



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TOMOGRAFIA INTERPOÇOS EM MODELOS DO CAMPO DE MIRANGA

JOSIMAR ROBERTO DA SILVA

SALVADOR – BAHIA

ABRIL – 2013

Tomografia Interpoços em Modelos do Campo de Miranga

por

Josimar Roberto da Silva

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

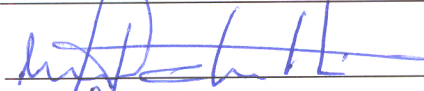
GEO213 - TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento Geofísica
do
Instituto de Geociências
da
Universidade Federal da Bahia

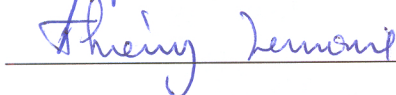
Comissão Examinadora



Dr. Amin Bassrei



Geof. Marco Cesar Schinelli



Dr. Thierry Jacques Lemaire

Data da Aprovação : 10/04/2013

Dedico este trabalho aos meus pais, José Edson Gualberto Silva e Edlamar Roberto da Silva, pois, pelo amor e incentivo, são os grandes responsáveis por esta conquista.

“ I do not know what I may appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on the sea-shore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell than ordinary, whilst the great ocean of truth lay all undiscovered before me. ”

(Isaac Newton)

RESUMO

Tomografia é uma palavra que vem do grego, e significa imagem de uma seção. Quando usado em Geofísica pode também ser chamada de geotomografia. Trata-se de uma técnica de reconstrução de imagens a partir das somas dos valores de propriedades em determinadas direções. Existem duas classes principais de tomografia sísmica. A primeira chamada de tomografia de tempos de trânsito utiliza somente a informação dos tempos de viagem das ondas sísmicas num dado meio. Na segunda classe, a tomografia de forma de onda, como o próprio nome diz é a que se utiliza da forma de onda em si registrada nos receptores. O objetivo das duas classes é gerar uma imagem da subsuperfície, estimando parâmetros físicos do meio, que sejam de importância para o geofísico, como por exemplo, a velocidade sísmica.

O objetivo principal desse Trabalho de Graduação é validar a eficiência da tomografia de tempos de trânsito como ferramenta geofísica. Desse modo foram realizados testes em dois modelos sintéticos, sendo um deles baseado nas características geológicas encontradas no Campo de Miranga, Bacia do Recôncavo. Para a efetivação desses testes, aplicamos a técnica de traçado de raios na chamada modelagem direta. Para a inversão sísmica propriamente dita utilizamos a decomposição em valores singulares e o método do gradiente conjugado. Associado a esses métodos de inversão foi necessário um procedimento de regularização, uma vez que os problemas inversos em Geofísica são mal postos, incluindo a tomografia de tempos de trânsito. Escolhemos a regularização de ordens zero, um e dois, sendo esses dois últimos considerados como regularização por matrizes de derivadas. Nas simulações realizadas foi considerada a adição de ruído gaussiano aos tempos de trânsito.

Além dos dados sintéticos, foi possível também realizar alguns experimentos numéricos com dados reais recentemente coletados no Campo de Miranga. As simulações com dados sintéticos e as inversões com os dados reais permitiram validar a tomografia de tempos de trânsito como uma ferramenta para a caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos.

ABSTRACT

Tomography is a word that comes from Greek and means image of a section. When used in Geophysics can also be called geotomography. It is a technique of image reconstruction from the sum of a given property values in a certain direction. There are two main classes of seismic tomography. The first is called traveltime tomography and it uses only the traveltime information from seismic waves which propagate in a given medium. The second class, the waveform tomography, as the name implies uses the waveform amplitude itself registered in the receivers. The purpose of both two classes is to generate an image of the subsurface, estimating physical parameters of medium, which are of importance for the geophysicist, like for example, seismic velocity.

The main objective of this Graduation Work is to validate the efficiency of travel tomography transit times as a geophysical tool. Thus, we performed tests ed on two synthetic models, including one based on geological features found in Miranga Field, located in the Recôncavo Basin. For the realization of these tests, we applied the ray tracing technique for the so called forward modeling. For the seismic inversion itself, we used the singular value decomposition and conjugate gradient method. Associated with these inversion methods it was necessary a regularization procedure, since inverse problem in geophysics are ill-posed, including traveltime tomography. We choose regularization with orders zero, one and two, the last two being considered as regularization with derivative matrices. In the simulations we considered the addition of Gaussian noise to the traveltimes.

Besides the synthetic data, it was possible to also perform some numerical experiments using real data recently acquired in Miranga Field. The simulations with synthetic data and the inversions with real data validate traveltime tomography as a tool for the characterization of hydrocarbon reservoirs.

ÍNDICE

RESUMO	3
ABSTRACT	4
ÍNDICE	5
ÍNDICE DE TABELAS	7
ÍNDICE DE FIGURAS	8
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Revisão de Álgebra Linear e Problemas Inversos	4
1.1 Existência	5
1.2 Não-Unicidade	5
1.3 Estabilidade	6
1.4 Linearização	6
1.4.1 Métodos Não Lineares	7
1.5 Decomposição em Valores Singulares	7
1.5.1 Exemplo de SVD	8
1.6 Método dos Mínimos Quadrados	10
1.7 Regularização	11
1.7.1 Norma Mínima ou Tikhonov de ordem 0	13
1.7.2 Tikhonov de Ordem 1	13
CAPÍTULO 2 Modelagem Direta por Traçado de Raios Acústicos	15
2.1 Traçado de Raios	15
2.2 Equação do Raio	16
CAPÍTULO 3 Tomografia Sísmica	18
3.1 Histórico	19
3.2 Inversão de Matriz	19
3.2.1 Método da Transformada de Fourier	20
3.2.2 Gradiente Conjugado	22

CAPÍTULO 4	Bacia do Recôncavo	25
4.1	Evolução das Bacias Marítimas Brasileiras	25
4.2	A Bacia do Recôncavo	26
4.2.1	O Embasamento	27
4.2.2	Campo de Miranga	29
CAPÍTULO 5	Modelo Eletromagnético	31
5.1	Descrição do Modelo	31
5.2	Modelagem Direta	32
5.3	Modelo Estimado	34
5.4	Efeito do Ruído	34
CAPÍTULO 6	Modelo Sintético Baseado no Campo de Miranga	37
6.1	Descrição do Modelo	37
6.2	Modelagem Direta com Raios Retos	38
6.2.1	Modelos Estimados usando SVD	38
6.2.2	Efeito do Ruído	42
6.3	Modelos Estimados usando Gradiente Conjugado	47
6.4	Inversão usando o Método do Gradiente Conjugado com Regularização de Ordem Zero	50
6.5	Modelagem Direta com Raios Curvos	53
6.6	Inversão usando o Método do Gradiente Conjugado com Regularização de Primeira e Segunda ordem	54
CAPÍTULO 7	Modelo Real do Campo de Miranga	58
7.1	Aquisição	58
7.2	Discretização e Traçado de Raios	59
7.3	Resultados das Inversões	60
CAPÍTULO 8	Conclusões	63
CAPÍTULO 9	Referências	65
Agradecimentos		67
APÊNDICE A		68
A.1	Erro RMS dos dados	68
A.2	Erro RMS do Modelo	68
A.3	Erro RMS do Ruído	69
APÊNDICE B		70
B.1	Piezoletrecidade	70

ÍNDICE DE TABELAS

5.1	Síntese dos resultados encontrados para o modelo eletromagnético, usando o método SVD. Onde $\#\sigma$ é o número de valores singulares usados, α é parâmetro do ruído gaussiano, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as observadas sintéticas e ϵ_r é o erro RMS entre os tempos com ruído e os sem ruído.	36
6.1	Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando a decomposição em valores singulares. Onde: α é o parâmetro do ruído gaussiano nos tempos, $\#\sigma$ é a quantidade de valores singulares usados na inversão; ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas; ϵ_m é erro RMS entre as vagarosidades verdadeiras sintéticas e as estimadas; ϵ_r é o erro RMS entre os tempos com e sem ruído e ϵ_d é o erro entre os tempos observados e os calculados.	46
6.2	Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando o método do gradiente conjugado. Onde ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e o observado sintético e ϵ_r é o erro RMS entre os tempos ruidosos sintéticos e o observado sintético sem ruído.	49
6.3	Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem zero. Onde λ é o parâmetro de regularização, ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e o observado sintético.	52
6.4	Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga, com raios curvos, usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem 1 e 2. Onde λ é o parâmetro de regularização, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros.	57
7.1	Síntese dos resultados encontrados para os dados reais do Campo de Miranga, usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem 1. Onde λ é o parâmetro de regularização e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e os observados.	62

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1	Três formas de inversão das integrais de linha em tomografia sísmica para obtenção dos campos de velocidade e atenuação.	18
3.2	Representação do teorema projeção-fatia. (b) é a transformada de Fourier bidimensional de (a). Um plano através de (b) é a transformada de Fourier de uma projeção através de (A) no mesmo ângulo. Retirado de Hatton et al. (1986).	21
3.3	Região de investigação. Retirado de Hatton et al. (1986).	22
4.1	Representação das Bacias sedimentares brasileiras, retirado de Zalán (2007).	25
4.2	Mapa da Bacia do Recôncavo e localização das acumulações petrolíferas descobertas, retirado de Bizzi et al. (2003).	27
4.3	Carta Estratigráfica da Bacia do Recôncavo (mod. Caixeta et al., 1994).	28
4.4	Seção geológica esquemática na porção central da Bacia do Recôncavo, ilustrando a configuração estrutural-estratigráfica do Campo de Miranga (mod. de Sarnelli, 1988).	29
5.1	Modelo sintético verdadeiro usado para gerar os dados, retirado de Ammon e Vidale (1993).	31
5.2	Representação gráfica dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	32
5.3	Representação gráfica dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes, com ruídos gaussiano para $\alpha = 0,1$. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	32
5.4	Representação gráfica da diferença dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes, para a modelagem direta com ruído, $\alpha = 0,1$, e sem ruído, mostrados nas duas últimas figuras. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	33
5.5	Modelo estimado sem ruído com 546 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas foi de 0,17 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	34
5.6	Modelo estimado com $\alpha = 10^{-6}$ de ruído O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e verdadeiras sintéticas foi de 0,22 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	35

5.7	Modelo estimado com $\alpha = 1$ de ruído. O erro RMS entre os tempos verdadeiros e o com ruído foi de 1,40 %. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 207,92 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	35
6.1	Modelo sintético verdadeiro baseado no Campo de Miranga. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	37
6.2	Representação gráfica dos tempos de resposta dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	38
6.3	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4860 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,65 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	39
6.4	Representação gráfica em escala logarítmica dos valores singulares usados na primeira inversão pelos seus respectivos índices.	39
6.5	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4788 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,62 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	40
6.6	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4613 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,44 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	41
6.7	Representações gráficas dos tempos de resposta com ruídos para $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, respectivamente, de cima para baixo, dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	42
6.8	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^4$ e $\alpha = 10^{-4}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-3}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	43
6.9	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^2$ e $\alpha = 10^{-4}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-3}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	44
6.10	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^4$ e $\alpha = 10^{-3}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-2}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	44
6.11	Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^2$ e $\alpha = 10^{-3}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-2}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	45

6.12	Gráfico interpolado linearmente em escala logarítmica do erro RMS, em %, pelo número de condição, NC, para os três níveis de ruído: $\alpha = 0$, $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$	45
6.13	Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 2,4868%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	47
6.14	Modelo estimado, com ruído para $\alpha = 10^{-4}$, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 2,4867%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	48
6.15	Modelo estimado, com ruído para $\alpha = 10^{-3}$, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 56,72%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	48
6.16	Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 1$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,84%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	50
6.17	Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 10$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,78%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	51
6.18	Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 100$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,74%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	51
6.19	Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 200$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,74%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	52
6.20	Representação gráfica dos tempos de resposta dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes para o traçado de raios curvo. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.	53
6.21	Modelo estimado na primeira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 1 para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 115,00 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	55

6.22	Modelo estimado na terceira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 3,77 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	55
6.23	Modelo estimado na sexta iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 1 para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 3,07 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	56
6.24	Modelo estimado na primeira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 2 para $\lambda = 5 \times 10^9$. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 96,88 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	56
6.25	Modelo estimado na quarta iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 2 para $\lambda = 5 \times 10^9$. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 10,16 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	57
7.1	Representação gráfica da geometria de aquisição. Mostrando as profundidades em relação ao datum, localizado 100 metros acima do nível do mar, e os poços MG-456 e MG-404 contendo os receptores e as fontes, respectivamente	58
7.2	Representação gráfica dos tempos de resposta dos 14 receptores aos raios gerados nas 184 fontes para os dados observados reais medidos no Campo de Miranga. Os tempos de resposta na escala de cores estão em milissegundos. .	59
7.3	Modelo estimado na primeira iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^9$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 2,49%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	60
7.4	Modelo estimado na quarta iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^{15}$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 0,52%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	61
7.5	Modelo estimado na sétima iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^5$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 0,23%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s	61
B.1	Modelo molecular simplificado para exemplificar o efeito piezoelétrico: (a) molécula sem deformação; (b) molécula sujeita a deformação; e (c) efeito da polarização na superfície do material.	71

INTRODUÇÃO

A técnica tomográfica já é utilizada na medicina há muito tempo e desde a década de 1980 a geofísica também vem explorando essa ferramenta. A tomografia, do grego imagem de uma seção, na geofísica pode também ser chamada de geotomografia. A tomografia é uma técnica de reconstrução de imagem a partir das somas dos valores de propriedades em determinadas direções. É um tipo especial de problema de inversão no qual os dados observados e os parâmetros geológicos se relacionam através de uma integral de linha. Por exemplo, a velocidade sísmica e as propriedades de atenuação da terra podem ser relacionadas ao tempo de viagem observado e a amplitude de uma onda sísmica por uma integral de linha ao longo de uma trajetória de raio.

Nesta técnica, ondas geradas por fontes atravessam o meio a ser imageado e são registradas em receptores que, assim como as fontes, podem estar dispostos de diversas maneiras durante a aquisição. Na geometria interpoços, usada neste trabalho, as fontes ficam localizadas em um poço e os receptores em outro. Quando as fontes estão na superfície e os receptores em um poço, temos o perfil sísmico vertical, ou VSP, do inglês *Vertical Seismic Profile*. As ondas geradas pelas fontes podem ser tanto eletromagnéticas, tomografia eletromagnética, como mecânicas, tomografia sísmica.

Existem duas classes principais de tomografia sísmica: a de tempo de trânsito, que utiliza somente a informação dos tempos de viagem das ondas sísmicas geradas nas fontes, através do meio estudado, até os receptores; e a de forma de onda, que utiliza a forma de onda em si registrada nos receptores. Contudo o objetivo das duas classes, enfim, é gerar uma imagem da subsuperfície, estimando parâmetros físicos do meio, de grande importância para a geofísica, como a velocidade sísmica.

O objetivo deste trabalho é, usando a técnica tomográfica de tempo de trânsito, estimar os valores das velocidades com que as ondas se propagaram nas rochas, gerando, assim, uma imagem satisfatória do meio estudado. Sendo este um problema inverso, o trabalho que segue fará uma revisão de toda a teoria da inversão e suas aplicações à geofísica, definindo informalmente o que vem a ser uma inversão. Trataremos, também, de dois problemas de suma importância na teoria da inversão: o problema da não unicidade ou ambiguidade e o da não linearidade. A partir daí o leitor entrará em contato com todo o tratamento matemático e os principais métodos de inversão desenvolvidos até hoje para esta área, sempre levando em conta as aplicações, sobretudo à geofísica de exploração. A técnica de tomografia sísmica recebe uma atenção especial, três dos quatro métodos de inversão das integrais de linha são mostrados: inversão de matriz, método da transformada de Fourier e a técnica de

reconstrução algébrica. Usaremos modelos sintéticos baseados no Campo de Miranga, na Bacia do Recôncavo. Desta forma, no Capítulo 2, trataremos da técnica de modelagem direta por traçado de raios acústicos, usada para simular a passagem da onda acústica no meio, fornecendo os dados sintéticos de tempo de trânsito a serem utilizados na inversão. Como vai ser mostrado no trabalho, um raio é o caminho seguido pela energia indo da fonte ao receptor. Para os meios isotrópicos os raios são perpendiculares às frentes de onda, enquanto que nos meios anisotrópicos não existe esta perpendicularidade, formando assim um traçado curvo. Existem diversas formas para se representar a propagação de sinais sísmicos em um meio, como modelos analíticos, diferenças finitas e traçados de raios. A modelagem utilizando traçados de raios permite modelar meios com exatidão e eficiência computacional.

O Campo de Miranga, no qual os modelos sintéticos foram baseados, faz parte da Bacia do Recôncavo. A Bacia ocupa uma área de 11.500 km^2 e localiza-se no Estado da Bahia. Estruturalmente esta bacia relaciona-se aos esforços tectônicos distensionais que culminaram na fragmentação do Supercontinente Gondwana durante o Eocretáceo, promovendo a abertura do Oceano Atlântico. Sua arquitetura básica é de um meio-gráben, com falha de borda a leste e orientação geral NE-SW.

Descoberto em 1965, o Campo de Miranga localiza-se na calha principal da Bacia, a cerca de 20 km da Falha de Salvador; a jazida exibe 22 zonas produtoras em arenitos do Grupo Ilhas, Formações Marfim e Pojuca. A perfuração pioneira foi proposta com base em linhas sísmicas de reflexão de qualidade bastante precária, entre as primeiras executadas no Brasil, além de apoio em gravimetria e em dados de geologia de superfície. O Campo estrutura-se, basicamente, como um anticlinal cortado por falhas normais com rejeitos entre 10 e 300m , que definem os limites da acumulação. Diapirismo de argila foi um dos fatores que influenciaram fortemente na configuração final do campo, que é circundado por domos de folhelho.

A metodologia usada aqui segue três passos principais: discretização do meio; modelagem direta, por raios retos e curvos, e inversão. Na discretização os modelos sintéticos verdadeiros são, convenientemente, divididos em n células, formando uma malha, na qual cada célula representa uma vagarosidade. A geometria desta malha é utilizada na modelagem direta, durante o traçado de raios. Nesta fase, simula-se a passagem das ondas no meio, gerando uma matriz $G_{m \times n}$ contendo as distâncias percorridas pelos m raios nas n células do meio. Após esta fase, ainda na modelagem direta, multiplicando-se a matriz $G_{m \times n}$ pelo vetor vagarosidade $\mathbf{m}_n$, obtendo, desta forma, o vetor tempo de trânsito $\mathbf{d}$. Na inversão, o objetivo final é estimar o vetor $\mathbf{m}$, sabendo que $G\mathbf{m} = \mathbf{d}$ e conhecendo a matriz G e o vetor tempo de trânsito $\mathbf{d}$, obtidos na modelagem direta. Para a inversão diversos métodos podem ser utilizados como o SVD, o ART, do inglês *Algebraic Reconstruction Technique*, o MMQ, Método dos Mínimos Quadrados e o conjugado gradiente. Aqui, nos dois modelos propostos, utilizamos inicialmente o método SVD, variando, também, a quantidade de valores singulares usados e inserindo diferentes ruídos gaussianos nos tempos de trânsito, afim de testar

a estabilidade dos problemas, assim como a influência do ruído nas soluções. Usamos também o algoritmo iterativo do gradiente conjugado com diferentes níveis de ruído associado a técnica de regularização de ordem zero para contornar o problema do mal condicionamento fizemos uso da técnica de regularização de ordem zero, um e dois. Os resultados obtidos estão apresentados nos Capítulos 5 e 6 deste trabalho. No capítulo 7, realizamos uma inversão com dados reais a pouco tempo obtidos no Campo de Miranga, Bacia do Recôncavo.

CAPÍTULO 1

Revisão de Álgebra Linear e Problemas Inversos

Um problema é dito direto quando se é conhecido o modelo estudado e a partir deste modelo são calculados os parâmetros correspondentes. Assim, quando se são conhecidas, por exemplo, as camadas de sub-superfície de uma determinada região, torna-se trivial calcular os tempos de viagem de ondas sísmicas induzidas no solo. No entanto, o contrário não é tão simples, ou seja, sabendo-se os tempos de viagem das ondas descobrir quantas são e como estão dispostas as camadas de sub-superfície desta mesma região. A este problema dá-se o nome de inversão, pois é exatamente o contrário do problema direto.

A maioria dos problemas geofísicos são formulados em termos de um grupo de equações lineares:

$$\mathbf{y} = A\mathbf{x}, \quad (1.1)$$

onde $\mathbf{y}$ é um vetor coluna de dados observados, e $\mathbf{x}$ é o vetor coluna de valores de parâmetros do modelo e A é uma matriz $(M \times N)$ de coeficientes que relacionam os M dados observados com os N parâmetros do modelo. O problema inverso consiste em encontrar $\mathbf{x}$ a partir da equação (1.1).

Assim pré multiplicando-se os dois membros da equação (1.1) pelo operador matricial H , tal que $HA \approx I$, temos:

$$H\mathbf{y} = HA\mathbf{x} \approx \hat{\mathbf{x}}. \quad (1.2)$$

Se HA não é uma matriz identidade, então os parâmetros do modelo $\hat{\mathbf{x}}$ representam uma média ponderada dos valores da verdadeira solução $\mathbf{x}$. Um sistema pode ser: determinado, quando o número de equações do sistema é igual ao número de incógnitas; subdeterminado, quando o número de equações é menor que o número de incógnitas ou sobredeterminado, quando o número de equações é superior ao de incógnitas.

1.1 Existência

O problema da existência assemelha-se ao problema matemático de saber se uma questão necessária é também suficiente para aceitação de determinada hipótese. Assim, como todo modelo possui simplificações e aproximações, uma condição necessária será respeitá-las. No entanto, a condição necessária pode não ser suficiente para a existência de uma solução, é necessário que haja um grau de fidelidade do modelo proposto, recaindo, assim, na definição de existência.

O problema da sondagem através do método magneto-telúrico para obtenção da condutividade elétrica do meio (Cagniard, 1953), pode ilustrar bem o problema da existência. São registrados as componentes ortogonais dos campos elétrico e magnético horizontais, E_x e B_y , por exemplo, com z na vertical.

A razão das transformadas de Fourier dos sinais (campos elétrico e magnético) é relacionada com o perfil da condutividade elétrica de um meio estratificado horizontalmente sob a estação de registro. Desta forma, se o meio for estratificado, uma variação qualquer na orientação dos eixos x e y não afetará os resultados, ou seja, a razão magneto-telúrica será isotrópica. Isto é, matematicamente, a afirmação de uma condição necessária para a existência de uma solução para o problema inverso citado, isto é, de encontrar-se a condutividade em função da profundidade, a partir da razão citada. Assim, quando os dados não são isotrópicos, sabemos que não existirá solução para o problema de maneira como o mesmo foi posicionado, porque uma das suposições acerca do modelo é falsa (Parker, 1977).

1.2 Não-Unicidade

Geralmente quando um modelo geológico é determinado, através de parâmetros pré-definidos, é possível que ele não seja o único que satisfaça aos dados do problema. Talvez ele represente apenas um da infinidade de modelos distintos que também satisfazem os mesmos parâmetros. Daí, todo modelo geofísico deveria incluir estimativas de limites de não-unicidade nos parâmetros de seu modelo.

Desta forma toda vez que um modelo qualquer sem estimativas for publicado, o autor estará efetivamente dizendo que a não-unicidade daquele modelo é tão pequena para os fins sendo apresentados que pode ser simplesmente desprezada. Ou seja, algumas estimativas de não-unicidade de certos problemas de inversão na geofísica podem ser simplesmente removidas por uma cuidadosa contrução da espécie de modelo procurado. Qualquer grau de não-unicidade nas soluções resultará sempre de incertezas na observação dos dados.

1.3 Estabilidade

Matematicamente um problema é dito estável se sua solução depende continuamente dos dados, caso contrário, ele é dito instável. A classe dos problemas instáveis é denominada de mal condicionada. O condicionamento de uma matriz pode ser calculado a partir de seu número de condição (NC), que corresponde à razão entre o maior e o menor valor singular, sendo tanto maior a instabilidade quanto maior for o número de condição.

É importante lembrar que um problema é considerado bem-posto quando satisfaz as condições de existência, unicidade e estabilidade e mal-posto caso uma ou mais dessas condições não é satisfeita.

1.4 Linearização

A maioria das equações relacionadas a geofísica não são lineares. Assim para que possamos resolver esse problemas com todas as poderosas ferramentas da álgebra linear devemos aplicar alguns métodos para reduzir o problema à forma linear. Considerando uma função não linear, temos:

$$\hat{y}_i = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_i), \quad (1.3)$$

onde $i = 1, 2, \dots, M$. A função é expandida sobre o ponto $\hat{x}_i$:

$$y_i(\hat{x}_1 + \delta\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N + \delta\hat{x}_N) = \hat{y}_i + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_N} \delta x_N + \dots, \quad (1.4)$$

como δx_i , para todo i são muito pequenos, os termos de maior ordem podem ser ignorados, dessa forma temos:

$$y_i - \hat{y}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_N} \delta x_N, \quad (1.5)$$

ou

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \quad (1.6)$$

onde $\mathbf{Y}$ é o vetor das diferenças entre os dados observados e os calculados, $\mathbf{X}$ é o vetor das mudanças nos parâmetros e $\mathbf{A}$ é a matriz das derivadas parciais, a qual representa o quanto os dados são modificados por pequenas mudanças em qualquer um dos parâmetros do modelo.

1.4.1 Métodos Não Lineares

Todos os métodos de inversão descritos neste texto são baseados na suposição de que a equação relacionada aos valores observados para os parâmetros do modelo é linear. Porém isso não é tão restritivo como possa parecer uma vez que problemas não lineares podem ser solucionados por uma sequência de aproximações lineares. Contudo, existem métodos de inversão que não exigem qualquer suposição quanto a linearidade das equações governantes. O método de inversão de Monte Carlo consiste simplesmente na tentativa e erro executado por um computador. O programa de computador cria uma rotina de cálculo de valores de dados teóricos para qualquer modelo de parâmetros físicos terrestres. Daí então ele compara com os dados observados. Se os dados teóricos se aproximam aos experimentais o modelo é aceito. Se não, o modelo é rejeitado e esquecido.

1.5 Decomposição em Valores Singulares

A decomposição em valores singulares ou SVD do inglês *Singular Value Decomposition*, consiste na determinação de duas matrizes ortogonais e também da matriz dos autovalores singulares, a partir da matriz A , de modo que satisfaz a seguinte condição:

$$A = U\Sigma V^T, \quad (1.7)$$

onde U e V são matrizes ortonormais e Σ é uma matriz diagonal que possui os valores singulares de A , ou seja, dada uma matriz $\Sigma_{M \times N}$, então existem matrizes ortogonais $U_{M \times M}$ e $V_{N \times N}$, que combinadas com a matriz $\Sigma_{M \times N}$ produzem o resultado acima mencionado. A partir das relações entre autovalores e autovetores podemos definir as matrizes V, U e Σ e como U e V são ortonormais, podemos determinar uma inversa generalizada (Penrose, 1955), como:

$$A^+ = V\Sigma^+U^T, \quad (1.8)$$

onde Σ^+ é uma matriz diagonal que contém os recíprocos dos valores singulares de A . Escrevendo-se a inversa generalizada em forma de somatório, tem-se:

$$A^+ = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T, \quad (1.9)$$

onde $\mathbf{u}_i$ e $\mathbf{v}_i^T$ são as i -ésimas colunas de U e V^T , respectivamente, e σ_i é o i -ésimo valor singular da matriz A . Assim o SVD permite encontrar uma matriz pseudo-inversa, A^+ , de

uma matriz A que não possui posto completo e/ou que não é quadrada. Desta forma o SVD é uma ferramenta extremamente útil na prospecção geofísica.

1.5.1 Exemplo de SVD

A título de demonstração vamos calcular a inversa generalizada A^+ da matriz A abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calculando os autovalores de $A^T A$, temos que:

$$\det(A^T A - \lambda I) = -18\lambda + \lambda^2 = 0;$$

de modo que obtemos que $\lambda_1 = 18$ e $\lambda_2 = 0$. Agora podemos construir as matrizes Σ e Σ^+ .

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 3\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

e

$$\Sigma^+ = \begin{pmatrix} \frac{1}{3\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Conhecendo λ_1 iremos calcular os autovetores associados aos autovalores não nulos, neste caso o autovetor $\mathbf{v}_1$. Ou seja,

$$\begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{pmatrix},$$

o que implica em: $v_{11} = v_{12}$. Para $v_{11} = 1$ o vetor normalizado $\mathbf{v}_1$ torna-se:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}.$$

Agora iremos determinar os autovalores e autovetores não nulos de AA^T . Temos que:

$$\det(AA^T - \lambda I) = -\lambda^3 + 18\lambda^2 = \lambda^2(18 - \lambda) = 0,$$

de forma que $\lambda_1 = 18$ e $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Dessa forma:

$$AA^T \mathbf{u}_1 = \lambda_1 \mathbf{u}_1,$$

ou

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 8 \\ 4 & 8 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \end{pmatrix} = 18 \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \end{pmatrix}.$$

Resolvendo o sistema encontramos, da primeira equação que:

$$u_{13} = 4u_{11} - u_{12},$$

o que substituindo outras implica em $2u_{11} = u_{12}$. Para $u_{11} = 1$ temos então que: $u_{12} = 2$ e $u_{13} = 2$. Note que aqui não calculamos os autovetores, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{u}_2$ e $\mathbf{u}_3$, associados aos autovalores nulos, pois estes não contribuem para a determinação da inversa generalizada. Assim temos, depois de normalizarmos $\mathbf{u}_1$:

$$V = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & v_{21} \\ \sqrt{2}/2 & v_{22} \end{pmatrix},$$

e

$$U^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix}.$$

Substituindo na expressão (8) para A^+ temos:

$$A^+ = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & v_{21} \\ \sqrt{2}/2 & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix},$$

e

$$A^+ = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Perceba que de fato os autovetores associados aos autovalores nulos não influem no resultado de A^+ . Isto pode ser aplicado na inversão durante a escolha dos valores singulares efetivamente utilizados. Podemos, assim, eliminar os autovalores muito pequenos, que prejudicam a inversão, substituindo-os por zero, perdendo, por outro lado, informações sobre o modelo.

1.6 Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados ou MMQ consiste em escolher valores de x de modo a minimizar a diferença entre $A\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, onde $\mathbf{y}$ é o vetor que descreve o comportamento real (observado), $\mathbf{x}$ representa os parâmetros de entrada e $A\mathbf{x}$ é a expressão de saída. Ou seja:

$$e = \mathbf{y} - A\mathbf{x}. \quad (1.10)$$

Calculando o somatório dos erros quadrado, temos:

$$S = e^T e, \quad (1.11)$$

substituindo a equação (1.10) na (1.11), temos:

$$S = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T A\mathbf{x} - \mathbf{x}^T A^T \mathbf{y} + \mathbf{x}^T A^T A\mathbf{x}. \quad (1.12)$$

Derivando a equação (12) em relação a $\mathbf{x}$ e igualando a zero, temos:

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0} - \mathbf{y}^T A - A^T \mathbf{y} + 2A^T A\mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (1.13)$$

tal que $\mathbf{y}^T A = A^T \mathbf{y}$. Assim a solução para o problema dos mínimos quadrados é dada por um sistema de equações denominadas de normais, que é representado por:

$$A^T A\mathbf{x} = A^T \mathbf{y}. \quad (1.14)$$

Assim a solução do sistema é:

$$\mathbf{x} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{y}. \quad (1.15)$$

A decomposição em valores singulares também é uma técnica de minimização de erros, sendo assim substituindo a equação (1.7) em (1.15) e depois de algumas breves manipulações algébricas, temos:

$$\mathbf{x} = A^+ \mathbf{y}, \quad (1.16)$$

onde A^+ representa a matriz generalizada de Penrose.

Quando a matriz $A^T A$ da equação (1.15) é singular sua inversão torna-se impossível

por métodos convencionais, neste caso lhe é acrescentada uma pequena perturbação afim de mudar esta condição de singularidade. A este processo dá-se o nome de amortecimento. A partir daí a solução do sistema torna-se:

$$\mathbf{x} = (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T \mathbf{y}. \quad (1.17)$$

1.7 Regularização

Para que a solução de uma equação normal seja única, é necessário que esta matriz tenha posto completo. Uma condição para que uma matriz tenha posto completo é que todas as suas colunas ou linhas sejam linearmente independentes. Esta condição é equivalente dizer que a matriz possui determinante diferente de zero. Em problemas geofísicos, é comum que a matriz do sistema normal possua determinante próximo de zero. Ou seja, para fins práticos pode-se considerar que a matriz não tenha posto completo. Isto faz com que o problema inverso geofísico seja um problema mal posto, apresentando, principalmente, instabilidade e falta de unicidade da solução. Se o problema inverso apresenta falta de unicidade, os dados observados podem ser explicados por vários conjuntos de parâmetros diferentes. Em termos práticos, existem vários vetores de parâmetros diferentes que minimizam a função do ajuste.

Os problemas inversos encontrados na geofísica são, em geral, mal-postos. Os principais motivos para isto são: a presença de ruído nos dados observados; e, principalmente, a própria natureza do problema inverso. Neste último caso, mesmo se fôssemos capazes de obter dados completamente isentos de ruído, ainda teríamos diversas combinações de parâmetros capazes de explicar os dados observados. Por este motivo, quando nos deparamos com problemas inversos na geofísica, é essencial a utilização de regularização.

A regularização é um procedimento matemático que contorna os problemas de instabilidade e falta de unicidade em problemas inversos mal-postos. Esse procedimento equivale a impor restrições aos parâmetros a serem estimados. Desta forma, em um problema inverso regularizado buscamos estimar um conjunto de parâmetros que ajustam os dados observados e satisfaçam determinadas restrições. Estas restrições introduzem informações a priori no problema inverso. As informações podem ser de natureza geológica ou meramente matemática. Em geral, a introdução de informações a priori é feita por meio de funções regularizadoras, que são funções escalares que dependem dos parâmetros. Para incorporar informação a priori ao ajuste dos dados, formamos a função objetivo:

$$\Omega(\mathbf{m}) = \phi(\mathbf{m}) + \lambda\theta(\mathbf{m}), \quad (1.18)$$

em que $\phi(\mathbf{m})$ é a função do ajuste, $\theta(\mathbf{m})$ é uma função regularizadora e λ é um escalar positivo denominado parâmetro de regularização. Desta forma, o problema inverso regularizado é definido como estimar um vetor de parâmetros $\mathbf{m}$ que minimiza a função objetivo. Assim, o parâmetro de regularização controla a importância relativa entre o ajuste aos dados observados e a concordância com a informação a priori. O valor de λ é definido pelo usuário da inversão de tal forma que valores altos de λ tornam o problema inverso bem posto e fazem com que os parâmetros estimados satisfaçam quase completamente as informações a priori. Porém, isto geralmente faz com que haja um desajuste entre os dados observados e preditos. Por outro lado, valores baixos de λ fazem com que os parâmetros estimados ajustem os dados observados. No entanto, a estimativa poderá ser não-única e/ou instável, dependendo de quanto o problema inverso for mal-posto. Idealmente, deve-se encontrar um valor de λ que proporcione um bom ajuste e satisfaça as informações a priori o suficiente para estabilizar a solução.

O problema inverso linear é um caso particular do problema inverso não-linear. Por esta razão, a formulação geral para o problema inverso regularizado será feita seguindo os procedimentos adotados para o problema inverso não-linear. Assim sendo, iniciaremos expandindo a função objetivo em série de Taylor até segunda ordem:

$$\Omega(\mathbf{m}_0 + \Delta\mathbf{m}) \cong \Omega(\mathbf{m}_0) + \nabla\Omega(\mathbf{m}_0)^T \Delta\mathbf{m} + \frac{1}{2} \nabla\Omega(\mathbf{m}_0) \Delta\mathbf{m}^T \Delta\mathbf{m}. \quad (1.19)$$

Após uma série de complicadas manipulações algébricas e seguindo a dedução feita para o problema inverso não-linear, usando o método Gauss-Newton e substituindo o gradiente e a Hessiana da função do ajuste obtemos a equação para o problema inverso regularizado:

$$[2G(\mathbf{m}_0)^T G(\mathbf{m}_0) + \lambda \nabla(\mathbf{m}_0)] \Delta\mathbf{m} = 2G(\mathbf{m}_0)^T [\mathbf{d}^o - f(\mathbf{m}_0)] - \lambda \nabla(\mathbf{m}_0), \quad (1.20)$$

onde a matriz $G(\mathbf{m}_0)$ é a matriz Jacobiana de $f(\mathbf{m}_0)$, em que $f(\mathbf{m})$ relaciona os parâmetros aos dados preditos da seguinte forma:

$$\mathbf{d}_i^m = f_i(\mathbf{m}). \quad (1.21)$$

Em problemas inversos, essa matriz G é comumente denominada matriz de sensibilidade,

uma vez que o i -ésimo elemento de sua j -ésima coluna expressa a sensibilidade do i -ésimo dado predito em relação às variações do j -ésimo parâmetro.

1.7.1 Norma Mínima ou Tikhonov de ordem 0

A função regularizadora mais comumente usada é a chamada norma mínima, também conhecida como *ridge regression* ou Tikhonov de ordem zero. Como seu nome sugere, esta função é utilizada para incorporar a informação de que o vetor de parâmetros deve ter a norma quadrática mínima. Isto é, os parâmetros devem assumir valores mais próximos possíveis a zero. Para o caso em que a função $f_i(\mathbf{m})$ que relaciona os dados preditos aos parâmetros também é linear, a equação normal do problema inverso linear regularizado, para o caso da regularização de norma mínima, é:

$$[G^T G + \lambda I] \Delta \mathbf{m} = G^T \mathbf{d}^o, \quad (1.22)$$

em que λ é o parâmetro de regularização, $\mathbf{d}^o$ é o vetor de dados observados, G é a matriz de sensibilidade e $\mathbf{m}$ é a solução de norma mínima para o problema inverso linear.

1.7.2 Tikhonov de Ordem 1

Em certas situações é desejável que a distribuição dos parâmetros seja suave. Existem diversas interpretações para esta restrição, porém a mais comum é que parâmetros espacialmente adjacentes devem ter valores mais próximos possível. Em outras palavras, não devem haver variações abruptas entre parâmetros espacialmente adjacentes, ou que a diferença entre estes parâmetros deve ser mínima. Para o caso em que a função $f_i(\mathbf{m})$ que relaciona os dados preditos aos parâmetros também é linear, a equação normal do problema inverso linear regularizado, para o caso da regularização de norma mínima, é:

$$[G^T G + \lambda D^T D] \Delta \mathbf{m} = G^T \mathbf{d}^o, \quad (1.23)$$

em que λ é o parâmetro de regularização, $\mathbf{d}^o$ é o vetor de dados observados, G é a matriz de sensibilidade e $\mathbf{m}$ é a solução suave para o problema inverso linear. D é a matriz das diferenças finitas e tem a seguinte configuração:

$$D_{M \times M+1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & & 0 \\ \vdots & 0 & 1 & -1 & & & \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Para o caso de regularização de ordem 2, temos que:

$$D_{M \times M+2} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & & 0 \\ \vdots & 0 & 1 & -2 & 1 & & \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

CAPÍTULO 2

Modelagem Direta por Traçado de Raios Acústicos

Um raio é o caminho seguido pela energia indo da fonte ao receptor. Para os meios isotrópicos os raios são perpendiculares às frentes de onda, enquanto que nos meios anisotrópicos não existe esta perpendicularidade, formando assim um traçado curvo. Existem diversas formas para se representar a propagação de sinais sísmicos em um meio, como modelos analíticos, diferenças finitas e traçados de raios. A modelagem utilizando traçados de raios permite modelar meios com exatidão e eficiência computacional. Enquanto que a modelagem analítica, apesar de eficiente computacionalmente, restringe-se a casos relativamente simples. As diferenças finitas permitem modelar meios bastante complexos porém seu custo computacional é bastante elevado.

2.1 Traçado de Raios

Quando um meio geológico exibe baixos contrastes de velocidade, o ângulo de transmissão do raio entre as interfaces pode ser considerado constante. Desta forma os raios entre a fonte e o receptor são aproximados por retas. Contudo quando o contraste de velocidade de um meio geológico é acentuado, a idéia de raios retos não se aplica. Daí utilizamos uma outra idéia que se baseia num traçado de raios curvos, que pode ser analisado pelo princípio de Fermat, que diz que a energia se propaga ao longo de caminhos que tornam o tempo de trânsito mínimo.

Matematicamente, o tempo de trânsito de um raio, viajando de um ponto p_1 até um ponto p_2 , é dado por:

$$t = \int_{p_1}^{p_2} \frac{n(x, z)}{c} dl, \quad (2.1)$$

onde t é o tempo de trânsito, $n(x, z) = c/v(x, z)$ é a distribuição dos índices de refração no meio bidimensional, sendo c a velocidade do som num meio de referência, $v(x, z)$ a velocidade do som no ponto (x, z) e dl a diferencial do comprimento do arco ao longo do raio. Pelo princípio de Fermat o caminho será aquele para o qual a integral acima assume um valor

estacionário, logo:

$$I = \int_{p_1}^{p_2} n(x, z) dl, \quad (2.2)$$

onde I é o caminho do raio. Como a equação (2.1) não tem um caráter linear utilizaremos a expansão de Taylor, analogamente ao caso da seção 1.4, desprezando os termos de ordem igual ou superior a dois, assim temos que:

$$\Delta \mathbf{t} = G \Delta \mathbf{s}, \quad (2.3)$$

onde $\Delta \mathbf{t}$ representa a variação do tempo de percurso devido a perturbação $\Delta \mathbf{s}$ na distribuição da vagarosidade, e G representa a distância percorrida pelo raio, aproximação da matriz das derivadas parciais.

2.2 Equação do Raio

Utilizando a equação de Euler, condição necessária para existência de um valor extremo da integral variacional para o cálculo do comprimento acústico, podemos obter uma equação diferencial para uma família de raios em um meio homogêneo:

$$\frac{d}{dl} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{dl} \right) = \nabla n, \quad (2.4)$$

em que $\mathbf{r}$ é o vetor posição de um ponto qualquer ao longo de um raio, $\nabla n = dn/dr$ é o gradiente do índice de refração, e $d\mathbf{r}/dl$ é o vetor unitário tangente ao raio em (x, z) . Esta equação é denominada de equação do raio e sua solução representa os raios de menor comprimento para uma certa vizinhança. Desenvolvendo a equação (2.4) obtemos:

$$\frac{dn}{dl} \frac{d\mathbf{r}}{dl} + n \frac{d^2\mathbf{r}}{dl^2} = \nabla n. \quad (2.5)$$

Contudo, temos que:

$$\frac{dn}{dl} = \frac{dn}{d\mathbf{r}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \nabla n \frac{d\mathbf{r}}{dl}. \quad (2.6)$$

Substituindo a equação (2.6) na (2.5) temos:

$$\left(\nabla n \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dl} \right) \frac{d\mathbf{r}}{dl} + n \frac{d^2\mathbf{r}}{dl^2} = \nabla n. \quad (2.7)$$

Aplicando a expansão de Taylor na função vetorial $r(l)$, considerando os três primeiros termos e substituindo o vetor curvatura $d^2\mathbf{r}/dl^2$ obtido a partir da equação (2.7) na expansão chegamos a seguinte expressão:

$$\mathbf{r}(l + \Delta l) = \mathbf{r}(l) + \frac{d\mathbf{r}}{dl}\Delta l + \frac{1}{2n} \left[\nabla n - \left(\nabla n \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dl} \right) \frac{d\mathbf{r}}{dl} \right] \Delta l^2. \quad (2.8)$$

Considerando dois pontos distintos do raio $P_1(x_k, z_k)$ e $P_2(x_{k+1}, z_{k+1})$ separados por uma distância Δl e aplicando diferenças finitas, o próximo ponto do raio pode ser estimado como:

$$x_{k+1} = x_k + \cos\alpha_k \Delta P + \frac{1}{2n_k} (n_{k,x} - d_k \cos\alpha_k) \Delta l^2, \quad (2.9)$$

$$z_{k+1} = z_k + \sin\alpha_k \Delta P + \frac{1}{2n_k} (n_{k,z} - d_k \sin\alpha_k) \Delta l^2, \quad (2.10)$$

onde n_k é o índice de refração, $n_{k,x}$ é a derivada de n_k na direção x , $n_{k,z}$ é a derivada de n_k na direção z , d_k é a derivada direcional e α_k é o ângulo entre as direções tangente ao raio e horizontal na iteração k . Assim, conhecendo-se a posição atual (x_k, z_k) e um ângulo α_k pode-se obter, sucessivamente, os pontos seguintes do raio. Note que a vagarosidade usada nas equações (2.9) e (2.10) não é a verdadeira, ela é uma aproximação que pode ser obtida através de algum conhecimento geológico da área ou utilizando informações de um log sônico por exemplo.

CAPÍTULO 3

Tomografia Sísmica

A tomografia é uma técnica de reconstrução de imagem a partir das somas dos valores de propriedades em determinadas direções. É um tipo especial de problema de inversão no qual os dados observados e os parâmetros geológicos se relacionam através de uma integral de linha. Por exemplo, a velocidade sísmica e as propriedades de atenuação da terra podem ser relacionadas ao tempo de viagem observado (t_k) e a amplitude de uma onda sísmica (a_k) por uma integral de linha ao longo de uma trajetória de raio (R_k). Tomografia sísmica é a inversão dessa integral de linha relacionada (Figura 3.1) para obter estimativas do campo de velocidade, $v(x, y)$, ou o campo de atenuação, $\alpha(x, y)$, dentro de alguma região do espaço atravessado. Três diferentes procedimentos de inversão são considerados.

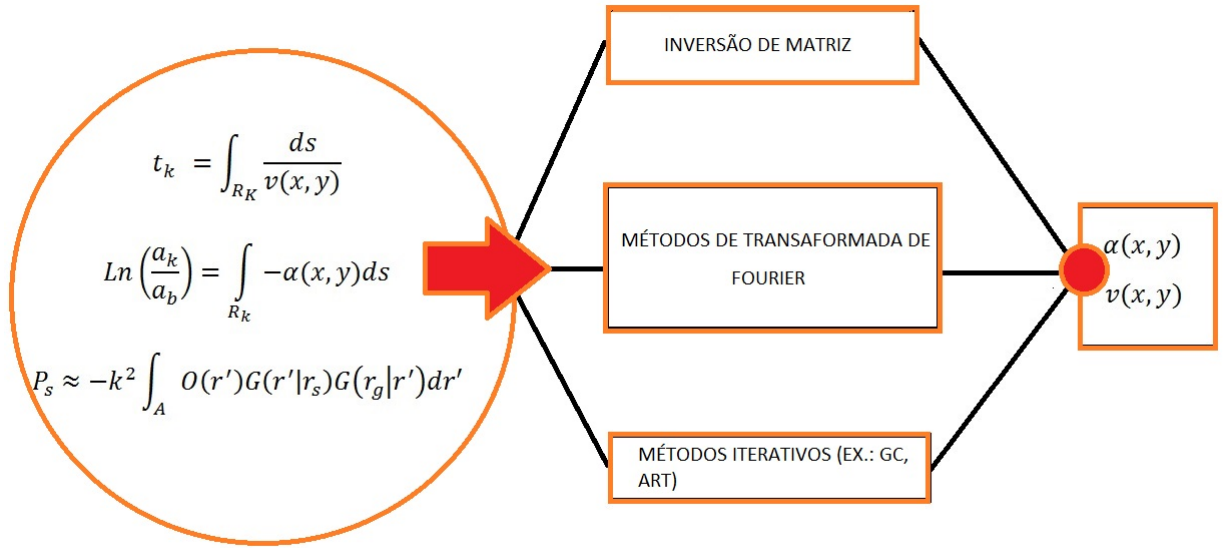


Figura 3.1: Três formas de inversão das integrais de linha em tomografia sísmica para obtenção dos campos de velocidade e atenuação.

3.1 Histórico

Diversas áreas do conhecimento encontram aplicações para as técnicas tomográficas, como a geofísica, oceanografia, medicina, engenharia elétrica e engenharia civil. A tomografia é classificada conforme os tipos de onda utilizadas nos levantamentos tomográficos, são elas as transmitidas, refletidas, refratadas ou difratadas. Porém existem técnicas que utilizam mais de um tipo de onda ou que estimam outras propriedades além da velocidade, como os coeficientes de atenuação, anisotropia ou propriedades petrofísicas. Segmentos distintos da ciência vêm contribuindo para o desenvolvimento da tomografia, e não é raro que essas áreas compartilhem os avanços alcançados.

Abaixo apresenta-se um breve histórico de contribuições importantes no desenvolvimento dos métodos tomográficos (Stewart, 1991):

- 1917- Transformada de Radon inversa;
- 1956- Imageamento de brilho astronômico;
- 1961- Primeiro trabalho sobre tomografia médica;
- 1968- Microscopia eletrônica em três dimensões;
- 1972- Primeiro aparelho comercial de tomografia computadorizada de raios X;
- 1972- Experimento sísmico interpoços em campo de petróleo;
- 1973- Primeiro tomograma de ressonância magnética nuclear;
- 1976- Estrutura da litosfera obtida por tomografia sísmica;
- 1977- Geotomografia eletromagnética;
- 1979- Prêmio Nobel de medicina para a tomografia computadorizada;
- 1984- Tomografia sísmica global aplicada à Terra;
- 1984- Tomografia de exploração sísmica (encontro SEG, Atlanta);
- 1987- Curso de tomografia sísmica (SEG);
- 1990- Simpósio internacional no Japão sobre geotomografia (SEG).

3.2 Inversão de Matriz

Os métodos de matriz inversa generalizada, mínimos quadrados amortecido ou de programação linear são todos facilmente aplicados neste problema. A região de interesse é dividida dentro de um grupo de células, e $v(x, y)$ ou $\alpha(x, y)$ são considerados constantes nesta região envolvida por uma célula. Tomando a equação de tempo de viagem como exemplo, a integral de linha pode ser aproximada como:

$$t_k = \sum_j \frac{\Delta s_j}{v_j}, \quad (3.1)$$

onde Δs_j é a distância percorrida pelo raio na célula j e v_j a velocidade dentro da j -ésima célula e o somatório é tomado sobre as células atualmente interceptadas pela k -ésima trajetória de raio. Daí estabelecemos as equações de modo que uma é solução para a perturbação dos valores de velocidade de algum modelo inicial. Assim:

$$\Delta t_k = t_k^{obs} - t_k^{cal} = \sum_j \Delta s_j \Delta p_j, \quad (3.2)$$

onde $\Delta p_j = 1/v_j - 1/\hat{v}_j$ é a perturbação da velocidade dentro da j -ésima célula. Nos termos da equação $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$, A é uma matriz de dimensões $(K_{max} \times J_{max})$ dos valores de Δs onde K_{max} é o número total de raios atravessando a região de interesse e J_{max} é o número total de células.

A partir daí raios são traçados num modelo inicial (desejado) e a matriz A é então construída, a equação $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$ é resolvida usando-se a matriz inversa generalizada, mínimos quadrados amortecido ou programação linear. Perturbações na velocidade, contidas dentro de x , são mantidas pequenas por um amortecimento adequado dentro da inversão e os desvios para trajetórias dos raios são assumidos pequenos o bastante de forma a serem ignorados. Raios são então traçados atravessando um novo modelo de velocidade modificado o qual resulta numa nova matriz A . Este processo é repetido quantas vezes forem necessárias até minimizar diferença entre os observados e os calculados tempos de viagem.

O principal requerimento para que a inversão tomográfica seja um sucesso é que a cobertura angular dos raios deve ser tão ampla quanto for possível. A maior desvantagem da inversão de matriz aplicada a tomografia é o grande esforço computacional que usualmente é requerido. O número de operações envolvidas neste método é da ordem de N^3 , onde N é o número de células dentro da região de interesse. Assim com 10^{-6} segundos por operação, (100×100) células levará 277 horas para inverter (200×200) células levaria aproximadamente dois anos para inverter.

3.2.1 Método da Transformada de Fourier

Este método é baseado no teorema projeção-fatia o qual afirma que: a transformada de Fourier unidimensional de uma projeção em um ângulo θ é uma fatia em um mesmo ângulo de uma transformada de Fourier bidimensional do objeto original (Mersereau and Oppenheim, 1974). A Figura 3.2a mostra um campo de alta velocidade dentro de um campo de velocidade homogêneo. A projeção desse campo de velocidade é o tempo de viagem de raios paralelos que atravessam o campo em um ângulo constante. De acordo com o teorema projeção-fatia, um plano através da Figura 3.2b será a transformada de Fourier unidimensional de uma projeção através da Figura 3.2a no mesmo ângulo.

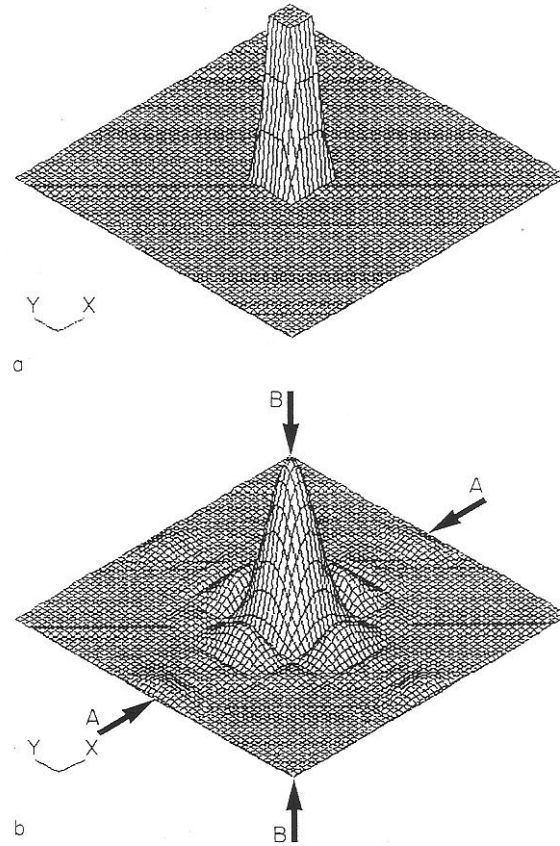


Figura 3.2: Representação do teorema projeção-fatia. (b) é a transformada de Fourier bidimensional de (a). Um plano através de (b) é a transformada de Fourier de uma projeção através de (A) no mesmo ângulo. Retirado de Hatton et al. (1986).

Suponha que raios paralelos atravessam a região de interesse na direção x_1 (Figura 3.3). A projeção dos raios é:

$$p_{x_1}(x_2) = \int_A^B f(x_1, x_2) dx_1, \quad (3.3)$$

onde p representa os tempos de viagem ou amplitudes dependendo da aplicação, e $f(x_1, x_2)$ é a propriedade do meio a ser determinada. A transformada de Fourier de $p_{x_1}(x_2)$ é:

$$p_{x_1}(k_2) = \int_C^D p_{x_1}(x_2) e^{-ik_2 x_2} dx_2. \quad (3.4)$$

Mas a transformada de Fourier bidimensional de $f(x_1, x_2)$ é:

$$F(k_1, k_2) = \int_C^D \int_A^B f(x_1, x_2) e^{-i(k_1 x_1 + k_2 x_2)} dx_1 dx_2. \quad (3.5)$$

Substituindo a equação (3.3) dentro da (3.4) e comparando o resultado com (3.5) obtemos:

$$p_{x_1}(k_2) = F(k_1, k_2) \Big|_{k_1}. \quad (3.6)$$

Esta demonstração pode ser generalizada para qualquer ângulo de projeção arbitrário θ . Isso permite um método de retroprojeção muito rápido. Pois é preciso simplesmente a execução de uma transformada de Fourier bidimensional inversa para obter o campo de velocidade original.

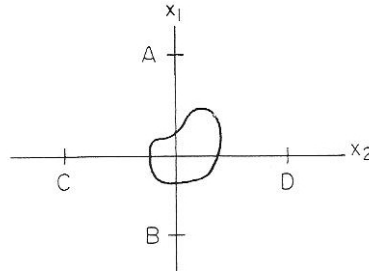


Figura 3.3: Região de investigação. Retirado de Hatton et al. (1986).

3.2.2 Gradiente Conjugado

O gradiente conjugado é um método iterativo, usado para resolver equações normais obtidas através da utilização dos mínimos quadrados. Este método, por se tratar de um algoritmo iterativo pode ser aplicado a sistemas esparsos que são grandes demais para ser tratados por métodos diretos como a decomposição de Cholesky. Tais sistemas surgem frequentemente quando se resolve numericamente equações diferenciais parciais. Tomando a equação linear:

$$G^T \mathbf{d} = G^T G \mathbf{m}, \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{d}$ é o vetor dos dados observados, G a matriz que relaciona os dados observados aos parâmetros e $\mathbf{m}$ o vetor dos parâmetros a serem estimados. Como vimos na seção 1.6, o erro entre os dados observados e calculados pode ser dado da seguinte forma:

$$\mathbf{e}^k = G^T \mathbf{d} - (G^T G)^k \tilde{\mathbf{m}} \quad (3.8)$$

Contudo, a expressão para o erro quadrático é dada da seguinte forma:

$$Q_m^k = \begin{pmatrix} 1 & (\tilde{\mathbf{m}}^k)^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (G^T \mathbf{d})^T G^T \mathbf{d} & (G^T \mathbf{d})^T G \\ G^T G^T \mathbf{d} & G^T G G^T G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{m}^k \end{pmatrix}.$$

onde $-\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m}^k$. Define-se então a expressão iterativa:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{m}^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{m}^k \end{pmatrix} + \lambda_{k+1} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{u}^k \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

onde $\mathbf{u}^k$ representa um vetor arbitrário não-nulo. Substituindo a equação anterior na equação matricial que define o erro na iteração $k+1$, tem-se:

$$Q_m^{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_{k+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_m^k & \Delta_m^k \\ \Delta_m^k & Q_u^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_{k+1} \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

onde $E_m^k = (\mathbf{e}^k)^T \mathbf{e}^k$, $Q_u^k = (\mathbf{u}^k)^T G^T G^k \mathbf{u}$ e $\Delta_m^k = (\mathbf{e}^k)^T G^k \mathbf{u}$. Minimizando a equação 3.10 com relação à λ obtém-se a equação normal que pode ser apresentada da forma seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} E_m^k & \Delta_m^k \\ \Delta_m^k & Q_u^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_m^{k+1} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Resolvendo-se para λ_{k+1} , obtém-se:

$$\lambda_{k+1} = -\frac{\Delta_m^k}{Q_u^k}. \quad (3.12)$$

Retornando com a equação 3.13 em 3.12, obtém-se:

$$E_m^{k+1} = E_m^k \left(1 - \frac{(\Delta_m^k)^2}{E_m^k Q_u^k} \right). \quad (3.13)$$

A relação de proporcionalidade inversa entre E_m^{k+1} e Q_u^k , expressa na equação 3.13, pode ser utilizada para acelerar a convergência. Para tanto, defini-se $\mathbf{u}^k$ da seguinte forma:

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{r}^k + \alpha_k^{k-1} \mathbf{u}, \quad (3.14)$$

onde:

$$\mathbf{r}^k = \begin{pmatrix} G^T G G^T \mathbf{m} & G^T G G^T G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{m}^k \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

é o vetor residual, gradiente, na iteração k . Substituindo a equação 3.14 na expressão de Q_u^k e minimizando com relação a α_k podemos escrever:

$$\alpha_k = -\frac{\Delta_u^k}{E_u^{k-1}}, \quad (3.16)$$

onde:

$$\Delta_u^k = \mathbf{u}^{k-1} G^T G G^T G \mathbf{r} \quad (3.17)$$

e

$$E_u^{k-1} = Q_{u,min}^{k-1} = (\mathbf{u}^{k-1})^T G^T G G^T G \mathbf{u}. \quad (3.18)$$

Substituindo-se a equação 3.9 na equação 3.15, para iteração $k + 1$, obtém-se a expressão recursiva para atualizar o vetor gradiente:

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k + \lambda_{k+1} \mathbf{q}^k, \quad (3.19)$$

onde: $\mathbf{q}^k = G^T G (G^T G)^k \mathbf{u}$.

CAPÍTULO 4

Bacia do Recôncavo

4.1 Evolução das Bacias Marítimas Brasileiras

Durante o período Permiano, há cerca de 280 milhões de anos atrás, todos os continentes estavam unidos em um único megacontinente chamado Pangea, ocupando cerca de 40% da superfície do planeta. O restante estava coberto pelo único oceano existente denominado Panthalassa. O fraturamento deste megacontinente começou no período Neotriássico-Eojurássico, há cerca de 210 milhões de anos, separando as atuais Américas do Norte e do Sul, além de outros continentes. Neste estágio a América do Sul e a África ainda permaneceram unidos, como parte do supercontinente Gondwana. A separação da Gondwana se deu



Figura 4.1: Representação das Bacias sedimentares brasileiras, retirado de Zalán (2007).

em diversos estágios, iniciando 70 milhões de anos após a separação das Américas do Norte

e do Sul. No fim do período Jurássico e início do período Neocomiano, o atual continente sul-americano começou a girar no sentido horário na região sul brasileira. Lavas basálticas através de fraturas profundas cobriram tanto a bacia paleozóica do Paraná como a futura margem continental com derrames de basalto totalizando mais de 1000 metros de espessura. As fraturas tensionais criadas pela rotação diferencial entre a América do Sul e a África, durante a fase *rift*, propagaram-se para áreas além das atividades vulcânicas, estendendo-se para bacias pouco subsidentes, criadas no estágio pré-*rift*.

Um sistema de fraturas essencialmente norte-sul, ao norte da Bacia de Campos, definiu a margem continental da Bacia do Espírito Santo até Salvador e propagou-se para o norte, por mais de 500 quilômetros para dentro do continente sul-americano, dando origem às Bacias do Recôncavo e Tucano.

Após a fase-*rift*, há cerca de 130 milhões de anos, no Aptiano, estabeleceu-se entre a América do Sul e a África uma bacia de subsidência rápida e uniforme, onde depositaram-se sedimentos clásticos lacustres e espessa sequência de evaporitos marinhos. A água salgada proveio da bacia euxínica, quase fechada, existente entre a Argentina e a África do Sul, resultante da implantação do Oceano Atlântico. Já a maior parte da margem equatorial, devido ao deslocamento divergente entre a América do Sul e a África, formou *grabens* estreitos, nos quais espessas sequências flúvio-deltaicas se acumularam rapidamente. Essas sequências foram cobertas, no período Eobiano, por uma camada de sedimentos marinhos, quando já estava estabelecida a conexão entre os Oceanos Atlântico Sul e Norte.

4.2 A Bacia do Recôncavo

A Bacia do Recôncavo ocupa uma área de aproximadamente 11.500 km^2 e localiza-se no Estado da Bahia. Seus limites são representados pelo Alto de Aporá, a norte e noroeste; pelo sistema de falhas da Barra, a sul; pela Falha de Maragogipe, a oeste; e pelo sistema de falhas de Salvador, a leste.

Estruturalmente esta bacia relaciona-se aos esforços tectônicos distensionais que culminaram na fragmentação do Supercontinente Gondwana durante o Eocretáceo, promovendo a abertura do Oceano Atlântico. Sua arquitetura básica é de um meio-gráben, com falha de borda a leste e orientação geral NE-SW. Condicionado por falhamentos normais planares com direção preferencial N30°E as camadas têm mergulho regional para leste. Zonas de transferência com orientação N40°W acomodaram taxas de extensão variáveis entre diferentes compartimentos da bacia ao longo de sua evolução. Segundo Abrahão e Warme (1990), o campo de tensões responsável pelo rifteamento teria atuado entre o Mesojurássico e o Eocretáceo.

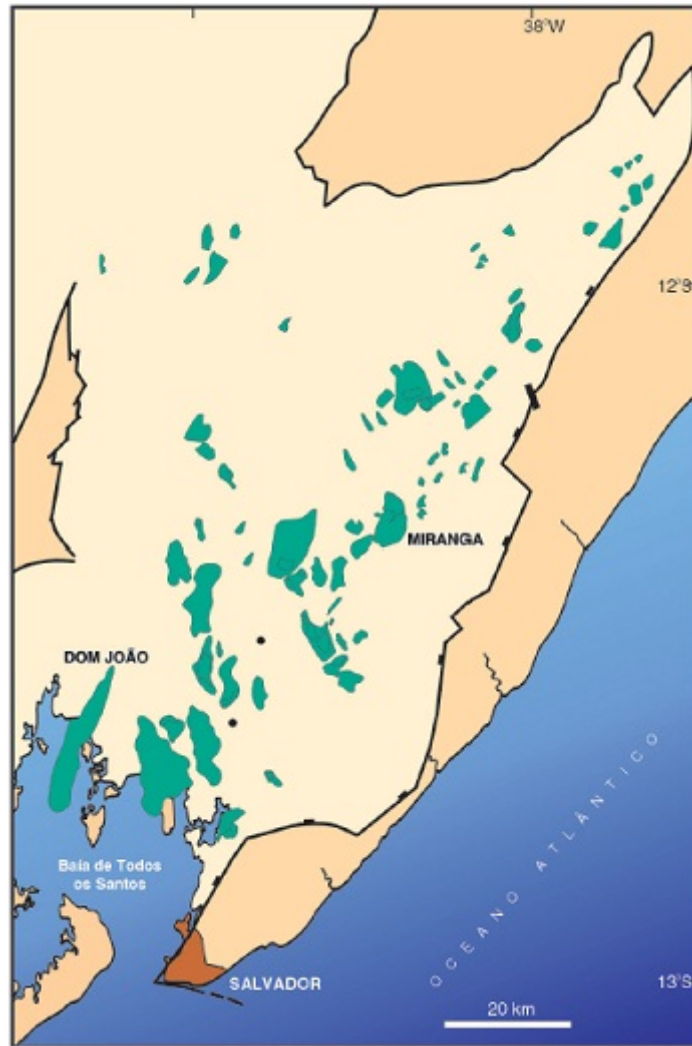


Figura 4.2: Mapa da Bacia do Recôncavo e localização das acumulações petrolíferas descobertas, retirado de Bizzi et al. (2003).

4.2.1 O Embasamento

O embasamento da Bacia do Recôncavo é representado predominantemente por gnaisses granulíticos arqueanos pertencentes ao Bloco Serrinha, a oeste e norte; aos cinturões Itabuna-Salvador-Curaçá, a oeste-sudoeste; e Salvador-Esplanada, a leste-nordeste. Ao norte, ocorrem ainda rochas metassedimentares de idade neoproterozóica, relacionadas ao Grupo Estância.

Conforme Delgado et al. (2003), os gnaisses granulíticos são constituídos por suítes ígneas TTG (tonalítico-trondhjemitico-granodioríticas) migmatizadas, de idade mesoarqueana a neoarqueana (3.200-2.900 *Ma*), intrudidas por granitos, granodioritos e sienitos paleoproterozóicos (2.100-1.900 *Ma*). Estas rochas associam-se a sequências supracrustais depositadas em bacias rifte e em ambientes plataformais de margem passiva, compreendendo quartzitos,



Figura 4.3: Carta Estratigráfica da Bacia do Recôncavo (mod. Caixeta et al., 1994).

paragnaisses aluminosos, rochas calciossilicáticas, formações ferríferas, gnaisses manganésíferos e grafitosos e gonditos. São ainda descritas rochas máficas (anfibolitos) interpretadas como remanescentes de crosta oceânica. Estes terrenos estiveram submetidos a múltiplos eventos deformacionais e de metamorfismo desde o Arqueano até o Proterozóico, quando ocorreu a estabilização do Cráton do São Francisco. Rochas metassedimentares de baixo grau compõem o Grupo Estância, estando relacionadas a uma bacia neoproterozóica (750-650 *Ma*) que se desenvolveu na borda nordeste do Cráton do São Francisco, sob um regime extensional a flexural-termal. Seus depósitos acumularam-se em uma plataforma rasa mista e caracterizam, da base para o topo, as formações Juetê, Acauã e Lagarto. A Formação Juetê é representada por siliciclásticos de origem litorânea (conglomerados, arenitos médios a grossos retrabalhados por ondas e pelitos). Rochas sedimentares carbonáticas (dolomitos estromatolíticos e oolíticos, calcarenitos e calcilutitos) com intercalações de pelitos e níveis de intraclastos constituem a Formação Acauã. Arenitos com clastos carbonáticos intercalados a pelitos definem a Formação Lagarto. Considera-se que a deposição dessas duas últimas

unidades esteja associada a um ciclo provavelmente transgressivo. Deformação e metamorfismo são incipientes na Bacia Estância devido à sua posição marginal em relação à tectônica compressiva que estruturou a Faixa de Dobramentos Sergipana.

4.2.2 Campo de Miranga

Descoberto em 1965, essa acumulação tem área de 24 km^2 e localiza-se na calha principal da Bacia, a cerca de 20 km da Falha de Salvador; a jazida exibe 22 zonas produtoras em arenitos do Grupo Ilhas, Formações Marfim e Pojuca. A perfuração pioneira, o poço 1-MG-1-BA, foi proposta com base em linhas sísmicas de reflexão de qualidade bastante precária, entre as primeiras executadas no país, além de apoio em gravimetria e em dados de geologia de superfície.

O Campo de Miranga (Figura 4.4) estrutura-se como um anticlinal cortado por falhas normais com rejeitos entre 10 e 300m , que definem os limites da acumulação. Diapirismo de argila foi um dos fatores que influenciaram fortemente na configuração final do campo, que é circundado por domos de folhelho. Na área do campo a seção sedimentar espessa para sudeste, no mesmo sentido do aprofundamento regional da bacia. Os reservatórios do campo

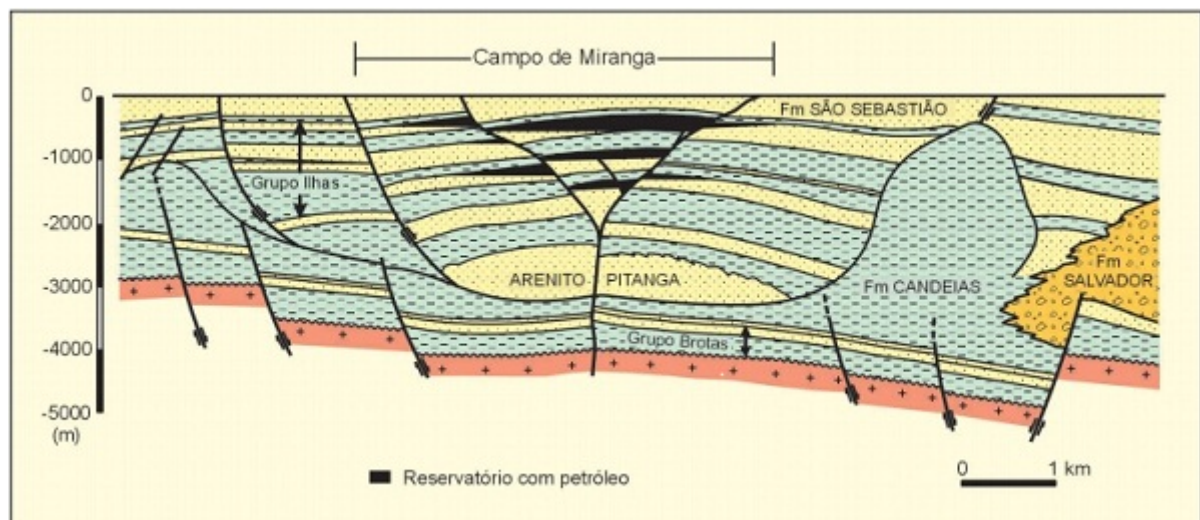


Figura 4.4: Seção geológica esquemática na porção central da Bacia do Recôncavo, ilustrando a configuração estrutural-estratigráfica do Campo de Miranga (mod. de Sarnelli, 1988).

estão compreendidos em cinco unidades informais, os arenitos Brejão, Miranga Superior e Inferior, Santiago e São Paulo-Catu. Tais reservatórios correspondem a corpos arenosos acumulados como leques subaquosos associados ao avanço de frentes deltaicas (Paz e Souza, 1986); situam-se a profundidades entre 900 e 1.450 m e têm porosidades de 18% a 24% . Estes corpos arenosos são predominantemente quartzosos, em geral de granulação fina a muito fina, com cimento calcífero, e têm matriz argilosa, sendo os níveis Brejão e Santiago os de maior

continuidade lateral através do campo. O petróleo produzido em Miranga tem densidade entre 37° e 42° API; a reserva é da ordem de 119 milhões de barris (De Maman et al. 1990). Em 1983, com o aprofundamento do poço 7-MGP-324ABA, foi descoberta a acumulação de gás de Miranga Profundo, produtor em reservatórios das Camadas Caruaçu, Formação Marfim. Trata-se de corpos arenosos de geometria lenticular, de baixa continuidade tanto lateral quanto vertical, intercalados a camadas de folhelhos. A jazida de Miranga Profundo tem área de 20 km^2 e reserva da ordem de 6,3 bilhões de metros cúbicos de gás (Sarnelli, 1988).

CAPÍTULO 5

Modelo Eletromagnético

5.1 Descrição do Modelo

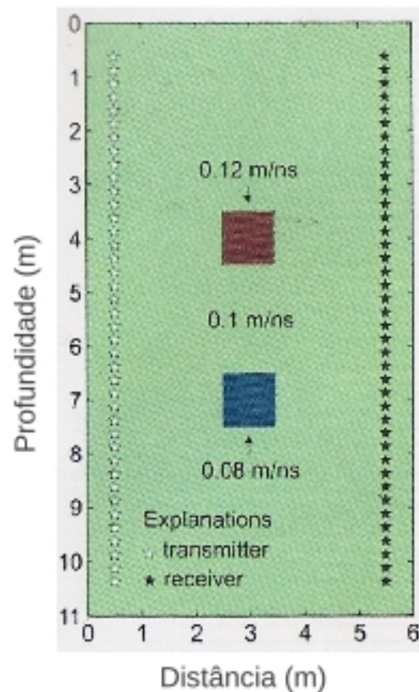


Figura 5.1: Modelo sintético verdadeiro usado para gerar os dados, retirado de Ammon e Vidale (1993).

O modelo sintético apresentado na Figura 5.1 é característico de trabalhos de detalhamento em geofísica ambiental por tomografia eletromagnética, principalmente pelas suas dimensões pequenas e velocidades próximas à da luz. O meio tem 11 *m* de profundidade por 6 *m* de largura e contém dois corpos retangulares no seu interior, o superior com altas velocidades e o inferior com baixas velocidades em relação ao meio.

Para a inversão, o modelo foi discretizado em células de 0,25 *m* por 0,25 *m*, formando assim uma malha de 44×24 , ou seja, 1056 células.

5.2 Modelagem Direta

Na modelagem direta foi usada a técnica de traçado de raios retos, onde foram colocados 40 transmissores em um poço e 40 receptores em outro gerando 1600 raios, numa geometria característica de tomografia interpoços. Assim foi obtida a matriz $G_{1600 \times 1056}$ que contém as distâncias percorridas por cada raio em cada célula. Cada linha da matriz G representa um raio, de tal forma que o elemento $g_{i,j}$ é a distância percorrida pelo i -ésimo raio na j -ésima célula. Multiplicando-se o vetor $\mathbf{m}$, que contém o valor das 1056 vagarosidades do modelo sintético, pela matriz G encontramos o vetor $\mathbf{t}$ contendo os tempos de trânsito dos 1600 raios que atravessaram o modelo.

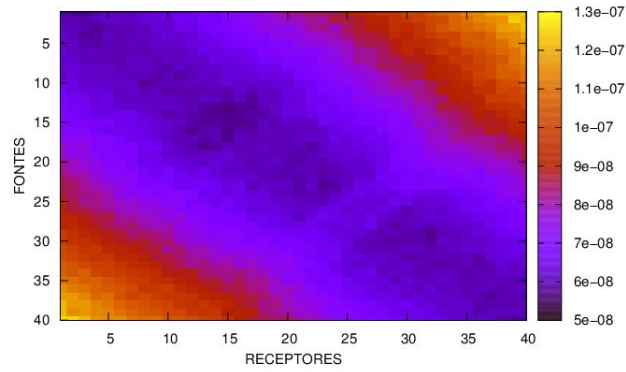


Figura 5.2: Representação gráfica dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

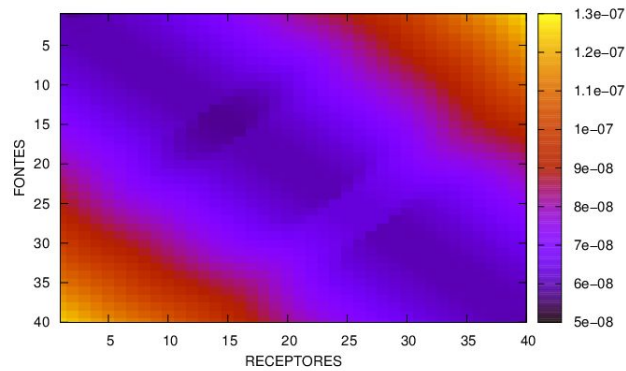


Figura 5.3: Representação gráfica dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes, com ruídos gaussianos para $\alpha = 0,1$. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

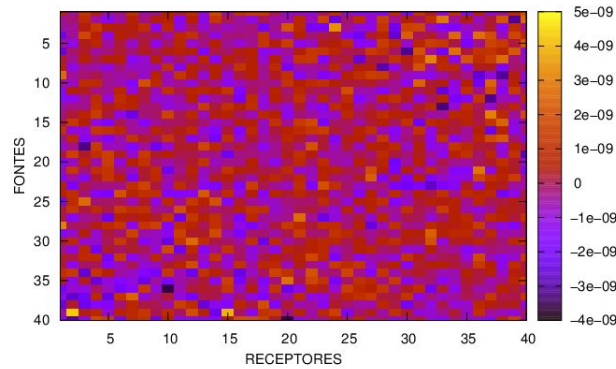


Figura 5.4: Representação gráfica da diferença dos tempos de resposta dos 40 receptores aos raios gerados nas 40 fontes, para a modelagem direta com ruído, $\alpha = 0,1$, e sem ruído, mostrados nas duas últimas figuras. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

As Figuras 5.2 e 5.3 são uma representação bidimensional do tempos de resposta dos 40 receptores colocados no poço aos estímulos gerados nas 40 fontes, para a modelagem direta sem ruído e com ruído, em que $\alpha = 0,1$. As figuras reforçam o sucesso do traçado de raios, pois não apresentam regiões anômalas, de tempos de trânsito nulos ou muito grandes, que indicariam, normalmente, algum erro durante o traçado de raios. Como neste exemplo as ondas são eletromagnéticas, os tempos de trânsito estão, como é de se esperar, bem próximos a zero. A Figura 5.4 é, em suma, a diferença entre a Figura 5.2 e 5.3, apresentando tempos da ordem dos nanossegundos, maiores e menores que zero.

5.3 Modelo Estimado

Conhecendo a matriz G basta agora acharmos sua inversa, neste trabalho usamos o método do SVD para encontrarmos a pseudo inversa G^+ . A pseudo inversa multiplicada pelo vetor dos tempos de trânsito $\mathbf{d}$ nos retorna o vetor estimado das vagarosidades. A Figura 5.5 mostra o modelo estimado nesta primeira etapa sem a presença de ruídos nos dados com 546 valores singulares, em que o erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 0,1743 % aproximadamente.

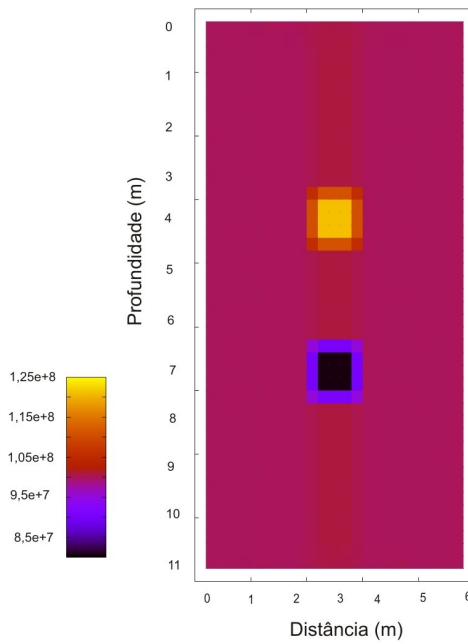


Figura 5.5: Modelo estimado sem ruído com 546 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas foi de 0,17 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

5.4 Efeito do Ruído

Para exemplificar o efeito do ruído nos dados, nesta etapa vamos repetir os mesmos passos vistos anteriormente, porém vamos adicionar ruídos aleatórios nos tempos de trânsito obtidos na modelagem direta, variando, também, o número de valores singulares usados na inversão (Tabela 5.1). A Figura 5.6 mostra o resultado obtido para ruídos de até no máximo $\alpha = 10^{-6}$ nos tempos, enquanto a Figura 5.7 é o resultado encontrado com ruídos atingindo valores de $\alpha = 1$ nos tempos de trânsito. O ruído para $\alpha = 10^{-6}$ não afetou significativamente o resultado da inversão pela Figura 5.6. Veja que para o ruído $\alpha = 1$ (Figura 5.7) o modelo estimado saiu totalmente diferente do modelo verdadeiro, ou seja, os ruídos influenciaram

muito nos resultados, de forma que todos os trabalhos geofísicos devem ser feitos buscando minimizar os efeitos do ruído seja durante a aquisição ou no próprio processamento.

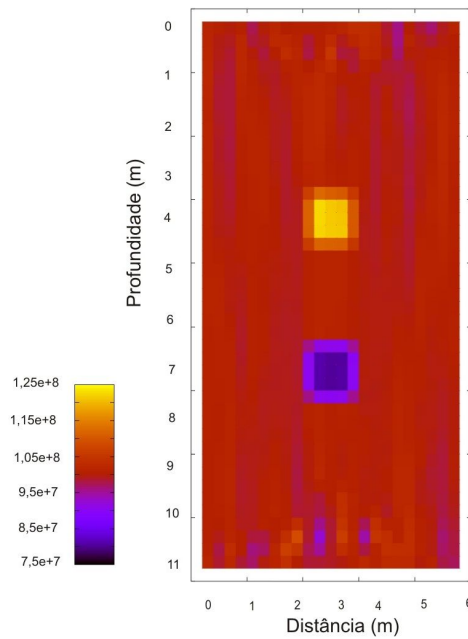


Figura 5.6: Modelo estimado com $\alpha = 10^{-6}$ de ruído. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e verdadeiras sintéticas foi de 0,22 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

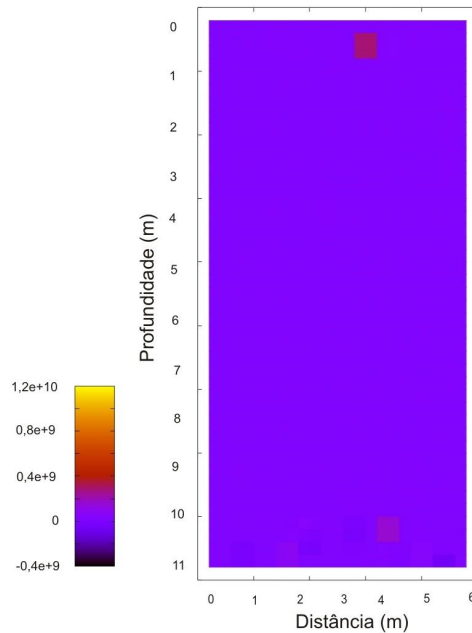


Figura 5.7: Modelo estimado com $\alpha = 1$ de ruído. O erro RMS entre os tempos verdadeiros e o com ruído foi de 1,40 %. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 207,92 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

$\#\sigma$	α	ϵ_m	ϵ_r (%)
546	0	0,1743	0
546	10^{-6}	0,2165	$1,3960 \times 10^{-5}$
546	0,001	147,8469	0,0139
75	0,001	75,3186	0,0139
546	0,01	122,5346	0,1394
546	0,1	122,3326	1,3936
75	0,1	75,3288	1,3936
75	1	207,9200	13,9360

Tabela 5.1: Síntese dos resultados encontrados para o modelo eletromagnético, usando o método SVD. Onde $\#\sigma$ é o número de valores singulares usados, α é parâmetro do ruído gaussiano, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as observados sintéticas e ϵ_r é o erro RMS entre os tempos com ruído e os sem ruído.

O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as verdadeiras sintéticas foram de 0,2165 % e 207,9200 % para $\alpha = 10^{-6}$ e $\alpha = 1$, respectivamente. Nestes exemplos (Tabela 5.1) notamos que a presença do ruído gaussiano afetou muito os dados estimados, sendo necessário um ruído muito pequeno para que a inversão obtivesse sucesso. Percebemos neste Trabalho, como será visto mais adiante, que quanto maior o número de células no meio discretizado, menor é o efeito do ruído na inversão. Este fato é razoável, levando em conta a aleatoriedade dos ruídos adicionados nos tempos, pois com um número cada vez maior de células a soma dos ruídos torna-se mais próxima a zero, anulando o efeito do ruído. A Tabela 5.1 reúne os resultados alcançados para o modelo eletromagnético usando a técnica SVD.

CAPÍTULO 6

Modelo Sintético Baseado no Campo de Miranga

6.1 Descrição do Modelo

A Figura 6.1 é um modelo sintético bastante semelhante em estrutura e estratigrafia as configurações geológicas encontradas na região do Campo de Miranga, na Bacia do Recôncavo, descrita anteriormente na seção 4.2.2. O meio tem uma extensão de 259 *m*, começando e terminando, respectivamente, nas profundidades de 1050 *m* e 1302 *m*. As velocidades sísmicas das rochas variam de 1800 *m/s* à 2800 *m/s*.

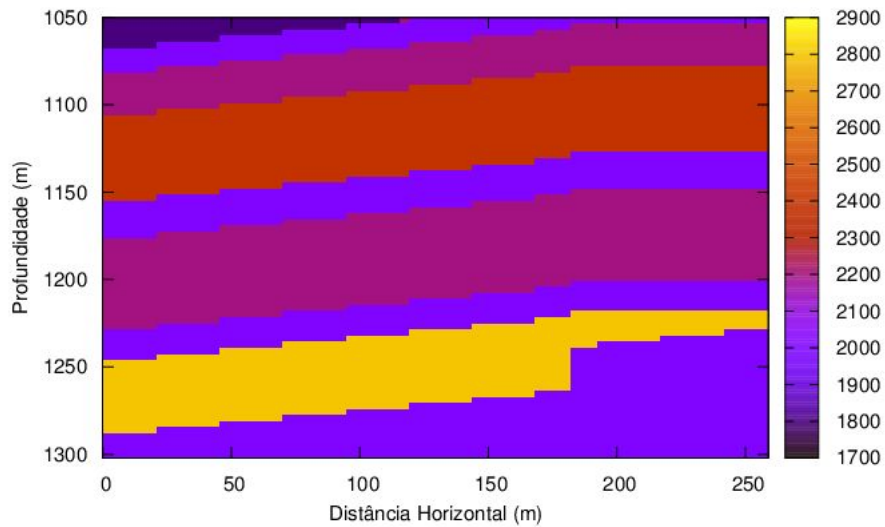


Figura 6.1: Modelo sintético verdadeiro baseado no Campo de Miranga. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em *m/s*.

As camadas sedimentares apresentam uma leve inclinação que vai se tornando ainda mais suave para direita, podendo representar o flanco de um anticlinal. Pode-se identificar, também, na figura, nove camadas sedimentares diferentes. Na distância horizontal de aproximadamente 175 *m*, está representada uma falha cortando a penúltima e a última camadas.

Esta falha é, provavelmente, mais antiga que as deposições superiores e que o esforço que gerou o suposto anticlinal.

6.2 Modelagem Direta com Raios Retos

Dividiu-se o meio em células de $3,5\text{ m}$ por $3,5\text{ m}$, formando, assim, uma malha de 74×72 , ou seja, com 5328 células. Foram colocados, para o traçado de raios, 74 transmissores em um poço à esquerda e 72 receptores em outro à direita gerando 5328 raios. Desta forma, obtendo-se a matriz esparsa $G_{5328 \times 5328}$ que contém as distâncias percorridas pelos 5328 raios nas 5328 células. Multiplicando-se a matriz esparsa G , pelo vetor $\mathbf{m}$ contendo as 5328 vagarosidades apresentadas no modelo geológico da Figura 6.1, obtemos o vetor $\mathbf{d}$, com os 5328 tempos de trânsito dos raios que atravessaram o meio discretizado. A Figura 6.2, com sua estrutura bandeada, típica nestas geometrias de aquisição tomográfica, mostra que o traçados de raios feito antes da modelagem direta foi bem sucedido.

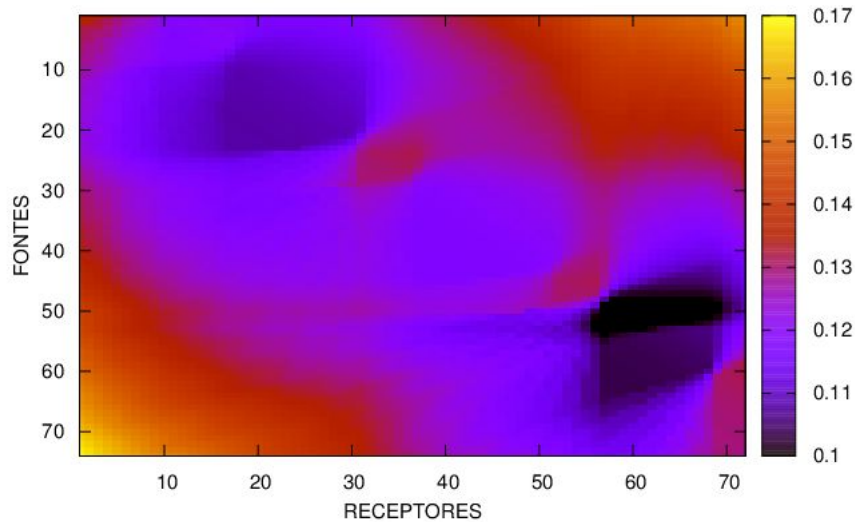


Figura 6.2: Representação gráfica dos tempos de resposta dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

6.2.1 Modelos Estimados usando SVD

A Figura 6.3 mostra o primeiro modelo estimado, sem adição de ruídos, obtido usando-se a técnica SVD, no qual a pseudo inversa, G^+ , onde $G^+ = V\Sigma^+U^T$, como foi mostrado na

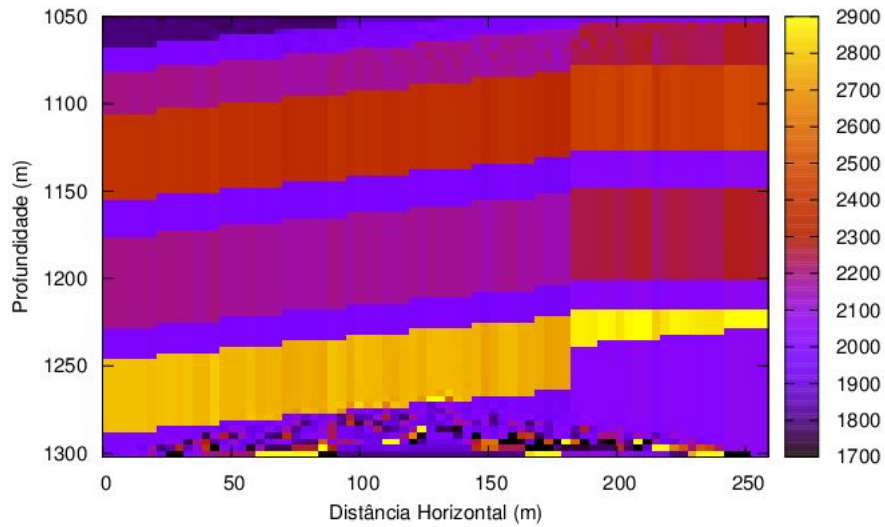


Figura 6.3: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4860 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,65 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

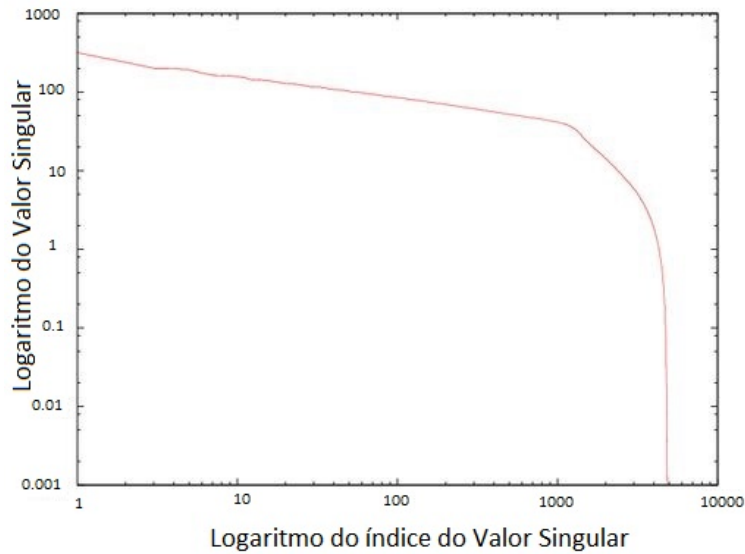


Figura 6.4: Representação gráfica em escala logarítmica dos valores singulares usados na primeira inversão pelos seus respectivos índices.

seção 1.6, foi encontrada utilizando-se um algoritmo desenvolvido em FORTRAN. O processamento deste algoritmo levou cerca de duas horas para ser realizado, os valores singulares utilizados neste primeiro processamento estão representados na Figura 6.4.

Os dados foram invertidos para cinco quantidades de valores singulares diferentes. A escolha do número de valores singulares durante as inversões foi aleatória, levando em conta

apenas os erros RMS e o número de condição, procurando um erro pequeno entre os parâmetros e evitar a instabilidade no sistema. O modelo, então, é obtido multiplicando-se a pseudo inversa, $G_{5328 \times 5328}^+$, pelo vetor dos tempos de trânsito $\mathbf{d}_{5328}$.

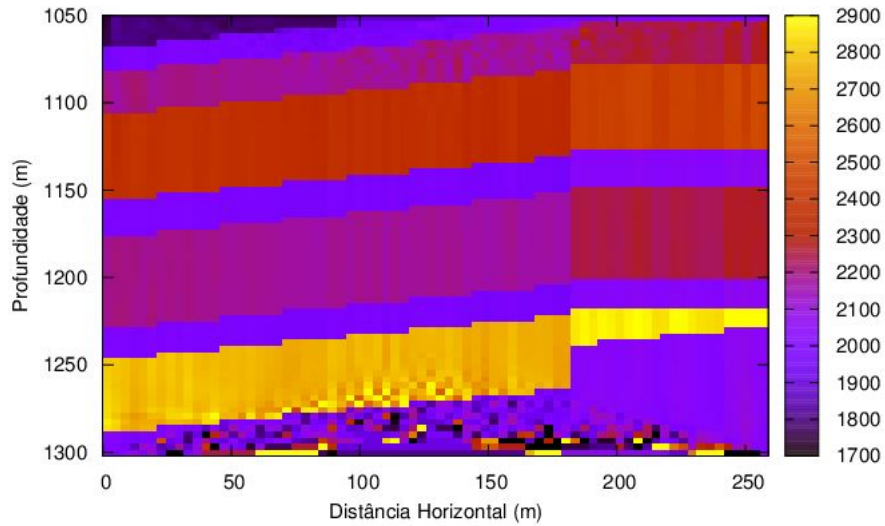


Figura 6.5: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4788 valores singulares.

O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,62 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

O resultado alcançado na primeira inversão (Figura 6.3) se aproxima bastante do modelo sintético verdadeiro, porém é possível enxergar alguns ruídos na imagem, principalmente na última camada. Estes se devem, provavelmente, ao alto valor do número de condição, NC, usado durante a inversão. O número de condição é igual a razão entre o valor singular máximo e o mínimo, quanto maior o número de condição mais instável é a solução. Aqui, para esta primeira estimativa, o número de condição utilizado é menor igual a 10^6 . A Figura 6.5 foi estimada com número de condição menor que 10^4 enquanto na Figura 6.6 o número de condição foi menor que 10^2 . Podemos observar uma nítida melhora do segundo para o terceiro modelo estimado. O erro RMS, ϵ_{vel} , entre o segundo modelo estimado, Figura 6.5, e o modelo sintético verdadeiro foi de aproximadamente 3,8693 % enquanto que para a Figura 6.6 foi 2,8384 %. Os ruídos observados na Figura 6.3 praticamente desaparecem na Figura 6.6, mostrando a importância na escolha do número de valores singulares para a inversão por decomposição de valores singulares. Na Figura 6.12 notamos que com a diminuição do número de condição, NC, o valor do erro RMS das velocidades decresce, alcançando um mínimo, e a partir deste mínimo passa a aumentar.

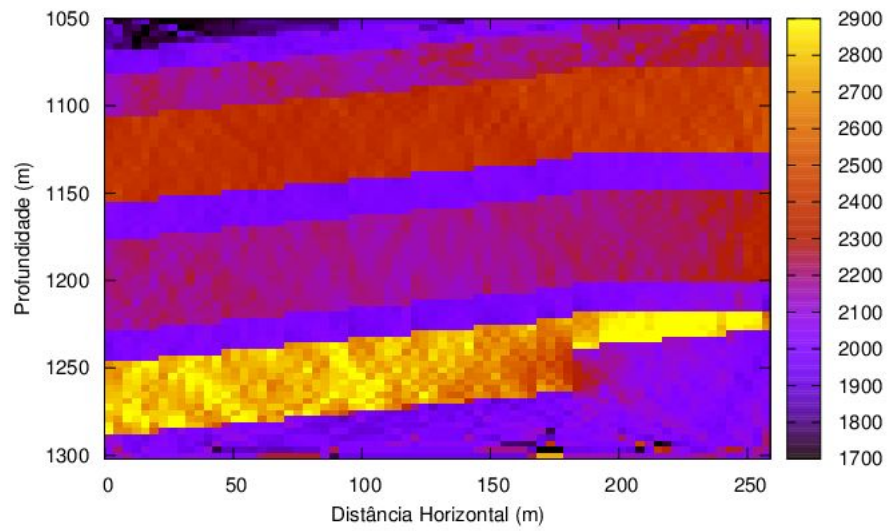


Figura 6.6: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para 4613 valores singulares. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas e as verdadeiras estimadas foi de aproximadamente 2,44 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

6.2.2 Efeito do Ruído

Foi adicionado, nesta etapa, ruídos gaussianos, $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, aos tempos de trânsito gerados no traçado de raios. Desta forma, para as mesmas condições usadas nas inversões sem ruído anteriores, número de condição menor que 10^6 , 10^4 e 10^2 respectivamente, refizemos as inversões.

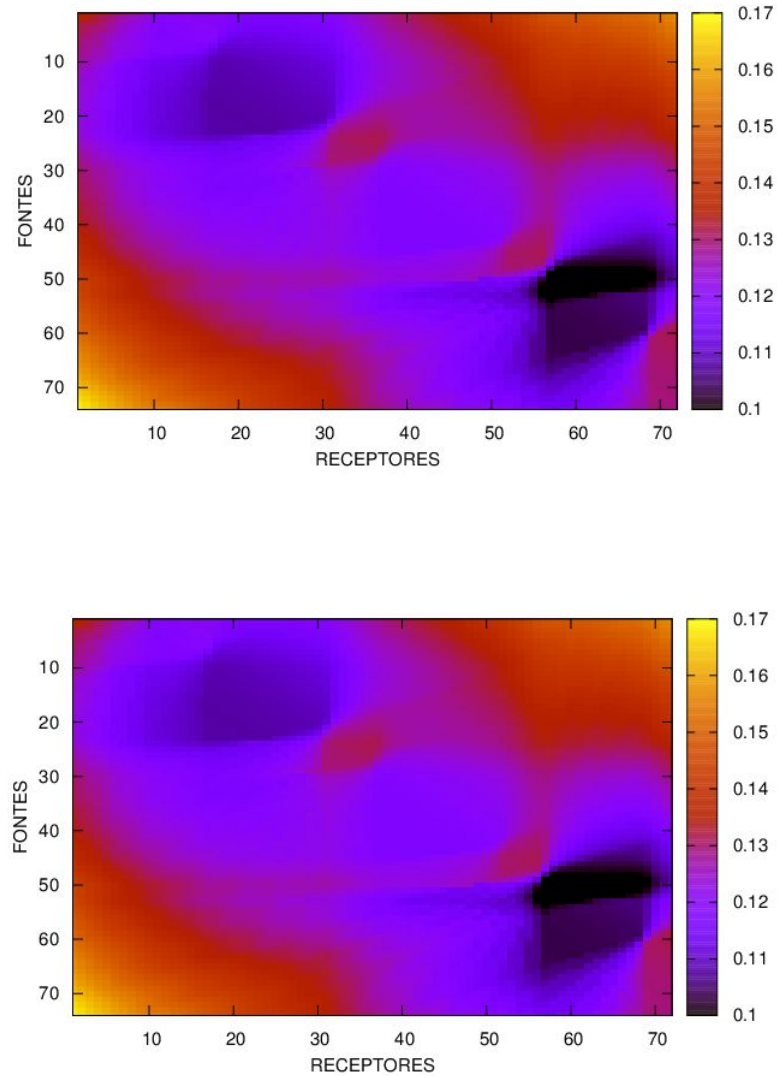


Figura 6.7: Representações gráficas dos tempos de resposta com ruídos para $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, respectivamente, de cima para baixo, dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

A Figura 6.8 mostra o resultado da iteração em que $NC < 10^4$, com $\alpha = 0,0001$, enquanto a Figura 6.9 foi obtida para inversão em que $NC < 10^2$ e mesmo valor de α . O erro RMS entre os tempos de trânsito sem ruído e com ruído, para $\alpha = 10^{-4}$, foi de aproximadamente $1,3612 \times 10^{-3}\%$. No caso em que $\alpha = 10^{-3}$ (Figura 6.7), os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 6.10 e 6.11, para $NC < 10^4$ e $NC < 10^2$, repectivamente. Neste caso o valor do erro RMS entre os tempos sem ruído e com ruído foi de aproximadamente $1,3612 \times 10^{-2}\%$. A Figura 6.7, dos tempos de resposta, com ruído para $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, dos receptores aos raios gerados nas fontes, revela que o traçado de raios foi bem sucedido, pois não houve tempos de resposta nos receptores muito altos, ou muito baixos, os quais poderiam comprometer as inversões posteriores, das Figuras 6.8, 6.9, 6.10 e 6.11.

A Tabela 6.1 resume os resultados alcançados usando SVD. Por ela, vemos que as melhores estimativas para todos os níveis de ruído foram obtidas quando usamos 4613 valores singulares, aumentando o erro com o aumento do nível do ruído gaussiano. Podemos também perceber que existe uma tendência inicial de queda do erro RMS entre o modelo estimado e o modelo sintético verdadeiro com a diminuição do número de valores singulares, porém, após alcançado um mínimo, o erro RMS passa a crescer.

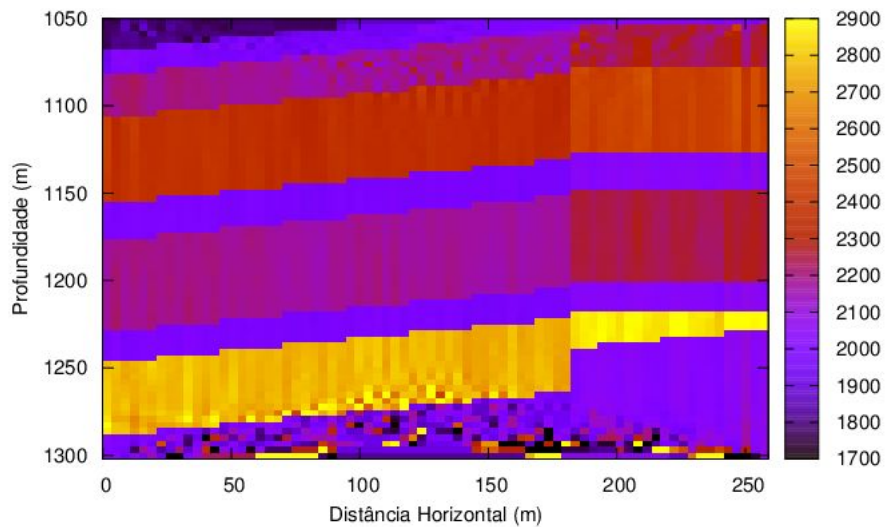


Figura 6.8: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^4$ e $\alpha = 10^{-4}$.

O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-3}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

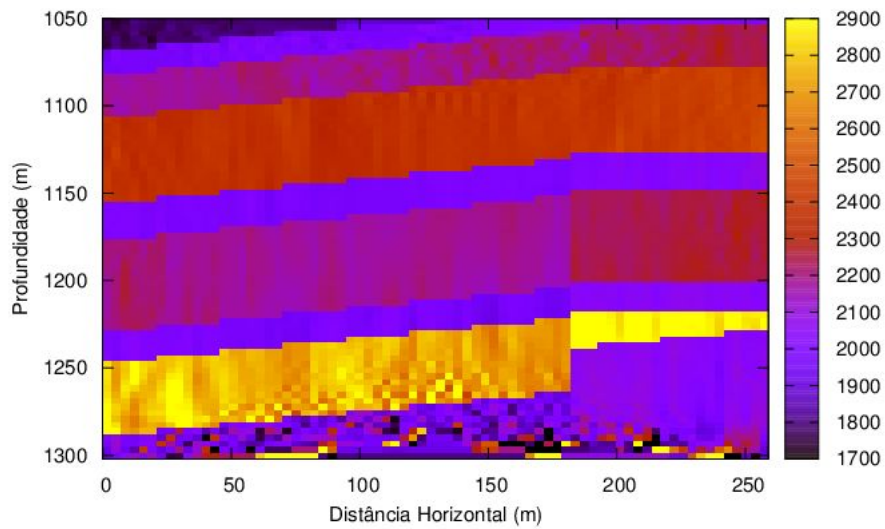


Figura 6.9: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^2$ e $\alpha = 10^{-4}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-3}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

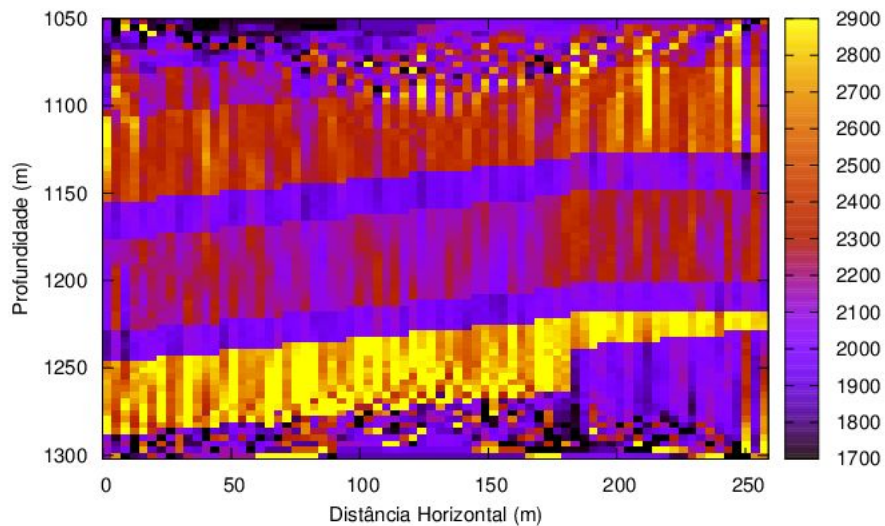


Figura 6.10: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^4$ e $\alpha = 10^{-3}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-2}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

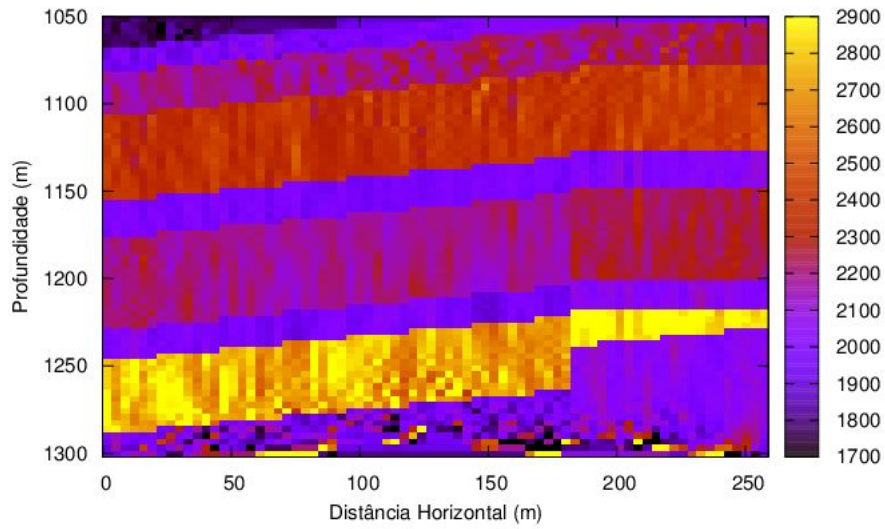


Figura 6.11: Modelo estimado usando o algoritmo SVD para $NC < 10^2$ e $\alpha = 10^{-3}$. O erro RMS entre os tempos com e sem ruído foi de aproximadamente $1,36 \times 10^{-2}\%$. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

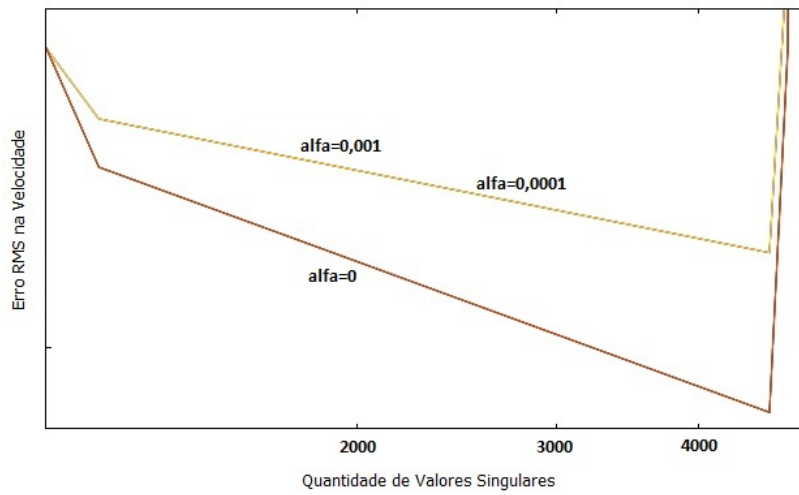


Figura 6.12: Gráfico interpolado linearmente em escala logarítmica do erro RMS, em %, pelo número de condição, NC , para os três níveis de ruído: $\alpha = 0$, $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$.

α	$\#\sigma$	ϵ_{vel} (%)	ϵ_m (%)	ϵ_r (%)	ϵ_d (%)
0	4860	11,3977	2,6499	0	0,1842
0	4788	3,8693	2,6195	0	0,4835
0	4613	2,8384	2,4398	0	0,2407
0	1186	3,4965	2,8318	0	0,3730
0	1066	3,8693	3,1942	0	1,9883
10^{-4}	4860	31,5036	4,1934	0,00136	0,2250
10^{-4}	4788	3,6147	2,6282	0,00136	0,2046
10^{-4}	4613	3,2457	2,5859	0,00136	1,8413
10^{-4}	1186	3,6439	3,0654	0,00136	1,7433
10^{-4}	1066	3,8692	3,1942	0,00136	1,9833
10^{-3}	4860	216,9774	157,8900	0,0136	1,2716
10^{-3}	4788	4,2071	3,2679	0,0136	0,2780
10^{-3}	4613	3,2513	2,6187	0,0136	0,1841
10^{-3}	1186	3,6429	3,0653	0,0136	1,7433
10^{-3}	1066	3,8686	3,1941	0,0136	1,9883

Tabela 6.1: Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando a decomposição em valores singulares. Onde: α é o parâmetro do ruído gaussiano nos tempos, $\#\sigma$ é a quantidade de valores singulares usados na inversão; ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas; ϵ_m é erro RMS entre as vagariedades verdadeiras sintéticas e as estimadas; ϵ_r é o erro RMS entre os tempos com e sem ruído e ϵ_d é o erro entre os tempos observados e os calculados.

6.3 Modelos Estimados usando Gradiente Conjugado

O método SVD é bastante eficiente para modelos pequenos, contudo para malhas maiores, como a do modelo baseado no Campo de Miranga, onde existem 5328 vagarosidades, a técnica SVD tem um custo computacional muito grande, de modo que cada inversão feita anteriormente levou por volta de duas horas para ser concluída. Desta forma, quando as malhas têm maior resolução e exigem, assim, maior poder computacional, é mais recomendável o uso de um algoritmo iterativo, pois são muito mais rápidos, como o conjugado gradiente. Nesta seção utilizamos o método do gradiente conjugado para inverter os mesmos dados utilizados anteriormente. Assim, como foi mostrado na seção 3.2.2, a equação passa a ter a seguinte forma: $G^T G \mathbf{m} = G^T \mathbf{d}$.

As inversões aqui levaram aproximadamente seis minutos, uma velocidade espantosa quando comparado ao SVD. A Figura 6.13 mostra o resultado alcançado com o conjugado gradiente nos dados sem ruído, o erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,4868%. Foram necessárias apenas 181 iterações para que a diferença entre os modelos estimados a cada iteração fosse menor que 10^{-4} , critério de parada utilizado. As Figuras 6.14 e 6.15 são os resultados alcançados, usando o gradiente conjugado, em que foram adicionados ruídos aos tempos de trânsito, para $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, respectivamente.

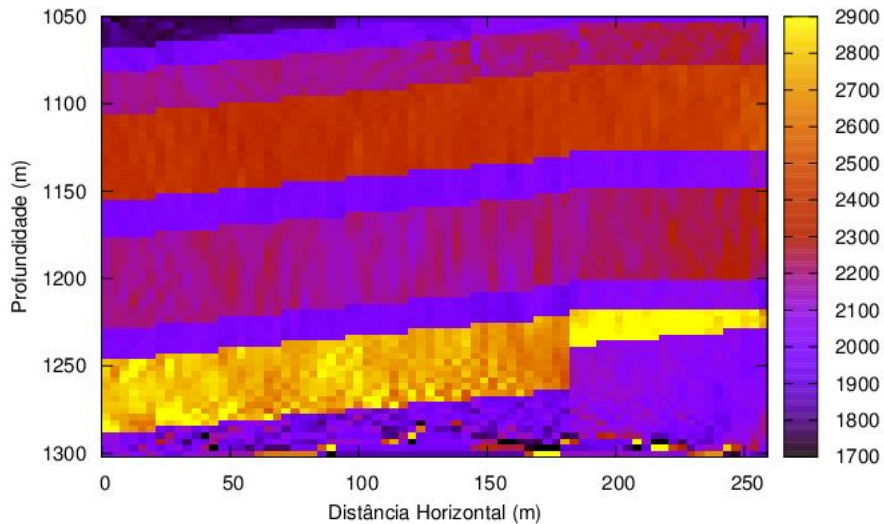


Figura 6.13: Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 2,4868%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

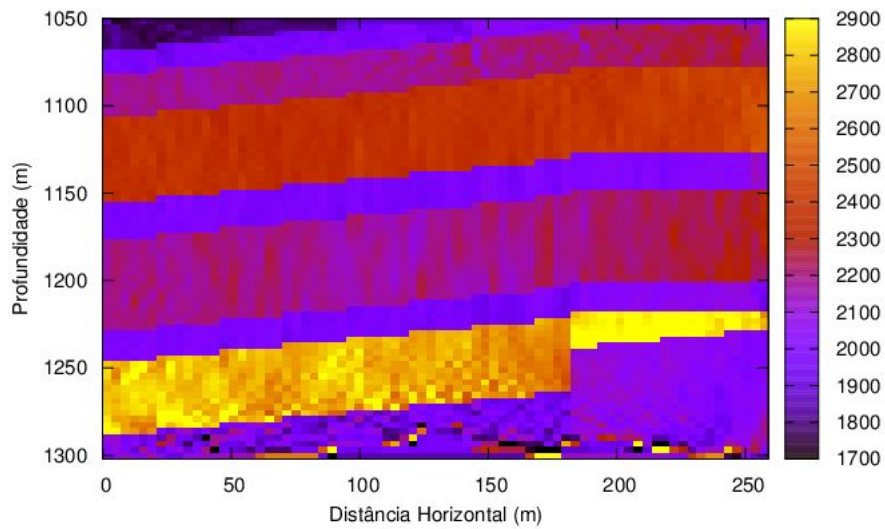


Figura 6.14: Modelo estimado, com ruído para $\alpha = 10^{-4}$, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 2,4867%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

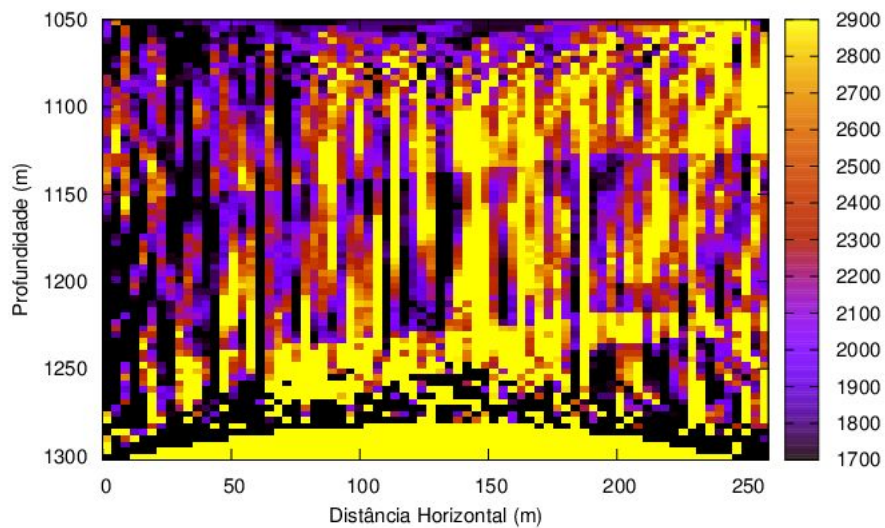


Figura 6.15: Modelo estimado, com ruído para $\alpha = 10^{-3}$, usando o método gradiente conjugado. O erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas foi de aproximadamente 56,72%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

α	ϵ_r (%)	ϵ_{vel} (%)	ϵ_m (%)	ϵ_d (%)
0	0	2,9019	2,4868	0,0543
0,0001	0,0014	2,9019	2,4867	0,0532
0,001	0,0136	71,3411	56,7232	0,0043

Tabela 6.2: Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando o método do gradiente conjugado. Onde ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e o observado sintético e ϵ_r é o erro RMS entre os tempos ruidosos sintéticos e o observado sintético sem ruído.

Analisando as tabelas 6.1 e 6.2, notamos que, para a maioria dos números de valores singulares usados, os erros alcançados com o gradiente conjugado foram menores que os encontrados usando o SVD para $\alpha = 0$ e $\alpha = 10^{-4}$. Para o ruído com $\alpha = 10^{-3}$, o método SVD só obteve um valor pior de erro RMS, quando comparado ao gradiente conjugado, para 4860 valores singulares. Além disso, para 4613 valores singulares, melhor número de valores singulares usado, o erro RMS entre as vagarosidades verdadeiras sintéticas e as estimadas foram menores para o SVD quando comparado ao gradiente conjugado no modelo sem ruído e bem próximas ao do gradiente conjugado no restante das inversões. Assim temos que, apesar de mais lento em relação ao gradiente conjugado, o método SVD quando combinado a uma técnica eficaz de seleção de número de valores singulares ótimo pode alcançar um melhor resultado que o método iterativo do gradiente conjugado.

6.4 Inversão usando o Método do Gradiente Conjugado com Regularização de Ordem Zero

Nesta seção utilizamos a regularização de ordem zero com o método do gradiente conjugado para o modelo baseado no Campo de Miranga, sem ruído, tal que, como já foi visto:

$$(G^T G + \lambda I)\mathbf{m} = G^T \mathbf{d}.$$

A escolha do parâmetro de regularização, λ , foi aleatória, ou seja, usamos vários valores diferentes buscando o que mais minimizou os erros. As Figuras 6.17, 6.18, 6.19 e 6.20, mostram os modelos estimados para λ igual à 1, 10, 100 e 200. O menor erro RMS entre as velocidades estimadas e as verdadeiras sintéticas, 2,7398 %, foi obtido para $\lambda = 200$ (Figura 7.20).

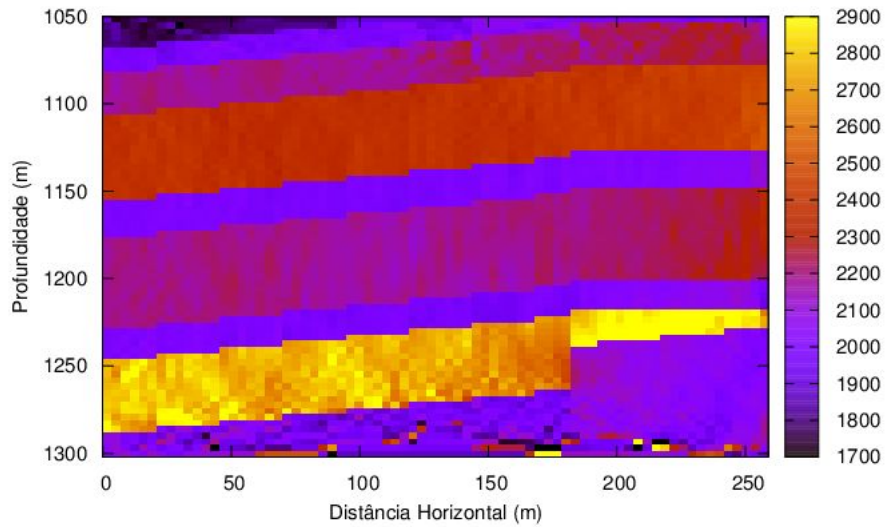


Figura 6.16: Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 1$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,84%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

Notamos que o uso da regularização melhorou consideravelmente os resultados encontrados em relação a inversão sem regularização tanto para o SVD como para o gradiente conjugado, diminuindo os erros entre as velocidades estimadas e as verdadeiras sintéticas, além de suavizar a imagem. A Tabela 6.3 revela que para os parâmetros de regularização maiores que 0,1 usados nas inversões, todos os erros RMS alcançados foram menores ou iguais as alcançados nas inversões sem regularização anteriores.

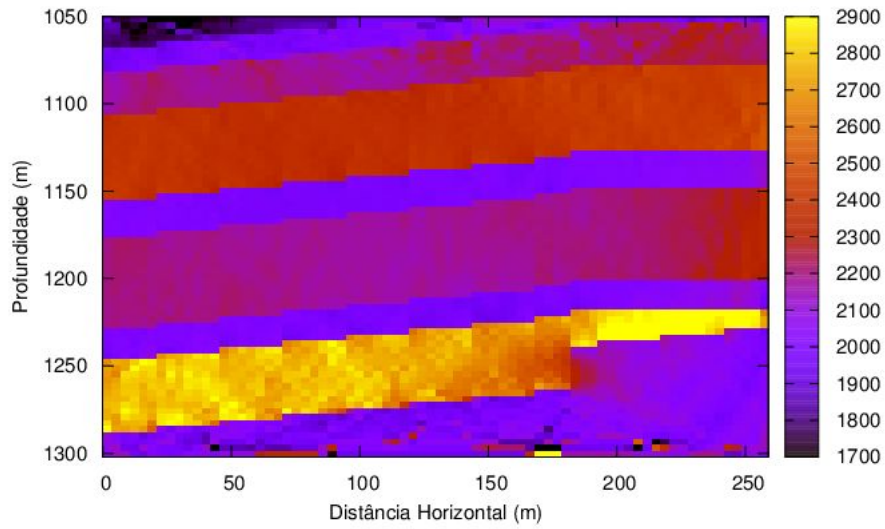


Figura 6.17: Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 10$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,78%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

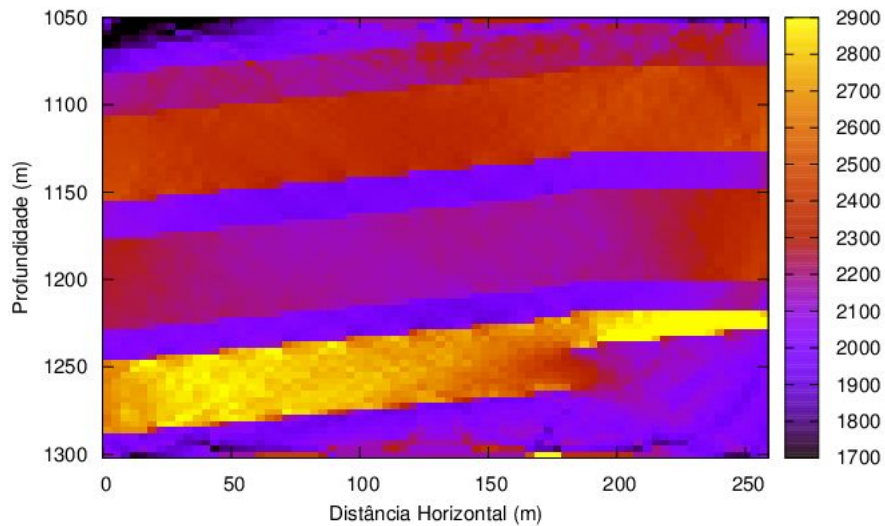


Figura 6.18: Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 100$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,74%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

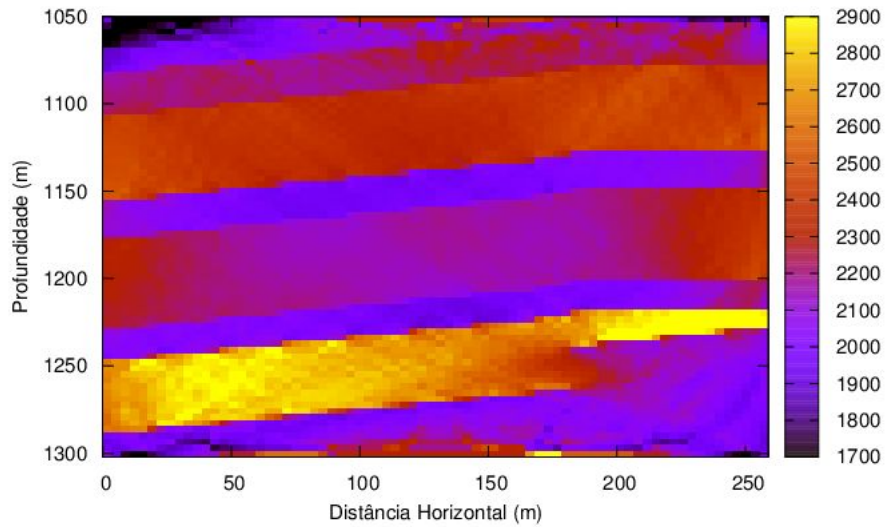


Figura 6.19: Modelo estimado, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 200$. O erro RMS entre o modelo sintético verdadeiro e o estimado foi de aproximadamente 2,74%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

α	λ	ϵ_{vel} (%)	ϵ_m (%)	ϵ_d (%)
0	0,1	2,9019	2,4868	0,0045
0	1	2,8353	2,4398	0,0044
0	10	2,7798	2,3851	0,0047
0	100	2,7446	2,3444	0,1454
0	200	2,7398	2,3449	0,4242
0	300	2,7502	2,3371	0,7126
0	500	2,8063	2,3620	1,8150

Tabela 6.3: Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem zero. Onde λ é o parâmetro de regularização, ϵ_{vel} é o erro RMS entre as velocidades sintéticas verdadeiras e as estimadas, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e o observado sintético.

6.5 Modelagem Direta com Raios Curvos

A trajetória descrita por um raio na natureza depende das velocidades encontradas pelo raio no meio, obedecendo a lei de Snell, a qual é baseada no princípio de Fermat que diz que o caminho seguido por um raio luminoso de um ponto A até um ponto B é tal que o tempo decorrido entre a partida de A e a chegada em B é estacionário para pequenas variações do caminho. Do ponto de vista prático, na maioria dos casos a estacionariedade da duração do trajeto é equivalente ao trajeto ter a duração mínima. Na seção 7.2 o traçado de raios para obtenção dos tempos observados sintéticos foi feito considerando um meio homogêneo, de velocidade $2200m/s$, tal que os raios descreveram trajetórias retilíneas. Contudo, esta aproximação só é razoável quando o contraste máximo entre as velocidades encontradas no meio for menor que 15 %, este não é o caso do nosso modelo baseado no Campo de Miranga. Para meios com altos contrastes de velocidade, esta aproximação torna-se muito grosseira. Sendo assim, nesta seção, afim de nos aproximarmos mais à realidade da natureza, fizemos um traçado de raios curvo, usando as velocidades verdadeiras do meio, obtendo G^c . Assim, na modelagem direta, para obtermos os tempos observados sintéticos, usamos a matriz G^c , tal que elemento $g_{i,j}^c$ desta matriz representa a distância percorrida pelo i -ésimo raio na j -ésima célula do meio. As regiões pretas descontínuas da Figura 6.21 mostram que em alguns pares fonte receptor os tempos de resposta foram muito pequenos, menores que 0,09 s podendo representar um erro durante o traçado de raios curvo devido aos altos contraste de velocidade encontrados.

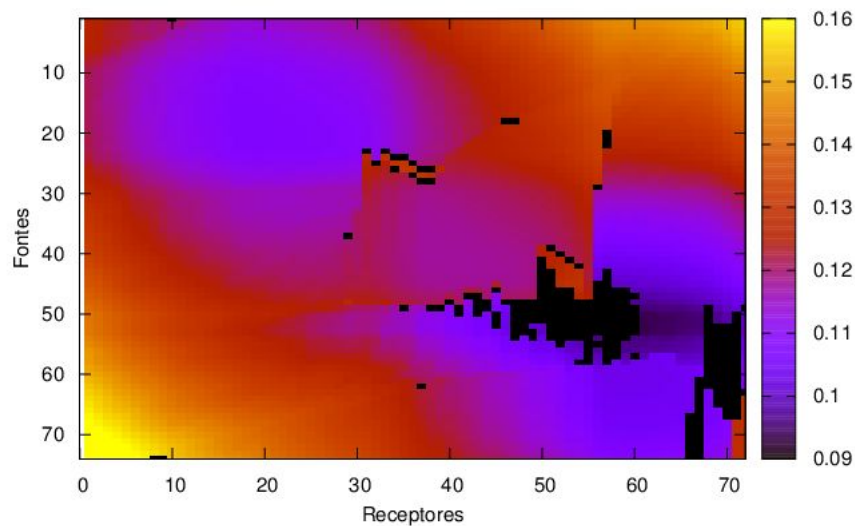


Figura 6.20: Representação gráfica dos tempos de resposta dos 72 receptores aos raios gerados nas 74 fontes para o traçado de raios curvo. Os tempos de resposta na escala de cores estão em segundos.

6.6 Inversão usando o Método do Gradiente Conjugado com Regularização de Primeira e Segunda ordem

Sendo $\mathbf{d}^{obs} = G^c \mathbf{m}^{verd}$, onde $\mathbf{d}^{obs}$ é o vetor dos tempos observados sintéticos, G^c a matriz das distâncias percorridas pelos raios no meio e $\mathbf{m}^{verd}$ o vetor que representa as vagarosidades verdadeiras sintéticas do meio estudado. Com método do gradiente conjugado associado a regularização de primeira e segunda ordem, tal que:

$$[G_i^T G_i + \lambda D^T D] \Delta \mathbf{m}_i = G_i^T \Delta \mathbf{d}_i \rightarrow \mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{m}_i + \Delta \mathbf{m}_i,$$

em que D é a matriz das diferenças finitas e λ o parâmetro de regularização, como mostrado na seção 1.7, fizemos inversões com regularização de ordem 1 e 2. A escolha do parâmetro de regularização foi aleatória, ou seja, fizemos uso de diversos valores até encontrarmos um bom. A regularização de primeira ordem busca suavizar as velocidades estimadas, isto é, faz com que as células adjacentes não tenham variações bruscas de velocidade. As Figuras 6.22 e 6.23 mostram os resultados alcançados usando a regularização de Tikhonov de ordem 1, na primeira e terceira iteração, respectivamente. Na primeira iteração, tanto no caso da regularização de ordem 1 quanto na de ordem 2, partiu-se de um modelo inicial de velocidades constantes iguais a 2200 m/s. Com o modelo estimado na primeira iteração foi feita a segunda, e assim por diante. Na regularização de primeira ordem, foram feitas sete iterações, tal que o melhor resultado foi o da terceira iteração, com um erro RMS de aproximadamente 3,0689 % entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras (Figura 6.23). As Figuras 6.24 e 6.25, foram obtidas usando a regularização de segunda ordem, foram feitas apenas 4 iterações, pois a partir da quarta iteração, os modelos estimados passaram a se afastar muito do verdadeiro sintético. Nesta etapa o menor erro RMS encontrado foi de 10,1561 % entre a vagarosidades estimadas e as verdadeira sintéticas.

Já era esperado que com o tempo observado obtido com o traçado de raios curvo, mais próximo à realidade, os modelos estimados não fossem tão próximos ao verdadeiro. Porém notamos que a inversão foi sim bem sucedida, pois, apesar dos modelos estimados não se aproximarem tanto do modelo sintético verdadeiro, as soluções encontradas se adaptam muito bem aos dados observados sintéticos verdadeiros, já que o erro RMS entre os tempos calculados e os observados sintéticos na sexta iteração foi de apenas 3,0689 % para a regularização de ordem 1 e de aproximadamente 3,8425 % na quarta iteração para a regularização de ordem 2. Ou seja, o método do gradiente conjugado conseguiu encontrar uma das diversas soluções existentes para os dados observados sintéticos. Este problema é chamado de ambiguidade, como foi mostrado na seção 1.2, no qual diversos modelos são solução para um mesmo problema. A ambiguidade pode ser resolvida com o uso de informações geológicas a priori, como, por exemplo, dados de perfilagem da área de estudo. A Tabela 6.4 reúne os resultados obtidos para a inversão com as regularizações de ordem 1 e 2.

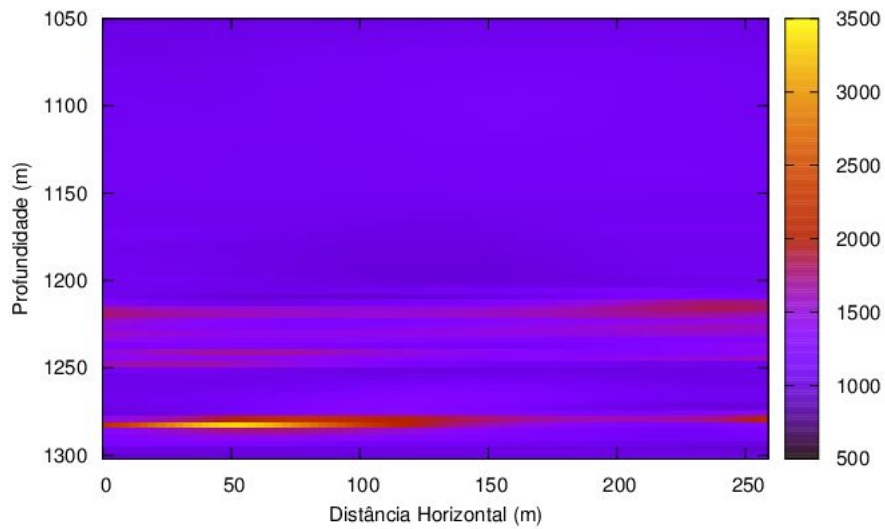


Figura 6.21: Modelo estimado na primeira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 1 para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 115,00 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

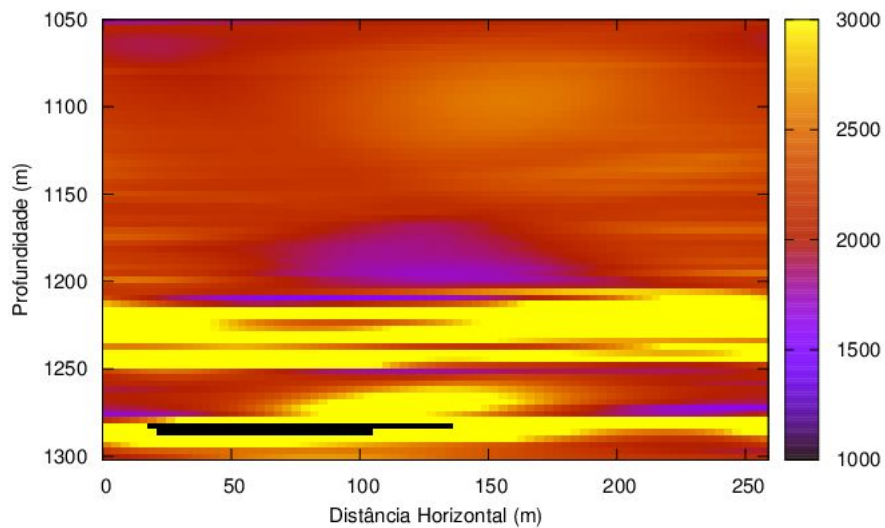


Figura 6.22: Modelo estimado na terceira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem zero para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 3,77 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

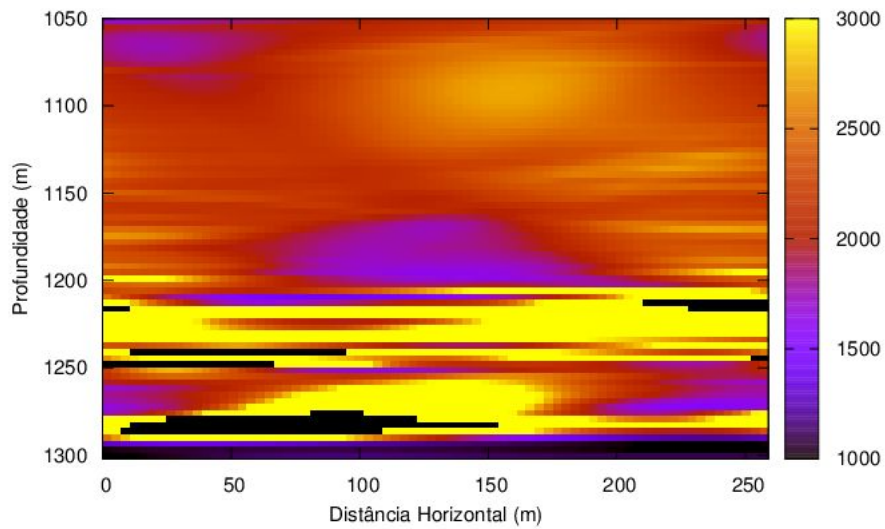


Figura 6.23: Modelo estimado na sexta iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 1 para $\lambda = 2,5 \times 10^6$. O erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros foi de 3,07 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

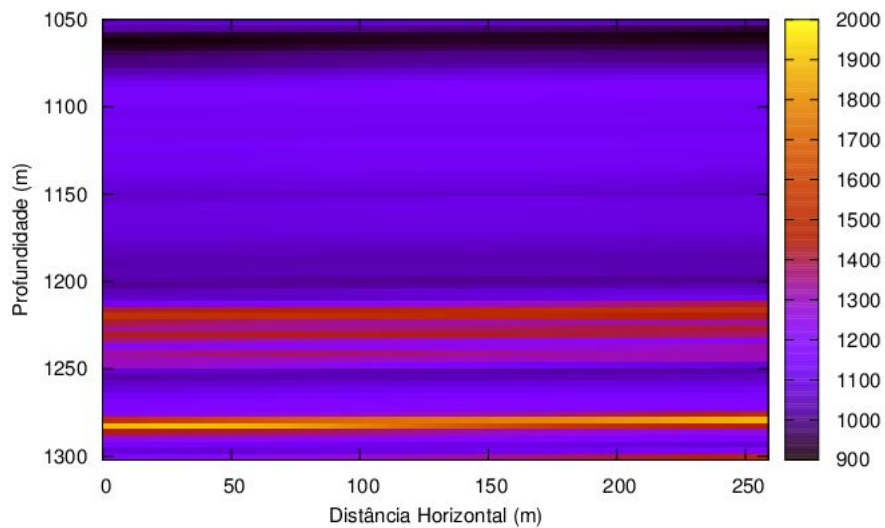


Figura 6.24: Modelo estimado na primeira iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 2 para $\lambda = 5 \times 10^9$. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 96,88 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

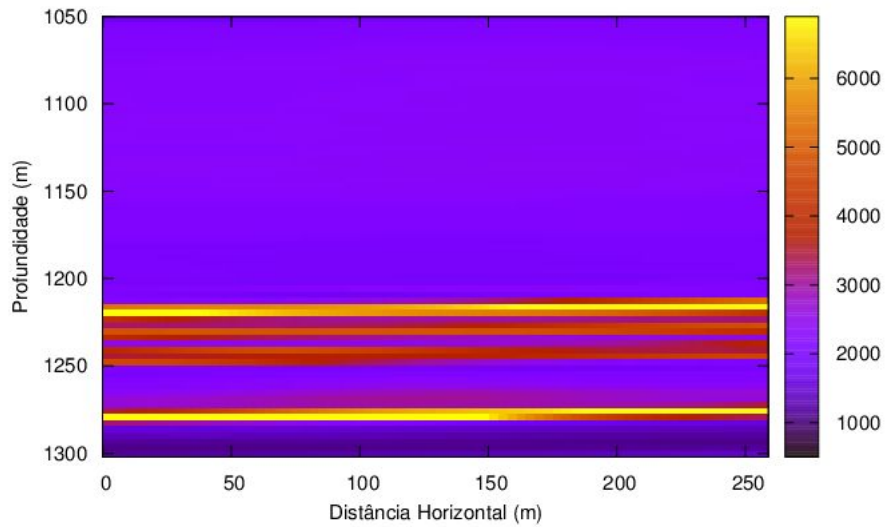


Figura 6.25: Modelo estimado na quarta iteração, sem ruído, usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem 2 para $\lambda = 5 \times 10^9$. O erro RMS entre as vagarosidades estimadas e as sintéticas verdadeiras foi de 10,16 %. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

Iteração	λ	Ordem	ϵ_m (%)	ϵ_d (%)
1	2.500.000	1	90,9722	115,0028
2	2.500.000	1	9,1533	114,5104
3	2.500.000	1	9,1076	3,7733
4	2.500.000	1	14,4188	3,3243
5	2.500.000	1	17,3072	3,1253
6	2.500.000	1	10,2746	3,0689
7	2.500.000	1	10,2746	3,3444
1	5×10^9	2	96,8786	120,9768
2	5×10^9	2	121,1387	4,9348
3	5×10^9	2	10,3204	3,8946
4	5×10^9	2	10,1561	3,8425

Tabela 6.4: Síntese dos resultados encontrados para o modelo baseado no Campo de Miranga, com raios curvos, usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem 1 e 2. Onde λ é o parâmetro de regularização, ϵ_m é o erro RMS entre as vagarosidades sintéticas verdadeiras e as estimadas e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e os sintéticos verdadeiros.

CAPÍTULO 7

Modelo Real do Campo de Miranga

7.1 Aquisição

Durante a recente aquisição dos dados no Campo de Miranga, foram feitas diversas medidas para diferentes profundidades. O conjunto de dados usados neste Trabalho para inversão foi obtido com 104 fontes, onde o primeiro e o último pontos de tiro localizam-se à uma profundidade de 932,25 *m* e 1481,25 *m* em relação ao datum (Figura 7.1), respectivamente, no qual o receptor percorreu 39 *m* a partir da profundidade de 1227,75 *m* em relação ao datum, formando 14 pontos de recepção. Desta forma 2576 raios atravessaram o meio geológico a ser imageado.

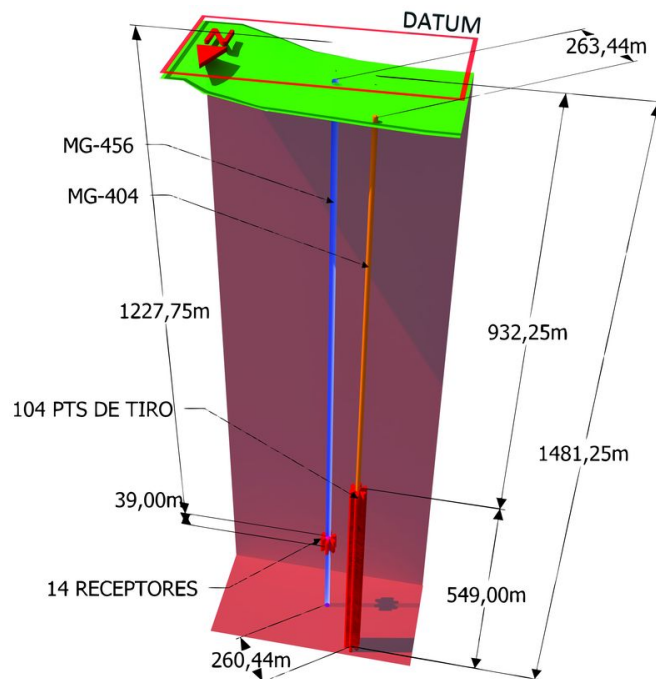


Figura 7.1: Representação gráfica da geometria de aquisição. Mostrando as profundidades em relação ao datum, localizado 100 metros acima do nível do mar, e os poços MG-456 e MG-404 contendo os receptores e as fontes, respectivamente

Os poços em que se encontram os receptores e as fontes, MG-456 e MG-404, respectivamente, apresentam uma inclinação em relação ao plano do datum, essa inclinação foi levada em conta durante o traçado de raios.

As fontes utilizadas nos poços durante a aquisição são unidirecionais e têm propriedades piezoelétricas, ou seja, transformam um sinal elétrico em um sinal mecânico, isto é, em uma onda sísmica. A banda de frequência da fonte varia de 100 Hz até 2500 Hz , o que é excelente para se obter uma alta resolução em rochas duras ou em poços pouco espaçados. Os receptores fazem o processo inverso das fontes, ou seja, convertem um impulso mecânico em um sinal elétrico. Eles têm uma alta sensibilidade, com a banda de frequência variando de 100 Hz à 4000 Hz ou de 30 Hz à 4000 Hz .

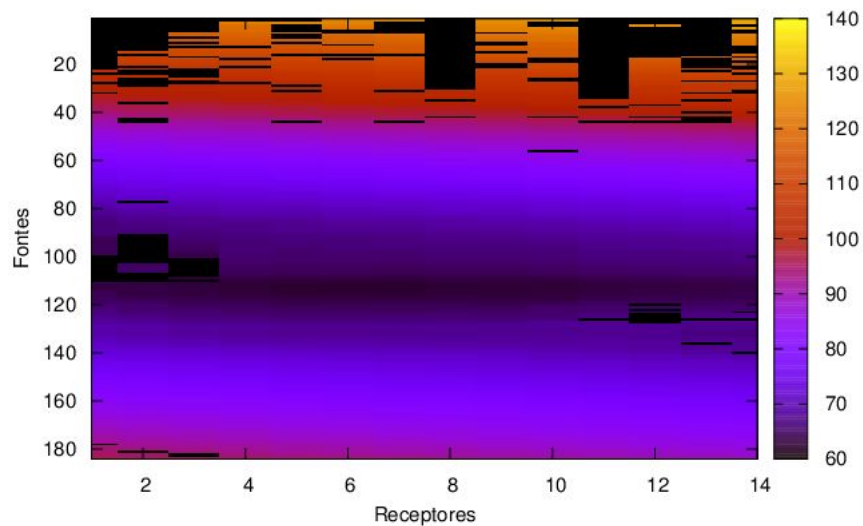


Figura 7.2: Representação gráfica dos tempos de resposta dos 14 receptores aos raios gerados nas 184 fontes para os dados observados reais medidos no Campo de Miranga. Os tempos de resposta na escala de cores estão em milissegundos.

Dos 2576 raios gerados 2284 foram registrados nos receptores, como revelam as áreas escuras da Figura 7.2, onde os tempos estão representados em milissegundos. Este fato dificulta a inversão e diminui a área imageada durante a aquisição.

7.2 Discretização e Traçado de Raios

Discretizamos o meio em 1485 células, cada uma medindo 10 metros de largura por 10 metros de altura, ou seja, uma malha de 55 por 27 blocos. Assim, o modelo bidimensional apresenta

270 metros de largura por 550 metros de altura. Este modelo foi usado durante os traçados de raios para obter as matrizes G , que contém as distâncias percorridas por cada raio em cada célula, usadas nas iterações para gerar os tempos estimados durante a inversão linearizada, do mesmo modo mostrado na seção 6.5. Para a primeira iteração, como modelo inicial, consideramos o meio homogêneo com velocidade sísmica de 2200 m/s , obtendo o vetor dos tempos estimados $\mathbf{d}^1$. Como o modelo foi dividido em 1485 células, este problema é um caso sobredeterminado, onde o número de equações é maior que o número de parâmetros a serem estimados.

7.3 Resultados das Inversões

Para as inversões, usamos o método do gradiente conjugado associado à técnica de regularização. Como este é um problema linearizado, usamos os mesmos passos aplicados na seção 6.6 para o modelo baseado no Campo de Miranga. Onde o resultado da iteração anterior influi na iteração posterior. Para a primeira iteração o modelo inicial usado foi homogêneo com velocidade de 2200 m/s . Foram feitas 8 iterações ao todo usando a regularização de ordem 1, em que a escolha do parâmetro de regularização, λ , foi feita aleatoriamente.

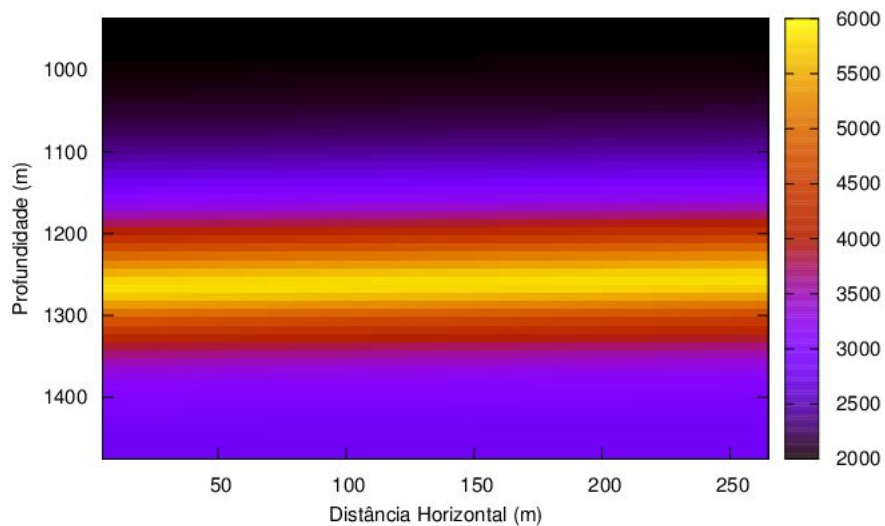


Figura 7.3: Modelo estimado na primeira iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^9$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 2,49%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

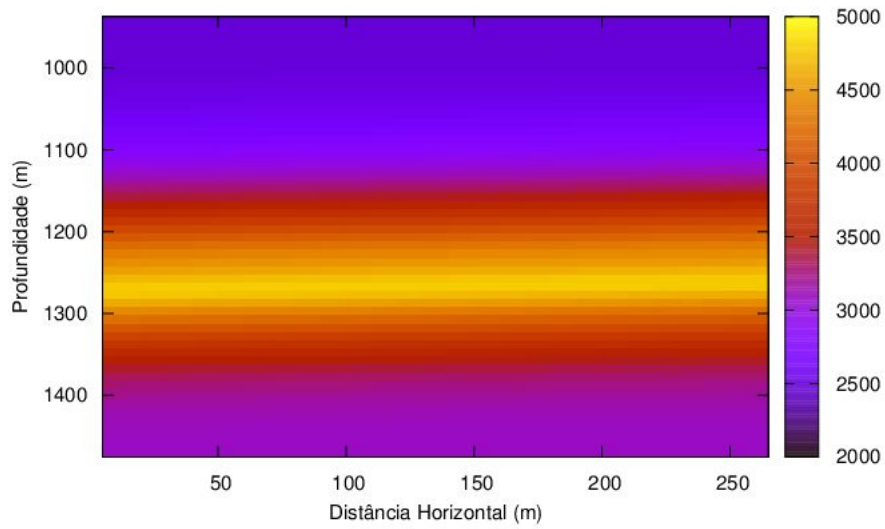


Figura 7.4: Modelo estimado na quarta iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^{15}$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 0,52%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

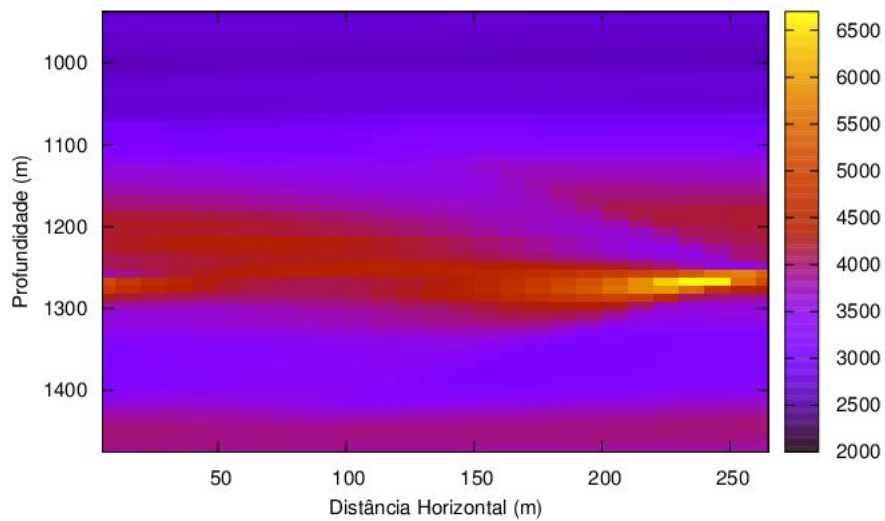


Figura 7.5: Modelo estimado na sétima iteração usando o método gradiente conjugado com regularização de ordem um para $\lambda = 10^5$. O erro RMS entre os tempos calculados e o observado foi de aproximadamente 0,23%. Na escala de cores, as velocidades estão representadas em m/s .

Iteração	λ	Ordem	ϵ_d (%)
1	10^9	1	2,4788
2	10^9	1	0,6781
3	10^{10}	1	0,5232
4	10^{15}	1	0,5322
5	10^8	1	0,5214
6	10^{15}	1	0,5214
7	10^5	1	0,2252
8	10^5	1	0,2317

Tabela 7.1: Síntese dos resultados encontrados para os dados reais do Campo de Miranga, usando o método do gradiente conjugado com regularização de ordem 1. Onde λ é o parâmetro de regularização e ϵ_d é o erro RMS entre os tempos calculados e os observados.

As Figura 7.3 foi obtida durante a primeira iteração, o parâmetro de regularização usado nesta iteração foi bem alto, 10^9 , para evitar valores negativos de velocidade. O erro RMS entre os dados calculados e os dados observados foi de apenas 2,4788 %, porém como o efeito da regularização de ordem 1 é suavizar os parâmetros e o primeiro parâmetro de regularização foi bem alto, o modelo estimado está exageradamente paralelo. Ao longo das iterações, o erro RMS (Tabela 7.1) foi diminuindo. Afim de diminuir o efeito da regularização de ordem 1, tornando o modelo mais irregular, também diminuimos o valor do parâmetro de regularização chegando a um valor de 10^5 . Assim, obtemos o modelo da Figura 7.5, em que o erro RMS entre os tempos calculados e os observados foi de aproximadamente 0,2252 % . Os resultados alcançados nesta inversão com dados reais foram muito bons. A Tabela 7.1 apresenta uma síntese dos resultados aqui obtidos.

CAPÍTULO 8

Conclusões

A maioria dos problemas em geofísica são considerados mal-postos, assim como o da tomografia de tempo de trânsito. Para solucionar este mal-condicionamento, utilizamos a técnica de regularização de ordem zero, um e dois, além do corte dos valores singulares, conseguindo estimar os parâmetros de forma satisfatória.

O modelo eletromagnético mostrou que quanto menor o número de células formando o meio discretizado, maior é o efeito do ruído gaussiano, justamente pelo fato deste ruído ser aleatório.

No caso das simulações em que o traçado de raios foi reto, com diferentes níveis de ruído, pudemos observar uma variação significativa dos modelos estimados com o uso de uma quantidade de valores singulares diferentes. Para o modelo baseado no Campo de Miranga, sem ruído, conseguimos um erro RMS mínimo entre os parâmetros estimados e os verdadeiros sintéticos de 2,4398 % para 4613 valores singulares. No caso em que foram adicionados ruídos o erro RMS mínimo também se deu para a mesma quantidade de valores singulares, 4613, mostrando a influência importante desta ferramenta. Alcançando os erros RMS de 2,5860 % e 2,6187 % para os ruídos em que $\alpha = 10^{-4}$ e $\alpha = 10^{-3}$, respectivamente.

O uso do SVD em modelos com grande número de células, como foi o caso do modelo baseado no Campo de Miranga, dispense grande tempo computacional. As inversões utilizando SVD, para este modelo, levaram em média duas horas. Desta forma, fizemos o uso do método do gradiente conjugado, um método iterativo, para mostrar, também, a diferença entre os tempos gastos. Com o gradiente conjugado, as inversões para o modelo linear baseado no Campo de Miranga, com ruído e sem ruídos, levaram cerca de seis minutos para convergir usando um corte na quarta casa decimal. Além de muito mais rápido, o gradiente conjugado foi muito eficiente, alcançando um erro RMS de aproximadamente 2,4867 % entre as vagariedades verdadeiras sintéticas e as estimadas sem o uso da regularização.

Como foi mostrado neste trabalho, a falta de condicionamento dos problemas geofísicos pode ser contornado usando técnicas como a regularização. Assim, usando esta técnica junto com o gradiente conjugado, para a inversão linear baseada no Campo de Miranga, comprovamos a melhora nos resultados alcançados, inclusive visualmente. Com a regularização de Tikhonov de ordem zero conseguimos um erro RMS entre as velocidades verdadeiras sintéticas e estimadas de aproximadamente 2,7398 %, menor que o erro mínimo com usando SVD.

A aproximação dos raios por retas, como foi dito neste trabalho, é de certa forma bem grosseira para meios com contrastes maiores que 15 % entre as velocidades, pois diferem muito do que ocorre na natureza. Contudo, este tipo de simulação, linear, é bastante importante para validar metodologias, como técnicas apuradas para a seleção de valores singulares. Porém, como já foi dito, isso não é o que ocorre realmente na natureza. Levando isto em conta, fizemos simulações mais próximas à realidade, traçando raios curvos, obedecendo à lei de Snell. Usando uma técnica iterativa, na qual um modelo estimado influencia no próximo modelo estimado, obtemos os resultados mostrados na seção 7.1.3. Para isso usamos o gradiente conjugado associado as regularizações de primeira e segunda ordem. Os resultados alcançados com os tempos obtidos na modelagem direta com raios curvos não foram tão bons como os alcançados para a modelagem direta com raios retos, mas se ajustaram muito bem aos dados observados sintéticos alcançando os erros RMS entre os dados calculados e os observados sintéticos mínimo de 3,0688 % e 3,8946 % para a ordem 1 e 2, respectivamente. Isto foi gerado pelo problema da ambiguidade, em que diversos modelos diferentes são solucionam um mesmo problema.

Para a inversão usando os dados reais adquiridos recentemente no Campo de Miranga da Bacia do Recôncavo, obtemos resultados excelentes usando o gradiente conjugado junto com a regularização de ordem 1. A Tabela 7.1 mostra uma síntese dos resultados alcançados, em que o valor mínimo de erro RMS entre os dados calculados e observados foi de 0,2252 % na sétima iteração.

Por fim, temos que a técnica de tomografia tem uma gama gigantesca de aplicações na geofísica, principalmente na caracterização de reservatórios complexos. A tomografia permite criar uma imagem detalhada de subsuperfície, além de poder ser usada em diversas escalas, com diferentes geometrias de aquisição e tanto com ondas eletromagnéticas quanto sísmicas, mecânicas.

CAPÍTULO 9

Referências

- Abrahão, D.; Warme, J.E. 1990. Lacustrine and Associated Deposits in a Rifted Continental Margin Lower Cretaceous Lagoa Feia Fm., Campos Basin, Offshore Brazil. In: Katz, B.J. Lacustrine basin exploration, case studies and modern analogs. AAPG, vol. 50, pp. 287–305.
- Ammon, C. J.; Vidale, J. E. 1993. Tomography without rays. Seismological Society of America Bulletin, v. 83.
- Bassrei, A. 1990. Inversão de Dados Geofísicos Unidimensionais através da Entropia Relativa Mínima. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.
- Cagniard, L. 1953. Basic Theory of the Magneto-telluric Method of Geophysical Prospecting. Geophysics, 18, pp. 605–635.
- Delgado I.M.; Souza J.D.; Silva L.C.; Silveira Filho N.C.; Santos R.A.; Pedreira A.J.; Guimarães J.T.; Angelim L.A.A.; Vasconcelos A.M.; Gomes I.P.; Lacerda Filho J.V.; Valente C.R.; Perrotta M.M. & Heineck C.A. 2003. Geotectônica do Escudo Atlântico. In: L.A. Bizzi, R.M. Schobbenhaus, R.M. Vidotti & J.H. Gonçalvez (eds.) Geologia, Tectônica e Recursos Minerais do Brasil. Brasília, CPRM.
- Hatton, L.; M. H. Worthington, M. H.; Makin, J. 1986. Inverse Theory and Applications. In: Seismic Data Processing: Theory and Practice. Londres: Blackwell Scientific Publications. pp. 139–168.
- Mersereau; Oppenheim. 1974. Digital Reconstruction of Multidimensional Signals from their Projections. vol. 62, pp. 1319–1338.
- Parker, R. L. 1977. Understanding Inverse Theory. Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 5, pp. 35–64.

- Penrose, R. 1955. A Generalized Inverse for Matrices. Proceeding of the Cambridge Philosophical Society. vol. 51, pp. 406–413.
- Santos, E. T. F. 2006. Inversão Tomográfica Sísmica Anisotrópica com Regularização Ótima. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.
- Silva; Caio J. M. G. 2009. Critérios de Seleção de Valores Singulares em Tomografia Acústica de Tempos de Trânsito. Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.
- Stewart, R. R. 1991. Exploration Seismic Tomography: Fundamentals. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.

Agradecimentos

Aos meus pais, José Edson Gualberto Silva e Edlamar Roberto da Silva, pelo amor e incentivo.

A todos os professores do curso de geofísica pelos conhecimentos passados a mim generosamente.

Ao professor Amin Bassrei pela excelente orientação.

A meus familiares e em especial a meus irmãos Andrié Roberto da Silva e Ana Raissa Roberto da Silva.

Aos meus amigos de curso pelo companheirismo, em especial: Vinícius Carneiro, pela sincera amizade e Victor Koehne, pelas excelentes discussões.

A todos os meus grandes amigos, em especial: Bárbara Ariela, pela ternura de existir, e Márcio Lima, pela perfeita amizade.

Ao CPGG/UFBA pela oportunidade de usar as facilidades de suas instalações para a conclusão deste Trabalho.

À PETROBRAS, pela bolsa e dados reais fornecidos. E ao CNPq/UFBA pela bolsa de iniciação científica.

APÊNDICE A

A.1 Erro RMS dos dados

O erro RMS, do inglês *Root Mean Square*, é um excelente critério para se medir a qualidade de uma inversão. Ele é frequentemente usado para quantificar a diferença entre valores preditos por um modelo, dados calculados, e os valores atualmente observados, dados observados. O erro absoluto ou erro RMS entre os dados calculados e os observados, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\epsilon_d = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}}{M},$$

onde, neste Trabalho, M é o número de tempos de trânsito, d_i^{obs} e d_i^{calc} são os i -ésimos tempos observados e calculados, respectivamente. Podemos também escrever o erro RMS na sua forma relativa percentual, ou seja:

$$\epsilon_d^{rel} \times 100 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs})^2}} \times 100.$$

A.2 Erro RMS do Modelo

O erro RMS do modelo, é o erro entre os parâmetros estimados pela inversão e os parâmetros verdadeiros do modelo. Desta forma, o erro RMS do modelo só pode ser calculado quando se conhece o modelo verdadeiro, ou seja, para inversões que utilizam dados sintéticos, não sendo úteis em inversões reais. Um fato importante é que um erro RMS dos dados pequeno não implicará em um erro RMS do modelo também pequeno, pois pode haver o problema da

ambiguidade, quando mais de um modelo satisfaz as equações do problema. Assim, o erro RMS relativo percentual do modelo é dado pela seguinte expressão:

$$\epsilon_m^{rel} \times 100 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (m_i^{obs} - m_i^{est})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (m_i^{obs})^2}} \times 100,$$

onde, neste Trabalho, N é o número de células em que o meio foi discretizado, m_i^{obs} e m_i^{est} são as i -ésimas vagarosidades observadas e estimadas, respectivamente.

A.3 Erro RMS do Ruído

Quando se adiciona ruídos aos dados observados sintéticos, também podemos calcular o erro RMS do ruído, ou seja, quantificar a diferença entre o dado com ruído e o sem ruído. Como no caso do erro RMS do modelo, aqui, precisamos conhecer o dado livre de ruído. A expressão para o cálculo do erro RMS relativo percentual do ruído é mostrada abaixo:

$$\epsilon_r^{rel} \times 100 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs} - d_i^r)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs})^2}} \times 100,$$

onde, neste Trabalho, M é o número de tempos de trânsito, d_i^{obs} e d_i^r são os i -ésimos tempos observados sem ruídos e com ruído, respectivamente.

APÊNDICE B

B.1 Piezoeletrecidade

Piezoeletrecidade é a capacidade que alguns cristais têm de gerar corrente elétrica em resposta a uma pressão mecânica. Este termo deriva da palavra grega *piezein* que significa espremer ou pressionar. O efeito piezoelétrico é reversível, quando sujeitos a uma diferença de potencial externa, os cristais, podem sofrer variações na forma. Foi Pierre Curie, em 1880, em pesquisas realizadas com seu irmão Jacques Curie que constatou o surgimento de correntes elétricas em certos cristais após estes serem submetidos a pressões. Também verificaram que as faces desses mesmos cristais vibravam ao serem submetidas brevemente a uma diferença de potencial elétrico.

Uma das condições para que um cristal seja piezoelétrico é que ele não possua centro de simetria, uma vez que essa propriedade física tem origem justamente na anisotropia do cristal, ou seja, no fato da resposta do material a um estímulo externo não ser a mesma em todas as direções. Ao ser pressionado, o material piezoelétrico passará a apresentar uma polarização elétrica “induzida” ou uma mudança de polarização caso o material já possua uma polarização espontânea diferente de zero.

Uma molécula neutra antes de ser submetida a uma força externa tem seus centros de gravidade das cargas positivas e negativas coincidentes. Assim, os efeitos externos das cargas positivas e negativas são mutuamente cancelados (Figura B.1 a). Quando uma pressão é submetida no material, sua estrutura reticular pode ser deformada, levando a uma separação dos centros gravitacionais das cargas positivas e negativas das moléculas, gerando, assim, pequenos dipólos (Figura B.1 b). As cargas internas do pólo são mutuamente canceladas e a distribuição das cargas ligadas aparece na superfície do material, ou seja, o material está polarizado (Figura B.1 c). Esta polarização gera um campo elétrico e pode ser usada para transformar a energia mecânica aplicada durante o tensionamento em energia elétrica.

Podemos esperar que quando um cristal está sob a influência de um estímulo externo, como uma tensão, uma tração uniforme ou um campo elétrico estático de baixa frequência, o cristal se deforme. Tais deformações dependem da simetria do cristal, assim como da direção na qual o estímulo foi aplicado. Já a magnitude da deformação depende do material, ou seja, do valor da constante piezoelétrica correspondente.

Os cristais piezoelétricos têm diversas aplicações na indústria, em geofísica eles são utilizados, principalmente, na captação das ondas sísmicas, as quais são de natureza mecânica.

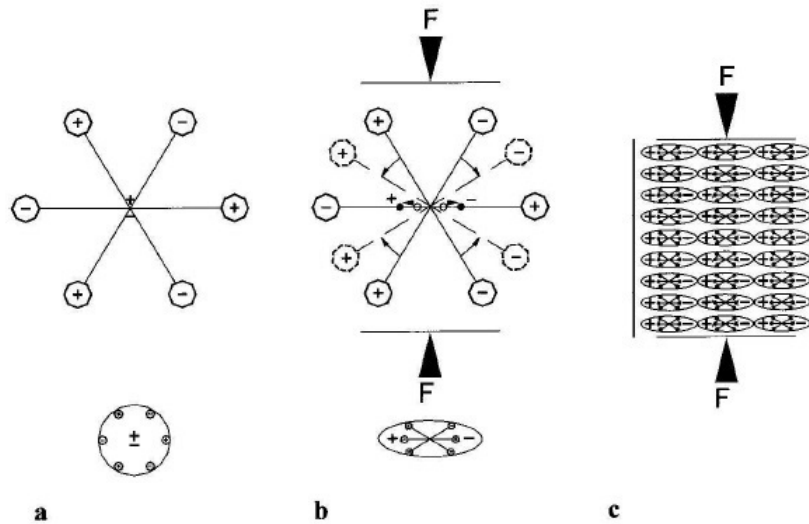


Figura B.1: Modelo molecular simplificado para exemplificar o efeito piezoelétrico: (a) molécula sem deformação; (b) molécula sujeita a deformação; e (c) efeito da polarização na superfície do material.

Os geofones são capazes de transformar, ao serem pressionados, através do efeito piezoelétrico, a energia mecânica da onda sísmica, em um pulso elétrico, o qual será registrado nos receptores.