



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA



GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

EXTRAÇÃO DE ATRIBUTOS DO SINAL SÍSMICO UTILIZANDO A DISTRIBUIÇÃO DE WIGNER-VILLE E O MÉTODO DE MÁXIMA ENTROPIA

LEONARDO MOREIRA BATISTA

SALVADOR – BAHIA



**Extração de Atributos do Sinal Sísmico Utilizando a Distribuição de
Wigner-Ville e o Método de Máxima Entropia**

por

LEONARDO MOREIRA BATISTA

Milton José Porsani

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

COMISSÃO EXAMINADORA

_____ Orientador Dr. Milton José Porsani

_____ Dr. Marcus Cincinato Brzeski Andrade

_____ Dr. Amin Bassrei

DATA DA APROVAÇÃO:

Dedico este trabalho ao professor
Milton José Porsani
pela atenção atribuída quando
precisei
e ajuda aferida quando necessitei.
Seja sempre esse professor
e orientador que todos chamam de
pai.

Resumo

As técnicas de decomposição tempo-frequência (DTF) permitem analisar o sinal em ambos domínios temporal e frequencial simultaneamente, favorecendo o imageamento e a caracterização de reservatórios. No corpo deste trabalho a abordagem inicial refere-se aos métodos tradicionais de DTF limitados aos compromissos estabelecidos entre as resoluções temporal e frequencial. O uso dessas técnicas objetiva exibir imagens com alta resolução no plano TF; é reconhecendo essa necessidade que surgem abordagens baseadas na distribuição de Wigner-Ville que, apesar da alta resolução induz componentes indesejáveis e/ou termos de interferências na decomposição. Mesmo com técnicas que fazem uso do Kernel de suavização no domínio Wigner-Ville o sinal sísmico geralmente é afetado pelas componentes TF.

A crescente necessidade por imagens mais definidas dos atributos sísmicos, para análise e caracterização de reservatórios, estimula o desenvolvimento de novos métodos capazes de exibir imagens dos atributos sísmicos com alta resolução. Neste sentido, propomos utilizar o método denominado Wigner-Ville de Máxima Entropia (WV-MEM) que combina a distribuição de Wigner-Ville com o método de máxima entropia de Burg, para obter o espectro de potência de alta resolução do sinal sísmico. Neste método, o espectro de potência é obtido fazendo a transformada de Fourier (TF) de cada termo do Kernel de Wigner-Ville, que foi estimado e estendido através do método de Burg. Tendo em vista a caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos, este trabalho favorecerá a obtenção de atributos estruturais, estratigráficos e geomorfológicos com maior resolução.

Abstract

As frequency-time decomposition techniques (DTF) for signal analysis in both temporal domains and simultaneous frequencies. In the body of this work refers to the traditional DTF methods limited to commitments established as temporal and frequency resolutions. The use of objective techniques to display high-resolution images without a TF plane, is to recognize the need for breakthrough approaches based on the Wigner-Ville distribution which despite high resolution induces undesirable components and / or interference terms in the decomposition, In the Wigner-Ville domain.

The greater need for more defined images for the analysis and characterization of reservoirs, stimulates the development of new methods for the display of images with high resolution. Wigner-Ville Maximum Entropy (WV-MEM), which combines the Wigner-Ville distribution with Burg's maximum entropy method to obtain the high resolution power spectrum of seismic signal. In this method, the power spectrum is obtained by making a Fourier Transform (TF) of each term of the Wigner-Ville Kernel, estimating and extending each Kernel sequence. Taking into account a characterization of hydrocarbon reservoirs, this work will favor the achievement of structural, stratigraphic and geomorphological attributes with higher resolution.

Sumário

Resumo	3
Abstract	4
Introdução	8
1 Decomposição Tempo-Frequência	10
1.0.1 Método de Decomposição Tempo-Frequência	12
1.0.2 Decomposição tempo-frequência baseada na distribuição de energia .	15
1.0.3 Termos de Interferências na Distribuição de Wigner-Ville	16
1.0.4 Wigner-Ville Suavizada	18
1.0.5 A distribuição de Choi Williams	18
2 Distribuição de Wigner-Ville de um sinal analítico	20
2.0.1 Sinal Analítico	23
2.0.2 Método de Máxima Entropia	24
2.0.3 Solução da equação de máxima entropia via equação de Yule-Walker .	25
2.0.4 Solução da equação de Máxima Entropia via equação de Burg	27
2.0.5 Método de Máxima entropia aplicado a WVD	30
2.0.6 O método de WV-MEM e sua relação com o tamanho da janela L e a ordem do operador PEO	31
2.0.7 Extração dos atributos instantâneos a partir de WV-MEM	33
3 Extração de Atributos e Caracterização de Reservatórios em Dados Reais	35
3.1 Atributos Sísmicos	35
3.1.1 Classificação dos Atributos sísmicos segundo Taner	36
3.1.2 Atributos Sísmicos Instantâneos em Dados Reais a Partir da WV-MEM	40
4 Conclusões	47

Referências**48**

Lista de Figuras

1.1	(a) Sinal Senoidal, (b) Espectro de amplitude obtido com a transformada curta de Fourier.	11
2.1	Imagem modificada de Ibrahim (2014) - Distribuição discreta de Wigner-Ville. As diagonais azuis representam as sequências do Kernel $K(n)$. A seta vermelha representa a soma dos termos da autocorrelação. A imagem do espectro instantâneo de energia $P(t, f)$ é gerada pela transformada de Fourier das sequências do Kernel.	21
2.2	(a) Sinal senoidal e o correspondente envelope, (b) Decomposição tempo-frequência utilizando janela igual a 5, (c) DTF utilizando janela igual a 11 e (d) foi utilizado janela igual a 31	32
2.3	(a) Sinal senoidal e o correspondente envelope, (b) Decomposição tempo-frequência utilizando janela igual a 5, (c) DTF utilizando janela igual a 11 e (d) foi utilizado janela igual a 31	33
3.1	(a) Envelope do sinal sintético representado em b, (b) Sinal Senoidal	39
3.2	Seção sísmica empilhada do opendtect	41
3.3	Atributo frequência média instantânea, $N_c=1$ e $L=7$	42
3.4	Atributo variância, $N_c=1$ e $L=7$	43
3.5	Atributo Skewness, $N_c=1$ e $L=7$	44
3.6	Kurtosis, $N_c=1$ e $L=7$	45
3.7	Energia do erro de predição, $N_c=1$ e $L=7$	46

Introdução

A Análise Tempo-Frequência ($ATF, T - F$), ou Análise Tempo/Escala-Frequência ($ATEF$), usualmente combina princípios de análise de sinais com os de equações diferenciais. Isso significa a análise harmônica descrita no domínio tempo-espaço e o conteúdo espectral associado. Sendo assim, as diferentes técnicas tempo-frequência conservam uma relação direta com a transformada de Fourier para decompor e representar uma função (Leite, 2015).

As técnicas de decomposição tempo frequência tem encontrado muitas aplicações em diversas áreas da ciência, incluindo análise de volatilidade e correlação para índices financeiros (Pimentel e da Silva, 2011), na análise de distúrbios em redes elétricas (Soares, 2013), no diagnóstico da doença de Alzheimer com base no electroencefalograma (Rodrigues, 2011); Na sísmica, a lista relacionada à Análise T-F é longa e em plena evolução.

Neste trabalho utilizamos o método de máxima entropia (Burg, 1967) combinado a distribuição de Wigner-Ville para estimar o espectro do dado sísmico com alta resolução, evitando os termos cruzados. Este método baseia-se na estimativa de um operador de predição linear e na estimativa e extensão da função auto-correlação, denominado de método Wigner-Ville de máxima entropia (WV-MEM) (Zoukaneri e Porsani, 2015). Após gerar os coeficientes desconhecidos da auto-correlação pode-se gerar os termos do Kernel de Máxima Entropia de Wigner-Ville que, aplicados à transformada de Fourier geram o espectro de Máxima entropia.

Na última etapa extraímos os atributos frequência média instantânea, variância média, Skewness e Kurtosis da WV-MEM, etapa essencial para caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos baseados em atributos sísmicos.

Desde a introdução da análise do traço sísmico complexo na Geofísica, nos trabalhos de Taner, Koehler e Sheriff (1979) os atributos sísmicos tem demonstrado variadas aplicações, especialmente na caracterização de reservatórios. Podemos observar nas publicações de Chen e Sidney (1997) a imensa lista de atributos. No geral todas informações computadas dos dados sísmicos, em qualquer etapa do processamento, são atributos sísmicos.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 1, abordamos sobre os métodos clássicos de decomposição tempo frequência e sobre o método baseado na distri-

buição de energia. No capítulo 2, apresentamos a distribuição de Wigner-Ville aplicada ao método de Máxima Entropia de Burg. No capítulo 3, mostramos os atributos sísmicos derivados do WV-MEM, seguido da conclusão no capítulo 4 e por fim, as referências utilizadas no trabalho.

Capítulo 1

Decomposição Tempo-Frequência

Partindo da refletividade em sub-superfície, o sinal sísmico pode ser interpretado como representação em baixa frequência, com relação ao princípio que a sísmica é a resposta ao impulso gerado por uma fonte sísmica da sub-superfície.

Através da operação de convolução da função refletividade com uma onda sísmica padrão, o sinal sísmico é caracterizado por transições devido ao contraste de impedância acústica e pode ser sintetizado. Usualmente as fortes reflexões sísmicas estão associadas aos limites de uma sequência estratigráfica. Com a identificação das transições de refletividade suavizadas pela fonte sísmica são gerados os horizontes dos eventos com o mesmo comportamento geológico. A composição intermediária entre as unidades estratigráficas influencia a forma de onda entre as fortes reflexões.

Identificar as transições e as faces sísmicas muitas vezes não é um processo fácil com dados e amostras reais da sub-superfície, devido ao padrão não regular e uniforme da refletividade; as possíveis variações na função refletividade geram grandes diferenças nas formas de ondas associadas. Consequentemente, analisar o sinal sísmico unicamente no domínio do tempo pode induzir a erros de interpretação e classificação de faces.

Na detecção de delgadas camadas, a análise do sinal sísmico no domínio da frequência (domínio espectral) através do espectro de potência é demasiada utilizado na interpretação. Todavia, o espectro de potência não revela como o conteúdo de frequência varia ao longo do tempo e/ou a transição do sinal. Desta forma, a análise conjunta do sinal em tempo e em frequência auxilia na caracterização das propriedades das camadas em sub-superfície.

É comum no processamento sísmico a análise do sinal no domínio espectral. Utilizando a transformada de Fourier (TF), uma série temporal $s(t)$ passa para o domínio da frequência $s(f)$. As clássicas representações espectrais estão definidas para dados estacionários e sistemas lineares, sendo estas as principais características das limitações de tais técnicas. Com o tempo, novas técnicas têm sido desenvolvidas objetivando superar tais limitações; logo, a

transformada de Fourier vê-se limitada em sinais cujo conteúdo de frequência varia significativamente com o tempo; a TF não é adequada tratando-se de sinais não-estacionários.

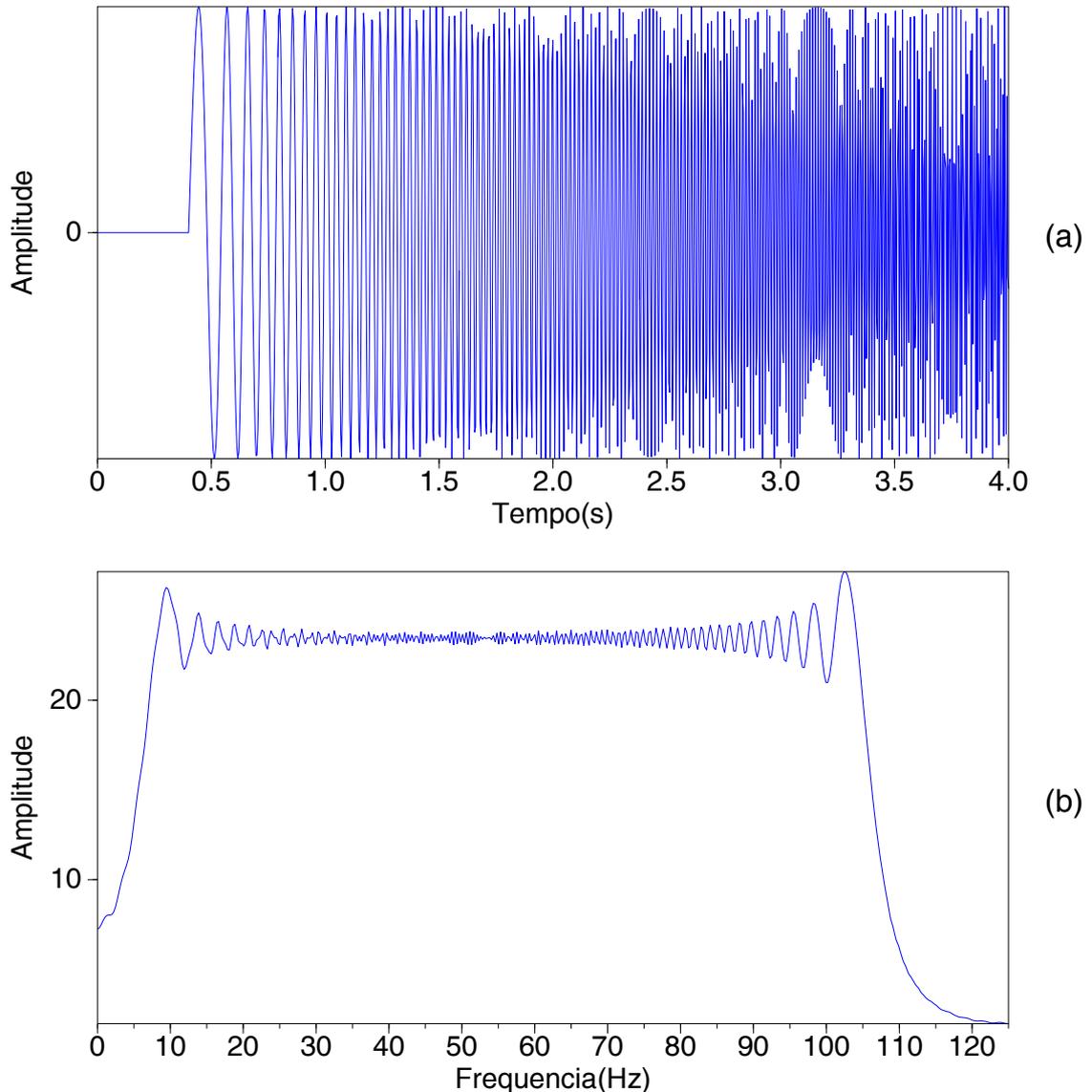


Figura 1.1: (a) Sinal Senoidal, (b) Espectro de amplitude obtido com a transformada curta de Fourier.

Na representação temporal $s(t)$ é possível saber como a amplitude do sinal varia no tempo, fornecendo casualmente informações relacionadas ao conteúdo de frequência do sinal. Tratando-se da representação no domínio da frequência $S(f)$, conhecida como análise espectral, é possível analisar diferentes componentes de frequência do sinal, assim como informações relacionadas à magnitude de cada componente.

A Figura 1.1(a) mostra o sinal no domínio do tempo e seu correspondente espectro de

amplitude no domínio da frequência Figura 1.1(b). Observa-se que a Figura 1.1(b) mostra que a magnitude do sinal é significativa no intervalo de variação frequencial $8 \leq f \leq 100Hz$, mas não consegue relacionar o aumento da frequência com o tempo. Por outro lado na Figura 1.1(a) é possível observar a variação frequencial com o tempo, mas não é possível saber os valores de frequência para cada tempo.

As duas representações da Figura 1.1 estão relacionadas através das transformadas de Fourier (FT), direta e inversa, definidas por:

$$s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-2i\pi ft} dt \quad (1.1)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(f)e^{2i\pi ft} df \quad (1.2)$$

O sinal pode ser obtido pela soma de exponenciais complexas em frequências variadas como indicado na equação 1.2, cujas amplitudes são obtidas na equação 1.1.

As técnicas clássicas são insuficientes na representação e análise de sinais não estacionários, visto que: ao definir a transformada de Fourier em termos da magnitude, é possível revelar as componentes em termos das frequências que estão presentes no sinal e a forma como as amplitudes variam mas, por outro lado, não revela sobre a modulação em frequência destas componentes, duração e localização em termos temporais.

Na obtenção das informações conjuntas faz-se necessário representar diretamente o conteúdo em frequência integrando as características temporais. Com essa estratégia, converte-se o sinal $1 - D$ em um espectro $2 - D$ tendo suas dimensões tempo e frequência, sendo descrito no novo domínio o espectro completo de frequência para cada tempo.

1.0.1 Método de Decomposição Tempo-Frequência

Comumente os métodos de Decomposição Tempo-Frequência (DTF) são classificados quanto ao uso da transformada de Fourier ou transformada de ondaleta (Waveletes), podendo também serem classificadas em janelas de tempo fixa ou variável. Neste seção é feita pequena resenha das técnicas clássicas de processamento de sinais, com ênfase na análise tempo-frequência da transformada de Fourier de tempo curto (do inglês short-term Fourier transform STFT) para janela fixa. Consta também na mesma seção a distribuição tempo-frequência baseada na distribuição de energia, sendo o principal exemplo a distribuição de Wigner-Ville.

A localização temporal de eventos através de ferramentas de análise tempo-frequência é o foco principal deste trabalho, pois é possível associar o espectro com os eventos geológicos.

Decomposição utilizando janela fixa

A extração de informações sobre o conteúdo de frequência do sinal sísmico, utilizando a decomposição tempo-frequência, está relacionada à janela de comprimento fixo, móvel sobre o sinal, recurso que permite tratar sinais não estacionários como estacionários, assumido que em curtos períodos de tempo o dado seja estacionário.

Usualmente, associa-se os valores extraídos do sinal ao centro da janela buscando melhor representação do sinal para dado instante t' , permitindo extrair informações sobre o conteúdo de frequência do sinal. Utilizando-se janelas menores é possível enxergar os limites entre duas frequências de forma mais localizada no tempo. Logo, à medida que se localiza melhor no tempo perde-se localização em frequência; esse fenômeno é análogo ao princípio de incerteza Heisenberg, que diz que o produto da incerteza no tempo pela incerteza na energia deve ser maior ou igual à metade da constante de Planck normalizada.

Transformada de Fourier de tempo curto

Na transformada de Fourier de janela curta (STFT) assume-se que a frequência varia pouco em pequenas janelas de tempo, sendo o principal problema a localização temporal. Em intervalos de tempos finitos o sinal é estacionário. Normalmente divide-se o sinal em traços e calcula-se a transformada de Fourier para cada traço. Formalmente, deslizando a janela $W(t - \tau)$ (equação 1.3), centrada no instante t_n através de todo traço sísmico e aplicando a transformada de Fourier, é possível obter a variação espectral com o tempo.

A expressão matemática da STFT é dada por:

$$\text{STFT}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)w(t - \tau)e^{-2i\pi ft} dt \quad (1.3)$$

sendo $s(t)$ o sinal sintético, $w(t - \tau)$ a janela, τ o tempo central da janela, e $e^{-2i\pi ft}$ o kernel de Fourier.

Sabendo da dependência da STFT com o tipo de janela utilizada e o tamanho da mesma, escolhemos a de Hanning¹, sendo o tamanho da janela o parâmetro mais crítico nesta transformada e a redução do vazamento do espectro ou *leakage*. Quando pretende-se obter maior resolução temporal, a janela w tem que ser a menor possível, provocando diminuição na resolução frequencial. Por outro lado, janela grande irá gerar o efeito contrário, pois atua como um filtro fino no domínio da frequência, implicando em fina amostragem das frequências características discutidas anteriormente.

¹janela de Hanning, possui uma forma similar àquela de meio ciclo de uma forma de onda cossenoidal

Transformada de Gabor (TG)

A TG é Outro exemplo de decomposição tempo-frequência, relacionado à TF de um sinal longo com janela móvel Gaussiana $w_\sigma(t)$, sendo configurada (Chui, 1992; Leite, 2015):

$$w_\sigma(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2}, \quad (\sigma > 0) \quad (1.4)$$

em que σ é o desvio padrão, e t o tempo.

Posicionando a função $w_\sigma(t)$ num ponto qualquer τ do sinal $g(t)$, o resultado $G_\sigma(w, \tau)$ da operação (TF-curta):

$$G\{g(t)\} = G_\sigma(w, \tau) \int_{-\infty}^{+\infty} w_\sigma(t - \tau)g(t)e^{-iwt}dt, \quad (1.5)$$

é denominada de TG. Embora a Janela Gaussiana seja infinita na sua definição matemática, ela pode ser utilizada de forma finita (curta). Na análise prática se faz uma relação entre o comprimento ($\Delta t_\sigma = T_G$) e a banda de frequência (Δw_σ), onde se deseja ter a informação recuperada.

Uma das propriedades da função $w_\sigma(t)$ é:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w_\sigma(t - \tau)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} w_\sigma(\xi)d\xi = 1. \quad (1.6)$$

Com isso, a soma de todas as distribuições locais resulta em:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_\sigma(w, \tau)d\tau = G(w), \quad (1.7)$$

significando que a TG de $g(t)$ informa a composição espectral localmente, que é um resultado importante para escolha e aplicação de uma janela voltada à análise de atributos de um campo médio.

Transformada S (TS)

Para se analisar um sismograma é necessário boa resolução do início do evento no tempo, bem como boa resolução na frequência para determinar o conteúdo espectral relacionado ao tempo de marcação do evento. Para se definir e separar ondas P e S em sismogramas ruidosos precisa-se de métodos que concentrem a energia no domínio tempo-frequência, e com isso melhorar a resolução (separação do eventos). Visando este compromisso, a TS se tornou convencional na análise de transformada tempo-frequência de sinais sísmicos (Leite, 2015)

Essa transformada também pode ser vista como uma variação da STFT, sendo a TS padrão descrita por Stockwell, Mansinha e Lowe (1996), fazendo uso de uma janela Gaussiana móvel com a escala na frequência, $|f|$, definida por:

$$TS(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)W(t - \tau, f)e^{-2i\pi f\tau}d\tau \quad (1.8)$$

e sua janela $w(t - \tau, f)$ dada por:

$$w(t - \tau, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}}, \quad (1.9)$$

com a inversa garantida sob a condição da seguinte propriedade:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} |f|e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} dt = 1. \quad (1.10)$$

No entanto, a TS tem baixa resolução de frequência para as altas frequências, e baixa resolução temporal nas baixas frequências. Para melhorar a resolução, faz-se necessário aumentar o número de parâmetros da janela, e para isto Pinnegar e Mansinha (2003), entre outros, modificaram a janela $|f|$ da TS, para a forma $\frac{|f|}{\gamma}$, pela inclusão do parâmetro de controle.

1.0.2 Decomposição tempo-frequência baseada na distribuição de energia

Devido às limitações impostas no mapeamento TF linear, condicionando a resolução temporal e frequencial pelo princípio de incerteza, novos métodos tem sido desenvolvidos, a exemplo o denominado mapeamento TF bilinear e/ou quadrático, visando superar estas limitações do mapeamento linear. O método quadrático consiste no mapeamento da auto-correlação do sinal $x(t)$, que produz resolução superior no domínio tempo-frequência baseado na distribuição da densidade de energia.

Segundo Ibrahim (2014) essa classificação de bilinear ou quadrático deve-se ao fato do analisado ser introduzido duas vezes na decomposição, gerando uma matriz quadrática de densidade de energia. O conjunto de técnicas que fazem uso da função quadrática foi resumido por Cohen (1995), razão pela qual essas decomposições são denominadas funções bilineares da classe de Cohen. Para derivar novas transformadas, a equação geral da classe de Cohen é representada por:

$$C(t, f, \phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t + \frac{x_0}{2}) g^*(t - \frac{x_0}{2}) \phi(t - \epsilon, f - \mu) e^{-j\pi f x_0} dx_0 d\epsilon d\mu, \quad (1.11)$$

sendo que $\phi(\theta, \tau)$ é uma função arbitrária chamada de Kernel e $C(t, f)$ é a distribuição tempo-frequência de Cohen (1995). Geralmente, o Kernel pode ser explicitamente dependente do tempo e da frequência e/ou um função do próprio sinal $x(t)$. A escolha do Kernel é de fundamental importância, pois irá condicionar as características de cada transformada.

As decomposições TF da classe de Cohen podem ser vistas como uma translação da matriz covariância em tempo e frequência convolvida por uma função peso constituída pelo Kernel. Como citado anteriormente, o tipo ou nome de cada distribuição estão condicionados às diferentes expressões tomadas pelo Kernel. Se $\phi(t, f) = \delta(t, f)$, a equação 1.11 é equivalente à distribuição de Wigner-Ville, representando a mais básica das distribuições bilineares de densidade de energia, sendo expressa como:

$$C(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(t + \frac{x_0}{2}) g^*(t - \frac{x_0}{2}) e^{-j\pi f x_0} dx_0. \quad (1.12)$$

Distribuição de Wigner-Ville (DWV)

A primeira tentativa para realizar a análise conjunta em tempo-frequência foi proposta no campo da mecânica quântica com os trabalhos de Wigner (1932) e, posteriormente completados por Ville et al. (1948), e utilizada na área de análise de sinais.

O espectro tempo-frequência da transformada Wigner-Ville é expresso pela seguinte equação:

$$C(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z_1(t + \frac{\tau}{2}) z^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j\pi f \tau} d\tau. \quad (1.13)$$

1.0.3 Termos de Interferências na Distribuição de Wigner-Ville

A *DWV* é uma função bilinear que gera interferência (termos cruzados) na computação de uma função multicomponentes. Por exemplo: aplicando a transformada de Wigner-Ville à soma de duas funções monoclientes $g_1(t)$ e $g_2(t)$, quatro componentes são geradas, devido ao produto bilinear. Logo, temos:

$$W_{g_1+g_2}(t, f) = W_{g_1}(t, f) + W_{g_2}(t, f) + W_{g_1, g_2}(t, f) + W_{g_1, g_2}(t, f) \quad (1.14)$$

ou

$$W_{g_1+g_2}(t, f) = W_{g_1}(t, f) + W_{g_2}(t, f) + 2Re[W_{g_1, g_2}(t, f)], \quad (1.15)$$

sendo $W_{g_1}(t, f)$ e $W_{g_2}(t, f)$ os auto-terminos, e $2Re[W_{g_1, g_2}(t, f)]$ o termo cruzado e/ou interferências na zona de transição entre $g_1(t)$ e $g_2(t)$. Os termos de interferência não dependem da distância tempo-frequência dos termos representados no espectro, levando em algumas aplicações à sobreposição do sinal com os termos de interferência, podendo também gerar valores negativos para a distribuição, visto que é incoerente fisicamente tratando-se de distribuição de energia. Esta transformada não é particularmente ajustada a sinais com várias componentes.

Atenuação dos termos de interferências

Os termos cruzados inviabilizam a aplicação da transformada de Wigner em aplicações de processamento de sinais. Logo, muitas pesquisas foram feitas para minimizar as interferências, chegando à técnica do núcleo, proposta por Cohen (1995).

Cohen (1995) refere-se as três vantagens básicas que caracterizam as distribuições tempo-frequência que utilizam um kernel: primeira, é possível obter distribuições com as propriedades desejadas através dos vínculos impostos ao kernel; segunda, as propriedades da distribuição podem ser determinadas através de uma análise ao kernel; terceira, dado um determinado kernel é relativamente fácil gerar uma distribuição.

Choi e Williams (1989), afirmam que um kernel eficaz para a representação tempo-frequência deve diminuir os efeitos dos termos cruzados de interferência, ao mesmo tempo que induzem as propriedades desejadas que podem conferir validade à distribuição tempo-frequência. Ou seja, os termos cruzados de interferência para além de causarem redundância na informação fazem com que a verdadeira energia da distribuição se dissipe no tempo e na frequência.

Segundo Ibrahim (2014), atenuar os termos de interferência da DWV é realizar operação através da DWV com um kernel de suavização bidimensional $\phi(t, f)$. Pode-se escrever:

$$T_x(t, f) = \int_{t'} \int_{f'} \phi(t - t', f - f') W_x(t', f') dt' df', \quad (1.16)$$

sendo $T_x(t, f)$ a Wigner-Ville suavizada do sinal $x(t)$. Por outro lado, a função de ambiguidade relacionada ao sinal é definida como:

$$A_x(\tau, \nu) = \int_t x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-2j\pi\nu t} dt \quad (1.17)$$

Observa-se que na função de ambiguidade a integração é feita com respeito a t' e na função de Wigner-Ville a integração é feita com respeito a τ . Essencialmente, a função

ambiguidade é a transformada de Fourier da DWV; então, o espectro suavizado representado em 1.16 pode ser escrito como:

$$T_x(t, f) = \int_{\tau} \int_{\nu} \phi(\tau, \nu) A_x(\tau, \nu) e^{2j\pi(t\nu - f\tau)} d\tau d\nu. \quad (1.18)$$

Ainda Segundo Ibrahim (2014), a convolução em 1.16 é trocada por uma simples multiplicação em 1.18. A equação 1.18 mostra que suavizar a DWV de uma função $x(t)$ é realizar a transformada inversa de Fourier de ambiguidade de $x(t)$, ponderada por uma função peso ou Kernel.

1.0.4 Wigner-Ville Suavizada

Para suprimir os termos cruzados pode-se utilizar dois métodos: um relacionado a uma janela móvel no domínio do tempo, antes do cálculo da WVD; outro é suavizar a WVD através de uma Kernel Gaussiano, dado por:

$$\phi_{SPWVD}(\tau, \nu) = \exp \left\{ \frac{(\tau - \tau_0)^2 - (\nu - \nu_0)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (1.19)$$

sendo a expressão 1.18 dada por:

$$T_{SPWVD}(t, f) = \int_{\tau} \int_{\nu} \phi_{SPWVD}(\tau, \nu) A_x(\tau, \nu) e^{2j\pi(t\nu - f\tau)} d\tau d\nu. \quad (1.20)$$

A influência do desvio padrão (janela do Kernel gaussiano) define a eficiência da atenuação dos termos cruzados. Sendo este método mais eficaz para menores valores de (σ).

1.0.5 A distribuição de Choi Williams

Como já elucidado na seção anterior, cada núcleo representará uma distribuição. Outra representação tempo-frequência bastante conhecida é a distribuição de Choi-Williams (CWD) formulado por Choi e Williams (1989), sendo o Kernel expresso por:

$$\phi_{CWD}(\tau, \nu) = \exp \left[-\frac{(2\pi\tau\nu)^2}{\sigma} \right], \quad (1.21)$$

em que a expressão 1.18 é dada por:

$$T_{CWD}(t, f) = \int_{\tau} \int_{\nu} \phi_{CWD}(\tau, \nu) A_x(\tau, \nu) e^{2j\pi(t\nu - f\tau)} d\tau d\nu. \quad (1.22)$$

A atenuação dos termos cruzados está condicionada ao tamanho σ da janela do Kernel Gaussiano; à medida que se aumenta o parâmetro (σ) a CWD aproxima-se da WVD. Ao

diminuir esse parâmetro o núcleo ϕ diminui de valor ao afastar-se da origem. Contudo, menores valores do desvio padrão σ resulta em maior resolução tempo-frequência.

Capítulo 2

Distribuição de Wigner-Ville de um sinal analítico

Para um sinal $z(t)$ amostrado uniformemente com intervalo Δt , a distribuição de Wigner-Ville discreta pode ser representada como (Boashash, 1992):

$$W(t, f) = 2 \sum_{k=0}^{N-1} z(t-k)z^*(t+k)e^{-2j\pi fk} \quad (2.1)$$

sendo $z(n)$ o sinal analítico correspondente a $x(n)$, dado por:

$$z(n) = x(n) + jH[x(n)] \quad (2.2)$$

com $H[x(n)]$ representando a transformada de Hilbert do sinal $x(n)$, $n = 0, \dots, N_s - 1$, e N_s o número de amostras.

A matriz de covariância associada ao sinal analítico pode ser representada por:

$$C = zz^*, \quad (2.3)$$

sendo a transposta conjugada representada pelo sinal tipográfico " $*$ ".

O Kernel da distribuição de Wigner-Ville é representado pelo conjunto das sequências de termos paralelos a diagonal secundária da matriz de covariância associada, dado por:

$$K(n) = \{k_n(-l), \dots, k_n(0), \dots, k_n(l)\} \quad (2.4)$$

em que cada termo é representado:

$$k_n(l) = \begin{cases} z(n-l)z^*(n+l), & |l| \leq \min\{n, N_s - n\} \\ 0, & |l| > \min\{n, N_s - n\}, \end{cases}$$

o termo central $k_n(0) = z(n)z^*(n)$ é associado à amostra $z(n)$.

Para facilitar o entendimento da equação 2.1 e torná-la compreensível, a figura 2.1 representa uma ilustração gráfica da distribuição de Wigner-Ville discreta. A matriz de covariância é formada por z e z^* , e as sequências do Kernel são representadas pelas linhas azuis e os termos $k_n(l)$ por círculos negros.

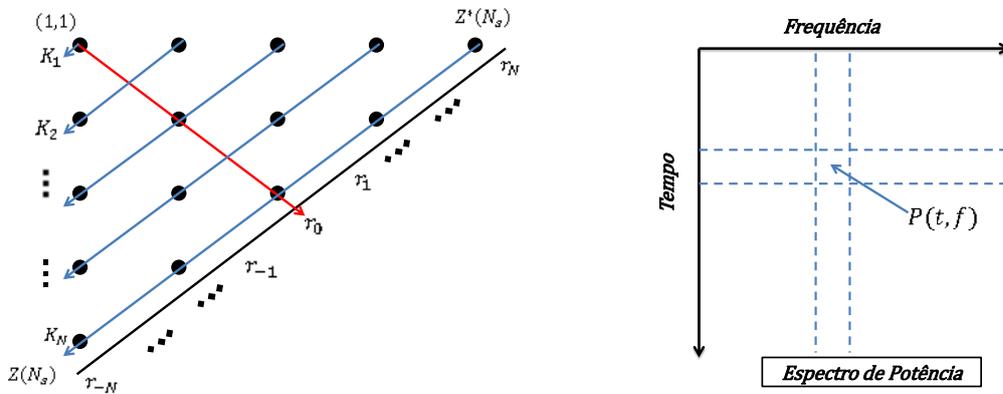


Figura 2.1: Imagem modificada de Ibrahim (2014) - Distribuição discreta de Wigner-Ville. As diagonais azuis representam as sequências do Kernel $K(n)$. A seta vermelha representa a soma dos termos da autocorrelação. A imagem do espectro instantâneo de energia $P(t, f)$ é gerada pela transformada de Fourier das sequências do Kernel.

Pode-se observar na Figura 2.1 o espectro de potência correspondente a transformada de Fourier do Kernel $K(n)$ de Wigner-Ville, podendo ser analisado com o espectro de potência instantâneo do sinal $z(n)$ e representado como:

$$P(n) = W(n) = \left\{ w_n\left(-\frac{N-1}{2}\right), \dots, w_n(0), \dots, w_n\left(\frac{N-1}{2}\right) \right\}, \quad (2.5)$$

com cada coeficiente dado por:

$$w(m) = \frac{1}{N} \sum_{l=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} k_n(l) W_4^{ml} \quad (2.6)$$

sendo N o número de coeficientes dos termos usados na transformada de Fourier.

A equação 2.6 representa a transformada discreta de Fourier (TDF), exceto a normalização por 2 do termo $W_2 = \exp[-j2\pi/N]$. A potência de 2 representa um fator de escala do eixo das frequências, podendo a equação 2.6 ser eficientemente avaliada pelo algoritmo da TDF (Marple, 1978).

Propriedades da DWV

Algumas propriedades da Wigner-Ville discretas podem ser enumeradas como:

- Os termos ímpares da função autocorrelação é a soma dos componentes do Kernel $K(n)$:

$$\sum_{n=0}^{N_s-1} k(n) = R_z(n) \quad (2.7)$$

$$R_z(n) = \{r_z(-N_s + 1), \dots, r_z(-1), r_z(0), r_z(1), \dots, r_z(n_s - 1)\}.$$

- A soma do espectro de potência instantâneo de distribuição Wigner-Ville é o espectro de potência do sinal:

$$P_z(m) = \sum_{n=0}^{N_s-1} W(n) \quad (2.8)$$

Tais propriedades marginais são indicadas na figura 2.1.

É importante notar que os coeficientes fora da diagonal principal geram os termos de interferências apresentado na distribuição de Wigner-Ville discreta. A proposta feita por Zoukaneri e Porsani (2015) para a obtenção da representação tempo-frequência, sem efeito das interferências, consiste em:

1. Truncar as cros-diagonais do Kernel de Wigner-Vill, para evitar a interação entre coeficientes fora da diagonal principal;
2. Usar o método de máxima entropia para estender os termos de cada sequência do Kernel truncado;
3. Obter a potência instantânea de máxima entropia associada.

2.0.1 Sinal Analítico

Um sinal real, $x(t)$, é munido da seguinte propriedade na TF direta, $X(f)$:

$$X(-f) = X^*(+f). \quad (2.9)$$

A propriedade (2.9) significa uma simetria hermitiana entre as componentes de frequências positivas e negativas tendo, desta forma, apenas uma componente; a outra pode ser calculada. Assim, as frequências negativas podem ser extraídas da representação de um sinal sem perda de informação. Para o caso de sinais de banda-baixa, Leite (2015) afirma que a banda de frequências negativas tem duas conveniências:

1. faz com que a banda de frequência seja reduzida à metade, o que permite que a amostragem do sinal seja reduzido à metade da frequência de Nyquist, ou seja, a frequência de Nyquist é dobrada ao conservar o mesmo intervalo de amostragem;
2. evita a presença de efeitos de interferências entre as frequências positivas e negativas para algumas transformadas T-F.

Com isto, um sinal $z(t)$ é definido como analítico se $Z(f) = 0$ para $f < 0$, e $Z(f) \leftrightarrow z(t)$.

Detalhadamente, o sinal pode ter um componente na frequência zero. O sinal analítico, $z(t)$, é definido pela composição:

$$z(t) = x(t) + iy(t), \quad i = \sqrt{-1} \quad (2.10)$$

sendo as partes $x(t)$ e $y(t)$ reais, se obedecer a seguinte relação,

$$Y(f) = -isgn(f)S(f) \quad (2.11)$$

sendo $y(t) \leftrightarrow Y(F)$ e $x(t) \leftrightarrow S(f)$, e

$$sgn(f) = \begin{cases} -1, & \text{para } f < 0, \\ 0, & \text{para } f = 0, \\ +1 & \text{para } f > 0. \end{cases}$$

A TF inversa da função $-isgn(t)$ é dada por:

$$F^{-1} \{-isgn(t)\} = \frac{1}{\pi t} \quad (2.12)$$

Sendo $x(t)$ e $y(t)$ relacionadas através da relação (2.11). Então, $y(t)$ representa a transformada de Hilbert (TH) de $x(t)$, ou seja:

$$y(t) = H \{x(t)\}. \quad (2.13)$$

Desta maneira o sinal analítico (complexo) é construído da seguinte forma:

$$z(t) = x(t) + H \{x(t)\}. \quad (2.14)$$

A TH de um sinal $s(t)$, definida no domínio da frequência para o domínio tempo, é representada como:

$$H \{x(t)\} = F^{-1} \{-i \operatorname{sgn}(f) F \{x(t)\}\}. \quad (2.15)$$

Aplicando o teorema da convolução na equação (2.15), tem-se:

$$H \{x(t)\} = x(t) * \frac{1}{\pi t}, \quad (2.16)$$

o que significa calcular através do Valor Principal (VP), ou seja:

$$H \{x(t)\} = \frac{1}{\pi} VP \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{t-\delta} \frac{x(\tau)}{t - \tau} + \int_{t+\delta}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \right]. \quad (2.17)$$

Logo, para construir o sinal analítico são três passos:

1. Fazer a TF de $x(t)$, $X(f)$;
2. Multiplicar $x(t)$ por $-i$ para as frequências positivas, por $+i$ para as negativas, e por zero para a $f = 0$;
3. e a TF inversa de $S(f)$.

2.0.2 Método de Máxima Entropia

Habitualmente o espectro de potência é estimado utilizando a transformada de Fourier de janela curta (*STFT*) dos coeficientes da função autocorrelação (*FAC*). Contudo, o efeito de vazamento "leakage" quando o dado está truncado, torna a transformada Fourier limitada. Para obter boa resolução a partir de um série limitada de dados, Burg (1967) formulou o Método de Máxima Entropia, constituindo um filtro preditivo linear, que dá o máximo erro quadrático entre os dados e os seus valores previstos. Marple (1978) apresenta a entropia de um processo gaussiano proporcional a:

$$\int_{-f_n}^{f_n} \log P(f) df, \quad (2.18)$$

sendo $P(f)$ o espectro de potência, e f_N a frequência de Nyquist. Burg maximiza a Entropia com a seguinte condição:

$$R_n = \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{(i2\pi f n \Delta t)} df, \quad (2.19)$$

em que R_n é a auto covariância, $-N < n < N$.

Com os coeficientes de Lagrange, pode-se obter a solução λ_k $k = 1, \dots, N$, tal que:

$$\frac{\partial}{\partial P(f)} \left(\int_{-f_n}^{f_n} \log P(f) df - \lambda_k \left(\sum_{-N}^N \int_{-f_N}^{f_N} P(f) e^{(i2\pi f n \Delta t)} df \right) \right) = 0. \quad (2.20)$$

A solução da equação 2.20 é dada por:

$$P(f) = \frac{E_{N_c} \Delta t}{\left| \sum_{n=0}^{N_c-1} c_n e^{-j2\pi f n \Delta t} \right|^2}, \quad (2.21)$$

onde $P(f)$ é o espectro de potência, c_n , $n = 0, \dots, N_c - 1$, ($c_0 = 1$) representa os coeficientes do operador de erro de predição, (do inglês operator prediction error PEO) também conhecido como coeficiente de reflexão e/ou parâmetro auto-regressivo, de ordem N_c , E_c é a correspondente energia do erro, e f é limitada pelo intervalo de Nyquist $-1/(2\Delta t) \leq f \leq 1/(2\Delta t)$.

Sendo a forma básica do método de máxima entropia dada pela equação 2.21, o espectro de potência $P(t)$ é completamente definido se os coeficientes c_n e a energia E_{N_c} são conhecidos. O PEO pode ser estimado pelo algoritmo de Levinson que resolve as equações de Yule-Walker (Levinson, 1946), ou pelo algoritmo de Burg (1967) diretamente do sinal analítico $z(n)$. Burg (1967) também derivou a relação entre os coeficientes da FAC e do PEO, obtidos por meio da solução do sistema hermitiano da equação de Toeplitz, (vide equação 2.23).

2.0.3 Solução da equação de máxima entropia via equação de Yule-Walker

O método de Yule-Walker, também designado método de autocorrelação, baseia-se na solução de um sistema de equações para valores estimados envolvendo a matriz de autocor-

relação, sendo representada por:

$$\begin{bmatrix} r_z(0) & r_z(-1) & \cdots & r_z(-N_c) \\ r_z(1) & r_z(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & r_z(0) & r_z(-1) \\ r_z(N_c) & \cdots & r_z(1) & r_z(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ c(N_c, 1) \\ \vdots \\ c(N_c, N_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{N_c} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

O sistema pode ser resolvido por vários métodos, mas o mais utilizado é o algoritmo Recursivo de Levinson-Durbin (Levinson, 1946), por ter rápida convergência da solução e fácil implementação computacional. O algoritmo permite calcular os coeficientes de reflexão $C(j, j)$ para uma sequência de valores da autocorrelação e a ordem do modelo desejado:

$$c_{j,i} = \frac{r_z + \sum_{i=1}^{j-1} r_z(j-i)c_{j-1,i}}{E_{j-1}} \quad (2.23)$$

O *PEO* de ordem j pode ser obtido através do coeficiente de ordem $j-1$ utilizando a equação 2.23 aplicada em 2.22, ou seja:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ c(j, 1) \\ \vdots \\ c(j, 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ c(j-1, 1) \\ \vdots \\ c(j-1, j-1) \\ 0 \end{bmatrix} + c(j, j) \begin{bmatrix} 0 \\ c^*(j-1, j-1) \\ \vdots \\ c^*(j-1, 1) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Através da recursão de Levison (RL) $c_{j,j}$ é estimado iterativamente, e a energia do erro de predição é atualizada como:

$$E_j = E_{j-1}(1 - c_{j,i}c^* j, i). \quad (2.25)$$

A recursão é iniciada com $E_0 = r_z(0)$. Para computar os coeficientes c_n , via equação de Yule-Walker equação 2.22, os valores da *FAC* são estimados através do trecho do sinal representado por:

$$r_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_{(n+k)}x_n, k = 0, \dots, N_c. \quad (2.26)$$

Segundo Jansen, Bourne e Ward (1981) a equação de Yule-Walker (*YW*) faz uso da extensão nula, onde os coeficientes de autocorrelação são calculados assumindo implicitamente que os dados fora do intervalo de observação são zero, levando a erros nas estimativas de r_k e, por consequência, nas estimativas dos coeficientes c_n . Uma desvantagem do método de Burg para estimar o modelo autorregressivo *AR* foi discutido por Barrodale e Erickson (1980).

Afirmando que o método de Burg produz, por vezes, valores para os parâmetros contaminados por arredondamento, erros. Estes erros são devido ao uso de método recursivo Levinson, que é numericamente instável em algumas circunstâncias. No entanto, as propriedades de Burg são consideravelmente superiores à técnica *YW*.

2.0.4 Solução da equação de Máxima Entropia via equação de Burg

Este método, originalmente proposto por Burg (1967) como um algoritmo de máxima entropia, foi mais tarde interpretado como algoritmo de minimização dos mínimos quadráticos restritivo. As estimativas dos parâmetros c_n do modelo são obtidas pela minimização, para cada modelo de ordem N_c da média aritmética da potência dos erros preditivos linear direto e reverso, com limitação de que os parâmetros c_n satisfaçam a recursão de Levinson:

$$c_{j,i} = c_{j-1,i} + c_{j,i}c_{j-1,j-1}. \quad (2.27)$$

Esta restrição é motivada para assegurar a estabilidade do operador erro de predição (Kay e Marple, 1981).

Considerando um sinal $x_n, n = 1, \dots, N$, e alguns coeficientes $c_i, i = 1, \dots, k$, a predição linear direta y_n e reversa Z_n do sinal original X_n podem ser obtidas, respectivamente, por:

$$y_n = - \sum_{i=1}^k c_i x_{n-1} \quad (2.28)$$

e

$$z_n = - \sum_{i=1}^k c_i x_{n+1}, \quad (2.29)$$

sendo $c_i, i = 1, \dots, k$ são os coeficientes do operador de predição de ordem K . simplesmente, y_n é a combinação linear dos coeficientes ponderados previamente conhecidos (por isso predição direta), e z_n é a combinação linear ponderada dos próximos coeficientes conhecidos (por isso predição reversa) (Zoukaneri e Porsani, 2015).

(Burg, 1967) propõe minimizar simultaneamente a soma dos erros quadráticos de predição direta e reversa sujeitos a uma restrição.

Chamando F_k o erro de predição direta e B_k o erro de predição reversa, tem-se:

$$F_k = \sum_{n=1}^N (x_n - y_n)^2 = \sum_{n=1}^N (x_n - (- \sum_{i=1}^k c_i x_{n-1}))^2 \quad (2.30)$$

e

$$B_k = \sum_{n=1}^N (x_n - z_n)^2 = \sum_{n=1}^N (x_n - (-\sum_{i=1}^k c_i x_{n+1}))^2 \quad (2.31)$$

A equação 2.27 pode ser reescrita como:

$$c_{n+1} = c_n + \mu c_{k+1-n}, \quad (2.32)$$

sendo $\mu = c_{j,j}$, $n = 1, \dots, k$, e k o número dos coeficientes. Para $c_0 = 1$ a equação 2.30 pode ser reescrita como:

$$F_k = \sum_{n=1}^N (c_0 x_n + \sum_{i=1}^k c_i x_{n-1})^2 = \sum_{n=1}^N (f_k(n))^2 \quad (2.33)$$

sendo,

$$f_k(n) = \sum_{i=0}^k c_i x_{n-1}. \quad (2.34)$$

Seguindo, pode-se reescrever da mesma forma a equação 2.31:

$$B_k = \sum_{n=1}^N (c_0 x_n + \sum_{i=1}^k c_i x_{n+1})^2 = \sum_{n=1}^N (b_k(n))^2 \quad (2.35)$$

e

$$b_k(n) = \sum_{i=0}^k c_i x_{n+1}. \quad (2.36)$$

Logo, obtém-se:

$$F_{k+1} + B_{k+1} = \sum_{n=1}^N (f_{k+1}(n))^2 + \sum_{n=1}^N (b_{k+1}(n))^2. \quad (2.37)$$

Usando as equações 2.32 , 2.34 e 2.36 pode-se derivar:

$$f_{k+1}(n) = f_k(n) + \mu b_k(n - k - 1) \quad (2.38)$$

$$b_{k+1}(n) = b_k(n) + \mu f_k(n + k + 1) \quad (2.39)$$

Usando 2.38 , 2.39 em 2.37 e minimizando para μ , temos:

$$\mu = \frac{-2 \sum_{n=0}^{N-k-1} f_k(n+k+1)b_k(n)}{\sum_{n=0}^N f_k(n)^2 + \sum_{n=0}^N b_k(n)^2} \quad (2.40)$$

Sendo o algoritmo de Burg resumido:

$$\begin{cases} \frac{\partial(f_{k+1}+b_{k+1})}{\partial\mu} = 0, \\ c_{n+1} = c_n + \mu c_{k+1-n}. \end{cases} \quad (2.41)$$

Na equação de Levinson $\mu = c(j, j)$. Os passos do algoritmo de Burg podem ser resumidos da seguinte forma:

- Escolher K para o número total de coeficientes,
- definir $c_0 = 1$,
- utilizar as equações 2.34 e 2.36 inicializando $f_0(n) = b_0(n) = x_n$,
- para $k=0, k-1$
 - calcular μ usando 2.40
 - atualizar c_{n+1} usando 2.32
 - atualizar $f_{k+1}(n)$ e $b_{k+1}(n)$ usando 2.38 e 2.39

É possível estimar os coeficientes $c_{j,i}$ do operador de erro de predição a partir do sinal discreto usando o algoritmo de Burg. Esse algoritmo não impõe zeros fora da janela, não requer prévios coeficientes da função de auto-correlação (FAC) e produz um operador de fase mínima (Ulrych e Bishop, 1975; Ulrych e Clayton, 1976; Marple, 1978; Barrodale e Erickson, 1980; Porsani, 1986; Ibrahim, 2014).

Burg estabeleceu, além do método para estimar os coeficientes da *PEO*, a relação para prever os coeficientes da autocorrelação com os coeficientes $c_{j,i}$ conhecidos, ou seja:

$$r_z(j) = - \sum_{i=1}^{j-1} r_z(j-i)c(j-1, i) - c(j, j)E_{j-1} \quad (2.42)$$

A equação 2.42 garante a obtenção recursiva dos coeficientes da *FAC* associados ao espectro de máxima entropia. O método de Burg permite estimar diretamente j coeficientes da autocorrelação, diferentemente do método de Yule-Walker em que precisa-se conhecer previamente os coeficientes de autocorrelação para estimar o *PEO*.

2.0.5 Método de Máxima entropia aplicado a WVD

O método de Burg, como supracitado é utilizado para computar o PEO e, em sequência, usar os coeficientes da PEO para computar e estender o espectro de potência de cada sequência do Kernel de Wigner-ville $K(n), n = 0, \dots, N_s - 1$.

Pode-se associar a cada sequência $K(n)$ um sinal analítico $\tilde{z}(n)$ cujos limites associam-se ao tamanho da janela L :

$$\tilde{z}(n) = \left\{ z\left(n - \frac{L}{2}\right), \dots, z(n), \dots, z\left(n + \frac{L}{2}\right) \right\} \quad (2.43)$$

O tamanho da janela L e o número dos coeficientes do filtro N_c , controlam a resolução da decomposição no plano TF, sendo L uma número ímpar relacionado a uma janela ímpar de tempo simétrica centrada em $z(n)$. Podemos então escrever a sequência dos coeficientes da autocorrelação, relacionada ao sinal $\tilde{z}(n)$, como:

$$\tilde{k}(n) = \left\{ k\left(n - \frac{L}{2}\right), \dots, k(n), \dots, k\left(n + \frac{L}{2}\right) \right\} \quad (2.44)$$

Os coeficientes da função auto-correlação *FAC* associados ao espectro de máxima entropia, podem ser obtidos utilizando o algoritmo de Burg. Aplicando a equação 2.26 a $\tilde{k}(n)$, seus coeficientes são estendidos como:

$$\tilde{k}_n(j) = - \sum_{i=1}^{j-1} \tilde{k}_n(j-1)c(j-1, i) - c(j, j)E_{j-1} \quad (2.45)$$

Fazendo a transformada de Fourier de ??, podemos obter a potência instantânea da distribuição de Wigner-Ville. Deslizando a janela e repetindo o processo para todas as sequências do Kernel, consegue-se a representação tempo-frequência de máxima entropia de Wigner-Ville sem a influência dos termos cruzados.

Passos do algoritmo

- obter o traço complexo $z(n)=x(n)+jH[x(n)]$.
- definir N_c , o número de coeficientes do operador PEO
- definir L , o tamanho da janela para o calculo do PEO

-Para $n = 0, N_s - 1$.

- definir $E_0 = k_n(0) = z(n)z^*(n)$,
- colecionar as amostras do sinal do Kernel (2.43),

- calcular $c(j, j), j = 1, \dots, N_c - 1$, utilizando o algoritmo de Burg,
- utilizar as equações 2.23, 2.25, 2.27 e 2.45 para computar e estender o Kernel $K(n)$
- computar a TDF de $\tilde{K}(n)$ para obter o espectro de potência instantâneo de WV .

2.0.6 O método de WV-MEM e sua relação com o tamanho da janela L e a ordem do operador PEO

Nas observações anteriores, a resolução do método ($WV - MEM$) é controlada fundamentalmente pelo tamanho da janela L e pelo número de coeficientes N_c do operador PEO . Agora, nesta seção, entenderemos como a resolução está condicionada ao efeito da ordem do operador e ao tamanho da janela.

Método de Wigner-Ville e o efeito do tamanho da Janela L

É possível observar o efeito do tamanho da janela na Figura 2.2, mostrando um traço sísmico sintético em tempo-frequência usando o Método de Wigner-Ville para diferentes tamanhos de janela L . Nas observações pode-se concluir que, janelas grandes tornam a superfície da energia suave, e janelas pequenas permitem a observação de pequenos detalhes. Logicamente, para caracterização da estratigrafia, deve-se utilizar janelas de tamanhos curtos.

Esse fato é contrário ao observado nos métodos tradicionais como a transformada de Fourier de janela curta ($STFT$), onde precisa-se de uma janela de maior tamanho para conseguir uma resolução frequencial. A explicação é que o método $STFT$ trata de resolver um problema não estacionário através de compromisso no tamanho da janela e, na abordagem proposta, converte-se o problema não estacionário em pequenos problemas estacionários. Desta forma a janela curta é necessária para conseguir melhor resolução. Cada janela curta é caracterizada por sua frequência central (média) tal que, no $WV - MEM$, representa-se apenas a frequência central e a energia associada a frequência central para cada janela considerada (Ibrahim, 2014).

Método de Wigner-Ville e o efeito do número de coeficientes N_c do operador PEO

É possível observar como a ordem do operador PEO, Figura 2.3, influencia no espectro tempo-frequência; contudo, é evidente que o operador da ordem $N_c = 1$ é suficiente. Segundo Zoukaneri e Porsani (2015), o operador de ordem $N_c = 1$ corresponde a um PEO de único coeficiente de reflexão $(1, c_{1,1})$, podendo ser associado a único plano de onda propagando-se

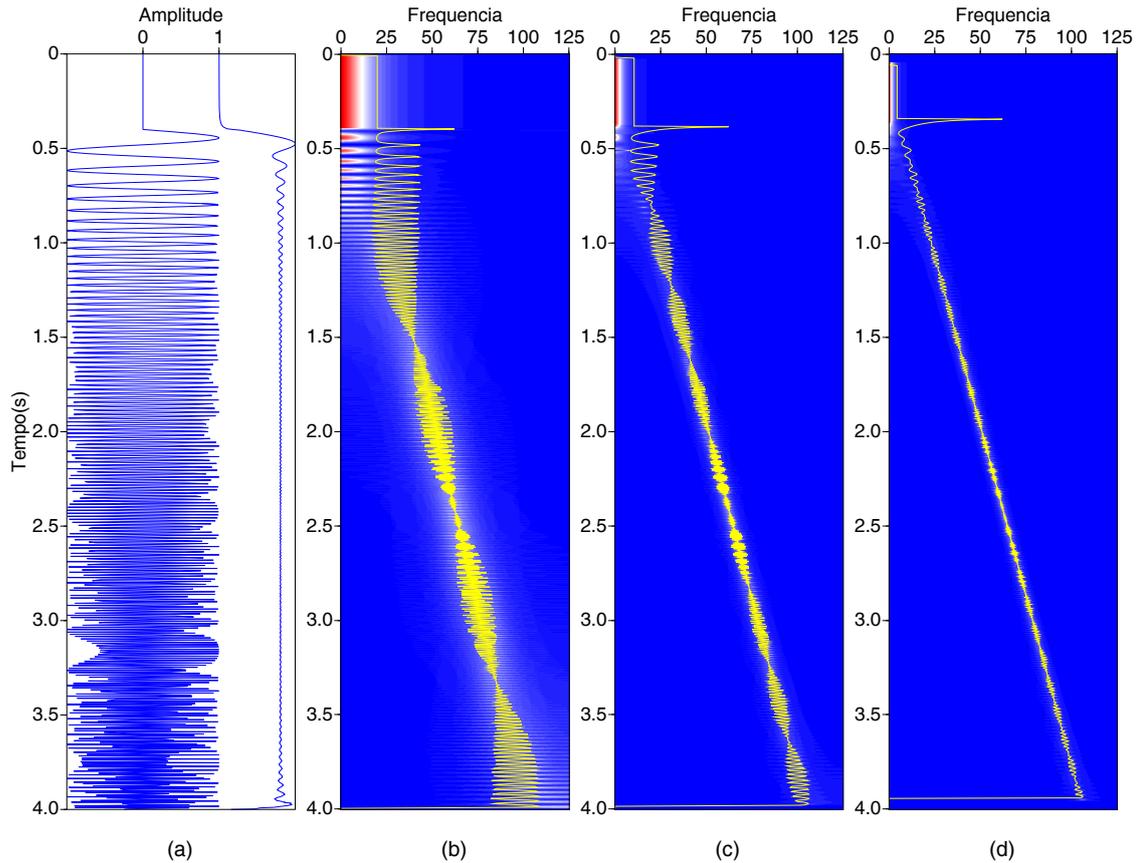


Figura 2.2: (a) Sinal senoidal e o correspondente envelope, (b) Decomposição tempo-frequência utilizando janela igual a 5, (c) DTF utilizando janela igual a 11 e (d) foi utilizado janela igual a 31

indefinidamente com frequência central igual a frequência média da onda. Desta maneira, o espectro de $WV - MEM$ com $N_c = 2$, representa a distribuição de energia em torno da frequência média instantânea. Da mesma forma, o operador de ordem $N_c = 3$ ($1, c_{1,1}, c_{1,2}$) está associado a dois planos de ondas, onde cada plano de onda no espectro de Wigner-Ville, é representado pela distribuição de energia em torno da frequência média correspondente ao plano de onda.

De acordo com Ibrahim (2014), a escolha da ordem é de grande importância para identificar os componentes que um sinal carrega, especialmente para sinais multicomponentes e em ambientes acústicos. A melhor escolha para a ordem do modelo N_c não é normalmente conhecida no início; por isso, é necessário realizar experimentos com várias ordens. Dois destes critérios são o erro de predição final (FPE) descrito por Akaike (1969), e a aproximação de verossimilhança máxima (AIC). No entanto, para aplicações em geofísica, onde se deseja analisar a variação de energia do sinal, um operador de ordem $N_c = 1$ é suficiente.

Outra observação visível na figura 2.3, que justifica o método utilizado, diz respeito à

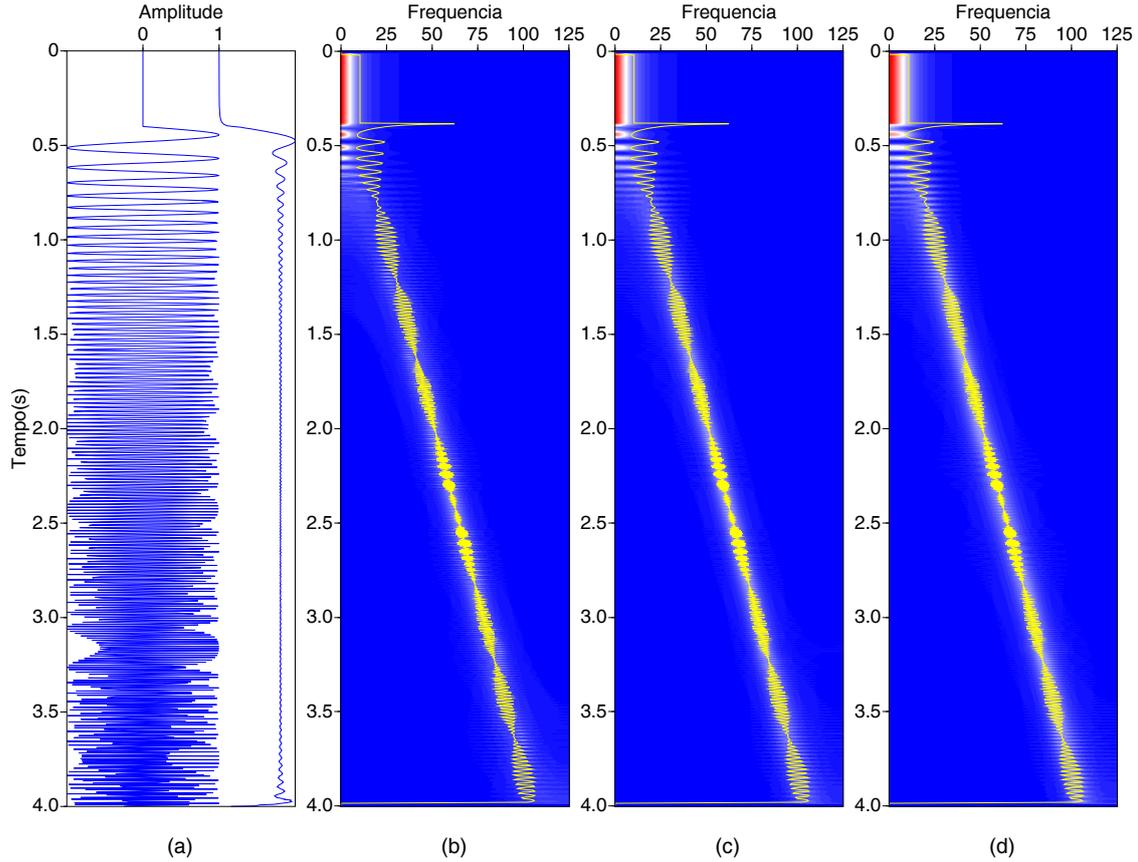


Figura 2.3: (a) Sinal senoidal e o correspondente envelope, (b) Decomposição tempo-frequência utilizando janela igual a 5, (c) DTF utilizando janela igual a 11 e (d) foi utilizado janela igual a 31

curva de frequência média instantânea. Nota-se que para diferentes valores de N_c a curva de frequência média instantânea permanece constante, confirmando a robustez do método.

2.0.7 Extração dos atributos instantâneos a partir de WV-MEM

Frequência média instantânea

Segundo Boashash (1992) a frequência média instantânea pode ser obtida computando o primeiro momento da distribuição de Wigner-ville, sendo expressa por:

$$\hat{f}(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} fW(t, f)df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f)df}, \quad (2.46)$$

em que \hat{f} é a frequência média instantânea, f é a frequência, $W(f, t)$ é a distribuição de Wigner-Ville obtida com $WV - MEM$, e $\int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f)df$ corresponde à condição marginal em tempo da distribuição Wigner-Ville.

A frequência calculada utilizando o primeiro momento da $WV - MEM$ é robusta a ruído, razão pela qual a presença de ruído causa baixa interferência nos resultados (Fomel e Backus, 2003). A avaliação da robustez é resolvida em Ibrahim (2014).

Variância

O segundo momento de $MEM - WV$ está relacionado com o desvio local das frequências em relação à frequência média; esse desvio é chamado de largura de banda e/ou variância, de acordo com (Barnes, 1993), e é dado por:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (f - \hat{f}(t))^2 W(t, f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f) df} \quad (2.47)$$

Skewness

O atributo Skewness está relacionado com o terceiro momento de $WV - MEM$. Este atributo descreve o desvio da função de densidade em relação à normal:

$$S(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (f - \hat{f}(t))^3 W(t, f) df}{\sigma^3(t) \int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f) df} \quad (2.48)$$

Kurtosis

O atributo Kurtosis está relacionado com o quarto momento de $WV - MEM$ e reflete o quanto a distribuição está próxima de um delta. É dado por:

$$K(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (f - \hat{f}(t))^4 W(t, f) df}{\sigma^4(t) \int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f) df} - 3 \quad (2.49)$$

De acordo com Steeghs e Drijkoningen (2001), o termo -3 faz com que $K(t)$ assumira valor zero para o caso da distribuição normal.

Capítulo 3

Extração de Atributos e Caracterização de Reservatórios em Dados Reais

Neste capítulo apresentaremos as principais características dos atributos sísmicos Segundo Taner (2001), e a partir do item 3.1.2 apresentaremos nossos resultados dos atributos sísmicos gerados a partir da distribuição WV-MEM, com figuras e análises.

3.1 Atributos Sísmicos

Propriedades extraídas de dados sísmicos são denominadas atributos sísmico. Podem ser obtidas de forma a isolar ou enfatizar alguma característica específica dos dados, favorecendo a interpretação geofísica e\ou geológica dos dados. Dentre os diversos tipos de atributos, alguns podem ser usados para indicação direta da presença de hidrocarbonetos, outros podem ser usados para realçar determinada característica geológica ou para indicar alguma tendência geral nos dados. Ou seja, dependendo do objetivo e tipo de análise devemos escolher atributos sísmicos diferentes. Em um trabalho com o intuito de monitorar um reservatório a partir de dados sísmicos, deve-se procurar utilizar atributos que relacionam-se com as propriedades petrofísicas monitoradas de maneira mais direta e mais sensível possível. Neste trabalho também leva-se em conta o fato de procurar-se utilizar os atributos sísmicos mais convenientes para análise e caracterização de reservatórios, uma vez que foi utilizado dado real.

3.1.1 Classificação dos Atributos sísmicos segundo Taner

Atributos de Pré-empilhado

Os dados de entrada são CDP ou traços, contendo informações direcional (azimute) e afastamento (*offset*). Esses cálculos geram enormes quantidades de dados; portanto, não são práticos para estudos iniciais. No entanto, eles contêm quantidades consideráveis de informações que podem estar diretamente relacionadas ao conteúdo de fluidos e à orientação da fratura. AVO, velocidades e variação azimutal de todos os atributos estão incluídos nesta classe.

Atributos pós-empilhados

O empilhamento é um processo de cálculo de média que elimina as informações relacionadas ao *offset* e ao azimute. Os dados de entrada podem ser CDP empilhados ou migrados. Deve-se notar que os dados migrados no tempo manterão suas relações temporais, portanto variáveis temporais, como frequência, e também manterão suas dimensões físicas. Para secções migradas em profundidade, a frequência é substituída pelo número de onda, que é uma função da velocidade e frequência de propagação. Atributos pós-empilhados são abordagens mais gerenciáveis para observar grandes quantidades de dados em investigações de reconhecimento inicial. Para estudos detalhados, os atributos pré-empilhados podem ser incorporados. Os atributos podem ser ainda classificados por suas características computacionais:

Atributos instantâneos

Esses Atributos são computados por amostra e representam variações instantâneas de vários parâmetros. Valores instantâneos de atributos tais como o envelope de traço, suas derivadas, frequência e fase podem ser determinados a partir de traços complexos.

Atributos da Wavelet

Esta classe compreende os atributos instantâneos que são calculados no pico do envelope de rastreio e tem relação direta com a transformada de Fourier da wavelet na vizinhança do pico do envelope. Por exemplo, a frequência instantânea no pico do envelope é igual à frequência média do espectro de amplitude de wavelet. A fase instantânea corresponde à fase de interceptação da wavelet. Esse atributo também é chamado de "atributo de resposta" (Bodine, 1984).

Esses atributos podem ser subclassificados com relação à geologia:

Atributos físicos

Os atributos físicos se relacionam com qualidades e quantidades físicas. A magnitude do envelope de rastreo é proporcional ao contraste de impedância acústica; as frequências relacionam-se à aparência da cama, sendo bom indicador da similaridade do fundamento assim como da descontinuidade. A profundidade da cama e curvaturas dão informações deposicionais. Os atributos geométricos também são úteis para a interpretação estratigráfica, uma vez que definem características de eventos e suas relações espaciais e podem ser usados para quantificar características que ajudam diretamente no reconhecimento de padrões de deposição e litologia relacionadas.

A maioria dos atributos, instantânea ou wavelet, é uma função das características da wavelet sísmica refletida. Ou seja, consideramos as interfaces entre dois leitos. No entanto, a velocidade e a absorção são medidas como quantidades ocorrendo entre duas interfaces, ou dentro de um leito.

Portanto, podemos subdividir ainda mais os atributos em duas categorias, da seguinte forma:

Atributos reflexivos

Atributos correspondentes às características das interfaces. Todos os atributos instantâneos e wavelet podem ser incluídos nesta categoria. Os atributos pré-empilhados como o AVO são também atributos reflexivos, uma vez que o AVO estuda a resposta de reflexão dependente do ângulo de uma interface.

Atributos transmissivos

Os atributos transmissivos referem-se às características de um leito entre duas interfaces. Intervalo, *RMS* e velocidades médias, *Q*, absorção e dispersão estão nesta categoria. Como os atributos individuais podem ser representativos de várias condições possíveis, tentamos minimizar essa incerteza inerente ou não-unicidade combinando vários atributos de uma forma lógica. Os atributos individuais que medem apenas uma quantidade são denominados atributos "primitivos". Esses atributos primitivos podem ser logicamente, estatisticamente ou matematicamente combinados para formar atributos "híbridos". A ferramenta mais comum para realizar esta combinação é através do uso de Redes Neurais Artificiais.

Algumas características básicas dos atributos mais comuns

Amplitude instantânea ou Envelope

O envelope é calculado utilizando a energia média refletida, e a energia é calculada utilizando apenas a amplitude do traço, independente da fase. A energia refletida é calculada para cada amostra, segue a equação correspondente:

$$A_R(t) = \sqrt{X_r(t)^2 + X_q(t)^2}, \quad (3.1)$$

sendo A_R a energia refletida, $X_r(t)$ o traço real, e $X_q(t)$ o traço em quadratura. A Figura 3.1a representa o envelope do sinal senoidal Figura 3.1b.

O Envelope é um atributo físico e pode ser usado como um discriminador efetivo para as seguintes características:

- Representa principalmente o contraste da impedância acústica, daí reflexividade;
- Pontos brilhantes, possível acumulação de gás;
- Limites de sequência;
- Efeitos de ajuste da camada fina;
- Grandes mudanças no ambiente deposicional;
- Correlação espacial com a porosidade e outras variações litológicas;
- Indica o grupo, em vez da componente de fase da propagação de ondas sísmicas.

O uso deste atributo permite destacar variações litológicas, efeito de *tunnig*, descontinuidade, acumulações de fluidos, e outros. Tal atributo está relacionado às variações das amplitudes do sinal.

A amplitude instantânea é controlada pelo contraste de impedância acústica e a espessura das camadas. O envelope é uma medida da energia do traço complexo sendo definido pela equação 3.1 (Porsani, 1986).

A primeira derivada do envelope

A primeira derivada do envelope (taxa de tempo de mudança do envelope) mostra a variação da energia dos eventos refletidos. Eventos com um aumento relativo acentuado também implicam uma largura de banda maior e, portanto, menos efeitos de absorção. Este atributo é também um atributo físico e pode ser usado para detectar possíveis efeitos de fraturação e absorção.

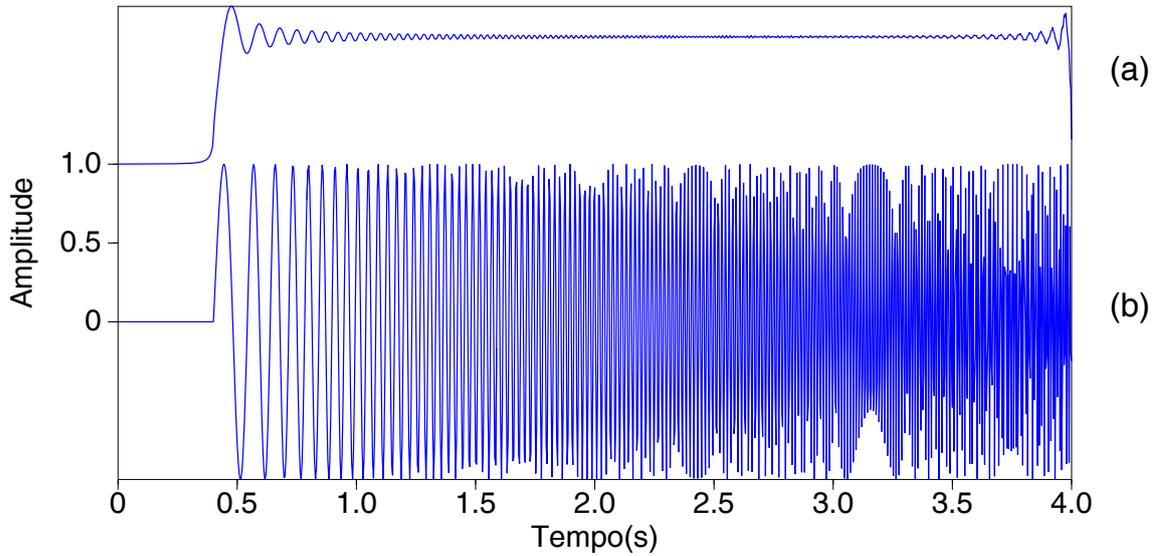


Figura 3.1: (a) Envelope do sinal sintético representado em b, (b) Sinal Senoidal

A segunda derivada do envelope

A segunda derivada do envelope fornece uma medida da nitidez do pico do envelope. Pode ser usado para identificar todas as interfaces refletoras dentro da largura de banda sísmica.

Fase Instantânea

Como as frentes de onda são definidas como linhas de fase constante, o atributo de fase é também um atributo físico e pode ser efetivamente usado como discriminador para classificações geométricas de formas.

A fase instantânea é de grande utilidade no estudo da continuidade dos eventos estratigráficos. A fase instantânea corresponde ao ângulo de fase entre o traço real e o traço em quadratura (Porsani, 1986), definido por:

$$\theta(t) = \arctg \left[\frac{X(t)_q}{X(t)_r} \right], \quad (3.2)$$

sendo $\theta(t)$ a fase instantânea, $X(t)_q$ o traço sísmico em quadratura, e $X(t)_r$ o traço sísmico real.

A onda sísmica sofrerá mudança de fase em cada descontinuidade; essa mudança é computada como a média da continuidade da propagação de onda num meio, denominada fase instantânea. A fase instantânea também pode delinear falhas, pinchouts, angularidades

de eventos etc. Essa relação é possível devido à ênfase da continuidade dos eventos, que ignora a informação de amplitude das amostras no tempo. Logo, descontinuidades não observadas facilmente, devido às baixas amplitudes, mostrar-se-ão visivelmente nas representações de fase.

Frequência Instantânea

O cálculo da frequência instantânea como a derivada temporal da fase e seu significado tem sido objeto de vários trabalhos (Cohen, 1995; Barnes, 1991). Foi demonstrado que o atributo de frequência instantânea refere-se ao centroide do espectro de potência da wavelet sísmica. O atributo de frequência instantânea responde tanto a efeitos de propagação de onda como a características de deposição; portanto, é um atributo físico e pode ser usado como um discriminador efetivo. Seus usos incluem:

- Indicador de hidrocarbonetos por anomalia de baixa frequência. Este efeito é por vezes acentuado por areias não consolidadas devido ao teor de óleo dos poros;
- Indicador de zona de fratura, uma vez que as fraturas podem aparecer como zonas de frequência mais baixa;
- Indicador de espessura da cama. Frequências mais altas indicam interfaces afiadas tais como exibidas por folhelhos finamente laminados. Frequências mais baixas são indicativas de geometrias mais maciças do fundamento, litologias propensas à areia.

Outra informação que podemos extrair dos dados sísmicos são os locais onde as frequências instantâneas saltam ou exibem um sinal negativo. Estas reversões de sinal são causadas por repetidas wavelets. Portanto, a derivada temporal da função de fase conterá os indicadores para leitos finos, na forma de grandes variações de frequência instantânea. Sua variação suave irá relacionar-se com características de cama.

Uma análise tempo-frequência de tipo Gabor-Morlet permite estudar atributos que variam em frequência. Espectros instantâneos, razão espectral e a diferença de fase fornecem medições para estimativas de variação de espessura do leito, absorção e dispersão (Gabor, 1946; Morlet, 1982; Cohen, 1995).

3.1.2 Atributos Sísmicos Instantâneos em Dados Reais a Partir da WV-MEM

Nesta seção diversos atributos instantâneos baseados na *WV – MEM* serão apresentados os atributos: fase média, frequência média, variância, amplitude média, Skewnwss, Kurtosis e a energia do erro de predição.

Frequência Média Instantânea

A Figura 3.3, mostra a frequência instantânea média correspondente à seção sísmica (Figura 3.2). Observa-se a resolução vertical da seção espectral, devido a resolução do método de *WV – MEM*. Com isso, é possível observar decréscimo das frequências a medida que a profundidade aumenta e, mais importante, regiões de baixas frequências indicando provável acúmulo de hidrocarbonetos.

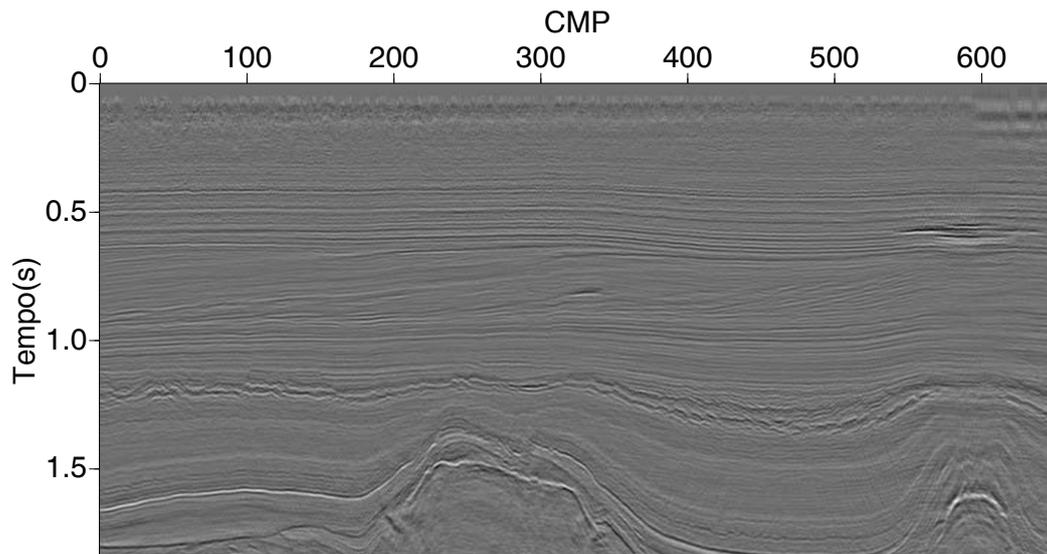


Figura 3.2: Seção sísmica empilhada do opendtect

Estudo da anomalia de baixa frequência - Um dos indicadores diretos de hidrocarbonetos é a anomalia de baixa frequência, tendo destaque a energia de baixa frequência abaixo dos reservatórios. A decomposição espectral tem sido usada para estudar a variação de energia com a frequência no dado sísmico.

As causas físicas da anomalia de baixa frequência não é ainda totalmente explicada. Porém, dentro das razões possíveis de sua aparição, citam-se os efeitos da conversão da onda *P*, de rápida a lenta e longa a rápida (Fast-Slow-Fast-*P*). Tal efeito é que a onda *P*, atravessando uma camada sedimentar de alta velocidade, ao entrar numa área de alta pressão (como o reservatório de gás) tm sua velocidade diminuída consideravelmente e sai com velocidade de fase lenta correspondente às baixas frequências, para entrar novamente numa camada sedimentar de alta velocidade. O resultado observado é que a energia das baixas frequências, abaixo do reservatório, é muito mais considerável, comparado às de alta frequência (Ibrahim, 2014).

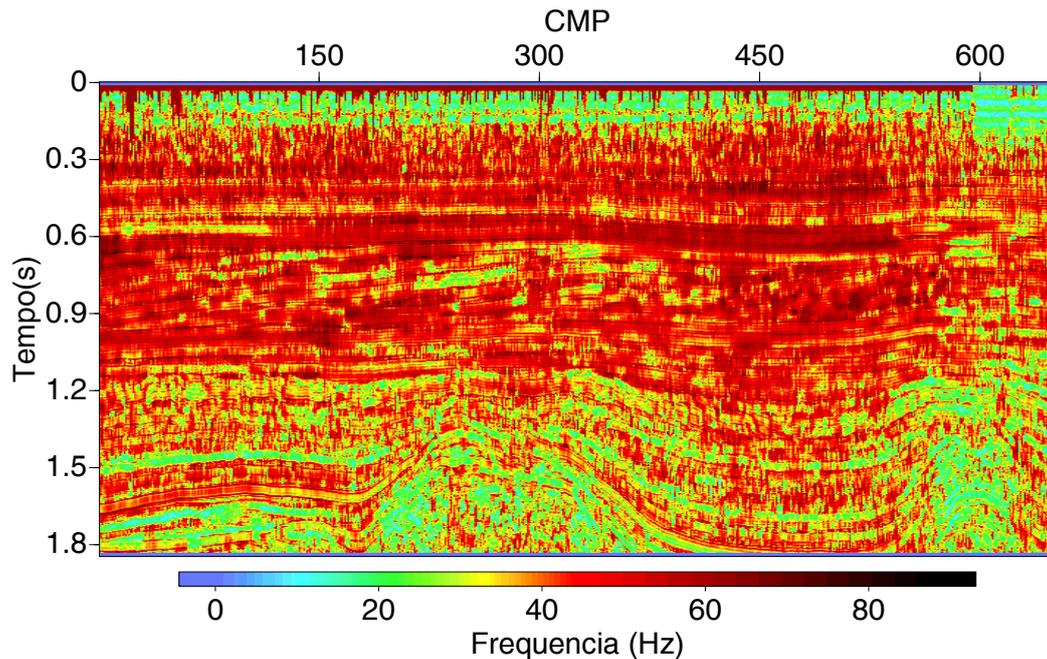


Figura 3.3: Atributo frequência média instantânea, $N_c=1$ e $L=7$

Observa-se na Figura 3.3 que as regiões relacionadas aos tempos 0,75 e 0,6s e CMPs 225 e 600, indicam a presença de energia nas bandas de frequências baixas a médias (8 a 35Hz). Ademais, observa-se que a anomalia aparece exatamente abaixo do poço, fato que indica que a anomalia pode ser considerada de baixa frequência (low frequency shadon) e pode ser usada potencialmente como indicador de hidrocarboneto.

Deve-se observar que a identificação nítida e correta desta análise é possível devido à resolução temporal e espectral do método WV-MEM.

Variância

Outra medida popular de semelhança de forma de onda é a Variância. Assim, a estimativa de coerência de variância é idêntica numericamente a um menos a estimativa aparente de coerência. A variância (e, portanto, também a semelhança) é uma medida de quão bem cada traço se encaixa ao traço médio. Se todos os traços forem iguais, a estimativa de variância de coerência é 0,0 (e a estimativa de aparência de coerência é 1,0). No entanto, mesmo que todos os traços tenham a mesma forma de onda, se suas amplitudes forem diferentes, a coerência da variância é maior que 0,0 e a aparência de coerência é menor que 1,0. Em contraste, a estimativa de coerência cruzada é de 1,0, desde que a forma de onda seja a mesma, independentemente da amplitude de cada traço.

A variância é um atributo sísmico de ordem superior e, nos locais onde a variância for elevada, a incerteza é elevada; caso contrário a incerteza será menor. O estudo do espaço

de incerteza é feito recorrendo à análise da variância local. As zonas azuis (Figura 3.4) não apresentam variância significativa, enquanto que as outras cores referem-se às zonas com alguma incerteza associada, variando de baixa a alta.

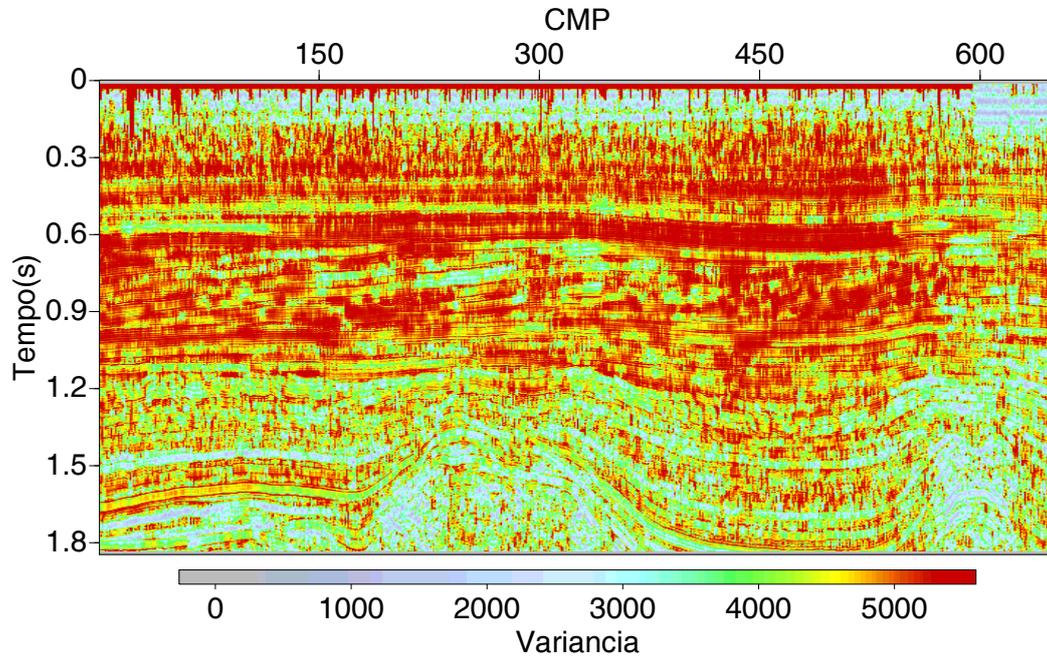


Figura 3.4: Atributo variância, $N_c=1$ e $L=7$

A imagem da variância permite verificar mais uma vez que, nos tempos de 0,6 e 0,7 segundos para os *CMPs* 225 e 600, existem prováveis reservatórios, onde não temos valores muito altos da variabilidade dos dados e estes não afastam-se do valor esperado.

Skewness

O atributo Skewness indica o grau de assimetria, ou afastamento da média normal (Ibrahim, 2014). Para os mesmos *CMPs* e tempos, os atributos Skewness (Figura 3.5) garantem informações relacionadas aos reservatórios. Observa-se na Figura 3.5 que, na região do possível reservatório o atributo Skewness apresenta alto grau de assimetria.

Kurtosis

Levy e Oldenburg (1987) propuseram um método de detecção de fase baseado na maximização da norma varimax ou kurtosis como uma medida objetiva de fase zero. Girando a fase e medindo a curtose de sinais sísmicos, pode-se detectar as rotações de fase necessárias para a correção de fase zero (Van der Baan, 2008). Van der Baan e Fomel (2009) aplicaram kurtosis local, uma medida não-estacionária (Fomel, Landa e Taner, 2007) e demonstraram suas

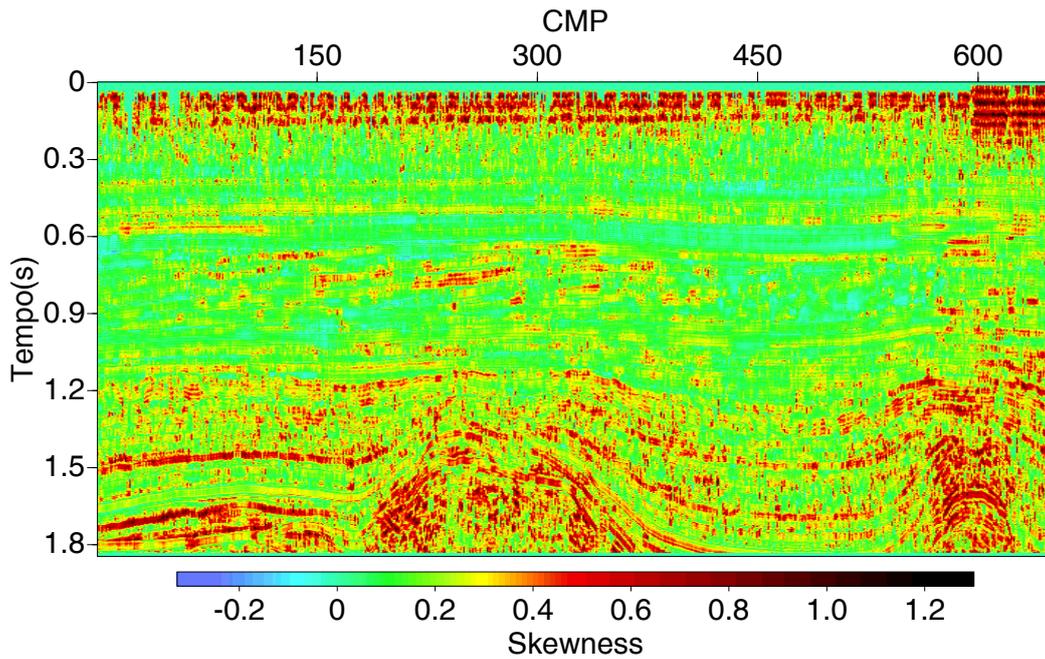


Figura 3.5: Atributo Skewness, $N_c=1$ e $L=7$

vantagens em medir variações de fase em comparação com medidas de kurtose em janelas deslizantes. A kurtosis local é um exemplo de um atributo local (Fomel, 2007) definido pela utilização da inversão de mínimos quadrados regularizada (Fomel e Van der Baan, 2014).

Os atributos Skewness e Kurtosis são caracterizados como estatísticos de ordem superior, usados para medir a assimetria das distribuições de probabilidade. Ao contrário da curtose, que mede a não gaussianidade, o Skewness está relacionado à assimetria. Enquanto a convolução de duas sequências não gaussianas torna o resultado mais gaussiano, a convolução de duas séries assimétricas torna-se mais simétrica. Ambos os fenômenos são uma consequência do teorema do limite central. Uma wavelet de fase zero é mais compacta do que uma fase não nula (Schoenberger, 1974), e portanto também mais assimétrica (Fomel e Van der Baan, 2014).

Esse atributo mede quão pontiaguda (*peakedness*) é a wavelet. Quanto mais agudo a forma da wavelet no traço sísmico, mais próximo da refletividade ele está (Ibrahim, 2014). A Figura 3.6 reflete quão próxima de uma delta é a wavelet, indicando que na região do provável reservatório a forma da wavelet no traço está próxima da refletividade.

Energia do erro de predição

Outro atributo interessante é a energia do Erro de Predição (Figura 3.7) que representa o quão próximo é o dado predito do dado real. O erro de predição relaciona-se à "tendência" definida como o valor real do parâmetro menos o valor esperado da estimativa.

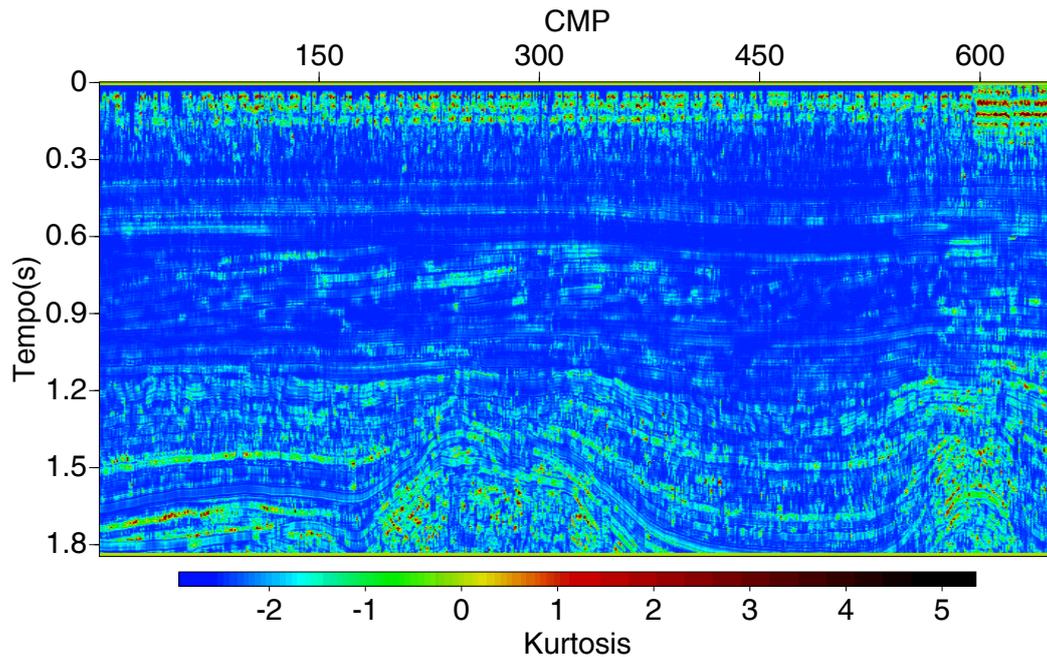


Figura 3.6: Kurtosis, $N_c=1$ e $L=7$

Um estimador sem tendência "igual a zero", significa que o valor esperado da estimativa é o valor real, de modo que, se a densidade de probabilidade é simétrica, então no centro estaria o valor real. A variância mede efetivamente a largura da densidade de probabilidade; uma pequena variância sugere que a densidade de probabilidade está concentrada em torno de seu valor médio e, se o estimador também não possuir tendência, será o valor real do parâmetro (Nogueira Filho, 1989).

Em muitos casos a comparação entre dois estimadores será complicada pelo fato de que, o que possuir a menor tendência terá a maior variância ou vice-versa. Conseqüentemente, algumas vezes torna-se conveniente considerar o erro médio quadrático associado ao estimador. Um estimador é considerado consistente se, quando o número de observações se tornar grande, isto implicar em tendência e variância convergindo para zero (Nogueira Filho, 1989).

Em resumo, neste capítulo foram apresentados atributos sísmicos derivados da decomposição de $WV - MEM$, atributos estruturais e geomorfológicos que permitiram interpretação e caracterização confiáveis de reservatórios. A alta resolução temporal e frequencial é um aspecto fundamental que o valoriza o $WV-MEM$.

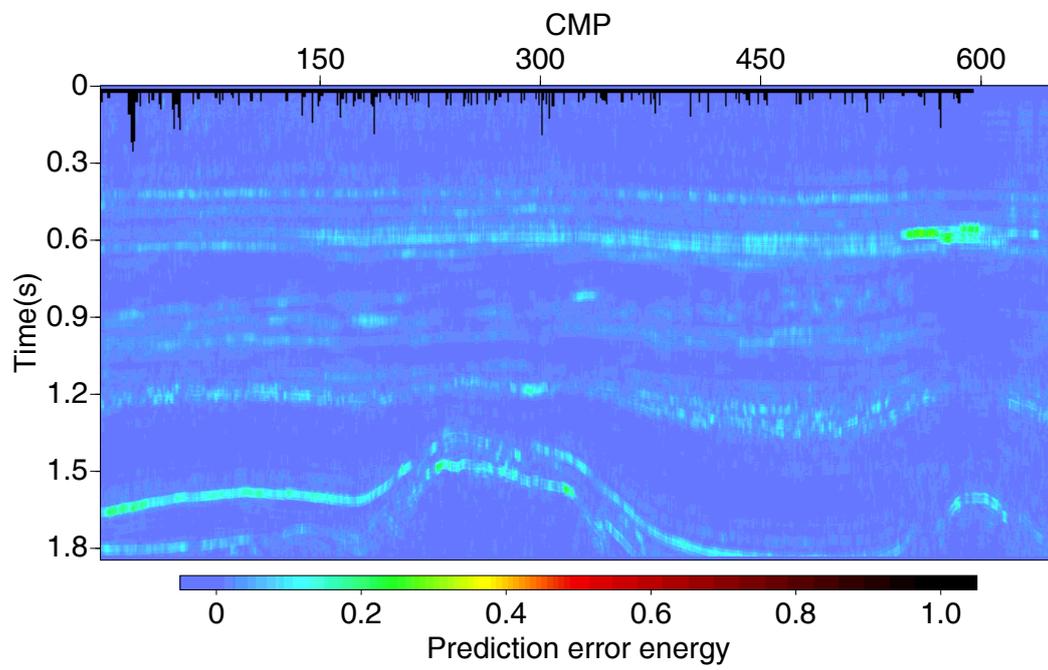


Figura 3.7: Energia do erro de predição, $N_c=1$ e $L=7$

Capítulo 4

Conclusões

Diversos métodos de decomposição tempo-frequência foram abordados neste trabalho, a transformada Fourier de janela curta (STFT), Transformada-S, Transformada Gabor e DWV, os três primeiros pertencentes a classe dos métodos limitados ao tamanho da janela e o último que direcionou esta pesquisa é limitado devido aos termos de interferências. Para superar tal limitação utilizamos a distribuição de Wigner-Ville combinado ao método de máxima entropia para atenuar os termos cruzados e superar tal limitação.

Obtivemos a distribuição de WV-MEM estendendo as sequências do Kernel de Wigner-Ville usando o operador de erro de predição e , aplicando a cada sequência estendida do Kernel a transformada de Fourier.

A resolução do método é controlada pela ordem do operador N_c e o tamanho da janela usados para estimar o operador de predição. O número de componentes do espectro está diretamente relacionado ao número de coeficientes do operador de erro de predição; na análise do sinal observamos que $N_c = 2$ mostrou-se satisfatório. Janela pequena permite captura de detalhes do dado enquanto que janela grande manifesta o espectro suave.

Os atributos complexos de traços sísmicos tornaram-se importantes medidas qualitativas e quantitativas para a exploração geofísica. Esse atributos permitem definir dados sísmicos em uma forma multidimensional facilitando desvendar as relações entre dados sísmicos e propriedades de rocha e fluido.

As recentes publicações mostram claramente que, dispondo da análise de vários atributos, supera-se as falhas associadas ao uso de um único atributo, tornando ferramentas principais para a predição de litologia e caracterização de reservatórios.

Referências

- Akaike, H. (1969) Fitting autoregressive models for prediction, *Annals of the institute of Statistical Mathematics*, **21**(1):243–247.
- Van der Baan, M. (2008) Time-varying wavelet estimation and deconvolution by kurtosis maximization, *Geophysics*, **73**(2):V11–V18.
- Van der Baan, M. e Fomel, S. (2009) Nonstationary phase estimation using regularized local kurtosis maximization, *Geophysics*, **74**(6):A75–A80.
- Barnes, A. E. (1991) Instantaneous frequency and amplitude at the envelope peak of a constant-phase wavelet, *Geophysics*, **56**(7):1058–1060.
- Barnes, A. E. (1993) Instantaneous spectral bandwidth and dominant frequency with applications to seismic reflection data, *Geophysics*, **58**(3):419–428.
- Barrodale, I. e Erickson, R. (1980) Algorithms for least-squares linear prediction and maximum entropy spectral analysis—part i: Theory, *Geophysics*, **45**(3):420–432.
- Boashash, B. (1992) Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. i. fundamentals, *Proceedings of the IEEE*, **80**(4):520–538.
- Bodine, J. (1984) Waveform analysis with seismic attributes, In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1984*, pp. 505–509, Society of Exploration Geophysicists.
- Burg, J. P. (1967) Maximum entropy spectral analysis., In: *37th Annual International Meeting.*, Society of Exploration Geophysicists.
- Chen, Q. e Sidney, S. (1997) Seismic attribute technology for reservoir forecasting and monitoring, *The Leading Edge*, **16**(5):445–448.
- Choi, H.-I. e Williams, W. J. (1989) Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **37**(6):862–871.
- Chui, C. K. (1992) *Wavelet analysis and its applications*, Academic press.
- Cohen, L. (1995) *Time-frequency analysis*, vol. 778, Prentice hall.

-
- Fomel, S. (2007) Local seismic attributes, *Geophysics*, **72**(3):A29–A33.
- Fomel, S. e Van der Baan, M. (2014) Local skewness attribute as a seismic phase detector, *Interpretation*, **2**(1):SA49–SA56.
- Fomel, S. e Backus, M. M. (2003) Multicomponent seismic data registration by least squares, In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003*, pp. 781–784, Society of Exploration Geophysicists.
- Fomel, S.; Landa, E. e Taner, M. T. (2007) Poststack velocity analysis by separation and imaging of seismic diffractions, *Geophysics*, **72**(6):U89–U94.
- Gabor, D. (1946) Theory of communication. part 1: The analysis of information, *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering*, **93**(26):429–441.
- Ibrahim, Z. (2014) Análise Tempo-Frequência do Sinal Sísmico Utilizando a Distribuição Wigner-Ville e o Método de Máxima Entropia: Aplicada para a Estimativa do Fator Q e de Atributos.
- Jansen, B. H.; Bourne, J. R. e Ward, J. W. (1981) Autoregressive estimation of short segment spectra for computerized eeg analysis, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, (9):630–638.
- Kay, S. M. e Marple, S. L. (1981) Spectrum analysis—a modern perspective, *Proceedings of the IEEE*, **69**(11):1380–1419.
- Leite, L. W. (2015) Conceitos da análise espectral de sinais em geofísica.
- Levinson, N. (1946) The wiener (root mean square) error criterion in filter design and prediction, *Studies in Applied Mathematics*, **25**(1-4):261–278.
- Levy, S. e Oldenburg, D. (1987) Automatic phase correction of common-midpoint stacked data, *Geophysics*, **52**(1):51–59.
- Marple, S. (1978) Frequency resolution of high resolution spectrum analysis technique, In: *Proceedings of the 1st RADC Spectrum Estimation Workshop*, pp. 19–35.
- Morlet, e. a. . (1982) Wave propagation and sampling theory-part ii: Sampling theory and complex waves, *Geophysics*, **47**(2):222–236.
- Nogueira Filho, A. B. (1989) Entropia Aplicada a Hidro-Acústica., Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Pimentel, E. A. e da Silva, J. F. (2011) Decomposição de ondaletas, análise de volatilidade e correlação para índices financeiros, *Estudos Econômicos (São Paulo)*, **41**(2):441–462.

-
- Pinnegar, C. R. e Mansinha, L. (2003) The s-transform with windows of arbitrary and varying shape, *Geophysics*, **68**(1):381–385.
- Porsani, M. J. (1986) Desenvolvimento de algoritmos tipo-levinson para o processamento de dados sísmicos, Ph. D. Dissertation, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Rodrigues, P. M. d. L. (2011) Diagnóstico da doença de alzheimer com base no electroencefalograma, Tese de Doutorado, Instituto Politécnico de Bragança, Escola Superior de Tecnologia e Gestão.
- Schoenberger, M. (1974) Resolution comparison of minimum-phase and zero-phase signals, *Geophysics*, **39**(6):826–833.
- Soares, L. B. (2013) Proposta e avaliação de técnicas para compressão de transitórios rápidos e análise tempo-frequência de distúrbios em redes elétricas ac.
- Steeghs, P. e Drijkoningen, G. (2001) Seismic sequence analysis and attribute extraction using quadratic time-frequency representations, *Geophysics*, **66**(6):1947–1959.
- Stockwell, R. G.; Mansinha, L. e Lowe, R. (1996) Localization of the complex spectrum: the s transform, *IEEE transactions on signal processing*, **44**(4):998–1001.
- Taner, M. T. (2001) Seismic attributes, *CSEG recorder*, **26**(7):48–56.
- Taner, M. T.; Koehler, F. e Sheriff, R. (1979) Complex seismic trace analysis, *Geophysics*, **44**(6):1041–1063.
- Ulrych, T. J. e Bishop, T. N. (1975) Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition, *Reviews of Geophysics*, **13**(1):183–200.
- Ulrych, T. J. e Clayton, R. W. (1976) Time series modelling and maximum entropy, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **12**(2):188–200.
- Ville, J. d. et al. (1948) Théorie et applications de la notion de signal analytique, *Cables et transmission*, **2**(1):61–74.
- Wigner, E. (1932) On the quantum correction for thermodynamic equilibrium, *Physical review*, **40**(5):749.
- Zoukaneri, I. e Porsani, M. J. (2015) A combined wigner-ville and maximum entropy method for high-resolution time-frequency analysis of seismic data, *Geophysics*, **80**(6):O1–O11.