UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

COMPONENTE VERTICAL MAGNÉTICO DEVIDO A UMA BOBINA RETANGULAR SOBRE UMA TERRA ESTRATIFICADA

IVÃ LUIS DE ALMEIDA NAZARÉ

SALVADOR – BAHIA

NOVEMBRO – 2011

Componente vertical magnético devido a uma bobina retangular sobre uma terra estratificada

por

Ivã Luis de Almeida Nazaré

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento de Geologia e Geofísica Aplicada

do

Instituto de Geociências

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

______________________ Dr. Hédison Kiuity Sato – Orientador

______________________ Dr. André Telles da Cunha Lima

______________________ Dra. Susana Silva Cavalcanti

Data da aprovação: 15/12/2011

A mim, meu espírito e
minha família.

RESUMO

Avaliou-se, numericamente, o componente vertical do campo magnético devido a uma bobina retangular transmissora, com dimensões variáveis, colocada sobre uma terra heterogênea com N camadas horizontais, homogêneas e isotrópicas. O processo numérico de avaliação consistiu na divisão de cada lado da bobina, em fontes dipolares elétricas horizontais e colineares, cujas respostas analíticas são conhecidas. O número de divisões de cada lado mereceu um estudo.

O comportamento dos parâmetros: amplitude e fase do campo, é avaliado em função da variação da frequência, e da distância que separa o ponto de observação do centro da bobina. Esta avaliação abrangeu situações de até quatro camadas, o que permitiu observar a relevância dos parâmetros que modificam os valores do campo magnético em relação à situação do semi-espaço homogêneo.

ABSTRACT

We evaluated numerically the vertical component of the magnetic field due to a rectangular coil transmitter with variable dimensions, placed on a heterogeneous earth having N horizontal, homogeneous and isotropic layers. The numerical evaluation process included the division of each side of the coil in colinear horizontal electric dipole sources, whose analytical responses are known. The number of divisions of each side was studied.

The behavior of the parameters: amplitude and phase of the field is evaluated as a function of frequency and the distance between the observation point to the center of the coil. This evaluation covered situations up to four layers, which allowed us to understand the relevance of the parameters that modify the magnetic field values when compared to the homogeneous halfspace case.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Trabalhos sobre métodos eletromagnéticos de modelagem direta foram plenamente discutidos, nos quais são apresentadas as respostas dos componentes eletromagnéticos devido à uma excitação geometricamente definida, sobre uma terra homogênea e isotrópica.

Expressões integrais, resolvidas através de métodos numéricos, para as respostas dos componentes do campo magnético devido à presença de um dipolo magnético vertical (Dey e Ward, 1970) ou devido a uma bobina circular de corrente de raio finito sobre uma terra ideal estratificada com camadas paralelas (Ryu et al., 1970) forneceram uma avaliação dos possíveis efeitos sobre a resposta eletromagnética devido aos contrastes de condutividade subsuperfície quando o ponto de observação está muito afastado da fonte.

Uma bobina retangular de corrente foi utilizada como agente de excitação de corrente sobre uma terra com duas camadas (Poddar, 1982) num estudo em que o ponto de observação estava a uma distância inferior ao comprimento de um dos lados desta bobina.

O presente trabalho trata do campo magnético vertical devido à uma fonte de corrente retangular disposta na superfície de um modelo de terra heterogênea com N camadas paralelas, homogêneas e isotrópicas. Analisa três situações quanto à posição do local da medição do campo magnético em relação à bobina: no seu interior, nas proximidades, e muito afastadas.

A principal motivação deste trabalho deveu-se aos recentes trabalhos de pesquisa em que se aplica o método eletromagnético a multifrequência em investigações relacionadas à exploração de petróleo, ora sendo desenvolvidos por pesquisadores do CPGG/UFBA e no Lenep/UENF (Machado et al., 2009; Dias et al., 2007). Nestas pesquisas, a bobina transmissora adquiriu grandes dimensões (quadrado com 600 m de lado), a fim de se aumentar o momento magnético necessário para se atingir grandes separações entre o transmissor e o receptor (até 12 km). Essas elevadas separações, juntamente com baixas frequências, têm o objetivo de se investigar em grandes profundidades. No caso de grande separação, se aplica o modelo do dipolo magnético mas, nas menores distâncias, questiona-se a manutenção da aproximação dipolar.

O primeiro capítulo faz uma avaliação analítica das equações base que levam a resolução do problema. O segundo capítulo apresenta a equação da resposta do componente vertical magnético que descreve o modelo de terra estratificada com uma bobina transmissora sobre sua superfície e o terceiro capítulo contéms os resultados da análise numérica e discussões.

CAPÍTULO 1

Avaliação analítica

Neste capítulo, fez-se necessário abrigar um conjunto de elementos e formulações analíticas utilizados como embasamento teórico na resolução do problema abordado no presente trabalho.

1.1 Equação elíptica

Nesta seção, é feito um estudo da equação de Helmholtz (Arfken, 1985). Esta equação, heterogênea e elíptica, descreve um sistema no estado estacionário de onda monocromática e é dada por

$$\nabla^2 v(\vec{r}) + \chi^2 v(\vec{r}) = -f(\vec{r}) \tag{1.1}$$

onde $v(\vec{r})$ representa o estado do sistema, χ é um parâmetro dependente da frequência e f é o termo fonte. Uma forma de solução desta equação, aqui utilizada, é procurar a solução de Green $G(\vec{r}, \vec{r'})$ definida a partir de sucessivas aplicações da transformada de Fourier. Assim, aplicada a transformada direta de Fourier na equação (1.1) chega-se a:

$$\int_{x,y,z} \nabla^2 v(\vec{r'}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r'}} d\vec{r'} + \int_{x,y,z} \chi^2 v(\vec{r'}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r'}} d\vec{r'} = -\int_{x,y,z} f(\vec{r'}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r'}} d\vec{r'} \tag{1.2}$$

ou

$$V(k) = \frac{F(k)}{k^2 - \chi^2}, \tag{1.3}$$

que é a função $v(\vec{r})$ transformada no espaço k, onde $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$. Aplicando a transformada inversa em $V(k)$, obtém-se

$$v(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k_x,k_y,k_z} \left[\int_{x,y,z} \frac{f(\vec{r'})}{k^2 - \chi^2} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r'}} d\vec{r'} \right] e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{k}. \tag{1.4}$$

Trocando-se a ordem de integração e comparando-se com a solução geral fornecida pela função de Green:

$$v(\vec{r}) = \int_{x,y,z} G(\vec{r}, \vec{r'}) f(\vec{r'}) d\vec{r'} \tag{1.5}$$

pode-se escrever que,

$$G(\vec{r},\vec{r'}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{k_x,k_y,k_z} \frac{e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r'})}}{k^2-\chi^2}d\vec{k}, \tag{1.6}$$

que é a função de Green do problema. Considerando a fonte impulsiva na origem, $\vec{r'} \equiv 0$, a equação anterior pode ser escrita como

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{k_x,k_y} \tilde{G}(k_x,k_y,z)e^{i(k_x x+k_y y)}dk_x\,dk_y, \tag{1.7}$$

onde

$$\tilde{G}(k_x,k_y,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{ik_z z}}{k_z^2+u^2}dk_z$$

em que $u^2 = k_x^2 + k_y^2 - \chi^2$. Esta integral, para o semi-plano superior, por ser singular em $k_z = iu$ e $k_z = -iu$, será resolvida segundo o método do resíduo (Butkov, 1968), lema de Jordan. Assim,

$$\tilde{G}(k_x,k_y,z) = i\lim_{k_z\to iu}\frac{(k_z-iu)}{(k_z+iu)(k_z-iu)}e^{ik_z z} \tag{1.8}$$

ou

$$\tilde{G}(k_x,k_y,z) = \frac{e^{-uz}}{2u}. \tag{1.9}$$

Prosseguindo com a transformada inversa sobre (1.9) em duas dimensões, G cartesiano é dado por

$$G(x,y,z) = \frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-uz}}{u}e^{i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y. \tag{1.10}$$

A integral em (1.10) pode ser calculada e o valor de G explicitamente determinado.

Para os planos (x,y) e (k_x,k_y), ou seja, $x = \rho\cos\varphi'$, $y = \rho\sin\varphi'$, $k_x = k\cos\varphi$ e $k_y = k\sin\varphi$ o termo $k_x x + k_y y = k\rho\cos(\varphi-\varphi')$, sendo φ' o argumento polar e φ o ângulo entre o eixo k_x. A expressão (1.10) reescreve-se como

$$G(\rho,z) = \frac{1}{8\pi^2}\int_0^{\infty}\frac{e^{-uz}}{u}\left[\int_0^{2\pi}e^{ik\rho\cos(\varphi-\varphi')}d\varphi\right]kdk. \tag{1.11}$$

A integral em φ não depende de φ' e é tabelada (Erdélyi, 1954), de forma que

$$G(\rho,z) = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\infty}\frac{e^{-uz}}{u}J_0(k\rho)kdk \tag{1.12}$$

onde, J_0 é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero. Recorrendo a tabela das transformadas de Hankel (Erdélyi, 1954) a identidade

$$\int_0^{\infty}(\zeta^2+\eta^2)^{-\frac{1}{2}}e^{[-\xi(\zeta^2+\eta^2)^{\frac{1}{2}}]}J_0(\zeta\gamma)\zeta d\zeta = (\gamma^2+\xi^2)^{-\frac{1}{2}}e^{[-\eta(\gamma^2+\xi^2)^{\frac{1}{2}}]} \tag{1.13}$$

com, $\Re\{\xi\} > 0$ e $\Re\{\eta\} > 0$ pode ser usada. Substituindo, na mesma, as condições, $\zeta = k$, $\gamma = \rho$, $\xi = z$, $\eta^2 = -\chi^2$, encontrou-se a solução para (1.12), ou seja, a função de Green que satisfaz todo o espaço e é dada por

$$G(r) = \frac{e^{-i\chi r}}{4\pi r}. \tag{1.14}$$

1.2 Potencial vetor

A equação não homogênea de Helmholtz é satisfeita por um determinado potencial vetor $\boldsymbol{A}$, cujo ambiente de aplicação é uma região homogênea, ilimitada em todas as direções de suas métricas geométricas, é representada por

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} + \chi^2 \boldsymbol{A} = -\boldsymbol{J} \tag{1.15}$$

em que $\boldsymbol{J}$ é o vetor densidade de corrente elétrica. Aplicada a transformada de Fourier, essa equação fica escrita na forma

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \tilde{G}\tilde{\boldsymbol{J}} \tag{1.16}$$

em que $\tilde{G} = \dfrac{1}{k^2 - \chi^2}$. Esta equação é um produto no domínio de Fourier e equivale a uma convolução no domínio do espaço dada por

$$\boldsymbol{A}(r) = \int_V G(r, r')\boldsymbol{J}(r')dr'. \tag{1.17}$$

onde $G(r, r')$ é a função de Green em todo o espaço e $\boldsymbol{J}(r')$ é a distribuição de corrente.

Considerando que a fonte é um dipolo elétrico de comprimento ds, cujo vetor densidade de corrente esteja orientado segundo o eixo x, definido como o produto $\boldsymbol{J}(r) = \boldsymbol{i}Ids\delta(x)\delta(y)\delta(z)$ (Ward e Hohmann, 1987), o potencial $\boldsymbol{A}$ é dado por

$$\boldsymbol{A}(r) = \frac{Ids}{4\pi r}e^{-i\chi r}\boldsymbol{i}. \tag{1.18}$$

CAPÍTULO 2

Fonte retangular de corrente

O objetivo do capítulo é fornecer uma descrição analítica do problema do campo magnético devido a uma bobina retangular disposta na superfície de um semi-espaço formado por camadas horizontais. O cálculo será feito dividindo-se cada lado da bobina em pequenos segmentos. Cada segmento será considerado um dipolo elétrico horizontal disposto sobre este semi-espaço estratificado.

2.1 Potenciais devido a um dipolo elétrico horizontal

Um elemento de corrente, dipolo elétrico horizontal, de comprimento ds, sobre a direção $\boldsymbol{i}$ tem potencial no modo TE (Ward e Hohmann, 1987) dado por,

$$F(x,y,z) = -\frac{Ids\hat{z}_0}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ik_y}{\lambda^3}e^{-\lambda h}(e^{-\lambda z} + r_{TE}e^{\lambda z})e^{i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y \tag{2.1}$$

em que, $\hat{z}_0 = i\omega\mu_0$, r_{TE} é o coeficiente de reflexão do modo TE e $\lambda = (k_x^2 + k_y^2)^{\frac{1}{2}}$.

Em muitas aplicações de interesse geofísico o coeficiente r_{TE}, a baixa frequência, é definido como,

$$r_{TE} = \frac{\lambda - u_n}{\lambda + u_n} \tag{2.2}$$

em que,

$$u_n = (k^2 - \chi_n^2)^{\frac{1}{2}} \tag{2.3}$$

onde,

$$\chi_n = (\omega^2\mu_n\varepsilon_n - i\omega\mu_n\sigma_n)^{\frac{1}{2}} \tag{2.4}$$

aqui, n representa o índice da camada no modelo de semi-espaço formado por camadas horizontais e tem seus valores entre 0 e N, este que é o número total de camadas.

A quantidade, intrínseca da camada, apresentada em (2.3), é dependente da frequência, sendo o multiplicador da razão recorrente e função do mesmo, u_n, cujo resultado define o parâmetro referente às medidas no topo da camada n (Ward e Hohmann, 1987), dado por,

$$\hat{u}_n = u_n\frac{\hat{u}_{n+1} + u_n\tan(u_n h_n)}{u_n + \hat{u}_{n+1}\tan(u_n h_n)} \tag{2.5}$$

ou, já que $\tanh(u_n h_n) = \dfrac{e^{u_n h_n} - e^{-u_n h_n}}{e^{u_n h_n} + e^{-u_n h_n}}$, a expressão (2.5) reescreve-se como

$$\hat{u}_n = u_n \frac{1 + U(\hat{u}_{n+1}, u_n)e^{-2u_n h_n}}{1 - U(\hat{u}_{n+1}, u_n)e^{-2u_n h_n}} \tag{2.6}$$

com $U(\hat{u}_{n+1}, u_n) = \dfrac{\hat{u}_{n+1} - u_n}{\hat{u}_{n+1} + u_n}$. Quando n, o índice inteiro da expressão acima e demais já aludidas , for igual ao enésimo N, tem-se que, $\hat{u}_N = u_N$.

2.2 Componente z magnético - Elemento de uma linha de corrente

A expressão para o cálculo do componente vertical magnético (Ward e Hohmann, 1987) é dada por:

$$H_z = \frac{1}{\hat{z}_0} \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}. \tag{2.7}$$

Assim, substituindo na mesma a expressão 2.1, feito $h = 0$ m e após algumas manipulações algébricas, encontra-se

$$H_z = -\frac{Ids}{8\pi^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + r_{TE})}{\lambda} e^{-\lambda z + i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \right], \tag{2.8}$$

que é a solução do componente magnético vertical, em um ponto sobre a superfície, devido à excitação de um dipolo elétrico horizontal.

Utilizando a transformada de Hankel foi possível escrever,

$$H_z = -\frac{Ids}{4\pi} \frac{y}{\rho} \left[\int_0^{\infty} (1 + r_{TE}) \lambda e^{-\lambda z} J_1(\lambda \rho) d\lambda \right] \tag{2.9}$$

em que, $\rho = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ e J_1 é a função de Bessel de primeira espécie e ordem um.

2.3 Bobina retangular

As expressões dos elementos que formam a bobina retangular, que são linhas limitadas, formadas, individualmente, por um conjunto de dipolos elétricos horizontais alinhados, cuja solução para cada contribuição do componente vertical magnético e dada pela expressão (2.9), sobre o plano que separa a terra do espaço livre ou acima dele, de uma altura muito pequena, paralelo aos eixos x e y, conforme o arranjo do modelo, somadas, são mostradas a seguir.

Para se encontrar a resposta do componente vertical magnético, (H_z), do modelo, ver figura 2.1, somou-se as contribuições magnéticas de um conjunto de quatro linhas, que são, duas horizontais- sendo uma paralela ao eixo x e deslocada de $-b$ da origem, braço à esquerda (H_z^{-b}), e a outra paralela a este mesmo eixo e deslocada de b do referencial, braço à direita (H_z^{b})- e duas ortogonais deslocadas respectivamente de $-a$ e a da origem do plano ordenado, braços abaixo (H_z^{-a}) e a cima (H_z^{a}) do eixo y, completando assim, o conjunto capaz de representar o modelo de uma bobina retangular de comprimento $2b$ e espessura $2a$, resultando em uma excitação de corrente sobre uma terra ideal, analiticamente e numericamente concebível nos limites do problema, e uma resposta dada por,

$$H_z = H_z^{-b} + H_z^{-a} + H_z^{b} + H_z^{a} \tag{2.10}$$

onde,

$$H_z^{-b} = -\frac{I(b-y)}{4\pi} \int_{-a}^{a} \left[\int_0^{\infty} Q(\lambda\rho) J_1(\lambda\rho) d\lambda \right] dx' \tag{2.11}$$

em que $\rho = [(x'-x)^2 + (b-y)^2]^{\frac{1}{2}}$,

$$H_z^{-a} = -\frac{I(a-x)}{4\pi} \int_{-b}^{b} \left[\int_0^{\infty} Q(\lambda\rho) J_1(\lambda\rho) d\lambda \right] dy' \tag{2.12}$$

em que $\rho = [(a-x)^2 + (y'-y)^2]^{\frac{1}{2}}$,

$$H_z^{b} = -\frac{I(b+y)}{4\pi} \int_{-a}^{a} \left[\int_0^{\infty} Q(\lambda\rho) J_1(\lambda\rho) d\lambda \right] dx' \tag{2.13}$$

em que $\rho = [(x'-x)^2 + (b+y)^2]^{\frac{1}{2}}$ e

$$H_z^{a} = -\frac{I}{4\pi} \int_{-b}^{b} \left[\int_0^{\infty} Q(\lambda\rho) J_1(\lambda\rho) d\lambda \right] dy' \tag{2.14}$$

em que $\rho = [(a+x)^2 + (y'-y)^2]^{\frac{1}{2}}$. Nestas expressões, $Q(\lambda\rho) = \dfrac{(1+r_{TE})}{\rho}\lambda e^{-\lambda z}$.

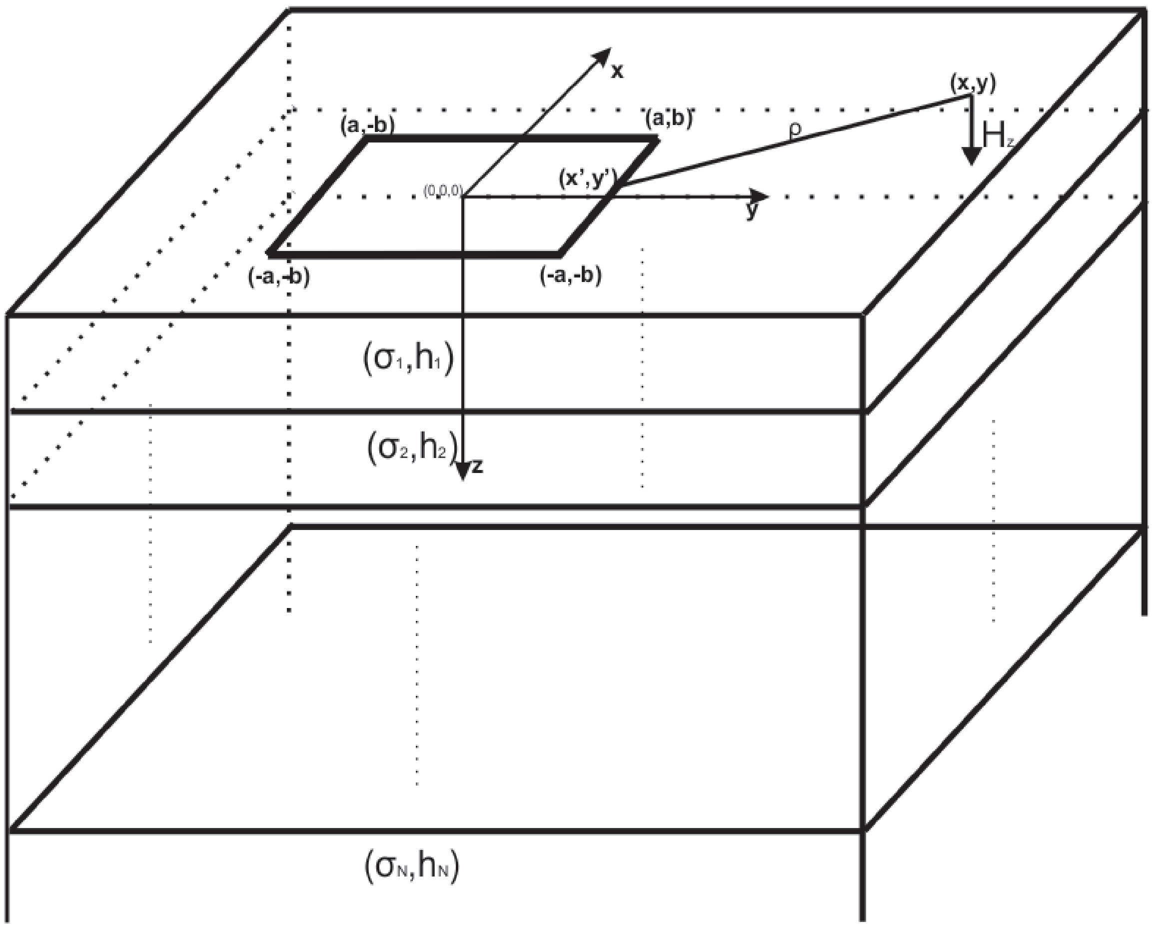


Figura 2.1: Bobina retangular sobre uma terra estratificada.

CAPÍTULO 3

Resultados e discussões

Os resultados obtidos a partir da avaliação numérica, toda ela construída em linguagem de programação FORTRAN, são apresentados e discutidos neste capítulo. Para esta análise, na resolução das integrais impróprias presentes nas equações de (2.10) se fez uso de um filtro digital complexo (Anderson, 1975) e no cálculo das integrais definidas, nos limites de cada braço da bobina, utilizou-se o método numérico integral de Newton (Watson, Philipson e Oates, 1983).

Os parâmetros de saída do modelo, amplitude do componente vertical magnético e fase do campo são apresentados parametrizados em função da frequência e da distância que separa o centro da bobina do ponto de observação, colocado sobre o eixo y.

A amplitude é apresentada normalizada pelo valor do campo vertical magnético no espaço livre (Poddar, 1982) dada pela equação (3.1), o qual depende apenas dos parâmetros geométricos dos elementos do modelo sobre a superfície, ou em decibel, que é vinte vezes o resultado da operação logarítmica sobre este valor normalizado de amplitude. Então,

$$H_z^0 = \frac{I}{4\pi}(A_0 + B_0 + C_0 + D_0), \tag{3.1}$$

em que

$$A_0 = -\frac{1}{(b-y)}\left\{\frac{(a-x)}{[(a-x)^2+(b-y)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{(a+x)}{[(a+x)^2+(b-y)^2]^{\frac{1}{2}}}\right\}, \tag{3.2}$$

$$B_0 = -\frac{1}{(a-x)}\left\{\frac{(b+y)}{[(b+y)^2+(a-x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{(b-y)}{[(b-y)^2+(a-x)^2]^{\frac{1}{2}}}\right\}, \tag{3.3}$$

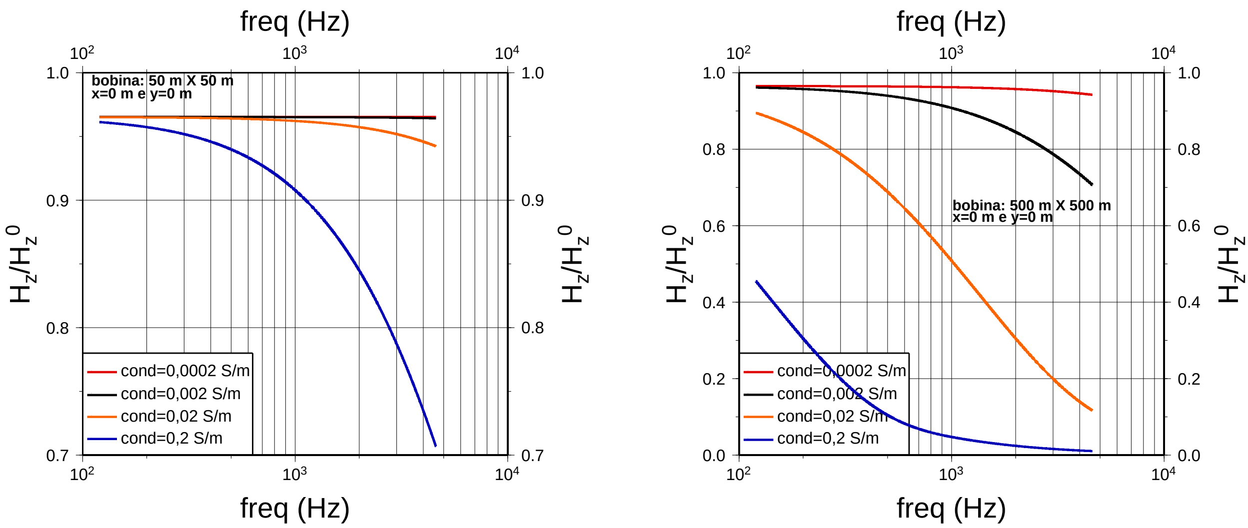
$$C_0 = -\frac{1}{(b+y)}\left\{\frac{(a+x)}{[(a+x)^2+(b+x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{(a-x)}{[(a-x)^2+(b+y)^2]^{\frac{1}{2}}}\right\}, \tag{3.4}$$

$$D_0 = -\frac{1}{(a+x)}\left\{\frac{(b-y)}{[(b-y)^2+(a+x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{(b+y)}{[(b+y)^2+(a+x)^2]^{\frac{1}{2}}}\right\}. \tag{3.5}$$

3.1 Modelo de uma camada

O estudo do efeito sobre a resposta do componente vertical magnético, quando a condutividade do modelo de terra homogênea e isotrópica, o comprimento do lado da bobina e a distância que separa esta fonte da superfície plana têm diferentes valores, é apresentado nesta seção.

Utilizando o arranjo de indução central (ponto de observação no centro da bobina) e os valores 0,0002 S/m, 0,002 S/m, 0,02 S/m e 0,2 S/m para a condutividade da camada, 50 m e 500 m para o comprimento do lado da bobina quadrada, pode-se verificar que, quando a camada tem um caráter resistivo, o valor de amplitude tende a ser constante nas proximidades de uma unidade, em praticamente todo o intervalo de frequência utilizado na avaliação. E em contrapartida, este valor tende assintoticamente a zero se a terra possui uma camada condutiva. Este último efeito pode ser melhor observado, a menores frequências do intervalo 120 Hz e 4600 Hz, quando a fonte tem lado com maior comprimento, ver figura 3.1.



(a) (b)

Figura 3.1: Avaliação de condutividade com o arranjo de indução central

Avaliando para diferentes alturas da bobina transmissora, os resultados não mostraram mudanças significativas na resposta do componente magnético para valores menores que uma unidade do metro como mostra a figura 3.2, em que o comportamento de sua amplitude é avaliado variando a posição do ponto de observação, disposto sobre o eixo y, quando a fonte, de dimensões 600 m $\times$ 800 m e com frequência de 2180 Hz, está sobre uma terra com uma única camada de condutividade 0,2 S/m. Verifica-se, também, que, quando o ponto de observação se afasta da fonte, a resposta sobre um meio condutivo, passa a ter valores bem menores que o campo no espaço livre.

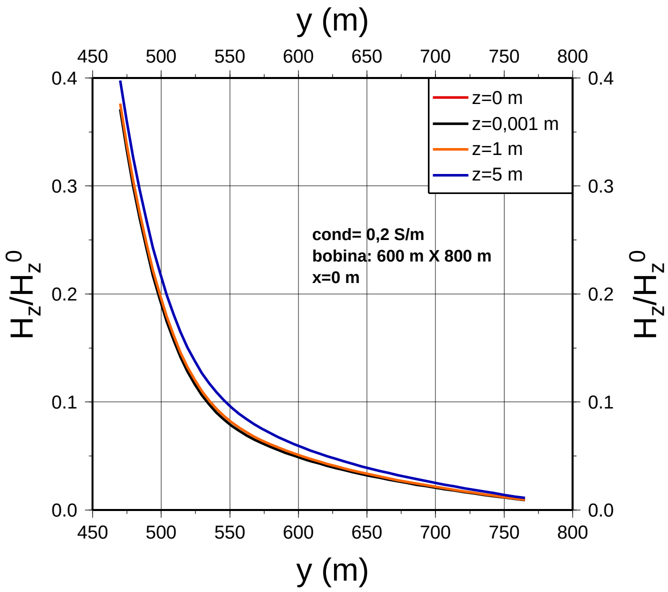


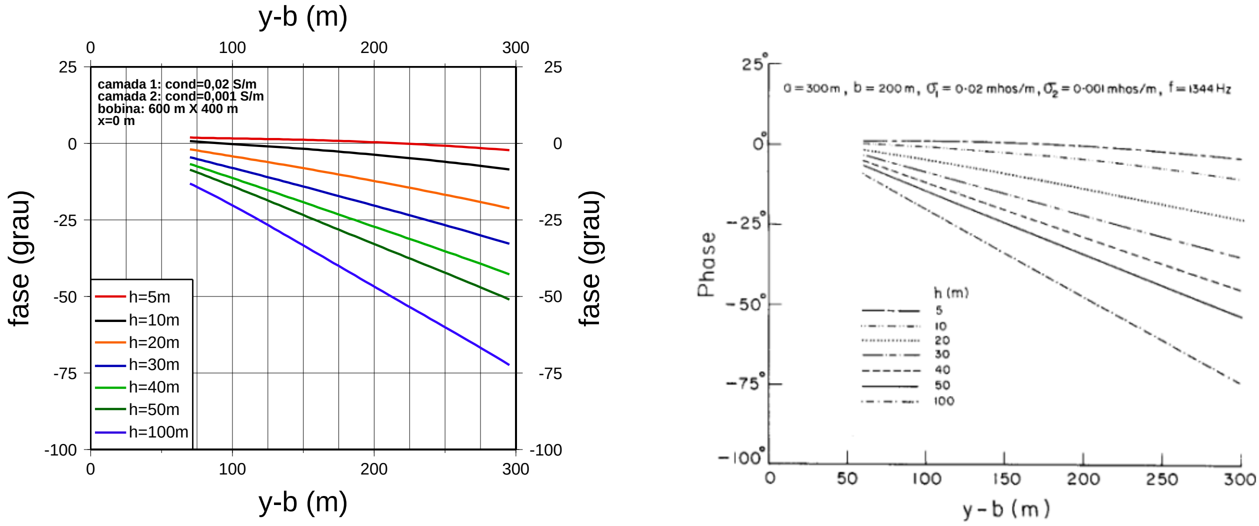
Figura 3.2: Amplitude relativa do componente vertical magnético para diferentes alturas da bobina transmissora

3.2 Modelo de duas camadas

O modelo de duas camadas é utilizado para certificar a precisão do programa de computador desenvolvido para a avaliação numérica do campo magnético. Além disso, permite verificar sobre qual parâmetro de saída, se faz mais evidente, o efeito sobre a resposta do componente vertical magnético devido a existência de um contraste de densidade subsuperfície a diferentes profundidades. Desta forma, de início, fez-se uma comparação entre os resultados obtidos com valores dos parâmetros de entrada semelhantes ao trabalho de Poddar (1982), permitindo a avaliação da influência no componente magnético vertical, quando se faz variar o comprimento dos dipolos, elementos dos lados da bobina. Em seguída, foi feito um estudo sobre os prováveis efeitos na resposta quando a condutividade cresce entre as camadas.

3.2.1 Avaliação comparativa

O resultado de um modelo de terra com duas camadas cujas condutividades, da primeira e segunda camada, sendo respectivamente, σ_1=0,02 S/m e σ_2=0,001 S/m com uma fonte retangular de corrente, de dimensões 600 m $\times$ 400 m, e o ponto de observação variando segundo $(y - b)$, distância que separa o ponto de observação do lado direito da bobina transmissora, é mostrado na figura 3.3(a). É possível observar perfis, fase em função da distância que separa o ponto de observação do braço direito da bobina com frequência de 1344 Hz, para diferentes valores de profundidade que separa os dois meios. Este ensaio foi realizado com o propósito de testar o programa de computador com o estudo de igual modelo de Poddar (1982), ver figura 3.3(b). Este ensaio foi o principal elemento utilizado na validação da precisão do programa numérico desenvolvido para o presente trabalho por apresentar maior resolução que os perfis de amplitude para o caso em que ocorre decréscimo de condutividade com a profundidade.



(a) (b)

Figura 3.3: Perfis de fase utilizados na validação da precisão do programa desenvolvido para a análise numérica através da comparação com o trabalho de Poddar (1982)

A figura 3.4 mostra perfis de fase do campo magnético vertical para a profundidade da discordância de condutividade igual a 40 m quando os lados da bobina são divididos em cinco ou dez vezes o comprimento do dipolo, no momento da integração numérica. Visivelmente a figura apresenta curvas superpostas, mostrando que a variação no comprimento do dipolo acarreta, apenas, uma maior precisão da integração, não proporcionando significativas variações no resultado numérico.

3.2.2 Bobina quadrada, modelo de duas camadas

O modelo de duas camadas com condutividade da primeira camada 0,0002 S/m e da segunda 0,2 S/m é mostrado nesta subseção. Foi construído com o objetivo de se avaliar a influência da variação da espessura da camada resistiva na resposta do componente vertical magnético, quando a bobina é um quadrado de lado 800 m, no intervalo de frequência entre 120 Hz a 4600 Hz. Neste intervalo, é possível observar o comportamento do valor absoluto do componente vertical magnético, assim como da sua fase, no centro e a 100 m do braço direito da bobina quadrada.

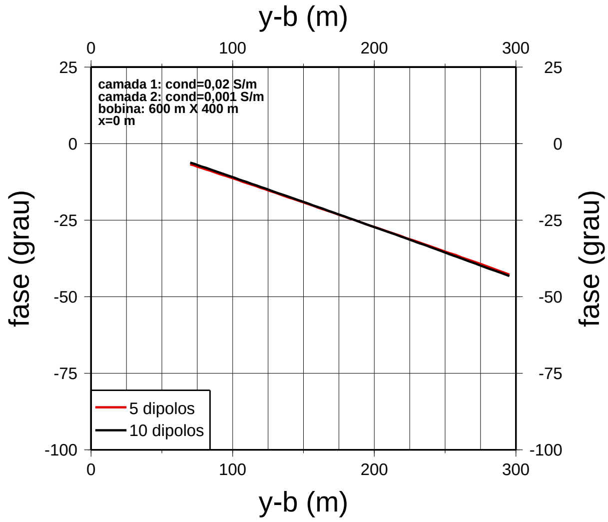
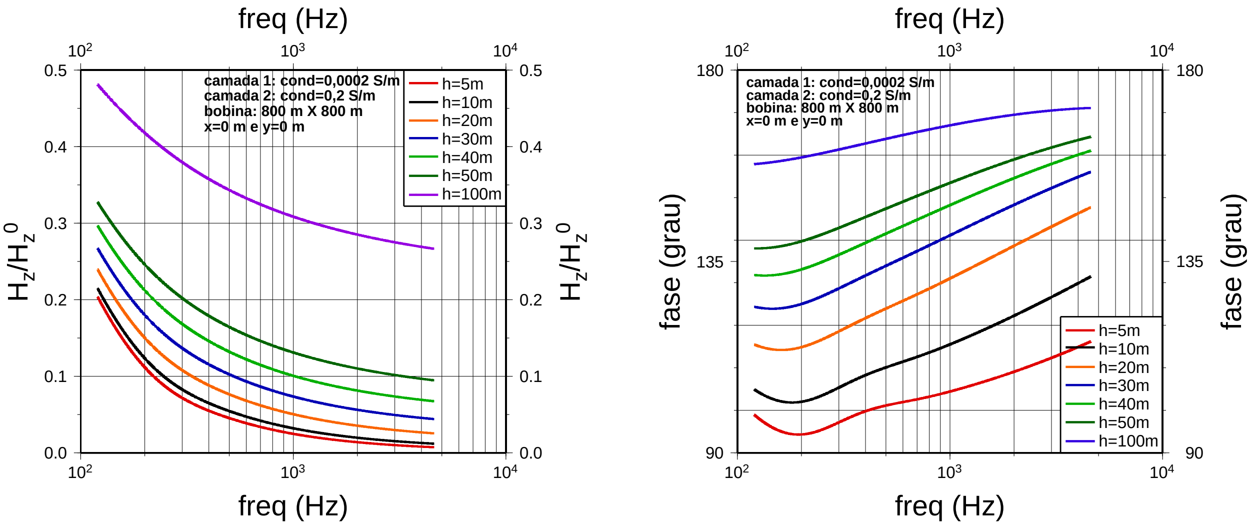


Figura 3.4: Variação do comprimento dos dipolos

A figura 3.5(a) mostra a amplitude variando com a frequência quando o ponto de observação do componente vertical está no centro da fonte, indução central. Pode-se observar que o efeito sobre a amplitude devido a existência da segunda camada condutiva é tão menor quanto maior for a espessura h da primeira camada resistiva, que faz os valores de amplitude serem muito superiores a zero para frequências acima de 10^3 Hz em contraste com o que foi observado na seção 3.1 para o modelo de uma camada. Já a figura 3.5(b) apresenta a variação da fase do campo no intervalo entre 90 e 180 graus, um maior espaçamento entre as curvas que representam a variação da espessura, assim como se pode melhor observar o efeito da camada condutiva sobre a resposta para espessuras inferiores a 20 m.

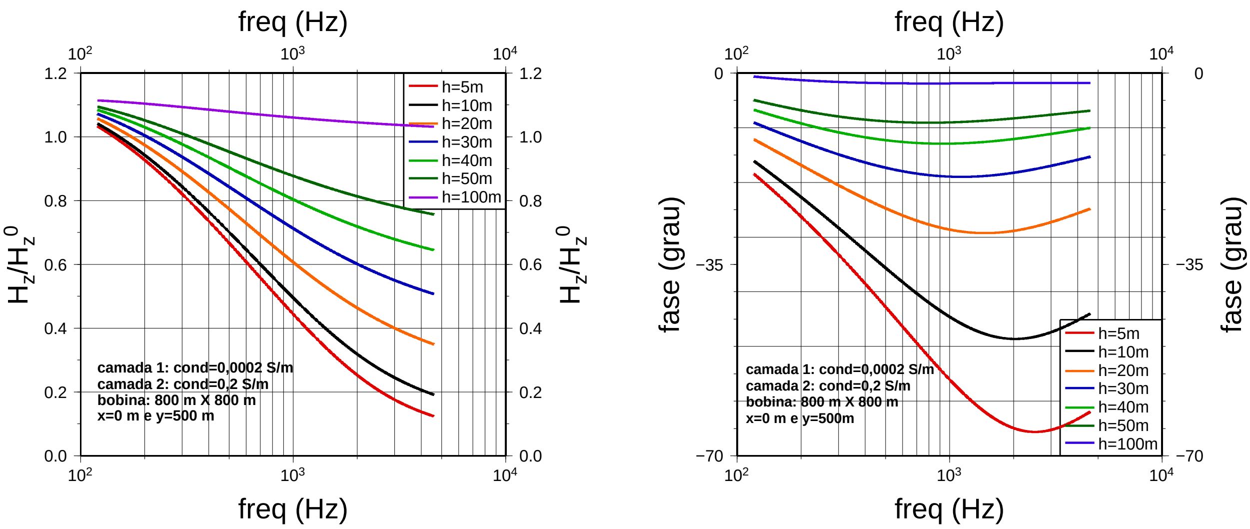
As figuras 3.6(a) e 3.6(b) mostram respectivamente o comportamento da amplitude e da fase do componente vertical magnético quando o ponto de observação está a 500 m da origem, sobre o eixo y do plano da bobina. Nota-se, claramente, uma mudança no aspecto das curvas quando comparado com a resposta no centro da fonte, assim como um acréscimo nos valores da amplitude e redução nos valores da fase. É possível ressaltar que, quando a observação é feita no centro da bobina, as curvas de amplitude apresentam uma melhor resolução para a interpretação da existência de um bloco condutivo sobre outro resistivo pouco espesso, comparado com a resposta quando o ponto de observação é exterior. Por sua vez, as curvas de fase, para o ponto de observação exterior a fonte, são mais representativas se utilizadas para a identificação do contraste de condutividade existente entre as camadas do modelo, que as para o ponto de observação no centro da bobina.

Foi escolhida a frequência 2520 Hz no estudo da variação da resposta do componente vertical magnético quando o mesmo é função da posição y, que tem seus valores no intervalo entre 470 m e 820 m de distância do centro da bobina, mantida a coordenada x igual



(a) (b)

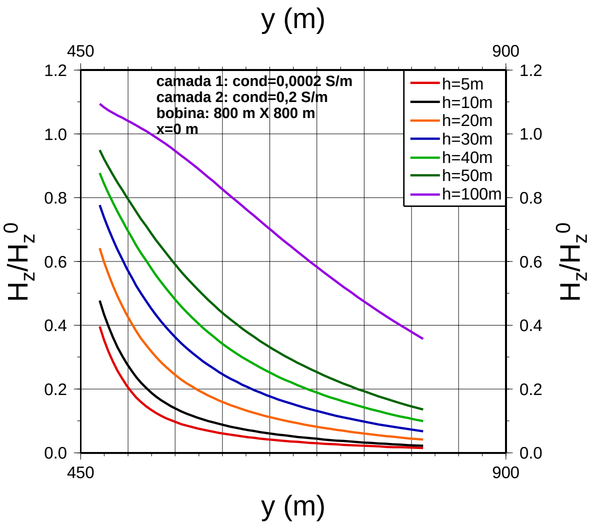
Figura 3.5: Amplitude e fase do componente vertical magnético, indução central, modelo de duas camadas



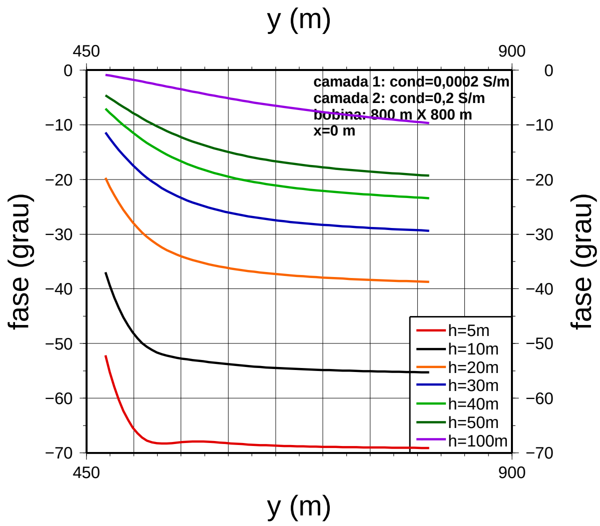
(a) (b)

Figura 3.6: Amplitude e fase do componente vertical magnético quando o ponto de observação é exterior à fonte, modelo de duas camadas

a zero. A partir da observação do comportamento da amplitude, figura 3.7(a), e fase, figura 3.7(b), do componente vertical, fica clara a influência da camada condutiva sobre a camada resistiva quando a mesma tem espessuras inferiores 20 m. Para estes valores, as curvas de amplitude tendem assintoticamente a zero para grandes distâncias devido a presença da camada condutiva, como pode ser verificado na análise da variação do parâmetro z, figura 3.2, quando a terra tem uma única camada condutiva e o ponto de observação se afasta muito da fonte, momento em que a resposta do componente vertical magnético passa a ter amplitudes muito menores que os valores deste componente quando em um ambiente de condutividade nula. Esse resultado é possível de ser observado em todo o plano de superfície a exceção de quando o ponto de observação está nas vizinhanças de um dos braços da bobina, onde a razão desses parâmetros é superior a uma unidade e a fase da resposta do componente vertical tende a zero. Esse efeito é mais evidente quanto maior for a espessura da camada resistiva.



(a)



(b)

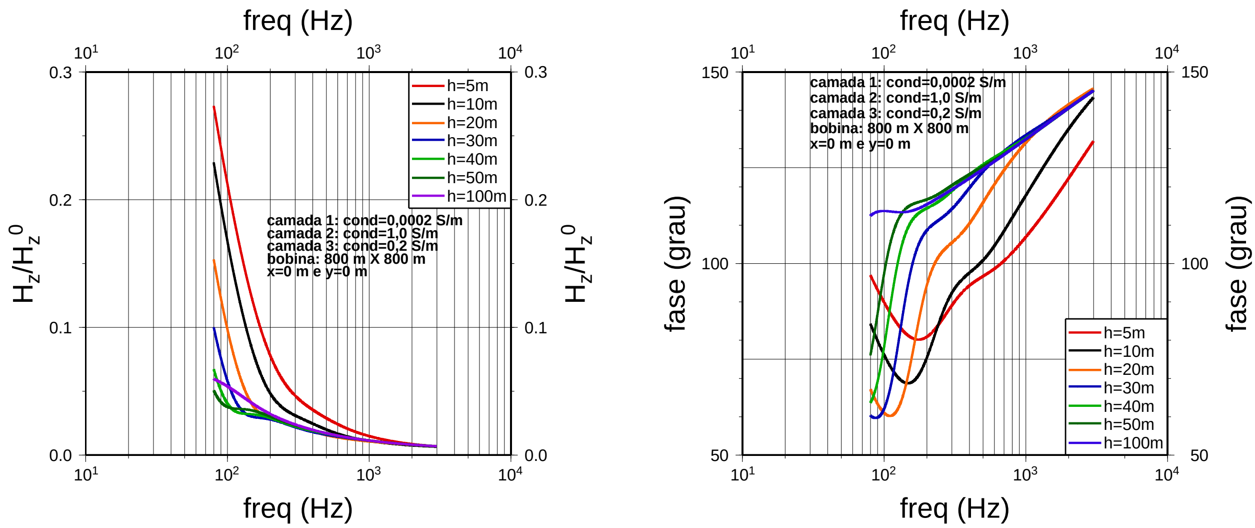
Figura 3.7: Perfis de amplitude e fase, modelo de duas camadas

3.3 Modelo de três camadas

É utilizado um modelo de terra estratificada com três camadas na avaliação do efeito sobre o componente vertical magnético, quando a espessura da camada intermediária, muitas vezes mais condutiva que as demais camadas, tem seu valor variando de 5 m, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m e 100 m. Usou-se uma fonte quadrada de lado 800 m, condutividades da primeira a terceira camada iguais a 0,0002 S/m, 1 S/m e 0,2 S/m, espessura da primeira camada mantida fixa em 10 m e o intervalo de frequência entre 80 Hz e 3000 Hz.

Fixo o ponto de observação no centro da bobina, é possível verificar, para espessuras da camada resistiva inferiores a 30 m, uma queda abrupta nos valores de amplitude do componente vertical magnético, figura 3.8(a), devido a existência das demais camadas muitas vezes mais condutivas, que tendem a levar estes valores às proximidades de zero com o acréscimo da frequência, assim como, acima de 40 m, é predominante a ação das camadas resistivas sobre a amplitude e a indiferenciação das curvas que se sobrepõem a partir de 200 Hz.

É mais evidente o contraste de condutividade existente entre as camadas que compõem o modelo nas curvas de fase do campo, 3.8(b), em que se observa picos de mínimos ocasionados devido a passagem de um ambiente resistivo, camada do topo, para um ambiente condutivo, segunda camada. O acréscimo da espessura desta camada acarreta a perda da informação da existência da camada resistiva no intervalo de frequência escolhido para o estudo, porém continua expressivo o contraste existente entre a mesma e a camada da base do modelo, que tendem a levar os valores da fase para quantidades acima de 90°, como pode ser observado para o modelo de duas camadas com um contraste entre uma camada resistiva e outra condutiva. Acima de 200 Hz para espessuras superiores 50 m as curvas tendem a superposição e uma feição linear.



(a) (b)

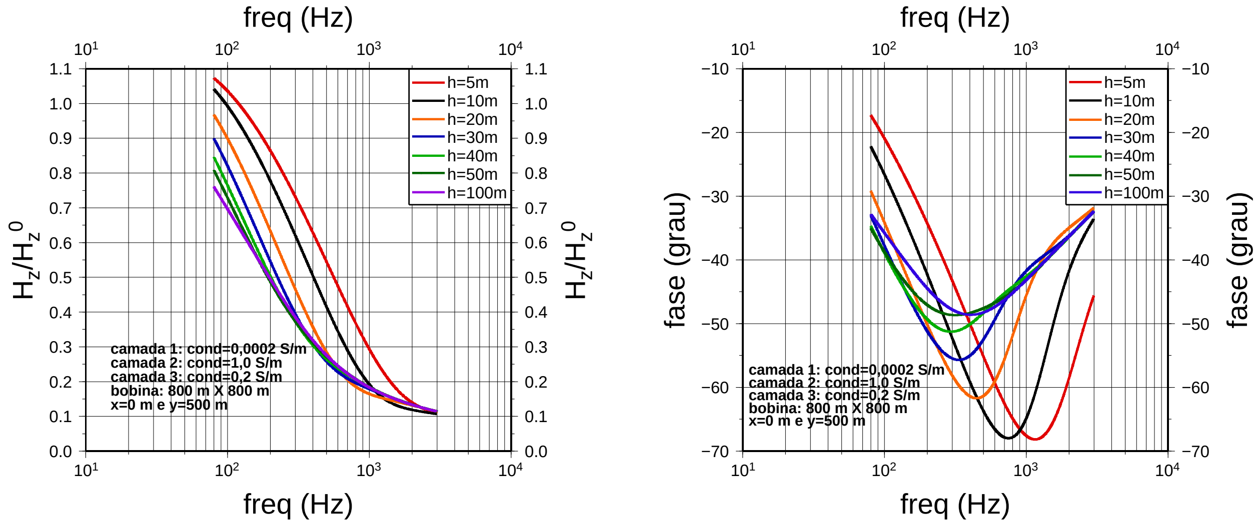
Figura 3.8: Amplitude e fase do componente vertical magnético, indução central, modelo de três camadas

A queda acentuada nos valores de amplitude do componente vertical magnético, devido ao contraste de condutividade existente entre os meios em estudo e o efeito das camadas condutivas abaixo da camada resistiva, é mais expressiva para o conjunto de valores de espessura da camada intermediária, condutiva, do modelo quando o ponto de observação é exterior a bobina, como mostra a figura 3.9(a), onde o observação é feita a 500 m do centro do plano de referência xy.

Pode-se observar, para frequências inferiores a 100 Hz e espessuras menores que 10 m, que o componente vertical magnético tem valores superiores a este mesmo campo quando no espaço livre, como também foi verificado no modelo de duas camadas.

Para espessuras superiores a 50 m, as curvas se sobrepõem em todo o intervalo de frequência utilizado, sendo impossível diferenciá-las devido as grandes profundidades exploradas e a tendência do campo de não mais responder à influência da variação da camada condutiva.

É mais expressiva a influência das diferentes camadas sobre a fase do campo, como mostra a figura 3.9(b), em comparação com as curvas de amplitude para quando o ponto de observação é exterior a fonte. Nela é possível observar com maior distinção as curvas que representam as espessuras da camada condutiva, assim como o efeito sobre o componente vertical magnético devido aos contrastes de condutividade do modelo em subsuperfície.



(a) (b)

Figura 3.9: Amplitude e fase do componente vertical magnético, ponto de observação exterior, modelo de três camadas

Em oposição aos perfis de amplitude mostrados para o modelo de duas camadas, em que o efeito da camada resistiva sobre o componente do campo magnético em estudo é mais representativo que o da camada condutiva devido ao aumento de espessura da mesma, os perfis de amplitude, a frequência de 1580 Hz, do modelo de três camadas, figura 3.10(a), em que se faz acréscimos na espessura da camada condutiva, mostram que as curvas tendem a se sobrepor umas às outras, independente do valor de espessura utilizado, característica esta observada no modelo com uma única camada condutiva, ver figura 3.2. Assim, quando em subsuperfície predomina as características condutivas, as curvas dos perfis de amplitude do campo apresentam pouca variação quando comparadas para diferentes espessuras. O mesmo pode ser observado nos perfis de fase do campo, 3.10(b), para espessuras da camada condutiva superiores a 20 m.

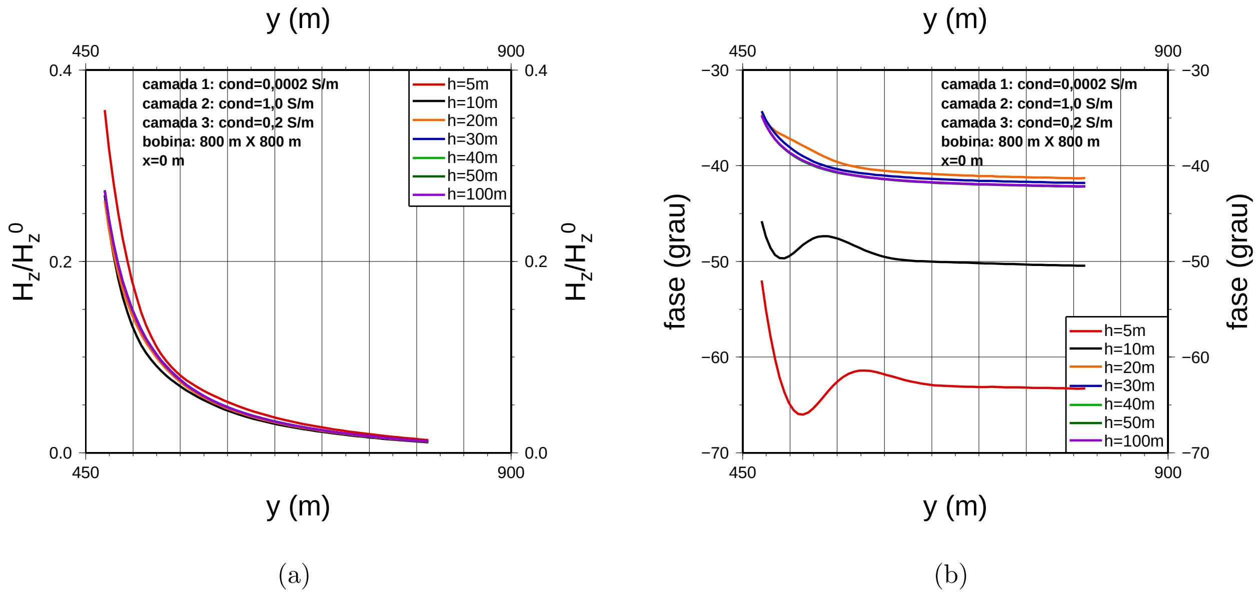


Figura 3.10: Perfis de amplitude e fase, modelo de três camadas

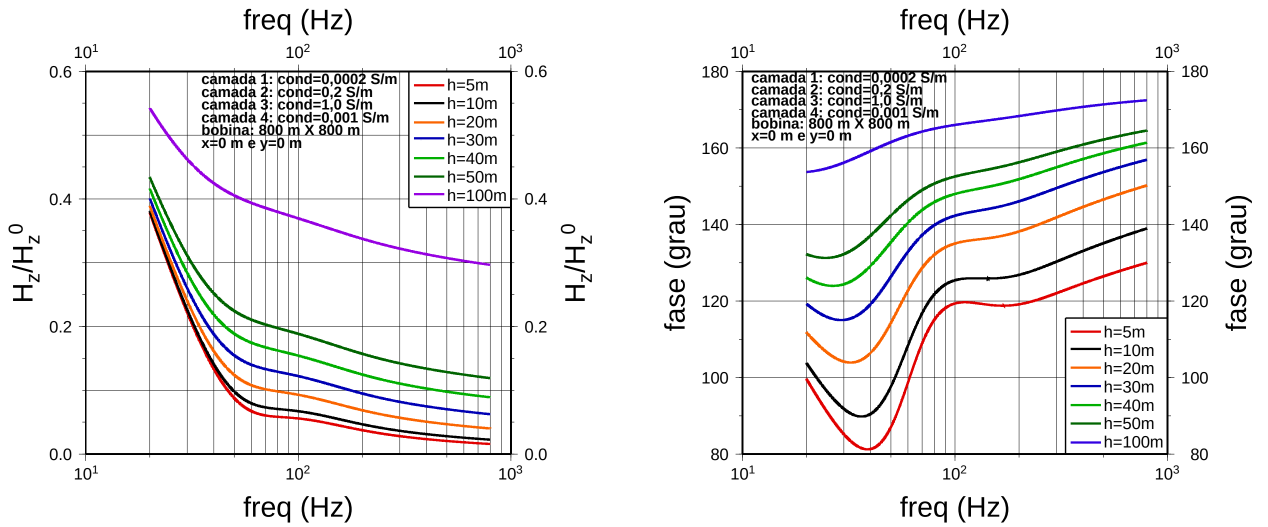
3.4 Modelo de quatro camadas

Para a análise da influência sobre a resposta do componente magnético, no centro, em um ponto exterior, x=0 m e y=800 m, e muito afastado da bobina quadrada de corrente com lado 800 m, acima de uma terra estratificada com quatro camadas, fez-se, na modelagem, variar a espessura da primeira camada pouco condutiva, 0,0002 S/m, entre um intervalo de 5 m a 100 m, mantida a espessura da segunda camada, condutividade igual a 0,2 S/m, em 10 m, da terceira camada, muitas vezes mais condutiva que as demais, 1 S/m,em 100 m. Para a quarta camada resistiva, fixou-se uma condutividade igual a 0,001 S/m.

O intervalo de frequência escolhido para a análise dos parâmetros de saída, amplitude e fase do campo, tem seus extremos em 20 Hz e 800 Hz, por ser nesta faixa que melhor se apresentam as diferenças existentes entre as curvas que representam as espessuras adotadas para a primeira camada.

É possível observar no centro da bobina uma suave queda dos valores de amplitude do componente vertical magnético quando para frequências acima de 80 Hz em função da presença da camada resistiva da base do modelo que tende a suavizar a influência das camadas intermediárias condutivas do modelo, ver figura 3.11(a). A existência da camada condutiva do topo e da base proporciona uma maior diferenciação das curvas que representam cada espessura da primeira camada em contraste com o modelo de três camadas, em que ocorre uma maior influência das regiões condutivas na resposta do campo vertical magnético e sobreposição das curvas.

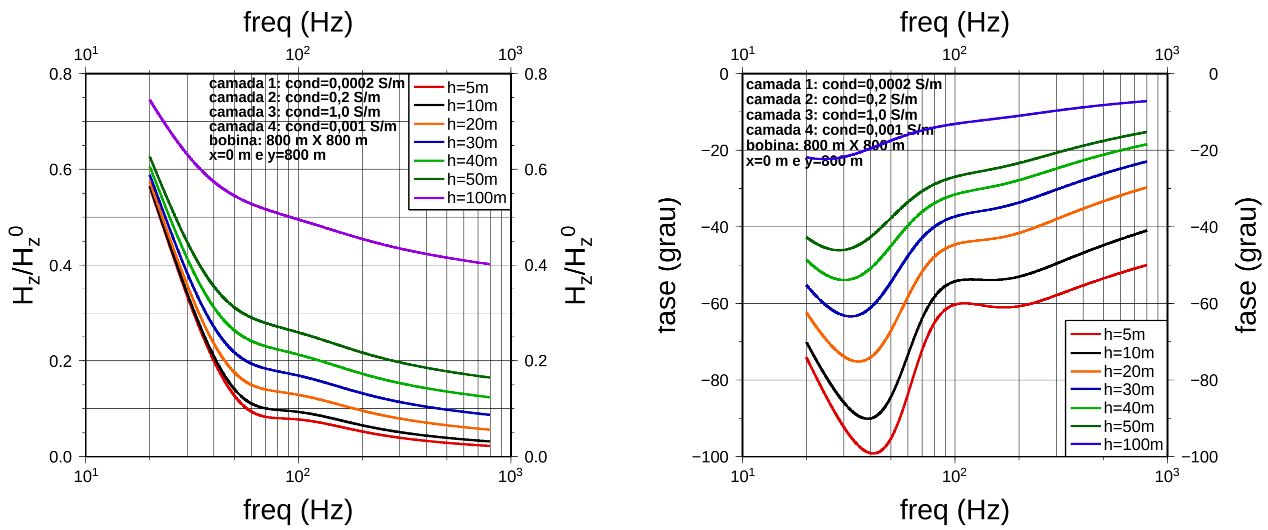
As curvas que representam a fase do campo, no arranjo de indução central, para cada espessura utilizada na primeira camada são as que melhor representam os contrastes de condutividade existentes entre as camadas como pode ser observado na figura 3.11(b).



(a) (b)

Figura 3.11: Amplitude e fase do componente vertical magnético, indução central, modelo de quatro camadas

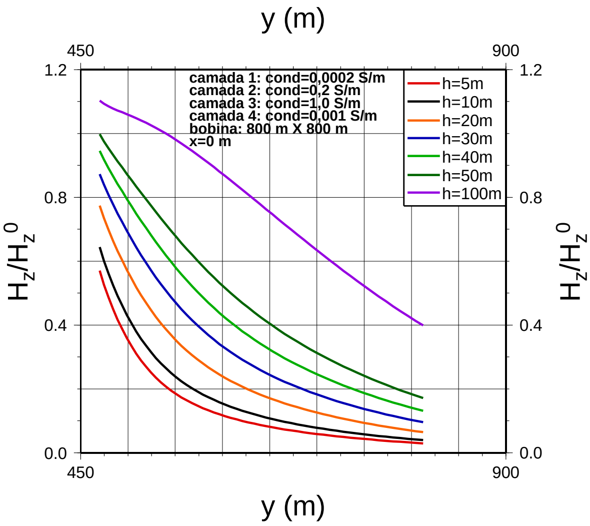
As figuras 3.12(a) e 3.12(b) são os resultados de amplitude e fase obtidos da avaliação quando o ponto de observação é exterior a fonte quadrada, a 800 m do centro da mesma, onde ocorre um aumento nos valores de amplitude e redução nos valores da fase do campo.



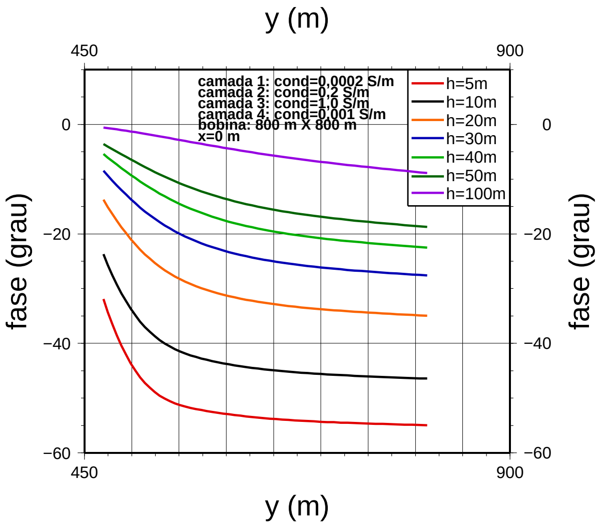
(a) (b)

Figura 3.12: Amplitude e fase do componente vertical magnético, ponto de observação exterior a fonte, modelo de quatro camadas

As figuras 3.13(a) e 3.13(b) mostram respectivamente os perfis de amplitude e fase feitos com frequência de 420 Hz.



(a)



(b)

Figura 3.13: Perfis de amplitude e fase, modelo de quatro camadas

A utilização do modelo de quatro camadas, em que se faz predominar o caráter resistivo da subsuperfície com o aumento da espessura da primeira camada, deixa evidente que a resposta do componente vertical magnético sofre grande influência dos meios resistivos espessos que tendem a apagar o efeito condutivo quando em grandes profundidades. Este fenômeno é muito mais evidente nos valores de amplitude, tomados em um ponto fixo interior ou exterior a fonte ou em perfil, que nos valores de fase do campo.

CAPÍTULO 4

Conclusões

As expressões analíticas numericamente avaliadas, com o auxílio do filtro de Anderson, mostraram estar de acordo com resultados já obtidos, além de ter sido demostrado um baixo custo computacional quando no desenvolvimento dos resultados sintéticos.

A análise da variação do comprimento do dipolo elétrico horizontal, utilizado como elemento formador dos braços da bobina fonte, não mostrou significativas mudanças na resposta do componente magnético vertical.

Os valores no intervalo de frequência escolhido que melhor abriga as diferenças existentes nas curvas que representam o conjunto de espessuras de cada modelo são tão menores quanto maior for o número de camadas.

A resposta do componente vertical magnético mostrou ter valores de amplitude inferiores a este mesmo componente quando em um ambiente de condutividade nula em todo o espaço de observação a exceção de quando o ponto de observação se encontra nas vizinhanças do braço da bobina, efeito que é melhor caracterizado em baixas frequências e quando ocorre predominância do efeito resistivo subsuperfície.

Foi observado que a fase do campo tem valores positivos no interior da fonte e valores negativos em todo o espaço exterior a mesma, o que caracteriza uma inversão de polaridade.

A melhor resolução dos contrastes de condutividade nos modelos foi observada, independente do número de camadas subsuperfície e quanto maior for o valor que se adote para as métricas da bobina transmissora, nas curvas de fase do campo magnético vertical.

É recomendado, para estudos futuros, a avaliação analítico-numérica dos componentes magnéticos paralelos à superfície, e das quantidades que os relacionam com o componente vertical magnético, parâmetros de polarização, de maneira a se obter uma maior clareza da resposta do campo magnético devido à presença de uma fonte retangular de corrente sobre o plano de superfície de uma terra ideal e estratificada.

Agradecimentos

Votos de gratidão para a minha família e para todos do Instituto de Geociências da UFBa em especial ao professor Hédison Kiuity Sato que me auxiliou no desenvolvimento deste trabalho.

Referências Bibliográficas

Anderson, W. L. (1975) Numerical integration of related hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, Geophysics, **44**:1287–1305.

Arfken, G. (1985) Mathematical methods for physicists, Academic Press, INC.

Butkov, E. (1968) Mathematical Physics, Addison-Wesley Publishing Company, INC.

Dey, A. e Ward, S. H. (1970) Inductive sounding of a layered earth with a horizontal magnetic dipolo, Geophysics, **35**:660–703.

Dias, C. A.; Lima, O. A. L.; Sato, H. K. e Moraes, J. A. C. (2007) Hydrocarbon detection and reservoir imaging during enhanced oil recovery using an inductive em multi-frequency method, In: *Resumo Expandido (CDROM), 10o. Congr. Intern. da SBGf, 19-23/nov, Rio de Janeiro*, SBGf.

Erdélyi, A. (1954) Tables of integral transforms, vol. II, McGraw-Hill, New York.

Machado, V. B.; Dias, C. A. e Sato, H. K. (2009) Desenvolvimentos no processamento de dados eletromagnéticos obtidos com o protótipo de um sistema indutivo a multi-frequência aplicado a campos de petróleo, In: *Resumo Expandido (CDROM), 11o. Congr. Intern. da SBGf, 24-28/ago, Salvador*, SBGf.

Poddar, M. (1982) A rectangular loop source of current on a two-layered earth, Geophysical Prospecting, **30**:101–114.

Ryu, J.; Morrison, H. F. e Ward, S. H. (1970) Electromagnetic fields about a loop source of current, Geophysical Prospecting, **35**:862–896.

Ward, S. H. e Hohmann, G. W. (1987) Electromagnetic methods in applied geophysics, SEG.

Watson, W. A.; Philipson, T. e Oates, P. J. (1983) Numerical Analysis, Edward Arnold (Publishers) Ltd.

ANEXO I

Programa principal

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
program main

        use operation_flef
        use operation_fD
        use operation_fR
        use operation_fU

        implicit none
        include 'ilan.inc'

! definicao das variaveis
        integer i
        real freq
        real f_min, f_max, f_rate
        real y,x,a,b,p_v,ph,comp_x,comp_y

real A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10
real D0,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,D10
real R0,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10
real U0,U1,U2,U3,U4,U5,U6,U7,U8,U9,U10

        real ni,rad,grau,dB
        real comp_one,comp_two
        complex H_z ,HA,HB,HC,HD  ,arg
        real Azone,Aztwo,Azero,Bzone,Bztwo,Bzero,Czone,Cztwo,Czero
        real Dzone,Dztwo,Dzero,Hzero_z
        real y_min,y_max,y_rate

        write(0,*) 'numero de camadas ?'
        read(5,*) nlayers

        do i=1,nlayers-1

        write(0,'(a,i3,a)') 'condutividade e espessura da camada',i,'?'
        read(5,*) sgma(i),h(i)
        mu_zero(i)=4*pi*1e-7
        enddo
        write(0,'(a,i3,a)') 'condutividade. da camada',nlayers,'?'
        read(5,*) sgma(nlayers)
        mu_zero(nlayers)=4*pi*1e-7


! frequencia

!       write(0,*) 'frequencia: inicial(Hz),final (Hz),e freq_rate. ?'
!       read(5,*) f_min,f_max,f_rate
```

```
        write(0,*) 'Escreva o valor da frequencia'
        read(5,*) freq

! geometria
        write(0,*) 'sobre os parametros: y_min,y_max,y_rate. ? '
        read(5,*) y_min,y_max,y_rate

        write(0,*) 'sobre o parametro geomÃ©trico: x'
        read(5,*) x
! comprimento da linha
        write(0,*) ' Escreva o valor do comprimento da linha vertical '
        read(5,*) comp_x
        write(0,*) ' Escreva o valor do comprimento da linha horizontal'
        read(5,*) comp_y


        z=1e-3


        a=comp_x/2
        b=comp_y/2
        comp_one=a
        comp_two=b
        p_v=(2*comp_one)/10
        ph=(2*comp_two)/10

        y=y_min
        do while (y.le.y_max)



A0=sqrt((comp_one-x)**2+(b-y)**2)
        A1=sqrt((comp_one-p_v-x)**2+(b-y)**2)
        A2=sqrt((comp_one-2*p_v-x)**2+(b-y)**2)
        A3=sqrt((comp_one-3*p_v-x)**2+(b-y)**2)
        A4=sqrt((comp_one-4*p_v-x)**2+(b-y)**2)
        A5=sqrt((comp_one-5*p_v-x)**2+(b-y)**2)
A6=sqrt((comp_one-6*p_v-x)**2+(b-y)**2)
A7=sqrt((comp_one-7*p_v-x)**2+(b-y)**2)
A8=sqrt((comp_one-8*p_v-x)**2+(b-y)**2)
A9=sqrt((comp_one-9*p_v-x)**2+(b-y)**2)
A10=sqrt((comp_one-10*p_v-x)**2+(b-y)**2)


        D0=sqrt((a-x)**2+(comp_two-y)**2)
        D1=sqrt((a-x)**2+(comp_two-ph-y)**2)
        D2=sqrt((a-x)**2+(comp_two-2*ph-y)**2)
        D3=sqrt((a-x)**2+(comp_two-3*ph-y)**2)
        D4=sqrt((a-x)**2+(comp_two-4*ph-y)**2)
        D5=sqrt((a-x)**2+(y-comp_two-5*ph)**2)
D6=sqrt((a-x)**2+(comp_two-6*ph-y)**2)
D7=sqrt((a-x)**2+(comp_two-7*ph-y)**2)
D8=sqrt((a-x)**2+(comp_two-8*ph-y)**2)
D9=sqrt((a-x)**2+(comp_two-9*ph-y)**2)
D10=sqrt((a-x)**2+(comp_two-10*ph-y)**2)


R0=sqrt((comp_one-x)**2+(b+y)**2)
        R1=sqrt((comp_one-p_v-x)**2+(b+y)**2)
        R2=sqrt((comp_one-2*p_v-x)**2+(b+y)**2)
        R3=sqrt((comp_one-3*p_v-x)**2+(b+y)**2)
        R4=sqrt((comp_one-4*p_v-x)**2+(b+y)**2)
```

```
        R5=sqrt((comp_one-5*p_v-x)**2+(b+y)**2)
R6=sqrt((comp_one-6*p_v-x)**2+(b+y)**2)
R7=sqrt((comp_one-7*p_v-x)**2+(b+y)**2)
R8=sqrt((comp_one-8*p_v-x)**2+(b+y)**2)
R9=sqrt((comp_one-9*p_v-x)**2+(b+y)**2)
R10=sqrt((comp_one-10*p_v-x)**2+(b+y)**2)


U0=sqrt((a+x)**2+(comp_two-y)**2)
        U1=sqrt((a+x)**2+(comp_two-ph-y)**2)
        U2=sqrt((a+x)**2+(comp_two-2*ph-y)**2)
        U3=sqrt((a+x)**2+(comp_two-3*ph-y)**2)
        U4=sqrt((a+x)**2+(comp_two-4*ph-y)**2)
        U5=sqrt((a+x)**2+(comp_two-5*ph-y)**2)
U6=sqrt((a+x)**2+(comp_two-6*ph-y)**2)
U7=sqrt((a+x)**2+(comp_two-7*ph-y)**2)
U8=sqrt((a+x)**2+(comp_two-8*ph-y)**2)
U9=sqrt((a+x)**2+(comp_two-9*ph-y)**2)
U10=sqrt((a+x)**2+(comp_two-10*ph-y)**2)



! freq=f_min
!       do while (freq.le.f_max)
        omega=pipi*freq


        HA=(b-y)*f_lef(p_v,A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10)
        HB=(a-x)*fD(ph,D0,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,D10)
        HC=(b+y)*fR(p_v,R0,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10)
        HD=(a+x)*fU(ph,U0,U1,U2,U3,U4,U5,U6,U7,U8,U9,U10)

        H_z=-(HA+HB+HC+HD)

        Azone=((a-x)/(sqrt((a-x)**2+(b-y)**2)))
        Aztwo=((a+x)/(sqrt((a+x)**2+(b-y)**2)))
        Azero=-(Azone+Aztwo)/(b-y)

        Bzone=((b+y)/(sqrt((b+y)**2+(a-x)**2)))
        Bztwo=((b-y)/(sqrt((b-y)**2+(a-x)**2)))
        Bzero=-(Bzone+bztwo)/(a-x)

        Czone=((a+x)/(sqrt((a+x)**2+(b+y)**2)))
        Cztwo=((a-x)/(sqrt((a-x)**2+(b+y)**2)))
        Czero=-(Czone+Cztwo)/(b+y)

        Dzone=((b-y)/(sqrt((b-y)**2+(a+x)**2)))
        Dztwo=((b+y)/(sqrt((b+y)**2+(a+x)**2)))
        Dzero=-(Dzone+Dztwo)/(a+x)

        Hzero_z=(Azero+Bzero+Czero+Dzero)


        dB=20*log10(abs(H_z)/Hzero_z)
        rad=sqrt(x**2+y**2)
        ni=sqrt(omega*mu_zero(i)*abs(sgma(i))/2)*rad
        arg=(-cone*log(H_z/abs(H_z)))
        grau=(real(arg)*180)/pi

write(10,*) y-b, grau

        y=y*y_rate
```

```
!         freq=freq*f_rate
          end do

          end
```

ANEXO II

Funções

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
module operation_flef
contains

complex function f_lef(p_v,A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10)
        use operation_funA0
        use operation_funA1
        use operation_funA2
        use operation_funA3
        use operation_funA4
        use operation_funA5
use operation_funA6
use operation_funA7
use operation_funA8
use operation_funA9
use operation_funA10

implicit none
        include 'ilan.inc'
        real p_v,A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10
        complex iter_fl1,iter_fl2,f_itl
        iter_fl1=f_A1(A1)+f_A2(A2)+f_A3(A3)+f_A4(A4)
iter_fl2=f_A5(A5)+f_A6(A6)+f_A7(A7)+f_A8(A8)+f_A9(A9)


f_itl=(iter_fl1+iter_fl2)


f_lef=p_v*(f_A0(A0)+2*(f_itl)+f_A10(A10))/2

end function f_lef
end module operation_flef


module operation_fD
        contains

        complex function fD(ph,D0,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,D10)
        use operation_funD0
        use operation_funD1
        use operation_funD2
        use operation_funD3
        use operation_funD4
        use operation_funD5
        use operation_funD6
        use operation_funD7
        use operation_funD8
```

```
        use operation_funD9
        use operation_funD10

        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real ph,D0,D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,D10
        complex iter_fd1,iter_fd2,itd

        iter_fd1=f_D1(D1)+f_D2(D2)+f_D3(D3)+f_D4(D4)
        iter_fd2=f_D5(D5)+f_D6(D6)+f_D7(D7)+f_D8(D8)+f_D9(D9)


        itd=(iter_fd1+iter_fd2)


        fD=ph*(f_D0(D0)+2*(itd)+f_D10(D10))/2

        end function fD
        end module operation_fD


module operation_fR
        contains

        complex function fR(p_v,R0,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10)
        use operation_funR0
        use operation_funR1
        use operation_funR2
        use operation_funR3
        use operation_funR4
        use operation_funR5
        use operation_funR6
        use operation_funR7
        use operation_funR8
        use operation_funR9
        use operation_funR10

        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real p_v,R0,R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10
        complex iter_fr1,iter_fr2,itr

        iter_fr1=f_R1(R1)+f_R2(R2)+f_R3(R3)+f_R4(R4)
        iter_fr2=f_R5(R5)+f_R6(R6)+f_R7(R7)+f_R8(R8)+f_R9(R9)


        itr=(iter_fr1+iter_fr2)


        fR=p_v*(f_R0(R0)+2*(itr)+f_R10(R10))/2

        end function fR
        end module operation_fR


module operation_fU
        contains

        complex function fU(ph,U0,U1,U2,U3,U4,U5,U6,U7,U8,U9,U10)
        use operation_funU0
        use operation_funU1
        use operation_funU2
```

```
        use operation_funU3
        use operation_funU4
        use operation_funU5
        use operation_funU6
        use operation_funU7
        use operation_funU8
        use operation_funU9
        use operation_funU10

        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real ph,U0,U1,U2,U3,U4,U5,U6,U7,U8,U9,U10
        complex iter_fu1,iter_fu2,itu

        iter_fu1=f_U1(U1)+f_U2(U2)+f_U3(U3)+f_U4(U4)
        iter_fu2=f_U5(U5)+f_U6(U6)+f_U7(U7)+f_U8(U8)+f_U9(U9)


        itu=(iter_fu1+iter_fu2)


        fU=ph*(f_U0(U0)+2*(itu)+f_U10(U10))/2

        end function fU
        end module operation_fU
```

II.1 Função imprória

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
 module operation_funA0
        contains
        complex function f_A0(A0)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A0
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A0=zhank1(alog(A0),kernel,1e-5,L)/A0**2
        end function f_A0
        end module operation_funA0

    module operation_funA1
        contains
        complex function f_A1(A1)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A1
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A1=zhank1(alog(A1),kernel,1e-5,L)/A1**2
        end function f_A1
```

```
        end module operation_funA1

   module operation_funA2
        contains
        complex function f_A2(A2)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A2
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A2=zhank1(alog(A2),kernel,1e-5,L)/A2**2
        end function f_A2
        end module operation_funA2

 module operation_funA3
        contains
        complex function f_A3(A3)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A3
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A3=zhank1(alog(A3),kernel,1e-5,L)/A3**2
        end function f_A3
        end module operation_funA3


module operation_funA4
        contains
        complex function f_A4(A4)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A4
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A4=zhank1(alog(A4),kernel,1e-5,L)/A4**2
        end function f_A4
        end module operation_funA4

module operation_funA5
        contains
        complex function f_A5(A5)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A5
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A5=zhank1(alog(A5),kernel,1e-5,L)/A5**2
        end function f_A5
        end module operation_funA5

module operation_funA6
        contains
        complex function f_A6(A6)
```

```
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A6
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A6=zhank1(alog(A6),kernel,1e-5,L)/A6**2
        end function f_A6
        end module operation_funA6


module operation_funA7
        contains
        complex function f_A7(A7)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A7
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A7=zhank1(alog(A7),kernel,1e-5,L)/A7**2
        end function f_A7
        end module operation_funA7

module operation_funA8
        contains
        complex function f_A8(A8)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A8
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A8=zhank1(alog(A8),kernel,1e-5,L)/A8**2
        end function f_A8
        end module operation_funA8

module operation_funA9
        contains
        complex function f_A9(A9)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A9
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_A9=zhank1(alog(A9),kernel,1e-5,L)/A9**2
        end function f_A9
        end module operation_funA9

module operation_funA10
        contains
        complex function f_A10(A10)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real A10
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
```

```
        integer L

        f_A10=zhank1(alog(A10),kernel,1e-5,L)/A10**2
        end function f_A10
        end module operation_funA10

module operation_funD0
        contains
        complex function f_D0(D0)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D0
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D0=zhank1(alog(D0),kernel,1e-5,L)/D0**2
        end function f_D0
        end module operation_funD0

module operation_funD1
        contains
        complex function f_D1(D1)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D1
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D1=zhank1(alog(D1),kernel,1e-5,L)/D1**2
        end function f_D1
        end module operation_funD1

module operation_funD2
        contains
        complex function f_D2(D2)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D2
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D2=zhank1(alog(D2),kernel,1e-5,L)/D2**2
        end function f_D2
        end module operation_funD2

module operation_funD3
        contains
        complex function f_D3(D3)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D3
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D3=zhank1(alog(D3),kernel,1e-5,L)/D3**2
        end function f_D3
        end module operation_funD3
```

```
module operation_funD4
        contains
        complex function f_D4(D4)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D4
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D4=zhank1(alog(D4),kernel,1e-5,L)/D4**2
        end function f_D4
        end module operation_funD4

module operation_funD5
        contains
        complex function f_D5(D5)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D5
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D5=zhank1(alog(D5),kernel,1e-5,L)/D5**2
        end function f_D5
        end module operation_funD5

module operation_funD6
        contains
        complex function f_D6(D6)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D6
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D6=zhank1(alog(D6),kernel,1e-5,L)/D6**2
        end function f_D6
        end module operation_funD6

module operation_funD7
        contains
        complex function f_D7(D7)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D7
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D7=zhank1(alog(D7),kernel,1e-5,L)/D7**2
        end function f_D7
        end module operation_funD7


module operation_funD8
        contains
        complex function f_D8(D8)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
```

```
        real D8
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D8=zhank1(alog(D8),kernel,1e-5,L)/D8**2
        end function f_D8
        end module operation_funD8

module operation_funD9
        contains
        complex function f_D9(D9)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D9
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D9=zhank1(alog(D9),kernel,1e-5,L)/D9**2
        end function f_D9
        end module operation_funD9


module operation_funD10
        contains
        complex function f_D10(D10)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real D10
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_D10=zhank1(alog(D10),kernel,1e-5,L)/D10**2
        end function f_D10
        end module operation_funD10

module operation_funlef0
        contains
        complex function fun_lef0(E0)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real E0
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        fun_lef0=zhank1(alog(E0),kernel,1e-5,L)/E0**2
        end function fun_lef0
end module operation_funlef0

module operation_funR0
        contains
        complex function f_R0(R0)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R0
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L
```

```
        f_R0=zhank1(alog(R0),kernel,1e-5,L)/R0**2
        end function f_R0
        end module operation_funR0

module operation_funR1
        contains
        complex function f_R1(R1)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R1
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R1=zhank1(alog(R1),kernel,1e-5,L)/R1**2
        end function f_R1
        end module operation_funR1

module operation_funR2
        contains
        complex function f_R2(R2)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R2
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R2=zhank1(alog(R2),kernel,1e-5,L)/R2**2
        end function f_R2
        end module operation_funR2

module operation_funR3
        contains
        complex function f_R3(R3)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R3
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R3=zhank1(alog(R3),kernel,1e-5,L)/R3**2
        end function f_R3
        end module operation_funR3

module operation_funR4
        contains
        complex function f_R4(R4)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R4
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R4=zhank1(alog(R4),kernel,1e-5,L)/R4**2
        end function f_R4
        end module operation_funR4

module operation_funR5
        contains
```

```
        complex function f_R5(R5)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R5
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R5=zhank1(alog(R5),kernel,1e-5,L)/R5**2
        end function f_R5
        end module operation_funR5

module operation_funR6
        contains
        complex function f_R6(R6)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R6
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R6=zhank1(alog(R6),kernel,1e-5,L)/R6**2
        end function f_R6
        end module operation_funR6

module operation_funR7
        contains
        complex function f_R7(R7)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R7
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R7=zhank1(alog(R7),kernel,1e-5,L)/R7**2
        end function f_R7
        end module operation_funR7

module operation_funR8
        contains
        complex function f_R8(R8)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R8
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R8=zhank1(alog(R8),kernel,1e-5,L)/R8**2
        end function f_R8
        end module operation_funR8


module operation_funR9
        contains
        complex function f_R9(R9)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R9
        complex zhank1,kernel
```

```
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R9=zhank1(alog(R9),kernel,1e-5,L)/R9**2
        end function f_R9
        end module operation_funR9

module operation_funR10
        contains
        complex function f_R10(R10)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real R10
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_R10=zhank1(alog(R10),kernel,1e-5,L)/R10**2
        end function f_R10
        end module operation_funR10

module operation_funU0
        contains
        complex function f_U0(U0)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U0
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U0=zhank1(alog(U0),kernel,1e-5,L)/U0**2
        end function f_U0
        end module operation_funU0

module operation_funU1
        contains
        complex function f_U1(U1)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U1
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U1=zhank1(alog(U1),kernel,1e-5,L)/U1**2
        end function f_U1
        end module operation_funU1

module operation_funU2
        contains
        complex function f_U2(U2)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U2
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U2=zhank1(alog(U2),kernel,1e-5,L)/U2**2
        end function f_U2
        end module operation_funU2
```

```
module operation_funU3
        contains
        complex function f_U3(U3)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U3
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U3=zhank1(alog(U3),kernel,1e-5,L)/U3**2
        end function f_U3
        end module operation_funU3

module operation_funU4
        contains
        complex function f_U4(U4)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U4
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U4=zhank1(alog(U4),kernel,1e-5,L)/U4**2
        end function f_U4
        end module operation_funU4

module operation_funU5
        contains
        complex function f_U5(U5)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U5
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U5=zhank1(alog(U5),kernel,1e-5,L)/U5**2
        end function f_U5
        end module operation_funU5

module operation_funU6
        contains
        complex function f_U6(U6)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U6
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U6=zhank1(alog(U6),kernel,1e-5,L)/U6**2
        end function f_U6
        end module operation_funU6

module operation_funU7
        contains
        complex function f_U7(U7)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
```

```
        real U7
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U7=zhank1(alog(U7),kernel,1e-5,L)/U7**2
        end function f_U7
        end module operation_funU7


module operation_funU8
        contains
        complex function f_U8(U8)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U8
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U8=zhank1(alog(U8),kernel,1e-5,L)/U8**2
        end function f_U8
        end module operation_funU8

 module operation_funU9
        contains
        complex function f_U9(U9)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U9
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U9=zhank1(alog(U9),kernel,1e-5,L)/U9**2
        end function f_U9
        end module operation_funU9

 module operation_funU10
        contains
        complex function f_U10(U10)
        implicit none
        include 'ilan.inc'
        real U10
        complex zhank1,kernel
        external zhank1,kernel
        integer L

        f_U10=zhank1(alog(U10),kernel,1e-5,L)/U10**2
        end function f_U10
        end module operation_funU10
```

II.2 Função kernel

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
complex function kernel(lambda)
use operation_rte

implicit none
include 'ilan.inc'

real lambda
kernel=lambda*(1+rte(lambda))*exp(-lambda*z)

end function kernel
```

II.3 Função rte

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
module operation_rte

contains

complex function rte(lambda)
use operation_ute
implicit none
real lambda
include "ilan.inc"
integer n
complex uhat_n, u_temp, ratio, expo
uhat_n=ute(lambda,nlayers)
do n=nlayers-1,1, -1
u_temp=ute(lambda,n)
ratio=(uhat_n-u_temp)/(uhat_n+u_temp)
expo=ratio*exp(-2*u_temp*h(n))
uhat_n=u_temp*(1+expo)/(1-expo)
end do
rte=(lambda-uhat_n)/(lambda+uhat_n)
end function rte


 end module operation_rte
```

II.4 Função ute

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
  module operation_ute

contains
```

```
complex function ute(lambda,i)


implicit none
include 'ilan.inc'
real lambda
integer i


ute=sqrt(lambda*lambda+cone*omega*mu_zero(i)*sgma(i))
if (real(ute).lt.0.0) ute=-ute
end  function ute
end module operation_ute
```

II.5 Makefile

Autor: Ivã Luis de Almeida Nazaré

```
# Makefile
#
#
objectos=zhank1.o operation_ute.o operation_rte.o operation_kernel.o \
operation_funA0.o operation_funA1.o operation_funA2.o \
        operation_funA3.o operation_funA4.o operation_funA5.o \
        operation_funA6.o operation_funA7.o operation_funA8.o \
        operation_funA9.o operation_funA10.o operation_funD0.o \
        operation_funD1.o operation_funD2.o operation_funD3.o \
        operation_funD4.o operation_funD5.o operation_funD6.o \
        operation_funD7.o operation_funD8.o operation_funD9.o \
        operation_funD10.o operation_funR0.o operation_funR1.o \
operation_funR2.o operation_funR3.o operation_funR4.o \
operation_funR5.o operation_funR6.o operation_funR7.o \
operation_funR8.o operation_funR9.o operation_funR10.o \
operation_funU0.o operation_funU1.o operation_funU2.o \
operation_funU3.o operation_funU4.o operation_funU5.o \
operation_funU6.o operation_funU7.o operation_funU8.o \
operation_funU9.o operation_funU10.o operation_flef.o \
operation_fD.o operation_fR.o operation_fU.o main.o
FH= gfortran
wolf: $(objectos)
$(FH) -o wolf $(objectos)
zhank1.o:zhank1.f
$(FH) -c zhank1.f
operation_ute.o:operation_ute.f
$(FH) -c operation_ute.f
operation_rte.o:operation_rte.f
$(FH) -c operation_rte.f
operation_kernel.o:operation_kernel.f
$(FH) -c operation_kernel.f
operation_funA0.o:operation_funA0.f
$(FH) -c operation_funA0.f
operation_funA1.o:operation_funA1.f
$(FH) -c operation_funA1.f
operation_funA2.o:operation_funA2.f
```

```
$(FH) -c operation_funA2.f
operation_funA3.o:operation_funA3.f
$(FH) -c operation_funA3.f
operation_funA4.o:operation_funA4.f
$(FH) -c operation_funA4.f
operation_funA5.o:operation_funA5.f
$(FH) -c operation_funA5.f
operation_funA6.o:operation_funA6.f
$(FH) -c operation_funA6.f
operation_funA7.o:operation_funA7.f
$(FH) -c operation_funA7.f
operation_funA8.o:operation_funA8.f
$(FH) -c operation_funA8.f
operation_funA9.o:operation_funA9.f
$(FH) -c operation_funA9.f
operation_funA10.o:operation_funA10.f
$(FH) -c operation_funA10.f
operation_funD0.o:operation_funD0.f
$(FH) -c operation_funD0.f
operation_funD1.o:operation_funD1.f
$(FH) -c operation_funD1.f
operation_funD2.o:operation_funD2.f
$(FH) -c operation_funD2.f
operation_funD3.o:operation_funD3.f
$(FH) -c operation_funD3.f
operation_funD4.o:operation_funD4.f
$(FH) -c operation_funD4.f
operation_funD5.o:operation_funD5.f
$(FH) -c operation_funD5.f
operation_funD6.o:operation_funD6.f
$(FH) -c operation_funD6.f
operation_funD7.o:operation_funD7.f
$(FH) -c operation_funD7.f
operation_funD8.o:operation_funD8.f
$(FH) -c operation_funD8.f
operation_funD9.o:operation_funD9.f
$(FH) -c operation_funD9.f
operation_funD10.o:operation_funD10.f
$(FH) -c operation_funD10.f
operation_funR0.o:operation_funR0.f
$(FH) -c operation_funR0.f
operation_funR1.o:operation_funR1.f
$(FH) -c operation_funR1.f
operation_funR2.o:operation_funR2.f
$(FH) -c operation_funR2.f
operation_funR3.o:operation_funR3.f
$(FH) -c operation_funR3.f
operation_funR4.o:operation_funR4.f
$(FH) -c operation_funR4.f
operation_funR5.o:operation_funR5.f
$(FH) -c operation_funR5.f
operation_funR6.o:operation_funR6.f
$(FH) -c operation_funR6.f
operation_funR7.o:operation_funR7.f
$(FH) -c operation_funR7.f
operation_funR8.o:operation_funR8.f
$(FH) -c operation_funR8.f
operation_funR9.o:operation_funR9.f
$(FH) -c operation_funR9.f
operation_funR10.o:operation_funR10.f
$(FH) -c operation_funR10.f
operation_funU0.o:operation_funU0.f
```

```
$(FH) -c operation_funU0.f
operation_funU1.o:operation_funU1.f
$(FH) -c operation_funU1.f
operation_funU2.o:operation_funU2.f
$(FH) -c operation_funU2.f
operation_funU3.o:operation_funU3.f
$(FH) -c operation_funU3.f
operation_funU4.o:operation_funU4.f
$(FH) -c operation_funU4.f
operation_funU5.o:operation_funU5.f
$(FH) -c operation_funU5.f
operation_funU6.o:operation_funU6.f
$(FH) -c operation_funU6.f
operation_funU7.o:operation_funU7.f
$(FH) -c operation_funU7.f
operation_funU8.o:operation_funU8.f
$(FH) -c operation_funU8.f
operation_funU9.o:operation_funU9.f
$(FH) -c operation_funU9.f
operation_funU10.o:operation_funU10.f
$(FH) -c operation_funU10.f
operation_flef.o:operation_flef.f
$(FH) -c operation_flef.f
operation_fD.o:operation_fD.f
$(FH) -c operation_fD.f
operation_fR.o:operation_fR.f
$(FH) -c operation_fR.f
operation_fU.o:operation_fU.f
$(FH) -c operation_fU.f
main.o:main.f
$(FH) -c main.f

clean:
rm -rf *.o
```