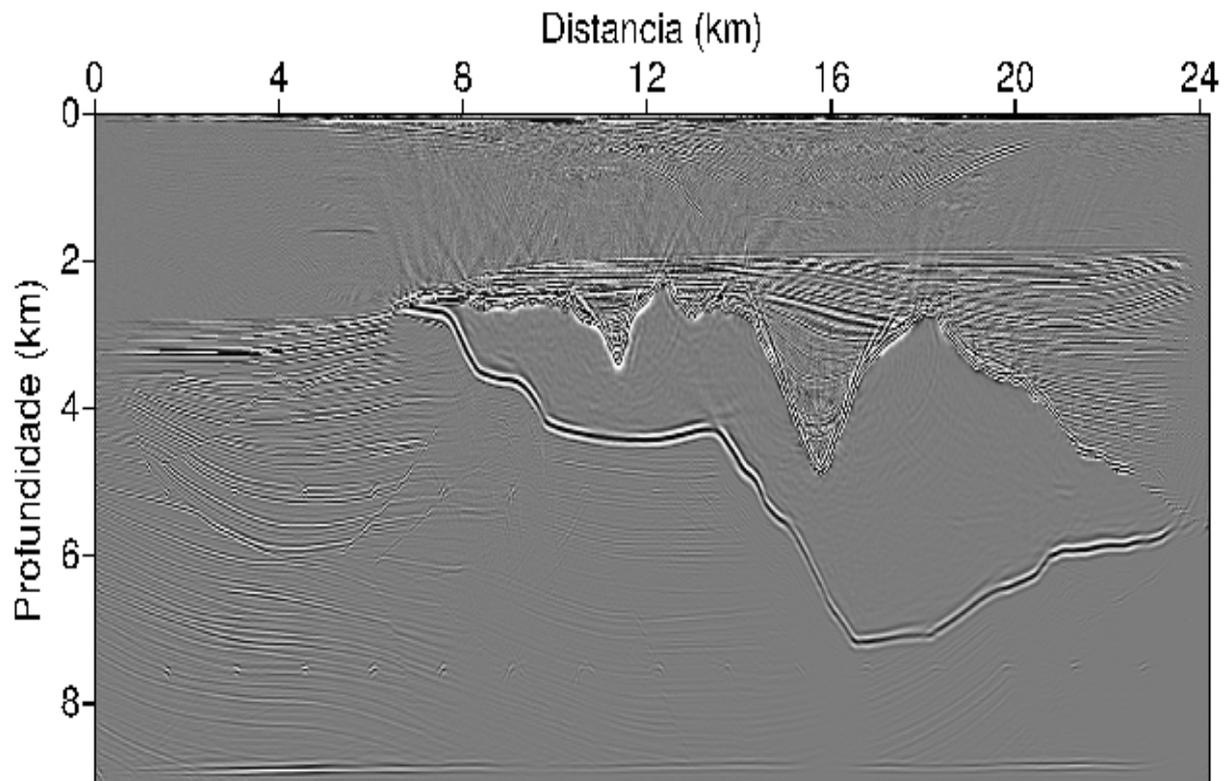


Figure 3.44: Seção migrada por FFD de quarta ordem.

Novamente, a migração foi realizada com êxito para todos estes métodos. Apesar da forma do corpo de sal bastante complexa que dispersa e atenua o sinal sísmico. A almofada de sal, as falhas normais que separam os blocos sedimentares abaixo deste domo foram satisfatoriamente imageadas. Assim como os pontos difratores e um refletor horizontal na base do modelo foram reconstruídos, também. Para RTM via pseudo-espectral utilizou-se $\Delta t = 2 \text{ ms}$, já a RTM pelos métodos pseudo-analítico e FFD usamos $\Delta t = 4 \text{ ms}$. Como foi notado nos resultados referentes aos modelos anteriores (Marmousi) ambos métodos fornecem resultados semelhantes e livres de dispersão numérica.

CAPÍTULO 4

Conclusões

Neste trabalho, avaliou-se a migração reversa no tempo 2-D pós e pré-empilhamento pelos métodos pseudo-analítico de ordem zero, de segunda e quarta ordens, e pelos métodos FFD de segunda e quarta ordens em dados sintéticos que simulam meios com velocidade constante (calha), com variação de velocidade lateral (domo-SEG/EAGE) e com complexidade estrutural (Marmousi e Sigsbee2A).

Conforme os resultados obtidos no capítulo 3, pode-se perceber que estes métodos forneceram resultados satisfatórios na migração desses dados sintéticos. Também foram analisados a estabilidade, dispersão numérica e o custo computacional associado a cada um desses métodos.

Os resultados obtidos para o modelo da calha, mostraram que os métodos pseudo-analítico de segunda e quarta ordens funcionam bem para $\Delta t = 2 \text{ ms}$, já com $\Delta t = 4 \text{ ms}$ são afetados por dispersão numérica. Já os métodos pseudo-analítico de ordem zero e FFD de segunda e quarta ordens forneceram bons resultados até $\Delta t = 6 \text{ ms}$, para $\Delta t = 8 \text{ ms}$ os resultados se mostraram mais dispersivos.

Constatou-se que o método FFD de segunda ordem é o mais estável e possui um menor custo computacional, além disto este permite marcha com Δt maiores, quando comparado com os outros métodos. O método pseudo-analítico é o mais instável e a migração só foi efetuada com o dado amostrado num $\Delta t = 2 \text{ ms}$. Ficou comprovado que as seções migradas (modelo da calha) por FFD apresentam se menos dispersivas que as processadas via pseudo-analítico e pseudo-espectral. Já para o modelo (domo-SEG/EAGE), a RTM por estes métodos produziram resultados bastantes similares, o que também ocorreu com os resultados da RTM pré-empilhamento.

Os resultados foram obtidos com sucesso, provando que a solução proposta é mais precisa, pois as imagens produzidas têm boa qualidade e sem efeito dispersivo até um limite, Δt . As regiões, onde se nota contraste lateral de velocidade são imageadas corretamente e sem efeito dispersivo ver seções migradas referentes aos modelos (domo-SEG/EAGE, Marmousi e Sigsbee2A). Logo, verificou-se que a RTM pelos métodos pseudo-analítico e FFD mostrou se eficiente e que é uma excelente técnica para um imageamento de qualidade.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a Deus por ter me dado forças durante todos esses anos fazendo com que eu chegasse até aqui.

Aos meu familiares em especial meu saudoso pai, Francisco (in memoriam) e minha mãe, D. Marília pela paciência, por estar sempre presente nos momentos difíceis e pela dedicação e empenho em meio a várias situações delicadas, e aos meus irmãos (Samuel, Léia, Eloíde, Melissa, Arão, Isabel, Leila, Quesia e Gelma) e a minha companheira (Núbia) pelo apoio e compreensão. Pois sem eles nada disso seria possível.

Agradecimento especial ao professor Reynam Pestana por todo apoio, compreensão, ensinamentos, incentivos e paciência. Pela ajuda todo momento na realização do trabalho, pois sem ele seria bastante difícil terminar essa etapa.

Aos professores do CPGG/UFBA: Amin, Botelho, Figueiró e Porsani pelo apoio, conselhos e incentivos.

Ao colega Adriano pelo suporte em informática e nos códigos de programação aqui utilizado. Aos colegas Diego, Tiago Cabral e Vidal pela ajuda com o Latex e Corel-Draw. E por estarem sempre dispostos a ajudar.

Ao Professor Argolo e Júlio Guedes pelo apoio, conselhos e incentivos.

À banca examinadora por ter aceitado o convite, pelas críticas e sugestões que enriqueceram este trabalho .

À professora Jacira pelo apoio incondicional, dedicação, empenho. A ela sou muito grato.

Aos meus grandes amigos: Adson, Alana, Cleriston, Luíte, Tiago Filgueiras e Vinícius Queiroz. Aos funcionários: Ana dÓ e Joaquim Lago que nos ajudam sempre de forma direta e indiretamente.

À FINEP e ao programa ANP/PRH08 pelo financiamento na forma de bolsa de iniciação científica.

E por fim, a todos aqueles que colaboraram direta ou indiretamente para a conclusão deste trabalho.

Referências Bibliográficas

- Araujo, R. L. (2010) Migração reversa no tempo por interpolação, Fourier diferenças finitas e método pseudo-analítico, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Baysal, E.; Kosloff, D. Sherwood, J. W. C. (1983) Reverse time migration, *Geophysics*, **48**:1514–1524.
- Claerbout, J. F. (1985) *Imaging the Earth's Interior*, Blackwell Scientific, Electronic book.
- Etgen, J. (1989) Accurate wave equation modeling, : *Stanford Exploration Project*.
- Etgen, J.; Brandsberg-Dahl, S. (2009) The pseudoanalytical method: application of pseudo-Laplacians to acoustic and acoustic anisotropic wave propagation, : *SEG 79th Annual Meeting*.
- Figueiredo, N. D. C. (2009) Modelagem e migração de dados sísmicos utilizando operadores diferenciais explícitos e implícitos, Trabalho de graduação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- French, W. S. (1975) Computer migration of oblique seismic reflection profile, *Geophysics*, **40**:961–980.
- Gazdag, J. (1978) Wave equation migration with the phase shift method, *Geophysics*, **43**:1342–1351.
- Gazdag, J. (1981) Modeling of the acoustic wave equation with transform methods, *Geophysics*, **46**:854–859.
- Gazdag, J.; Sguazzero, P. (1984) Migration of seismic data by phase shift plus interpolation, *Geophysics*, **49**:124–131.
- Kosloff, D.; Baysal, E. (1982) Forward modeling for by a fourier method, *Geophysics*, **47**:1402–1412.
- Loewental, D.; Lu, L.; Robertson, R. Sherwood, J. (1976) The wave equation applied to migration, *Geophysical Prospecting*, **24**:380–399.
- McMechan, G. A. (1983) Migration by extrapolation of time-dependent boundary values, *Geophysical Prospecting*, **31**:413–420.
- Pestana, R. C.; Chu, C.; Stoffa, P. L. (2011) High-order pseudo-analytical method for acoustic wave modeling, : *Journal Seismic Exploration*, 217–234.
- Ristow, D.; Ruhl, T. (1994) Fourier finite-difference migration, *Geophysics*, **59**:1882–1893.

- Schneider, W. A. (1978) Integral formulation for migration in two and three dimensions, *Geophysics*, **43**:49–76.
- Song, X.; Fomel, S. (2010) Fourier finite-difference wave propagation, : *SEG 80th Annual Meeting*.
- Stoffa, P. L.; Fokkema, J. T.; Freire, R. M. L. Kessinger, W. P. (1990) Split-step fourier migration, *Geophysics*, **55**:410–421.
- Stolt, R. H. (1978) Migration by fourier transform, *Geophysics*, **43**:23–48.
- Telford, W. M.; Geldart, L. P.; Sheriff, R. E. Keys, D. A. (1976) *Applied Geophysics*, Cambridge Un. Press, Cambridge.
- Whitmore, D. (1983) Iterative depth migration by backward time propagation, : *53rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts*.
- Yilmaz, O. (2000) *Seismic Data Processing*, SEG, Tulsa, Oklahoma.