



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

ATENUAÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS  
ASSOCIADAS À REGIÃO DA QUEBRA DA  
PLATAFORMA CONTINENTAL

LUIZ ALBERTO DE SOUZA LIMA

**SALVADOR – BAHIA**

AGOSTO – 2007

Atenuação de reflexões múltiplas associadas à região da quebra da plataforma  
continental

por

LUIZ ALBERTO DE SOUZA LIMA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

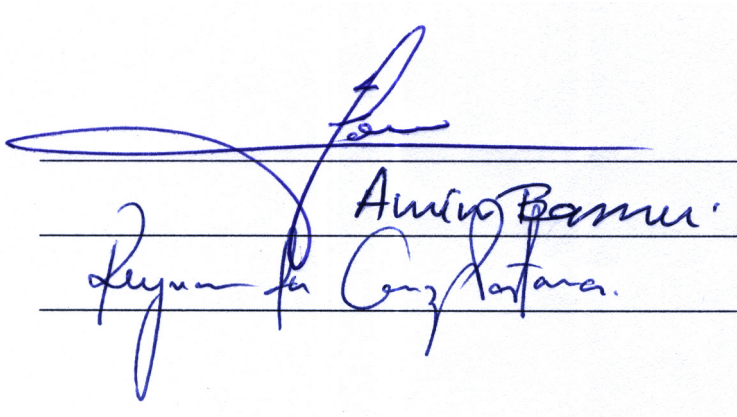
DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora



The image shows three handwritten signatures in blue ink on a document with horizontal lines. The top signature is a stylized, cursive signature. The middle signature is 'Amin Bassrei'. The bottom signature is 'Reynam da Cruz Pestana'.

Dr. Milton José Porsani - Orientador

Dr. Amin Bassrei

Dr. Reynam da Cruz Pestana

Data da aprovação: 09/08/2007

Dedico este trabalho à minha mãe e  
à minha avó.

# RESUMO

A atenuação das reflexões múltiplas presentes em dados sísmicos marinhos representa um dos mais difíceis e importantes problemas no processamento sísmico.

Dentre os vários métodos existentes para a atenuação das reflexões múltiplas, ilustramos neste trabalho a aplicação do método da deconvolução preditiva. Método que se baseia no caráter periódico dos eventos a atenuar.

Na deconvolução preditiva convencional, a auto e a crosscorrelação do sinal de entrada são usados para formar os sistemas de equações normais, que através da recursão de Levinson, fornecerão os coeficientes do filtro preditivo a ser usado na deconvolução das múltiplas. Neste trabalho, utilizamos um algoritmo tipo Wiener-Levinson (Porsani e Ursin, 2007) que fornece o traço deconvolvido sem precisar dos coeficientes da auto ou da crosscorrelação ou do filtro.

O algoritmo foi aplicado nos dados sísmicos marinhos do Golfo do México e da Bacia do Jequitinhonha nos domínios CMP e de afastamento comum. Os resultados obtidos mostram que as seções empilhadas após a deconvolução preditiva apresentam-se praticamente livres das múltiplas, permitindo uma melhor definição das reflexões primárias.

# ABSTRACT

Multiple attenuation represents one of the most important and difficult problems in seismic data processing.

In this work we illustrate the application of the predictive deconvolution method in the attenuation of multiples reflections. This method is based upon events' periodicity.

In conventional prediction deconvolution, the auto and crosscorrelation of the data are used to form the normal equations, which solved by Levinson recursion, yields the filter coefficients that we apply to the data. In this work we used the Wiener-Levinson type algorithm, that yields the deconvolved trace without requiring auto, crosscorrelation and filter coefficients.

The algorithm has been tested in data from Gulf of Mexico and Jequitinhonha Basin in common-offset and CMP domain. The results show that the filtered stacked sections are practically free of the multiples allowing for a better definition of the primary reflections.

# ÍNDICE

RESUMO . . . . .	iii
ABSTRACT . . . . .	iv
ÍNDICE . . . . .	v
ÍNDICE DE FIGURAS . . . . .	vi
INTRODUÇÃO . . . . .	1
<b>CAPÍTULO 1 Deconvolução preditiva . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1 Metodologia . . . . .	5
<b>CAPÍTULO 2 Aplicação aos dados do Golfo do México . . . . .</b>	<b>11</b>
2.1 Resultados no domínio do afastamento comum . . . . .	11
2.2 Resultados no domínio CMP . . . . .	20
<b>CAPÍTULO 3 Aplicação aos dados da Bacia do Jequitinhonha . . . . .</b>	<b>26</b>
3.1 Resultados no domínio do afastamento comum . . . . .	27
3.2 Resultados no domínio CMP . . . . .	33
<b>CAPÍTULO 4 Conclusões . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>Agradecimentos . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>APÊNDICE A Algoritmos tipo Wiener-Levinson monocanais . . . . .</b>	<b>38</b>
A.1 Derivação do algoritmo TWL monocanal para distância de predição unitária	38
A.2 Derivação do algoritmo TWL monocanal para distância de predição arbitrária	42
<b>APÊNDICE B Algoritmos tipo Wiener-Levinson multicanais . . . . .</b>	<b>46</b>
B.1 Derivação do algoritmo TWL multicanal para distância de predição unitária	46
B.2 Derivação do algoritmo TWL multicanal para distância de predição arbitrária	52
<b>Referências Bibliográficas . . . . .</b>	<b>56</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Modelo da reverberação na lâmina d'água. Modificado de Robinson e Treitel (1980). . . . .	3
1.2	Múltiplas geradas pela presença de uma interface refletora abaixo do fundo oceânico. Modificado de Robinson e Treitel (1980). . . . .	4
1.3	Família CMP do Golfo do México mostrando a falta de periodicidade das reflexões múltiplas para os afastamentos não nulos. . . . .	6
1.4	Esquema de organização dos traços sísmicos para os domínios CMP e afastamento comum. Modificado de Taner et al (1974) . . . . .	7
1.5	Fluxograma de processamento para a deconvolução das múltiplas no domínio CMP. . . . .	8
1.6	Fluxograma de processamento para a deconvolução das múltiplas no domínio do afastamento comum. . . . .	9
1.7	Indicação da variação da distância de predição (L) e do número de coeficientes (N) em função do período da múltipla do fundo do mar. Em (a) o painel de afastamento mínimo da Bacia do Jequitinhonha e em (b) após a determinação do período. . . . .	10
2.1	Uma família CMP do Golfo do México antes da correção de MMO em (a) e após o MMO em (b). . . . .	12
2.2	Em (a) CMP mostrado na Figura 2.1a após correção de MMO e DP monocanal e em (b) após correção inversa de MMO. Em (c) o mesmo painel CMP com DP multicanal e em (d) após a correção inversa de MMO. . . . .	13
2.3	Seção empilhada sem a deconvolução preditiva. . . . .	14
2.4	Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 1 canal para a atenuação da múltipla do fundo do mar. . . . .	15
2.5	Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 3 canais para a atenuação da múltipla do fundo do mar. . . . .	16
2.6	Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 1 canal para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal. . . . .	18
2.7	Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 3 canais para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal. . . . .	19
2.8	Em (a) após correção de MMO e DP monocanal no domínio CMP e em (b) após correção inversa de MMO. Em (c) com DP multicanal no domínio CMP e em (d) após a correção inversa de MMO. . . . .	21

2.9	Seção empilhada após a deconvolução preditiva monocanal no domínio CMP para a atenuação das múltiplas do fundo do mar. . . . .	22
2.10	Seção empilhada após a deconvolução preditiva multicanal no domínio CMP para a atenuação das múltiplas do fundo do mar. . . . .	23
2.11	Seção empilhada após a deconvolução preditiva monocanal no domínio CMP para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal. . . . .	24
2.12	Seção empilhada após a deconvolução preditiva multicanal no domínio CMP para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal. . . . .	25
3.1	Painel de afastamento mínimo sem a DPM em (a) e o mesmo painel após a DPM em (b). . . . .	28
3.2	Em (a) um CMP original e após a correção de MMO em (b). Em (c) após a DPM no domínio do afastamento comum e em (d) após a correção inversa de MMO. . . . .	29
3.3	Seção empilhada sem a DPM. . . . .	30
3.4	Seção empilhada com 80 painéis de afastamento comum após a DPM. . . . .	31
3.5	Seção empilhada com 120 painéis de afastamento comum após a DPM. . . . .	32
3.6	Em (a) após DPM aplicada no domínio CMP e em (b) após correção inversa de MMO. . . . .	33
3.7	Seção empilhada após a DPM no domínio CMP. . . . .	34
3.8	Comparação entre os resultados da DPM empregada nos domínios afastamento comum e CMP na região mais inclinada do dado. Em (a) a seção empilhada sem a DPM, em (b) após a DPM no domínio do afastamento comum e em (c) após a DPM no domínio CMP. A seta indica a posição da múltipla do fundo do mar. . . . .	35



# INTRODUÇÃO

Grande parte dos depósitos de óleo e gás encontram-se nos oceanos, onde o imageamento sísmico tem grande importância como ferramenta de exploração. Os dados sísmicos marinhos são caracterizados pela forte presença de reflexões múltiplas, o que gera grandes problemas no imageamento sísmico de subsuperfície já que elas mascaram as reflexões primárias ou podem ser interpretadas, de maneira equivocada, como um refletor. Por tudo isso a atenuação das múltiplas tem um papel fundamental no processamento sísmico.

Reflexões primárias representam a energia sísmica refletida uma única vez em uma determinada camada em subsuperfície e registrada nos receptores, já as múltiplas aparecem quando esta energia é refletida mais de uma vez.

Na sísmica marítima as reflexões múltiplas podem ser classificadas como: múltiplas de superfície, que têm no mínimo uma reflexão descendente na interface água-ar e múltiplas internas, onde todas as suas reflexões descendentes ocorrem no fundo oceânico ou em interfaces abaixo dele (Dragoset, 1999).

Os métodos para a atenuação das reflexões múltiplas baseiam-se principalmente na periodicidade ou na diferença de *moveout* entre múltiplas e primárias (Yilmaz, 1987). Dentre os que se baseiam na diferença de *moveout* podemos citar a filtragem  $f - k$ , Radon e até mesmo o empilhamento CMP. Há ainda aqueles que são baseados na equação da onda, que modelam ou invertem o campo de onda registrado, simulando as múltiplas e efetuando a sua remoção (Santos, 2002).

Neste trabalho aplicamos o método da deconvolução preditiva (DP), que se baseia na periodicidade. No entanto, as múltiplas só se apresentam de forma periódica para o caso de incidência normal e afastamento nulo (*zero-offset*), fazendo com que a deconvolução empregada não seja tão efetiva (Lima e Porsani, 2003). Essa falta de periodicidade pode ser observada numa família CMP ou de traços de tiro comum.

Em vários trabalhos a deconvolução preditiva foi empregada em diferentes domínios, tentando solucionar o problema da falta da periodicidade das reflexões múltiplas. Dentre eles podemos citar os trabalhos de Lima (1999), Bezerra (2001), Santos (2002) e Maciel (2007).

Em dados adquiridos sobre um fundo do mar horizontal, uma correção conhecida na literatura como MMO (*Multiple moveout*) (Lamont et al., 1999) soluciona o problema da falta de periodicidade das múltiplas. Porém quando o dado é adquirido sobre um superfície inclinada, mesmo com a aplicação do MMO, a periodicidade não é garantida. O que torna

ainda mais difícil o emprego da DP.

Neste trabalho aplicamos a deconvolução preditiva tipo Wiener-Levinson (TWL) mono e multicanal nos domínios CMP e de afastamento comum. O algoritmo tipo Wiener-Levinson aplica a recursão de Levinson diretamente ao traço sísmico gerando e atualizando vetores de erro direto e reverso, onde o vetor de erro direto obtido ao final da recursão constitui o traço sísmico deconvolvido (Santos, 2002; Porsani e Ursin, 2007). Na prática, isto significa efetuar a deconvolução preditiva sem a necessidade de calcular os elementos do filtro ou da auto-correlação ou correlação cruzada dos traços sísmicos. Diferentemente do algoritmo Wiener-Levinson convencional.

O texto está organizado da seguinte forma: no capítulo 1 são apresentados conceitos sobre a deconvolução preditiva e a metodologia adotada neste trabalho. Nos capítulos 2 e 3 encontramos os resultados da filtragem nos dados sísmicos marinhos do Golfo do México e da Bacia do Jequitinhonha, respectivamente. No capítulo 4 temos as conclusões e nos apêndices A e B os algoritmos tipo Wiener-Levinson mono e multicanal.

# CAPÍTULO 1

## Deconvolução preditiva

A interface água-ar é um forte refletor, com coeficiente de reflexão aproximadamente igual a -1. Se a interface entre o fundo oceânico e a água também for um forte refletor, a lâmina d'água irá constituir um meio que aprisionará a energia sísmica, levando ao registro indesejado de reflexões múltiplas. Um pulso sísmico gerado neste meio irá refletir sucessivamente (reverberar) entre estas duas interfaces, como mostrado na Figura 1.1. Conseqüentemente, reflexões oriundas de refletores situados abaixo da lâmina d'água serão mascaradas pela reverberação na água (Robinson e Treitel, 1980).

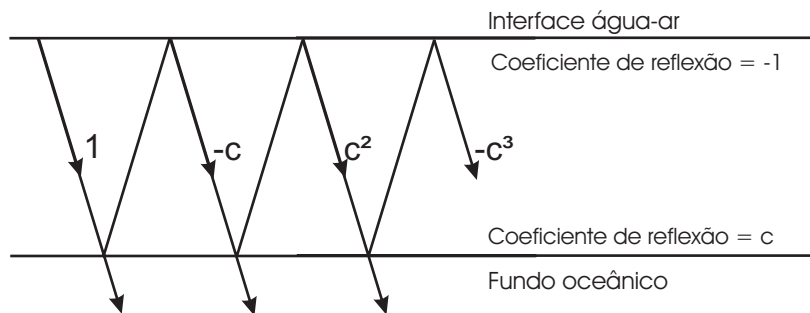


Figura 1.1: Modelo da reverberação na lâmina d'água. Modificado de Robinson e Treitel (1980).

Podemos representar a série geradora de múltiplas da lâmina d'água como

$$(1, 0, 0, \dots, 0, -c, 0, 0, \dots, 0, c^2, 0, 0, \dots, 0, -c^3, 0, 0, \dots) ,$$

onde  $c$  é o coeficiente de reflexão do fundo do mar e o intervalo de separação entres os impulsos é igual ao tempo duplo correspondente à profundidade da água dividido pelo intervalo de amostragem.

Parte desta energia aprisionada consegue atravessar a lâmina d'água, onde é refletida em alguma camada situada abaixo do fundo oceânico, e retorna para entrar novamente em reverberação, como mostrado na Figura 1.2.

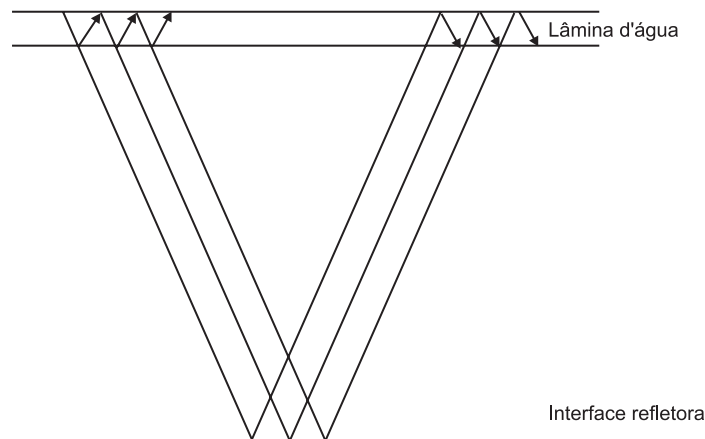


Figura 1.2: Múltiplas geradas pela presença de uma interface refletora abaixo do fundo oceânico. Modificado de Robinson e Treitel (1980).

O modelo convolucional do traço sísmico marítimo sem ruído pode ser assim descrito:

$$x(t) = p(t) * e(t) * m(t)$$

onde  $x(t)$  é o traço sísmico,  $p(t)$  o pulso sísmico,  $e(t)$  a função refletividade ou resposta impulsiva e  $m(t)$  corresponde às reflexões múltiplas (Yilmaz, 1987).

A deconvolução preditiva pode ser empregada tanto para comprimir o pulso sísmico  $p(t)$  quanto para prever e atenuar reflexões múltiplas, isso irá depender da distância de predição ( $L$ ) utilizada no operador preditivo de erro. Para  $L = 1$  consegue-se a deconvolução do pulso, obtendo um traço resultante idealmente formado pela resposta impulsiva convolvida com o trem de reverberação da lâmina d'água,

$$\tilde{x}(t) = e(t) * m(t) ,$$

já para a atenuação das múltiplas utiliza-se  $L$  maior que a unidade (Peacock e Treitel, 1969; Robinson e Treitel, 1980; Yilmaz, 1987) obtendo um traço idealmente livre das múltiplas,

$$\tilde{y}(t) = p(t) * e(t) .$$

Possuindo  $L$  um valor superior à unidade, o operador preditivo de erro terá sua ação deslocada no tempo, ou seja, atuará sobre amostras situadas há tempos maiores. Esta propriedade do filtro permite escolher convenientemente um valor de  $L$  para obter um operador que atue na zona das múltiplas, de modo a atenuá-las (Lima e Porsani, 2003; Porsani e Ursin, 2007).

A deconvolução preditiva pode ser monocanal (quando utiliza as informações vindas apenas de um único canal) ou multicanal (que leva em consideração as informações dos canais adjacentes). Os filtros multicanais exploram de uma maneira mais efetiva as redundâncias

de informações temporais e espaciais existentes nos sismogramas. A teoria multicanal pode ser obtida da teoria monocanal pela substituição apropriada de escalares por matrizes (Lima, 1999; Porsani e Ursin, 2007).

A deconvolução preditiva convencional utiliza a auto e crosscorrelação do sinal de entrada para formar as equações normais, que através da recursão de Levinson, fornecerão os coeficientes do filtro preditivo a ser usado na deconvolução das múltiplas. Neste trabalho utilizamos o algoritmo tipo Wiener-Levinson mono e multicanal (descrito nos apêndices A e B) para a atenuação das reflexões múltiplas. Este algoritmo tem por característica aplicar a recursão de Levinson diretamente ao traço sísmico gerando e atualizando vetores de erro direto e reverso, onde o vetor de erro direto obtido ao final da recursão constitui o traço deconvolvido. O que significa dizer que a deconvolução é feita sem a necessidade do cálculo dos coeficientes do filtro (Santos, 2002; Porsani e Ursin, 2007).

## 1.1 Metodologia

O método da DP com base no filtro de Wiener-Levinson é um método estatístico que se baseia no carácter periódico das múltiplas. No entanto, tal periodicidade não é preservada nos afastamentos não nulos, como observado nos traços de uma família CMP (Figura 1.3) ou de uma família de traços de tiro comum. O que torna a atenuação das múltiplas não tão eficiente.

Para corrigir essa falta de periodicidade é aplicada uma correção de MMO (*Multiple Moveout*) sobre os painéis de CMP. Tal correção nada mais é que uma correção de NMO (*Normal Moveout*) usando a velocidade da múltipla que se deseja suprimir (Lamont, Hartley e Uren, 1999). Com a aplicação do MMO em dados registrados sobre um fundo do mar horizontal, tanto a reflexão primária quanto as múltiplas do fundo do mar tornam-se horizontais e periódicas com distância de predição igual ao tempo *zero-offset* da primária. Porém esses eventos não formam uma série estacionária no tempo nem no espaço, devido ao estiramento introduzido pelo MMO. A organização dos traços para o domínio do afastamento comum tenta resolver o problema da não estacionaridade das múltiplas no espaço (Lima, 1999).

O algoritmo TWL foi aplicado aos dados sísmicos marinhos da Bacia do Jequitinhonha e do Golfo do México nos domínios CMP e de afastamento comum (veja a Figura 1.4). As Figuras 1.5 e 1.6 mostram os fluxogramas de processamento usados para estes dois domínios.

O ajuste do período da primária do fundo do mar, para o cálculo da distância de predição (L) e do número de coeficientes do filtro (N), foi feito através de um *picking*, como mostrado na Figura (1.7). Segundo Porsani e Ursin (2007) para que a deconvolução preditiva possa ser usada para a atenuação de múltiplas L tem que ser maior que a unidade e menor do que P e a soma de N com L deve ser maior do que P, onde P é o período da múltipla.

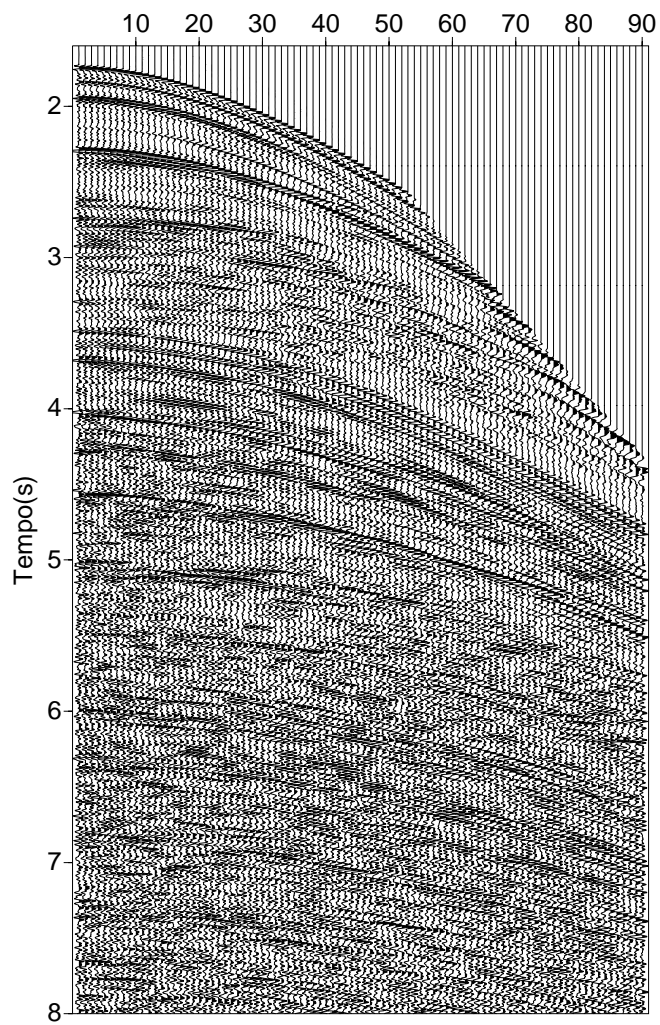


Figura 1.3: Família CMP do Golfo do México mostrando a falta de periodicidade das reflexões múltiplas para os afastamentos não nulos.

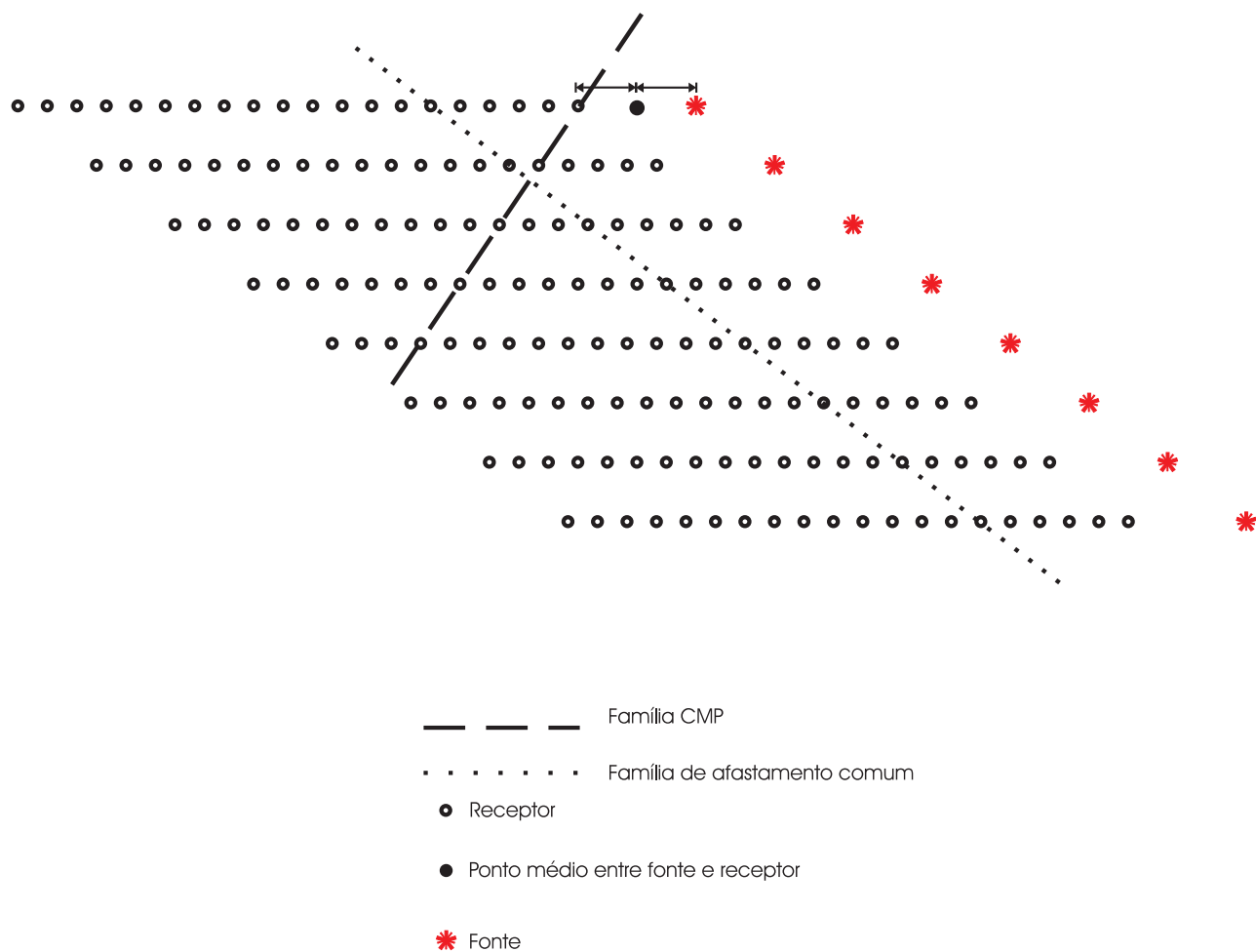


Figura 1.4: Esquema de organização dos traços sísmicos para os domínios CMP e afastamento comum. Modificado de Taner et al (1974)

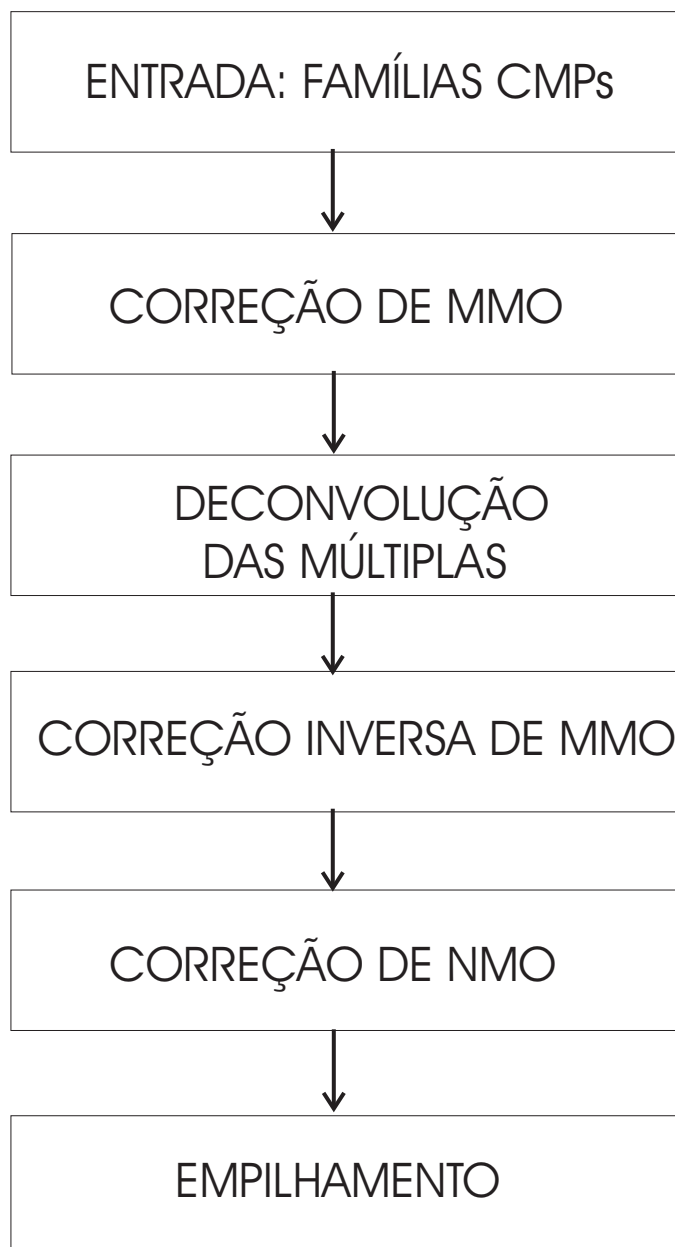


Figura 1.5: Fluxograma de processamento para a deconvolução das múltiplas no domínio CMP.



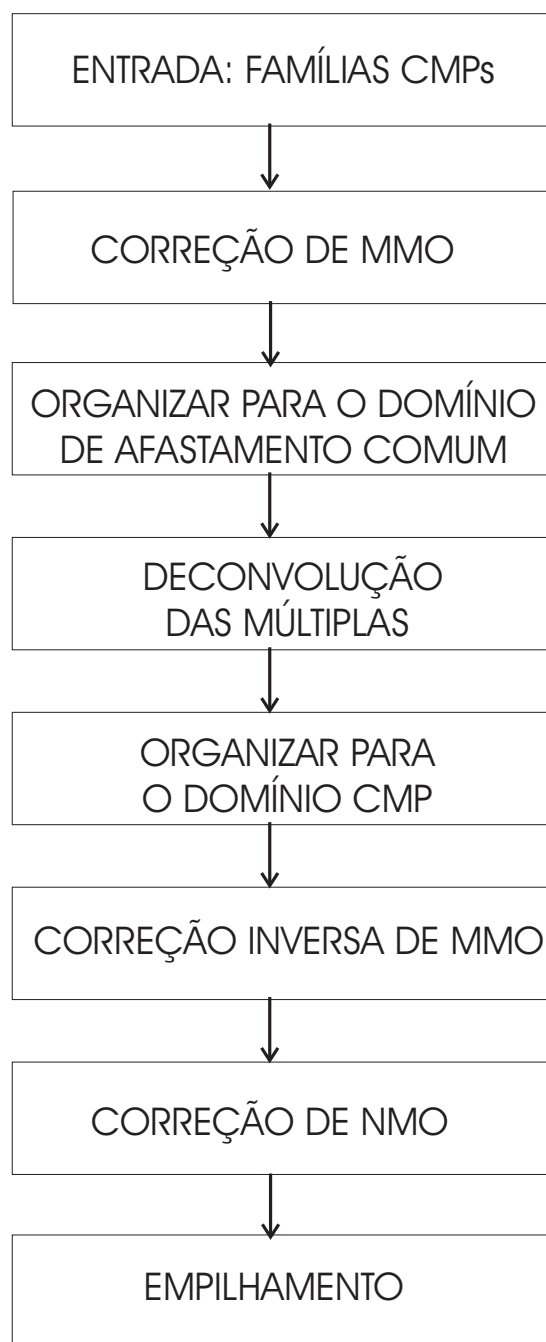
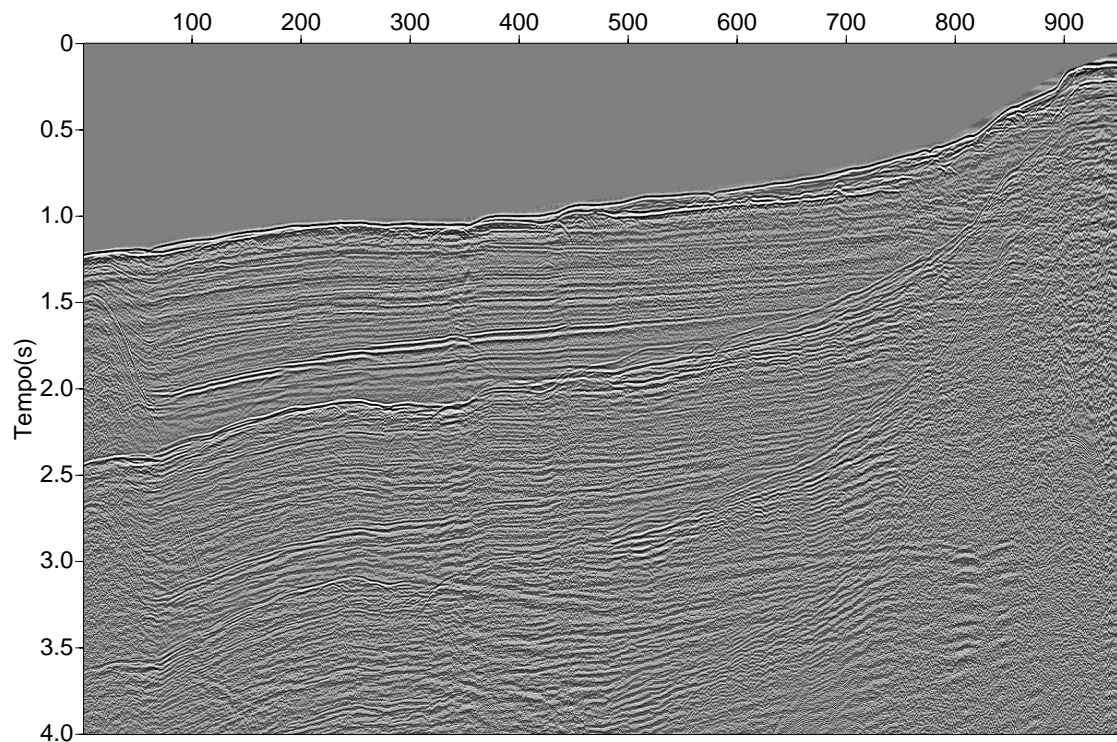
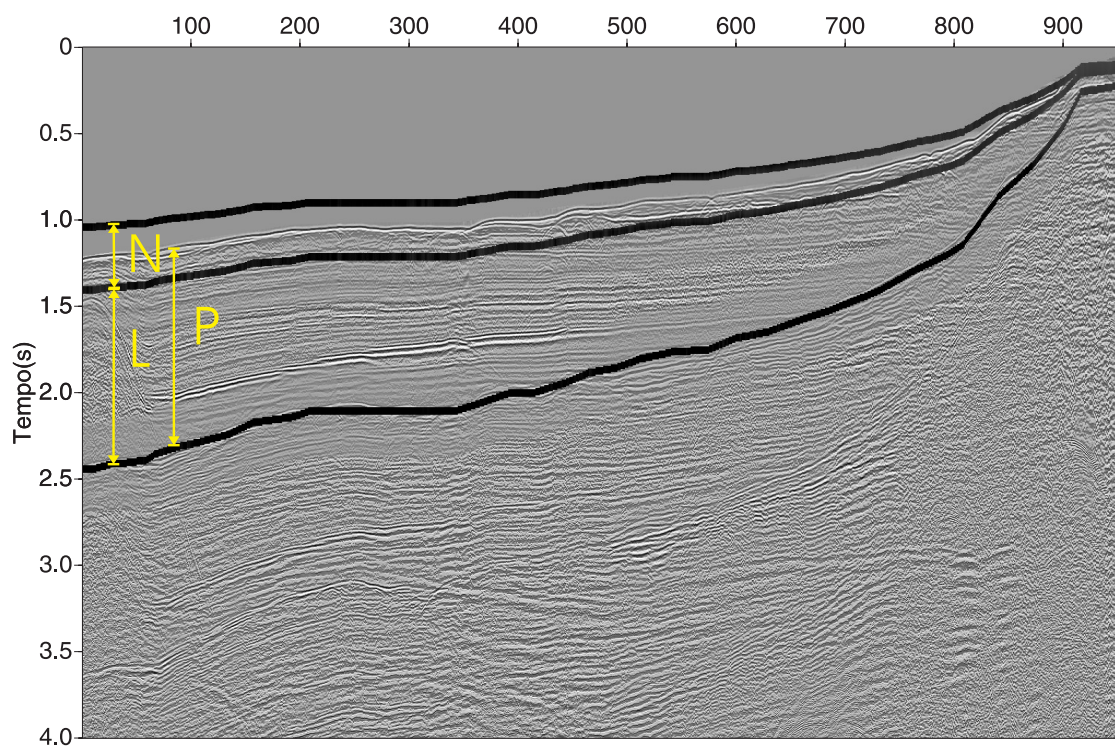


Figura 1.6: Fluxograma de processamento para a deconvolução das múltiplas no domínio do afastamento comum.



(a)



(b)

Figura 1.7: Indicação da variação da distância de predição ( $L$ ) e do número de coeficientes ( $N$ ) em função do período da múltipla do fundo do mar. Em (a) o painel de afastamento mínimo da Bacia do Jequitinhonha e em (b) após a determinação do período.

## CAPÍTULO 2

# Aplicação aos dados do Golfo do México

O dado sísmico 2D do Golfo do México foi adquirido numa lâmina d'água de aproximadamente 1500 m de profundidade. Essa região é caracterizada por uma grande almofada de sal próxima à superfície. Juntos, a lâmina d'água e o corpo de sal geram reflexões múltiplas de longo período relacionadas à superfície.

Este dado foi adquirido com os seguintes parâmetros:

- Lanço (pés) – 0 - 330 - 15993
- Intervalo entre estações (pés) – 87,5
- Intervalo entre pontos de tiro (pés) – 87,5
- Intervalo de amostragem (ms) – 4
- Número de canais – 180
- Cobertura máxima – 90

Foi selecionado um trecho com 1824 CMPs, todos com cobertura máxima. A seguir apresentamos os resultados da deconvolução obtidos nos domínios do afastamento comum e CMP. Em ambos os domínios realizamos a filtragem mono e multicanal (3 canais) para mostrar a influência do número de canais no resultado final. Os melhores resultados foram obtidos para  $L=0,90P$  e  $N=0,20P$ .

### 2.1 Resultados no domínio do afastamento comum

Seguindo o fluxograma descrito na Figura 1.6 os CMPs foram corrigidos de MMO, com o auxílio do pacote SU (Cohen e Stockwell, 1997). Foi utilizada nesta correção, uma única velocidade, 1500 m/s, que corresponde a velocidade da onda sísmica na água. Na Figura 2.1 vemos o efeito da aplicação do MMO em uma família CMP deste dado. Note que o evento associado à reflexão múltipla do fundo do mar que ocorre em torno de 3,5 s na Figura 2.1a encontra-se horizontalizado na Figura 2.1b.

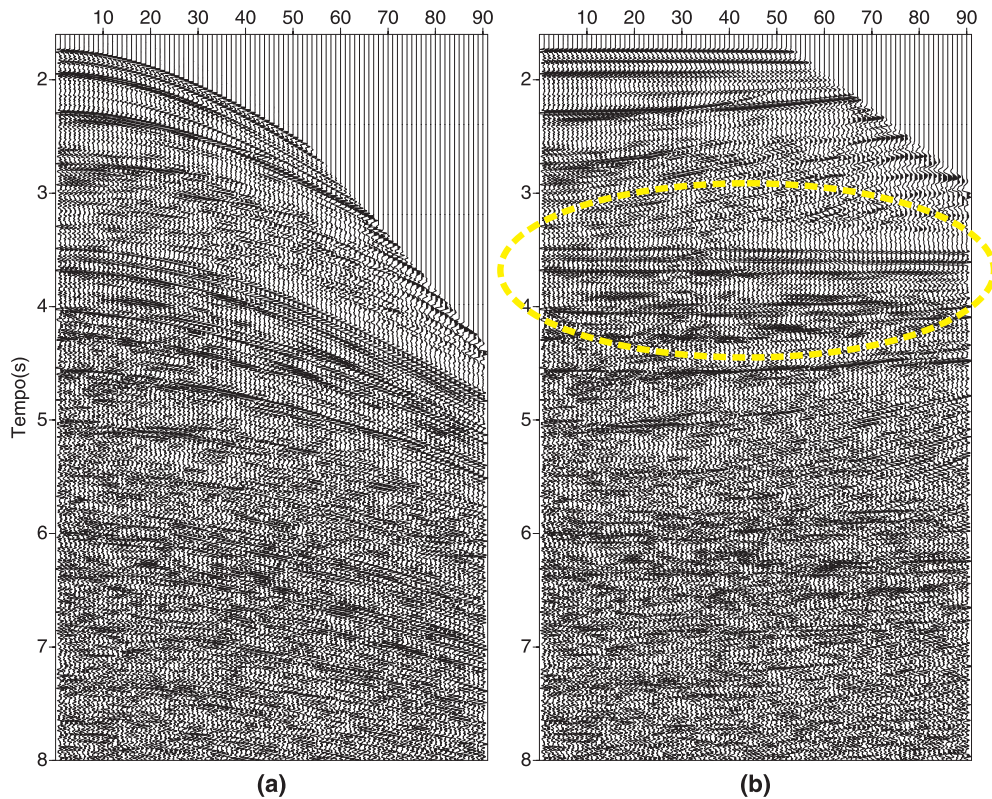


Figura 2.1: Uma família CMP do Golfo do México antes da correção de MMO em (a) e após o MMO em (b).

A Figura 2.2 ilustra o resultado da DP monocanal em (b) e multicanal em (d) sobre o mesmo CMP mostrado na Figura 2.1a, respectivamente. Nela podemos constatar que o filtro com 3 canais foi mais efetivo que o monocanal. Além disso, vemos que a DP atuou melhor na remoção das múltiplas nos afastamentos mais curtos. Isso é devido ao menor estiramento introduzido pelo MMO.

As seções empilhadas após a filtragem das múltiplas do fundo do mar encontram-se nas Figuras 2.4 e 2.5. Comparando as seções empilhadas após a filtragem com a seção empilhada sem a deconvolução preditiva (Figura 2.3) podemos constatar que o método foi bastante eficiente na atenuação das múltiplas do fundo do mar.

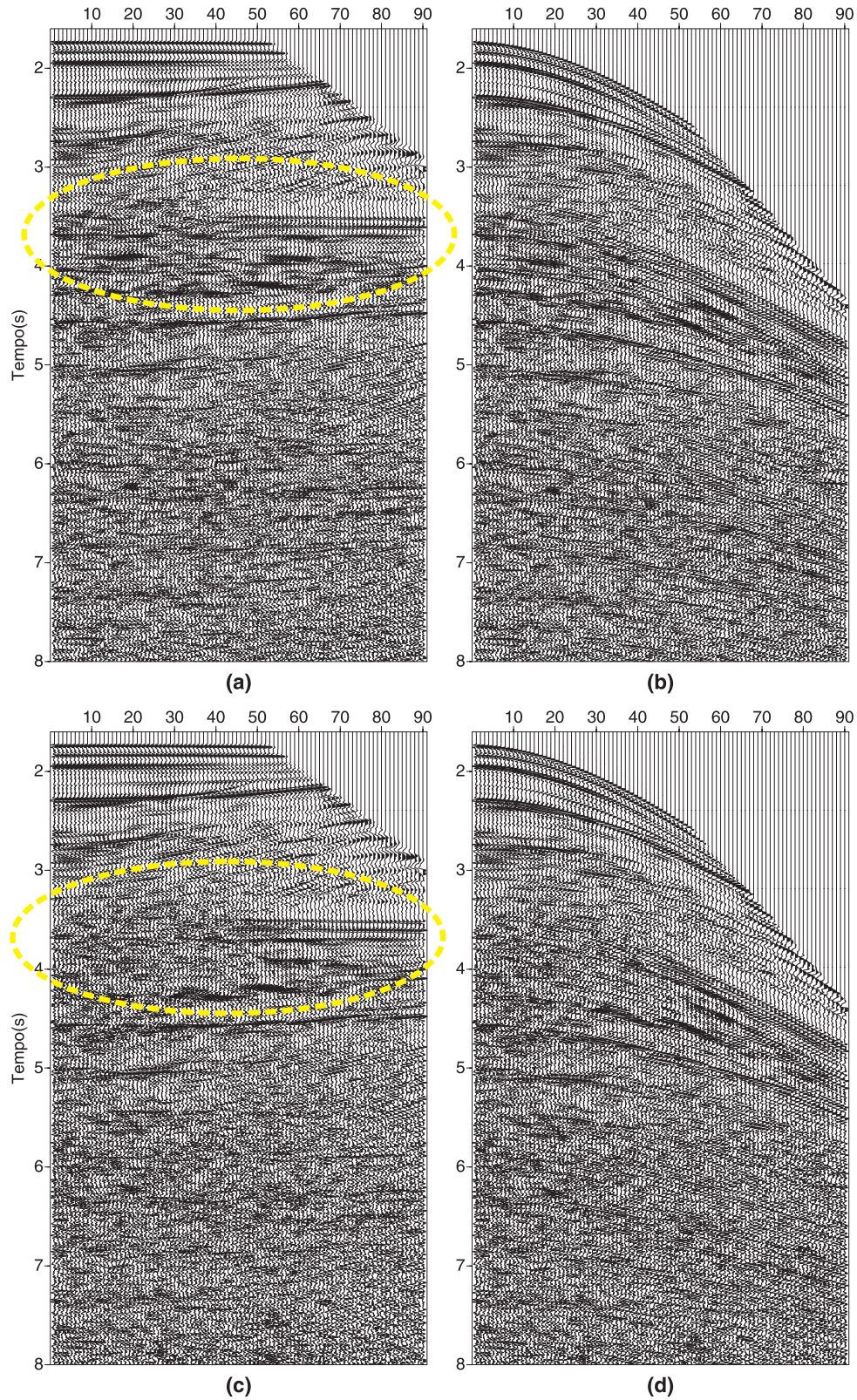


Figura 2.2: Em (a) CMP mostrado na Figura 2.1a após correção de MMO e DP monocanal e em (b) após correção inversa de MMO. Em (c) o mesmo painel CMP com DP multicanal e em (d) após a correção inversa de MMO.

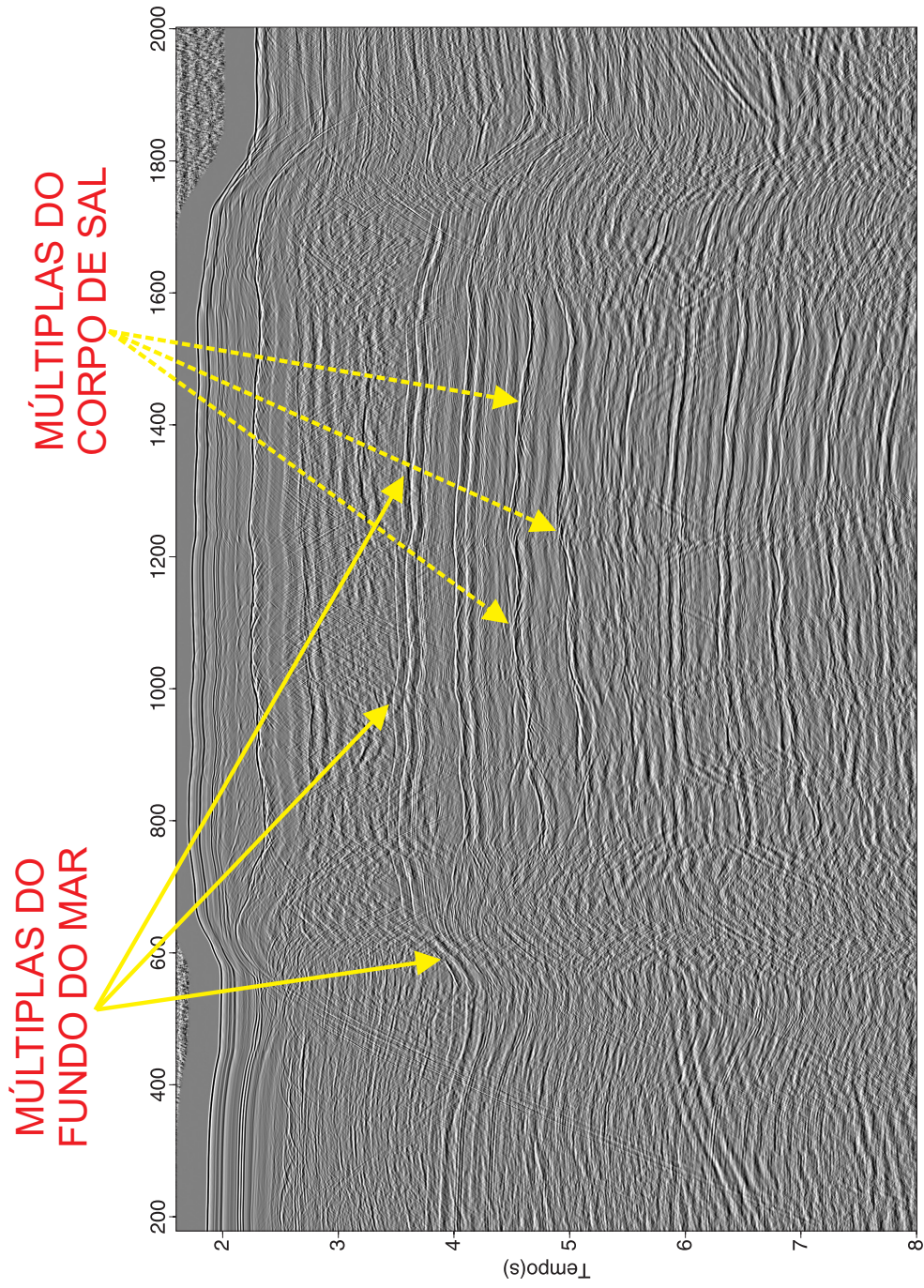


Figura 2.3: Seção empilhada sem a deconvolução preditiva.

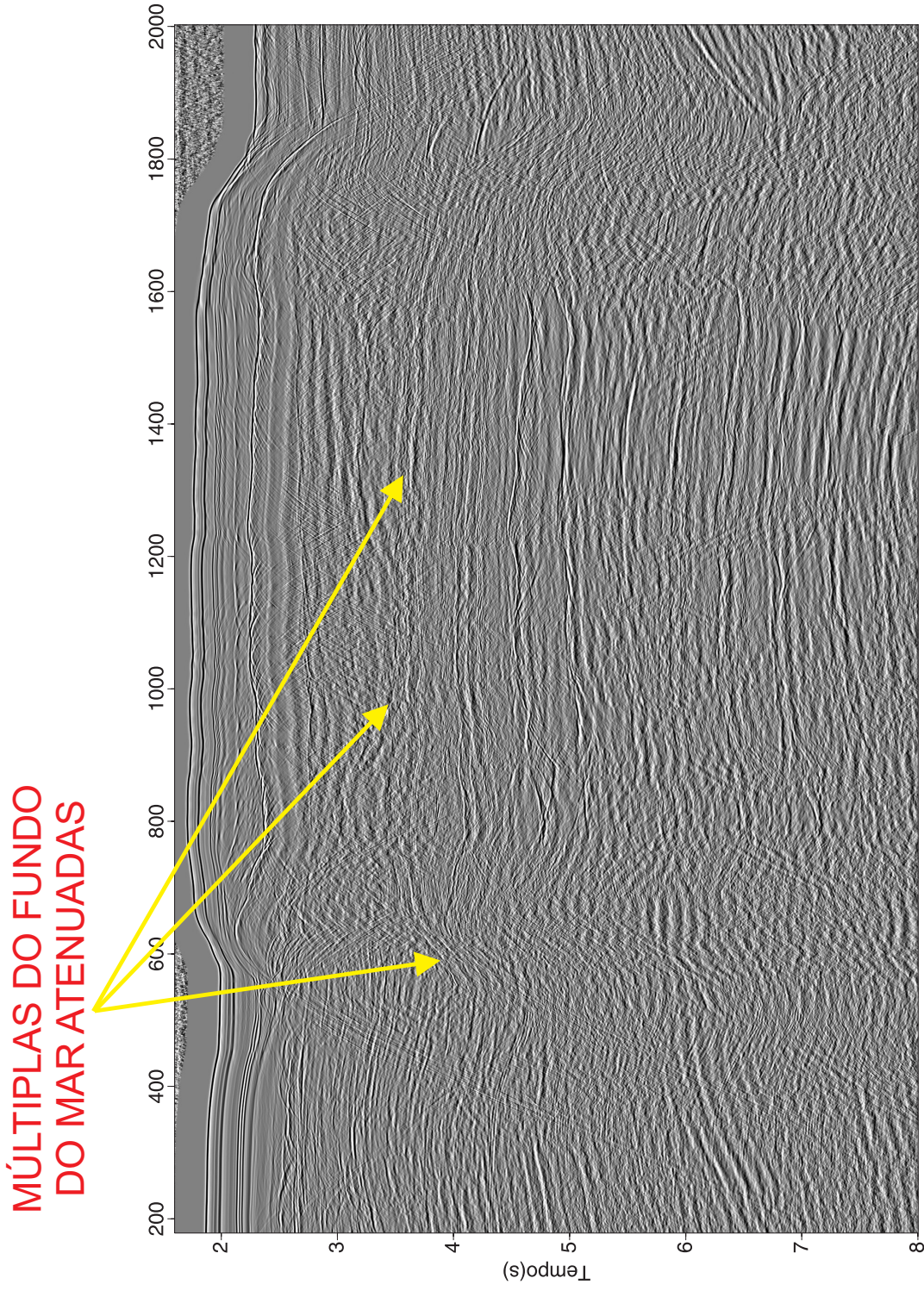


Figura 2.4: Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 1 canal para a atenuação da múltipla do fundo do mar.

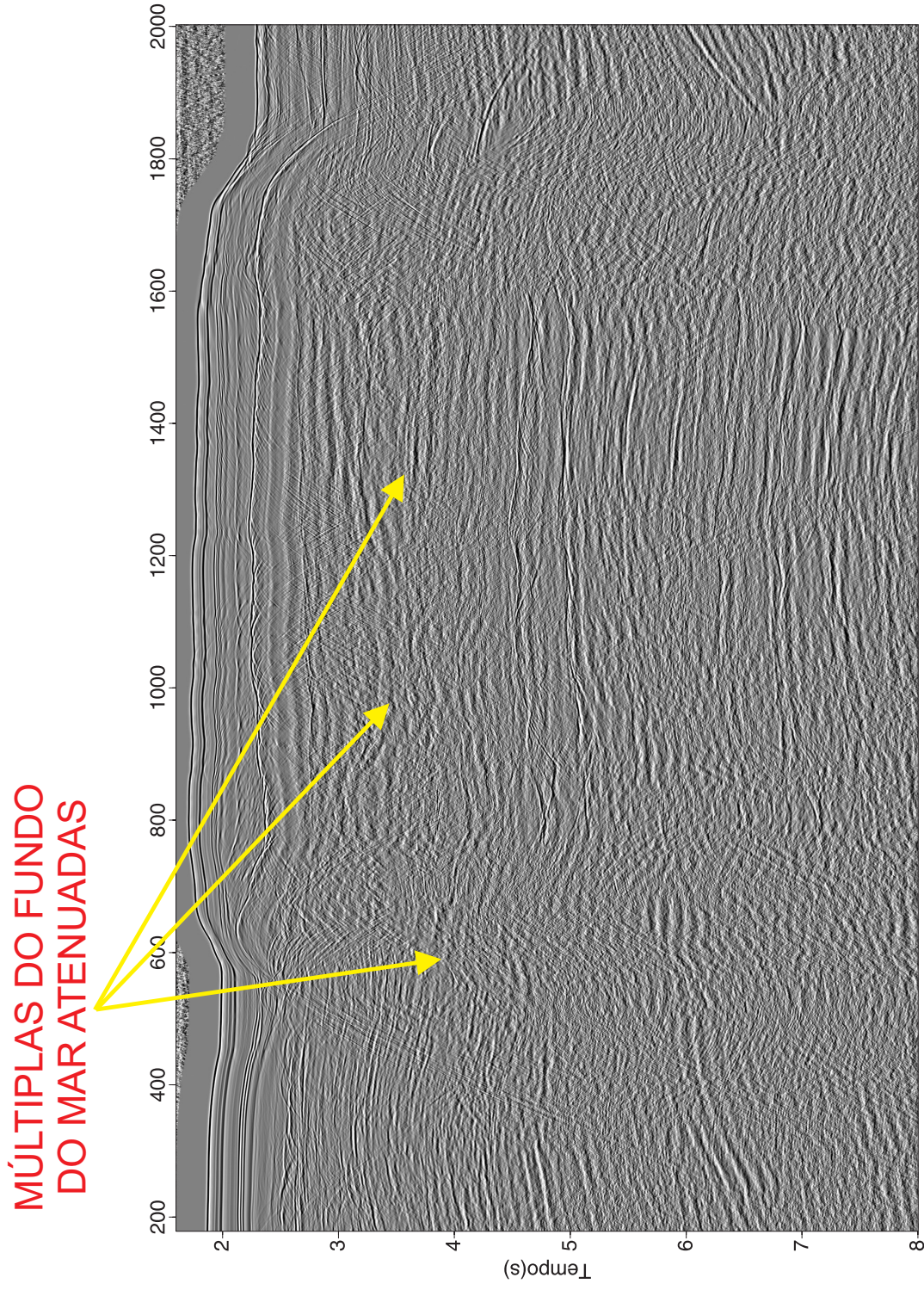


Figura 2.5: Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 3 canais para a atenuação da múltipla do fundo do mar.



O dado foi novamente processado visando agora à atenuação das múltiplas causadas pelo topo do corpo de sal. Para tanto, procedemos com a correção inversa de MMO com velocidade igual a 1500 m/s, e em seguida foi aplicada uma nova correção de MMO, agora com um velocidade que melhor horinzotaliza as múltiplas do topo do sal.

As seções empilhadas após a DP mono e multicanal das múltiplas do topo do sal são mostradas nas Figuras 2.6 e 2.7, respectivamente. Pecebe-se que o método trabalhou também de forma eficiente na atenuação destas múltiplas. Mais uma vez a DP multicanal foi mais efetiva que a monocanal.

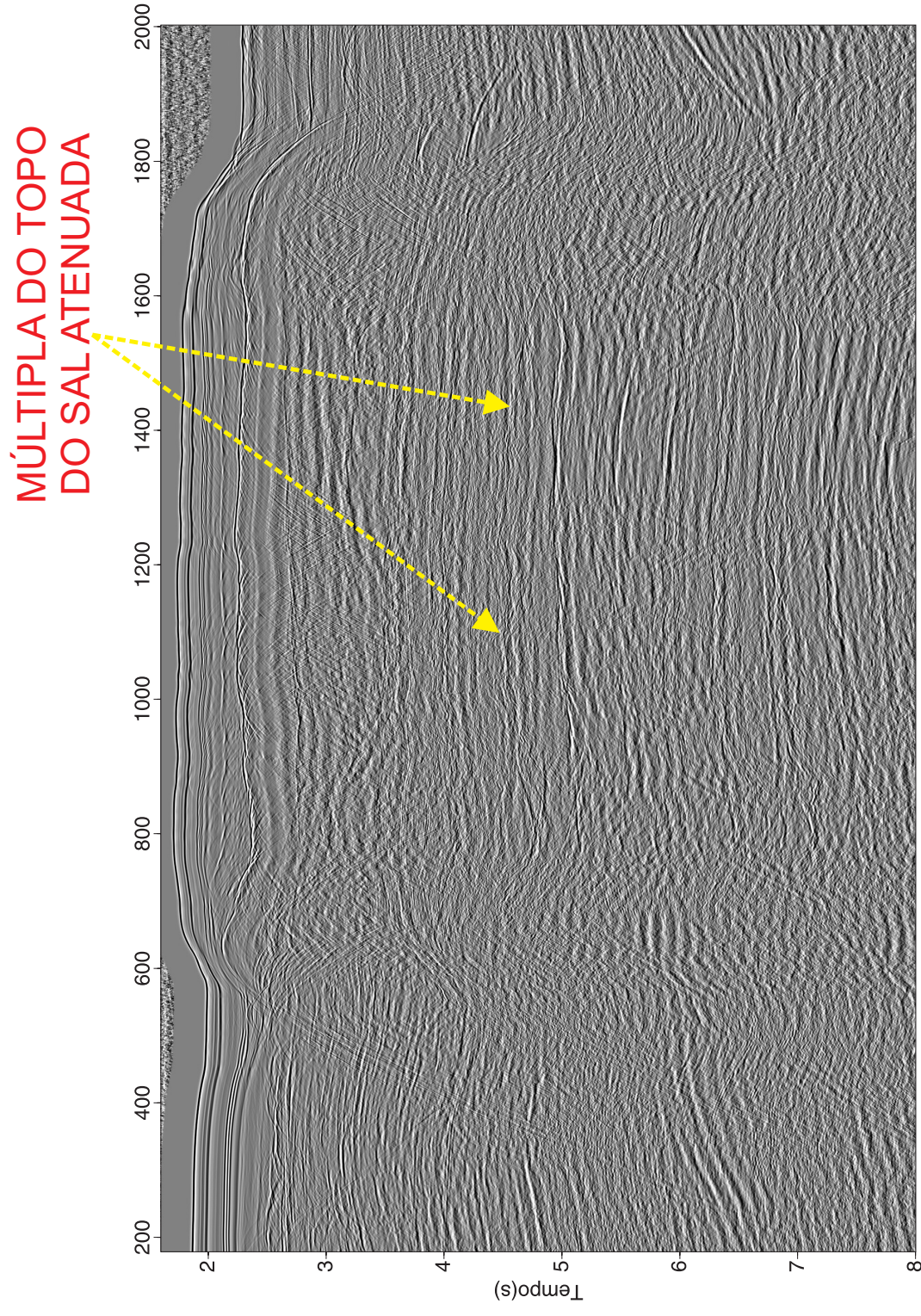


Figura 2.6: Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 1 canal para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal.

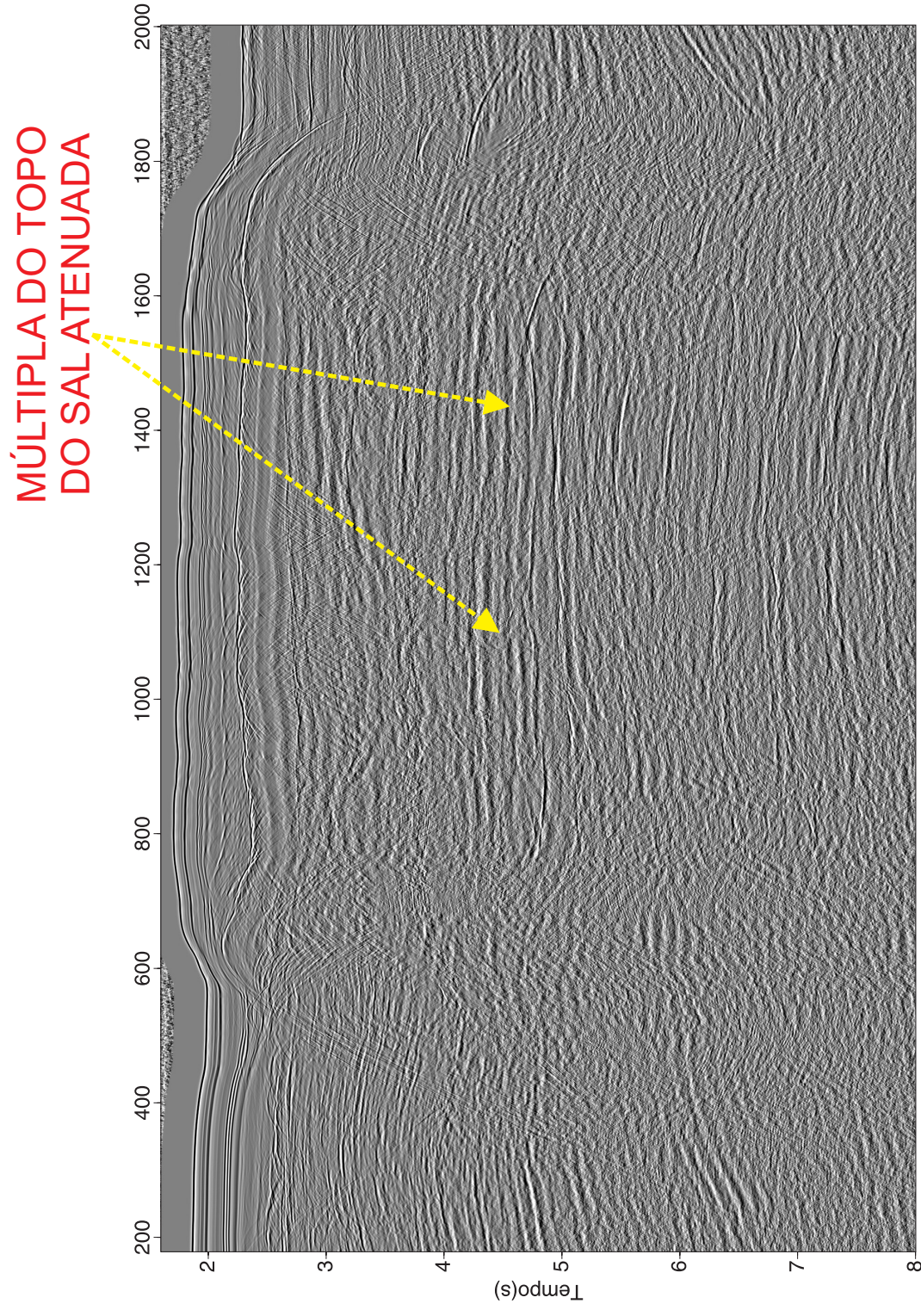


Figura 2.7: Seção empilhada após a deconvolução preditiva com 3 canais para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal.

## 2.2 Resultados no domínio CMP

Os resultados da deconvolução mono e multicanal neste domínio sobre o CMP mostrado na Figura 2.1a podem ser vistos na Figura 2.8. Compare com o resultado obtido no domínio do afastamento comum (Figura 2.2). As seções empilhadas após a DP mono e multicanal das múltiplas do fundo do mar encontram-se nas Figuras 2.9 e 2.10.

Do mesmo modo que aplicamos a DP para a remoção das múltiplas relacionadas ao topo do corpo de sal no domínio do afastamento comum, aplicamos aqui também no domínio CMP. As seções empilhadas após esta etapa encontram-se nas Figuras 2.11 e 2.12.

Comparando as seções empilhadas após a filtragem nos dois domínios podemos constatar que a DP é mais efetiva na atenuação das múltiplas quando aplicada sobre painéis de afastamento comum. Apesar da DP realizada neste domínio ter fornecido resultados muito bons.

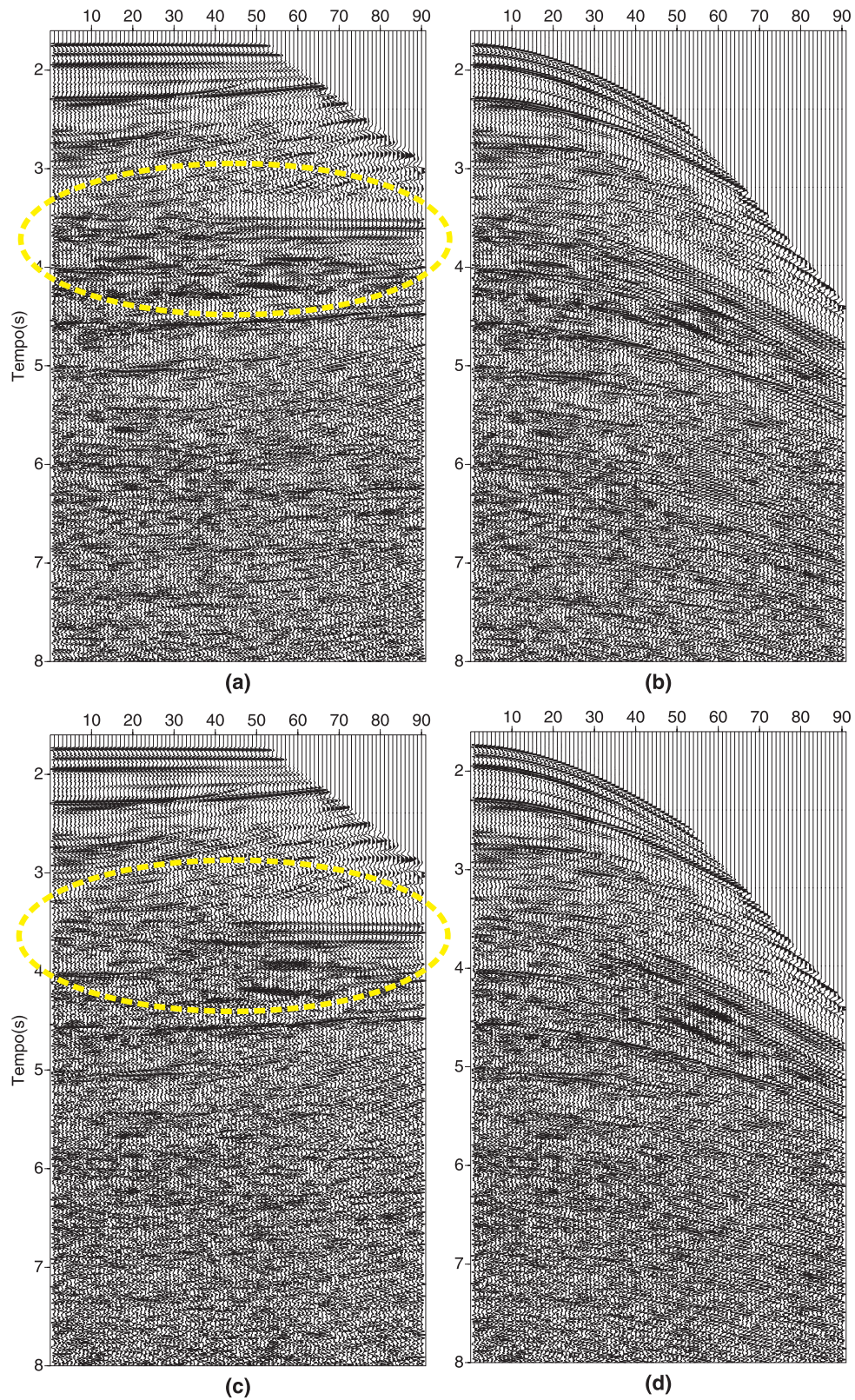


Figura 2.8: Em (a) após correção de MMO e DP monocanal no domínio CMP e em (b) após correção inversa de MMO. Em (c) com DP multicanal no domínio CMP e em (d) após a correção inversa de MMO.

**MÚTIPLAS DO FUNDO  
DO MAR ATENUJADAS**

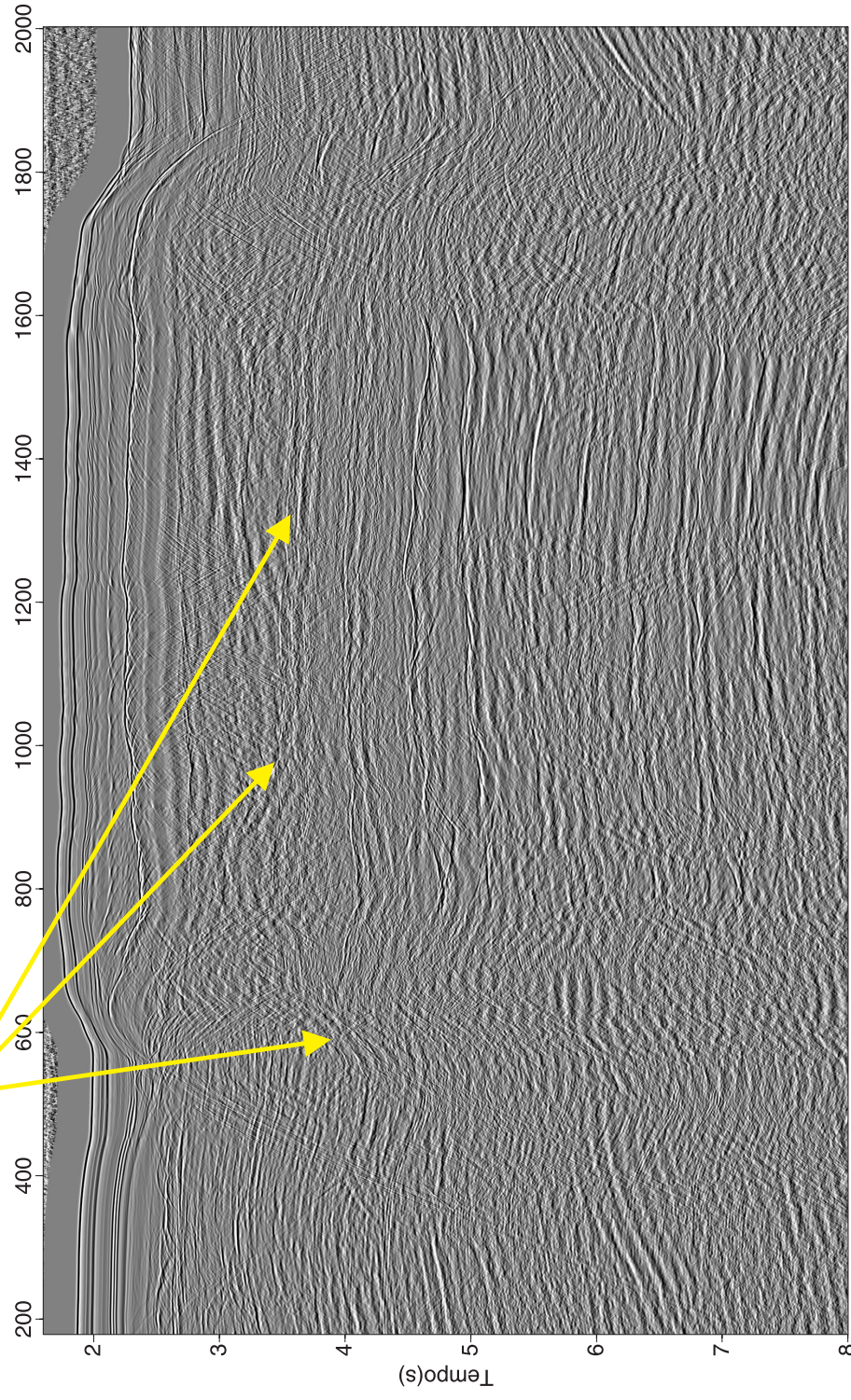


Figura 2.9: Seção empilhada após a deconvolução preditiva monocanal no domínio CMP para a atenuação das múltiplas do fundo do mar.

**MÚTIPLAS DO FUNDO  
DO MAR ATENUJADAS**

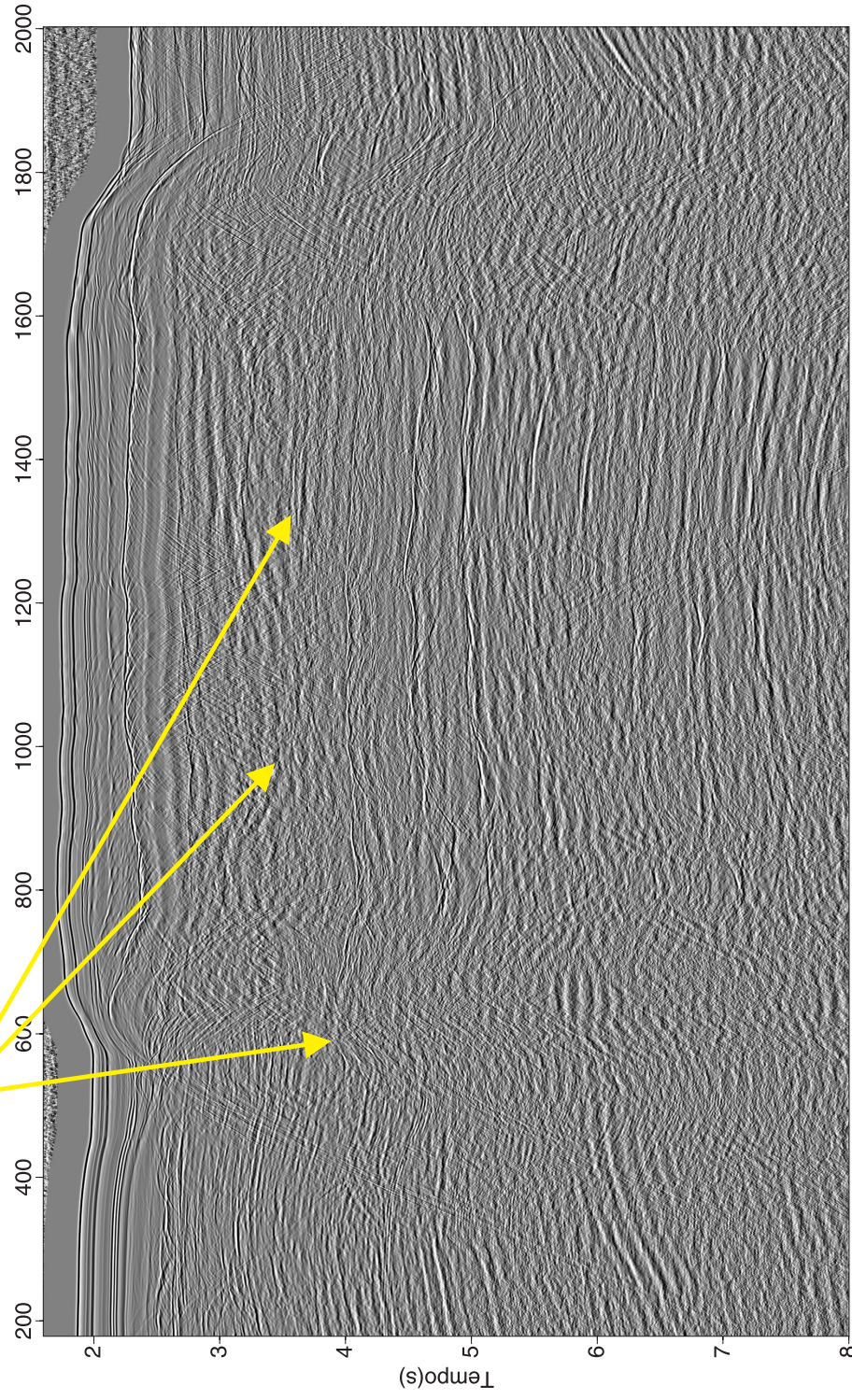


Figura 2.10: Seção empilhada após a deconvolução preditiva multicanal no domínio CMP para a atenuação das múltiplas do fundo do mar.

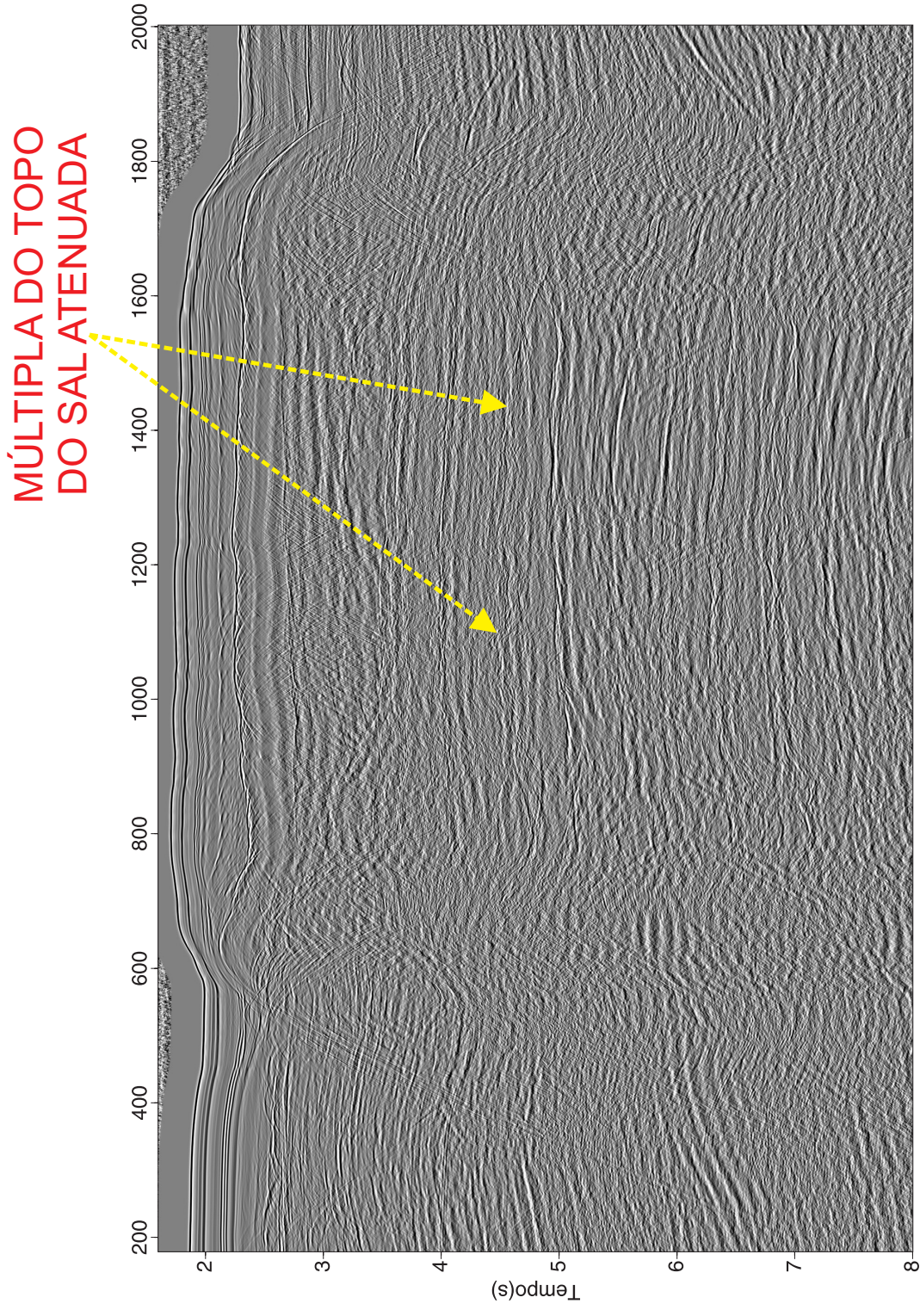


Figura 2.11: Seção empilhada após a deconvolução preditiva monocanal no domínio CMP para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal.



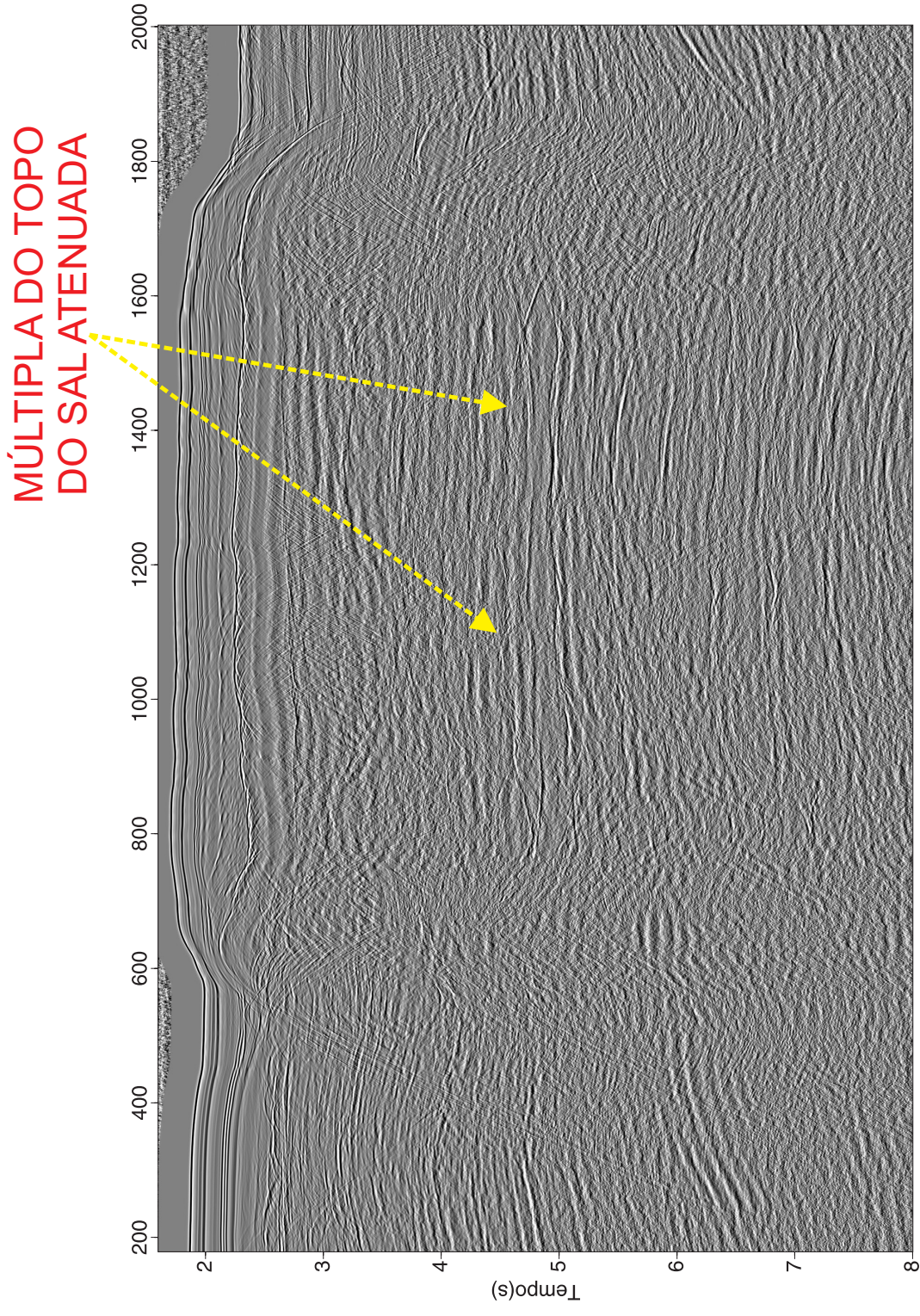


Figura 2.12: Seção empilhada após a deconvolução preditiva multicanal no domínio CMP para a atenuação da múltipla do topo do corpo de sal.

## CAPÍTULO 3

# Aplicação aos dados da Bacia do Jequitinhonha

No capítulo anterior vimos que a deconvolução preditiva atuou de forma eficiente na remoção das múltiplas presentes no dado do Golfo do México, cuja a superfície do fundo do mar é semi-horizontal. A atenuação de reflexões múltiplas se torna mais difícil quando o dado sísmico é adquirido ao longo de uma superfície inclinada, como é caso dos dados da Bacia do Jequitinhonha.

A linha sísmica marinha 214-297 foi adquirida na Bacia do Jequitinhonha com os seguintes parâmetros.

- Lanço (m) – 0 - 150 - 3125
- Número de pontos de tiro – 2130
- Número de canais – 120
- Intervalo entre pontos de tiro (m) – 25
- Intervalo entre receptores (m) – 25
- Intervalo de amostragem (ms) – 4
- Tempo de registro (s) – 7
- Cobertura máxima – 60

No dado estão presentes múltiplas de curto e longo período associadas ao fundo do mar. Foram selecionados 1902 CMPs, correspondentes ao trecho da quebra da plataforma continental, e onde se encontram as múltiplas de longo período. Esta linha foi processada com o auxílio do pacote de processamento sísmico *FOCUS* versão 5.3. Cortamos o dado em 4 s por limitações de espaço em disco.

A seguir apresentamos os resultados da deconvolução preditiva obtidos nos domínios do afastamento comum e CMP.

### 3.1 Resultados no domínio do afastamento comum

Para a determinação do número de coeficientes do filtro ( $N$ ), da distância de predição ( $L$ ) e do número de canais ( $nc$ ) foram feitos alguns testes sobre o painel de afastamento mínimo. Os melhores resultados foram obtidos para  $N=0,30.P$ ,  $L=0,85.P$  e  $nc=5$ . Com tais parâmetros aplicamos a DP em todo o dado.

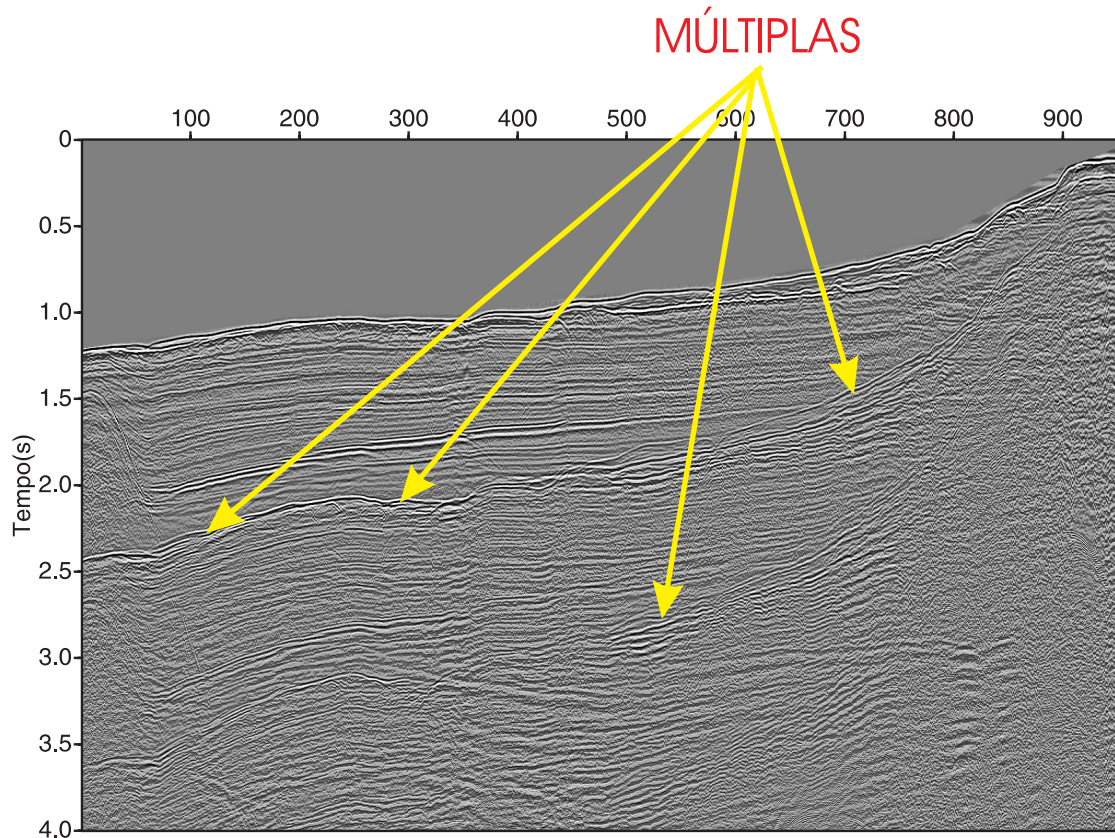
Foi observado que utilizar unicamente a velocidade da água (1500 m/s) para a correção de MMO, como no caso do Golfo do México, não era suficiente para horizontalizar a reflexão primária e as múltiplas do fundo do mar. Para que a DP funcione é fundamental que tais reflexões estejam bem horizontalizadas. Por esse motivo, foi feita uma análise de velocidade cujo objetivo era encontrar um campo de velocidade que melhor horizontalize essas reflexões.

As Figuras 3.1 (a) e (b) ilustram os painéis de afastamento mínimo sem e com a deconvolução preditiva multicanal (DPM), respectivamente. Em (b) vemos como as múltiplas do fundo do mar foram bastante atenuadas.

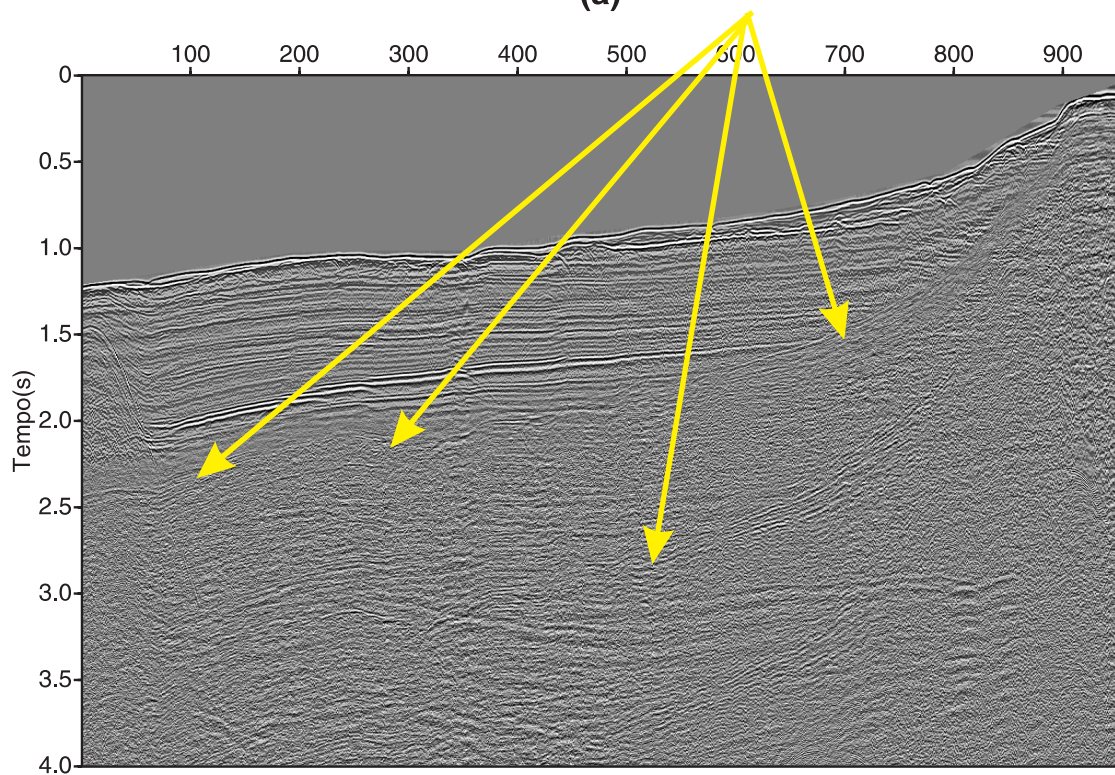
Na Figura 3.2 podemos ver uma família CMP em (a) e o mesmo CMP após a correção de MMO em (b). Em (b) ainda é possível ver que após o MMO a primária do fundo do mar e as múltiplas de primeira e segunda ordem encontram-se horizontalizadas. Em (c) vemos o resultado da DPM no domínio do afastamento comum e em (d) após a correção inversa de MMO. A comparação entre (a) e (d) nos permite constatar que a DPM agiu de forma efetiva na atenuação das múltiplas de primeira e segunda ordem.

A correção de MMO introduz um estiramento, principalmente nos maiores afastamentos, dificultando a atuação do filtro. Podemos verificar o efeito deste estiramento pela comparação das seções empilhadas com 80 e 120 painéis de afastamento comum após a DPM (Figuras 3.4 e 3.5).

As seções empilhadas após a filtragem comprovam a eficácia do método da deconvolução preditiva na atenuação das múltiplas associadas à quebra da plataforma continental no domínio do afastamento comum.



(a)



(b)

Figura 3.1: Painel de afastamento mínimo sem a DPM em (a) e o mesmo painel após a DPM em (b).

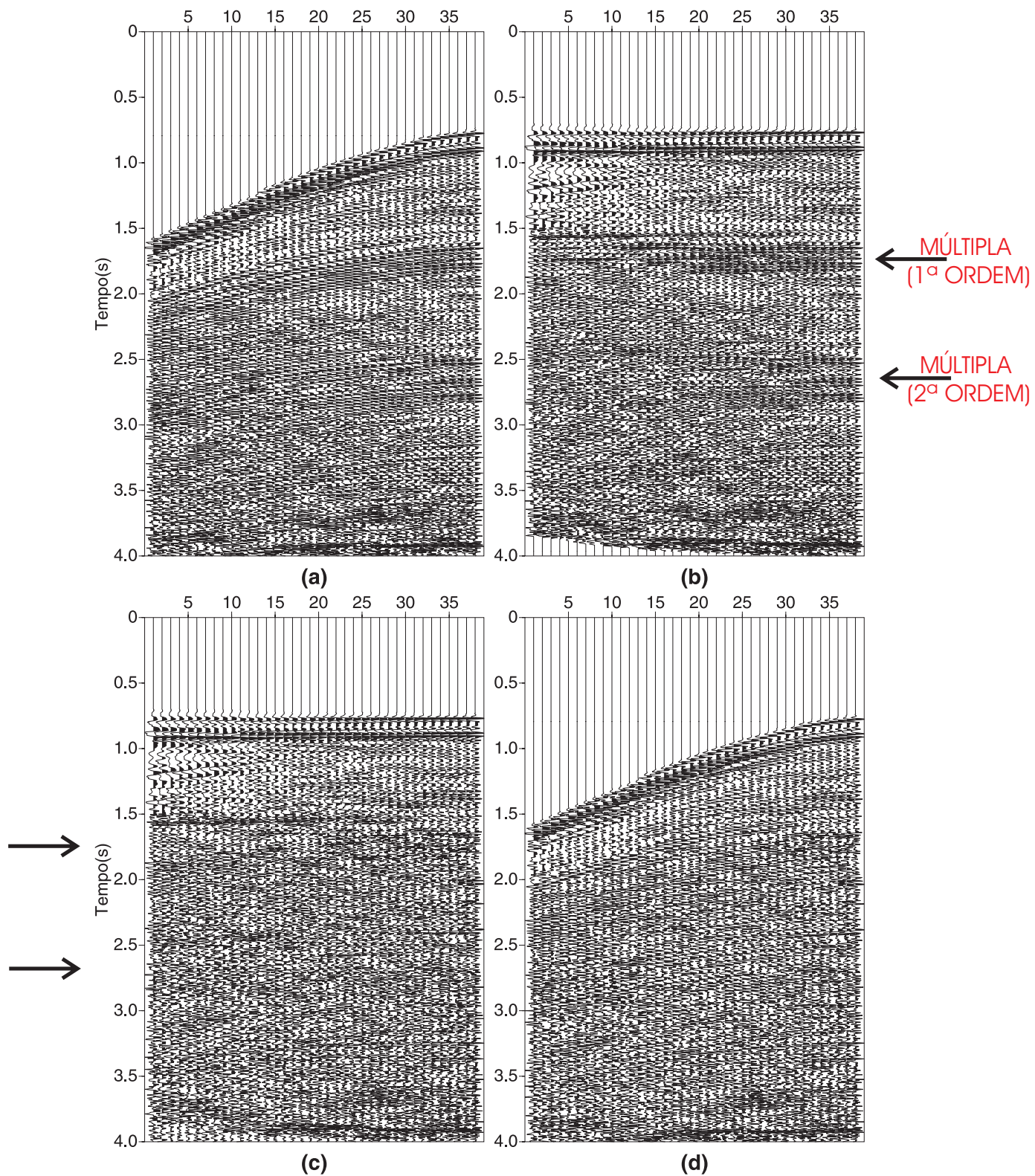


Figura 3.2: Em (a) um CMP original e após a correção de MMO em (b). Em (c) após a DPM no domínio do afastamento comum e em (d) após a correção inversa de MMO.

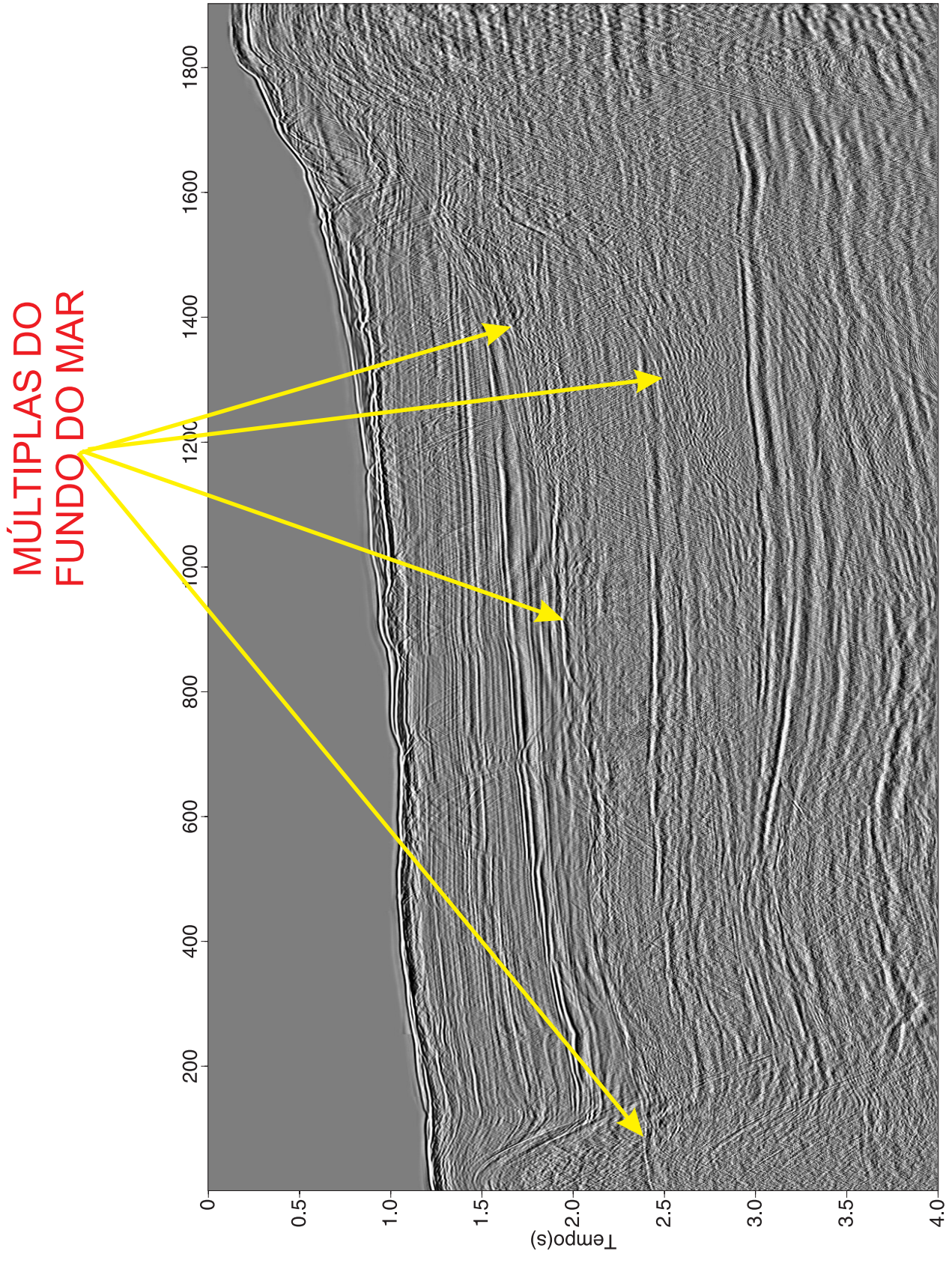


Figura 3.3: Seção empilhada sem a DPM.

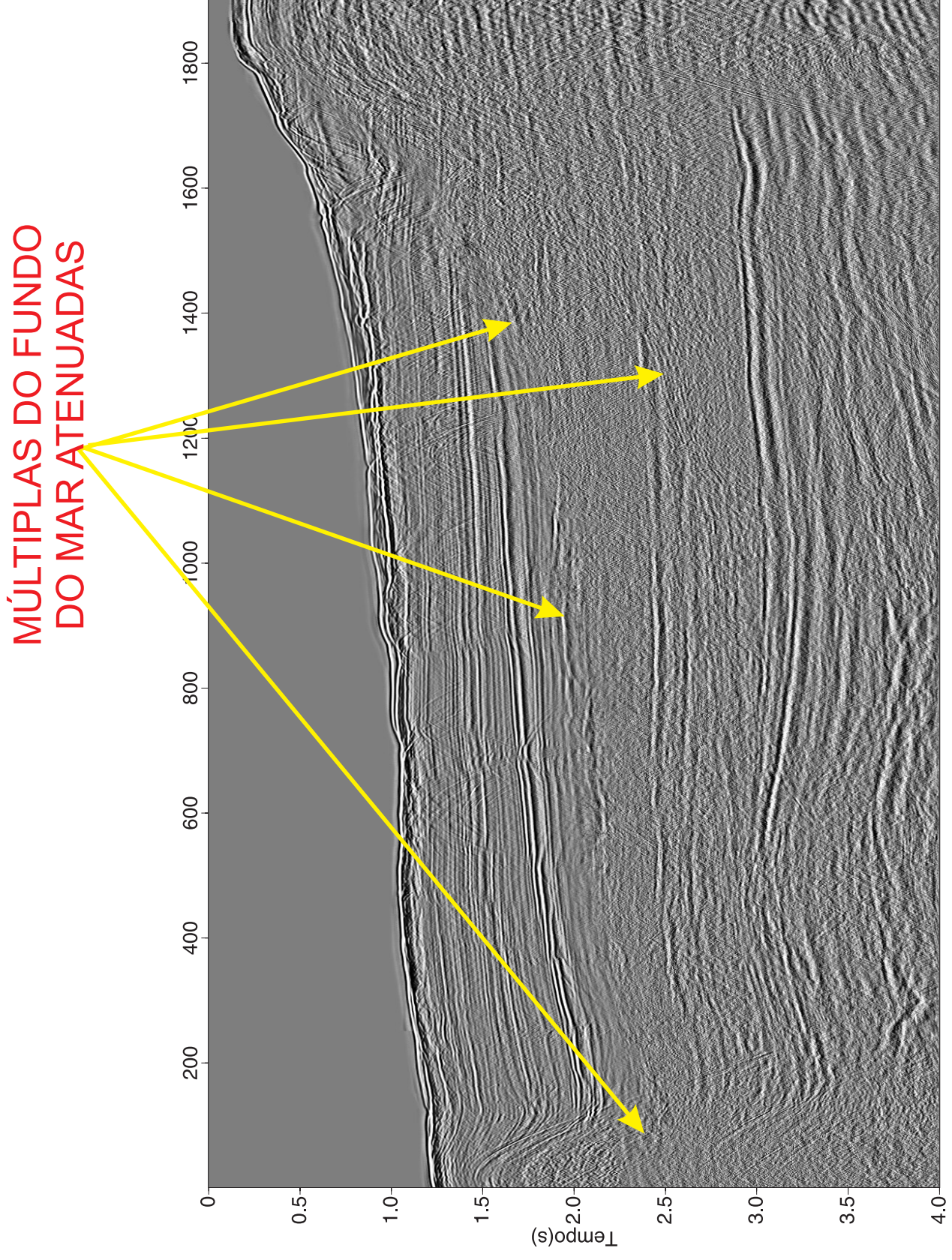


Figura 3.4: Seção empilhada com 80 painéis de afastamento comum após a DPM.

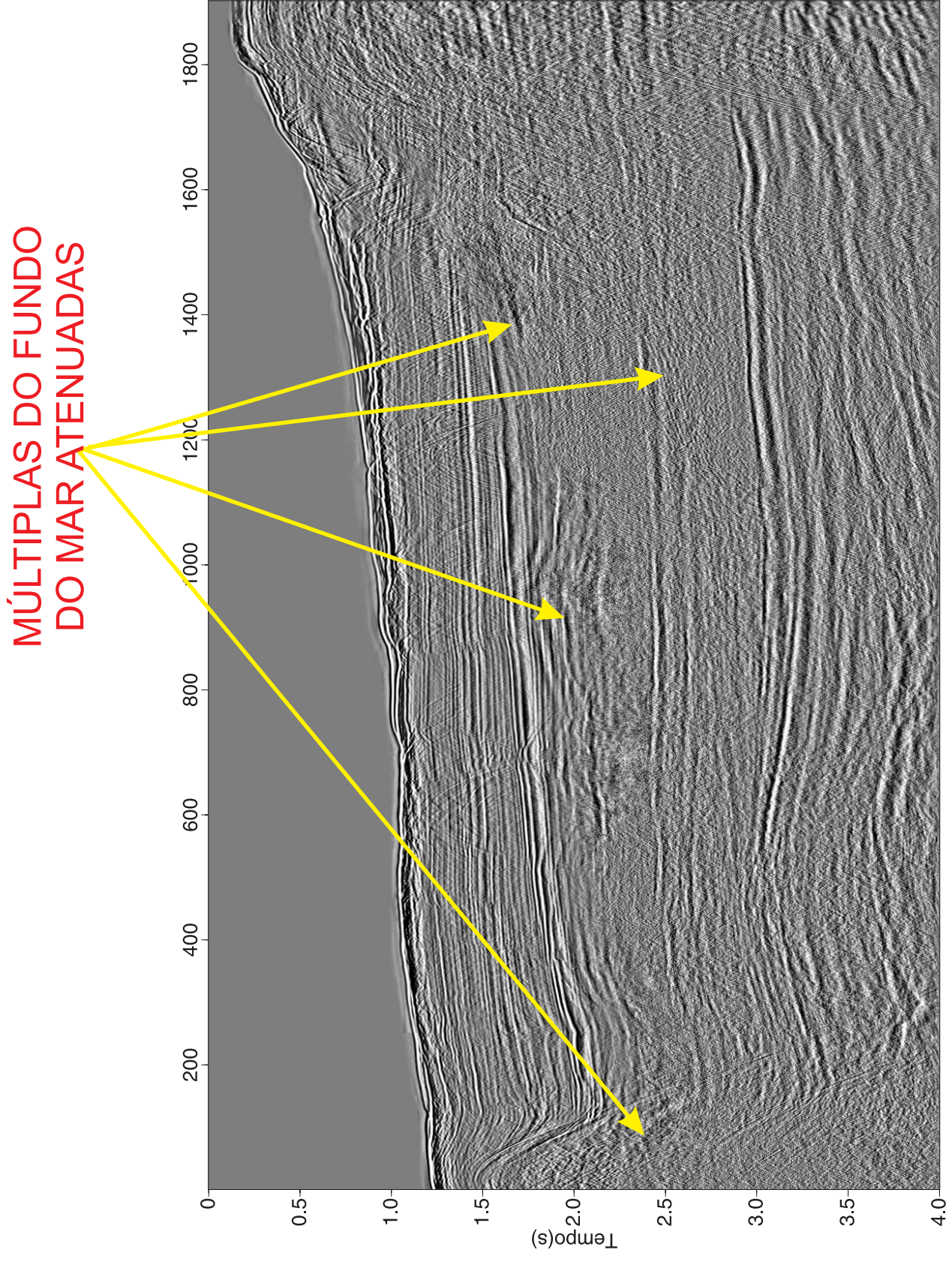


Figura 3.5: Seção empilhada com 120 painéis de afastamento comum após a DPM.



### 3.2 Resultados no domínio CMP

Optamos em trabalhar também neste domínio para poder comparar os resultados com os obtidos no domínio do afastamento comum. Os parâmetros aqui utilizados foram os mesmos:  $N=0,30.P$ ,  $L=0,85.P$  e  $nc=5$ .

Na Figura 3.6 podemos ver o mesmo CMP mostrado na Figura 3.2b após a DPM no domínio CMP em (a) e em (b) após a correção inversa de MMO. Comparando a Figura 3.2c com a Figura 3.6a vemos que as reflexões múltiplas de primeira e segunda ordem foram melhor atenuadas no domínio do afastamento comum.

A seção empilhada após a DPM no domínio CMP é mostrada na Figura 3.7. Nela vemos que a múltipla do fundo do mar foi bem atenuada, no entanto a DP é mais efetiva quando aplicada sobre painéis de afastamento comum, como mostrado na Figura 3.8. Esta figura mostra um ampliação das seções empilhadas sem a DPM, após a DPM no domínio do afastamento comum e após a DPM no domínio CMP, feita na região mais inclinada do dado. Nota-se que nesta região a deconvolução preditiva feita no domínio CMP não conseguiu atuar de forma que a múltipla do fundo do mar fosse atenuada (Figura 3.8c), diferentemente de quando aplicada sobre painéis de afastamento comum, onde a múltipla foi bem atenuada (Figura 3.8b).

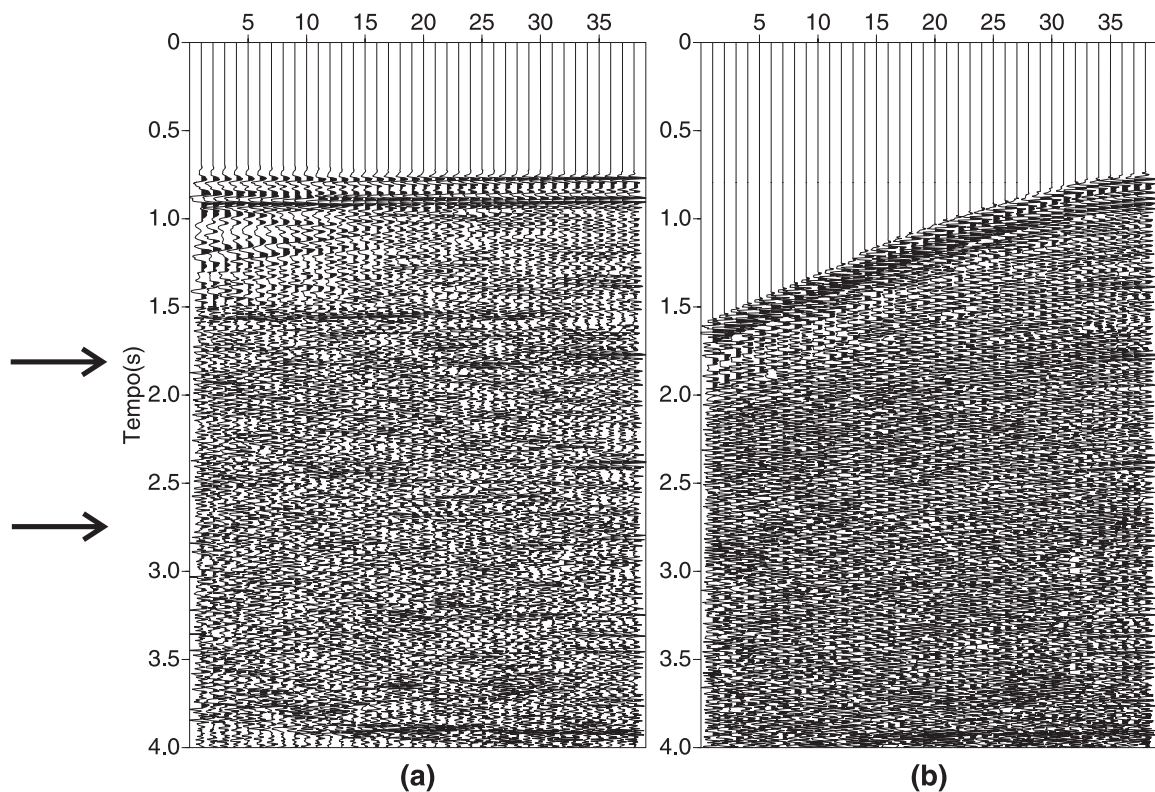


Figura 3.6: Em (a) após DPM aplicada no domínio CMP e em (b) após correção inversa de MMO.

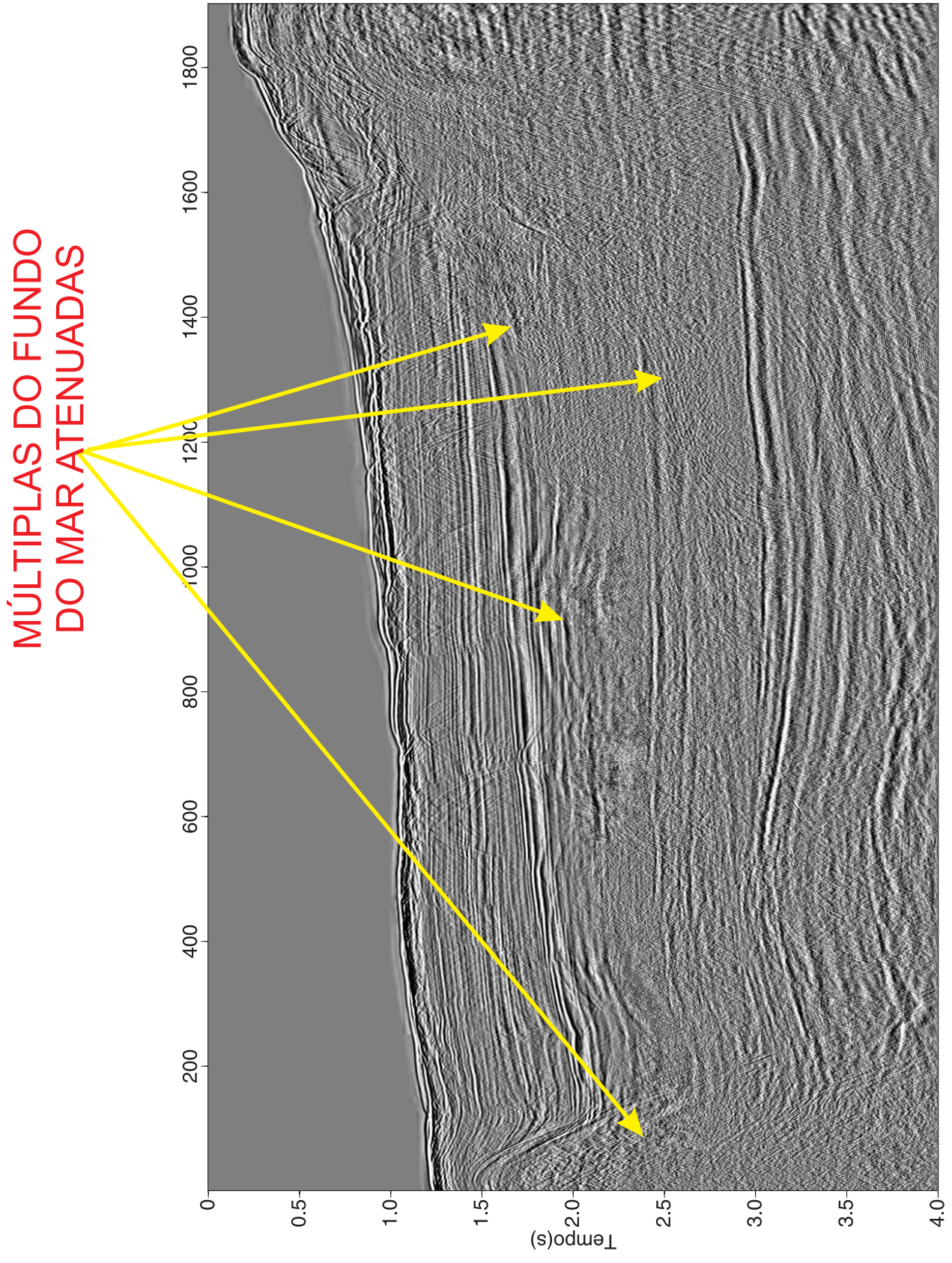


Figura 3.7: Seção empilhada após a DPM no domínio CMP.

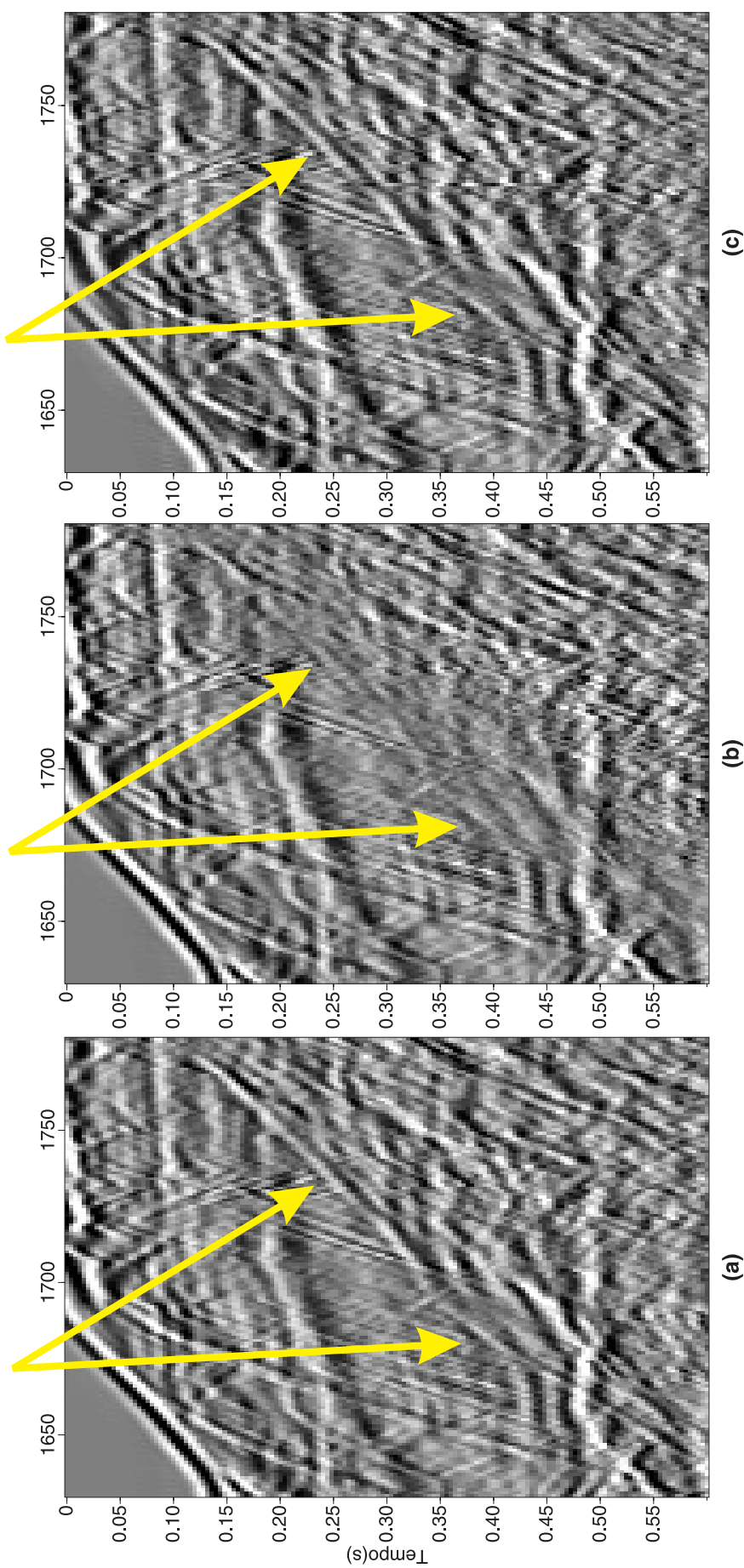


Figura 3.8: Comparação entre os resultados da DPM empregada nos domínios afastamento comum e CMP na região mais inclinada do dado. Em (a) a seção empilhada sem a DPM, em (b) após a DPM no domínio do afastamento comum e em (c) após a DPM no domínio CMP. A seta indica a posição da múltipla do fundo do mar.

# CAPÍTULO 4

## Conclusões

Aplicamos o algoritmo TWL aos dados sísmicos marinhos do Golfo do México e da Bacia do Jequitinhonha nos domínios CMP e de afastamento comum visando à atenuação das reflexões múltiplas de superfície. Os melhores resultados foram obtidos no domínio do afastamento comum, embora a deconvolução preditiva tenha se mostrado bastante efetiva também no domínio CMP.

A deconvolução preditiva é um método baseado na periodicidade dos eventos a atenuar, periodicidade que não é observada nos traços de uma família CMP. Com a correção de MMO consegue-se tornar as múltiplas eventos periódicos nos painéis de CMP, porém a não estacionariedade no espaço atrapalha o desempenho do filtro. Com a organização dos traços para o afastamento comum este problema é resolvido, fato que justifica a melhor atuação do filtro neste domínio.

Nos dados do Golfo do México aplicamos a DP mono e multicanal (3 canais) para verificar como o número de canais influencia na filtragem. Em ambos os domínios a filtragem multicanal mostrou-se mais efetiva que a monocanal. A filtragem multicanal leva em conta a coerência lateral dos eventos refletidos presentes nos canais adjacentes.

A DP mostrou-se eficiente na atenuação de eventos múltiplos tanto em regiões com fundo oceânico semi-horizontal (Golfo do México), confirmando resultados obtidos anteriormente (Lima, 1999; Santos, 2002), quanto na zona da quebra da plataforma continental (Bacia do Jequitinhonha), onde o assoalho oceânico é inclinado.

A análise de velocidade feita para a correção de MMO, bem como o ajuste dos parâmetros usados ( $N$ ,  $L$  e  $nc$ ) foram fundamentais para o sucesso da DPM, observado nas seções empilhadas da Bacia do Jequitinhonha após a filtragem.

Os resultados obtidos confirmam a eficácia da aplicação da correção de MMO para regularização da periodicidade das múltiplas, antes da aplicação da deconvolução preditiva.

# Agradecimentos

Agradeço ao professor Porsani pela sua dedicada orientação, sempre disposto a atender os seus alunos.

À Rosângela por me ensinar o “caminho das pedras”.

À Michelângelo pelas valiosas dicas e por ter me ensinado a usar o FOCUS.

À Fernanda, secretária do LAGEP.

À Joaquim Lago e Tiago, funcionários do CPGG.

Aos integrantes da banca examinadora, pelas sugestões que contribuíram para a melhoria deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, grandes amigos que fiz durante estes anos (não citarei nomes para não correr o risco de esquecer alguém).

À Paradigm pela concessão da licença do FOCUS.

À minha namorada.

E especialmente à toda a minha família, que sempre me apoiou.

## APÊNDICE A

### Algoritmos tipo Wiener-Levinson monocanais

#### A.1 Derivação do algoritmo TWL monocanal para distância de predição unitária

Exemplificando para um filtro de 3 coeficientes e com base no modelo preditivo podemos escrever o erro de predição na forma,

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_t \\ \vdots \\ e_m \\ e_{m+1} \\ e_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_0 & 0 & 0 \\ x_2 & x_1 & x_0 & 0 \\ x_3 & x_2 & x_1 & x_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_t & x_{t-1} & x_{t-2} & x_{t-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & x_{m-1} & x_{m-2} & x_{m-3} \\ 0 & x_m & x_{m-1} & x_{m-2} \\ 0 & 0 & x_m & x_{m-1} \\ 0 & 0 & 0 & x_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{3,1} \\ g_{3,2} \\ g_{3,3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

A forma quadrática associada ao erro de predição para um filtro de  $j$  coeficientes pode ser representada como segue (Porsani, 2000).

$$Q(\mathbf{g}_j) = \mathbf{e}_{g,j}^{+T} \mathbf{e}_{g,j}^+, \quad (\text{A.2})$$

ou ainda,

$$Q(\mathbf{g}_j) = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_j^T \end{bmatrix} \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_j^T \end{bmatrix} \mathbf{R}_{g,j+1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_j \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

onde  $\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_j^T \end{bmatrix}$  representa o filtro de predição unitária de  $j$  coeficientes,  $\mathbf{X}_{j+1}$  representa a matriz associada ao traço de entrada e  $\mathbf{R}_{g,j+1}$  é a matriz de autocorrelação Toeplitz

simétrica de ordem  $j + 1$ .

Supondo que o filtro de ordem  $j - 1$ , cujos coeficientes minimizam a forma quadrática de mesma ordem, é conhecido podemos, podemos escrever a relação de Levinson,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{g}_{j-1} & \mathbf{J}_{j-1}\mathbf{g}_{j-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

sendo  $\mathbf{J}_{j-1}$  a matriz identidade reversa de ordem  $j - 1$ .

Substituindo a equação (A.4) na equação (A.3) obtemos,

$$Q(g_{j,j}) = \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_{j-1}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{j-1}^T \mathbf{J}_{j-1} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{g}_{j-1} & \mathbf{J}_{j-1}\mathbf{g}_{j-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

ou de uma forma compacta,

$$Q(g_{j,j}) = \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{g,j-1}^+ & \Delta_{g,j-1} \\ \Delta_{g,j-1} & E_{g,j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

onde

$$E_{g,j-1}^+ = E_{g,j-1}^- = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_{j-1}^T & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_{j-1}^T \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{e}_{g,j-1}^{+T} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ = \mathbf{e}_{g,j-1}^{-T} \mathbf{e}_{g,j-1}^- , \quad (\text{A.7})$$

e

$$\Delta_{g,j-1} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{g}_{j-1}^T \mathbf{J}_{j-1} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_{j+1}^T \mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_{j-1} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.8})$$

Podemos verificar que

$$\mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{g}_{j-1} & \mathbf{J}_{j-1}\mathbf{g}_{j-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} . \quad (\text{A.9})$$

Desta forma, a equação (A.8) pode ser escrita como

$$\Delta_{g,j-1} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{e}_{g,j-1}^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

que corresponde ao produto escalar entre dois vetores formados a partir dos erros de predição unitária direto ( $e^+$ ) e reverso ( $e^-$ ).

Minimizando a equação (A.6) obtém-se a expressão para o cálculo de  $g_{j,j}$ ,

$$g_{j,j} = -\frac{\Delta_{g,j-1}}{E_{g,j-1}^-}, \quad (\text{A.11})$$

que corresponde à solução da equação normal,

$$\begin{bmatrix} \Delta_{g,j-1} & E_{g,j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,j} \end{bmatrix} = 0, \quad (\text{A.12})$$

associada à solução mínimos quadrados do sistema linear de equações formado com os erros de predição direto e reverso de ordem  $j - 1$ , dado a seguir:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} g_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Considerando o relacionamento de Levinson para os filtros de ordem  $j$ , direto e reverso, podemos escrever,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{g}_{j-1} & \mathbf{J}_{j-1}\mathbf{g}_{j-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \\ g_{j,j} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{J}_j\mathbf{g}_j \\ g_j & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Multiplicando a equação (A.9) pela matriz  $2 \times 2$  correspondente ao coeficiente  $g_{j,j}$ , e considerando-se a equação (A.14) temos,

$$\mathbf{X}_{j+1} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{J}_j\mathbf{g}_j \\ \mathbf{g}_j & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \\ g_{j,j} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j}^+ & \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Desta forma este algoritmo efetua a deconvolução sem a necessidade de calcular os coeficientes do filtro ou da autocorrelação. Este algoritmo conhecido como Tipo Wiener-Levinson monocanal, apresenta os seguintes passos:



• **Passos do algoritmo TWL monocanal de predição unitária**

Inicializando,

$$\mathbf{e}_{g,0}^+ = \mathbf{e}_{g,0}^- = \left[ x_0, \dots, x_m \right]^T \quad (\text{A.16})$$

$$E_{g,0}^+ = E_{g,0}^- = \mathbf{e}_{g,0}^{+T} \mathbf{e}_{g,0}^- \quad (\text{A.17})$$

do  $j=1, n$

Obtém para  $g_{j,j}$  a solução MQ do sistema linear de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} g_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Atualiza os erros de predição direto e reverso:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j}^+ & \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \\ g_{j,j} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Se desejado, calcula os coeficientes do filtro,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,1} \\ \vdots \\ g_{j,j-1} \\ g_{j,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ g_{j-1,1} & g_{j-1,j-1} \\ \vdots & \vdots \\ g_{j-1,j-1} & g_{j-1,1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{j,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

end do

## A.2 Derivação do algoritmo TWL monocanal para distância de predição arbitrária

Exemplificando para um filtro de 3 coeficientes, o traço deconvolvido com o filtro de predição L pode ser representado na forma matricial seguinte,

$$\begin{bmatrix} e_{h,L-1} \\ e_{h,L} \\ \vdots \\ e_{h,m+L} \\ e_{h,m+L+1} \\ e_{h,m+L+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{L-1} & 0 & 0 & 0 \\ x_L & x_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & x_0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & x_0 \\ x_{m+L-1} & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & x_m & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & x_m & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & x_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_{3,1} \\ h_{3,2} \\ h_{3,3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

De forma mais compacta podemos escrever,

$$\mathbf{e}_{h,3} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L & \mathbf{X}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.22})$$

A forma quadrática associada ao erro de predição para o filtro de  $j+1$  coeficientes pode ser representada como,

$$Q(\mathbf{h}_{j+1}) = \mathbf{e}_{j+1}^T \mathbf{e}_{j+1} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}_{j+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L^T \\ \mathbf{X}_{j+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L & \mathbf{X}_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.23})$$

ou seja,

$$Q(\mathbf{h}_{j+1}) = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}_{j+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 & \mathbf{r}_L^T \\ \mathbf{r}_L & \mathbf{R}_{g,j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

onde  $\mathbf{r}_L$  representa o vetor formado pelos coeficientes de autocorrelação do traço a partir da posição L e  $\mathbf{R}_{g,j+1}$  é a matriz de autocorrelação Toeplitz simétrica definida na seção anterior.

Considerando conhecidos os filtros de predição unitária e predição L de ordem j podemos escrever o relacionamento de Levinson,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{h}_j & \mathbf{J}_j \mathbf{g}_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_{j+1,j+1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.25})$$

Substituindo a equação (A.25) na equação (A.24), temos

$$Q(\mathbf{h}_{j+1}) = \begin{bmatrix} 1 & h_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}_j^T & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_j^T \mathbf{J}_j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 & \mathbf{r}_L^T \\ \mathbf{r}_L & \mathbf{R}_{g,j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{h}_j & \mathbf{J}_j \mathbf{g}_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$Q(\mathbf{h}_{j+1}) = \begin{bmatrix} 1 & h_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{h,j} & \Delta_{h,j} \\ \Delta_{h,j} & E_{g,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

onde:

$E_{h,j}$  é o mínimo da forma quadrática  $Q(\mathbf{h}_j)$ ,  $E_{g,j}$  representa a soma total dos quadrados dos erros de predição unitária do filtro de ordem  $j$  e

$$\Delta_{h,j} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{g}_j^T \mathbf{J}_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L^T \\ \mathbf{X}_{j+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L & \mathbf{X}_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{e}_{g,j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,j} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.28})$$

A equação (A.28) permite calcular a quantidade  $\Delta_{h,j}$  a partir do erro de predição unitário do filtro reverso e do erro de predição L.

Minimizando a equação (A.27), obtemos a expressão para  $h_{j+1,j+1}$

$$h_{j+1,j+1} = -\frac{\Delta_{h,j}}{E_{g,j}}, \quad (\text{A.29})$$

que corresponde à solução da equação normal

$$\begin{bmatrix} \Delta_{h,j} & E_{g,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_{j+1,j+1} \end{bmatrix} = 0, \quad (\text{A.30})$$

ou equivalentemente corresponde à solução mínimos quadrados do sistema linear de equações apresentado a seguir:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} h_{j+1,j+1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,j} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

Com  $h_{j+1,j+1}$  calculado através da equação (A.29), pode-se atualizar o erro de predição  $L$  através da seguinte equação,

$$\mathbf{e}_{h,j+1}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L & \mathbf{X}_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_L & \mathbf{X}_{j+1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_j \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J}_j \mathbf{g}_j \\ 1 \end{bmatrix} h_{j+1,j+1} \right\}, \quad (\text{A.32})$$

ou seja,

$$\mathbf{e}_{h,j+1}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,j} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} h_{j+1,j+1}. \quad (\text{A.33})$$

• **Passos do algoritmo TWL monocanal para distância de predição arbitrária**

Inicialização:

$$\mathbf{e}_{g,0}^+ = \mathbf{e}_{g,0}^- = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_m \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.34})$$

$$\mathbf{e}_{h,0} = \begin{bmatrix} x_{L-1} & \cdots & x_m & 0_{m+1} & \cdots & 0_{m+L-1} \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.35})$$

$$E_{g,0}^+ = E_{g,0}^- = \mathbf{e}_{g,0}^{+T} \mathbf{e}_{g,0}^+ \quad (\text{A.36})$$

$$h_{1,1} = -\frac{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{e}_{g,0}^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,0} \\ 0 \end{bmatrix}}{E_{g,0}} \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{e}_{h,1} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,0} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,0}^- \end{bmatrix} h_{1,1} \quad (\text{A.38})$$

do  $j=1,n$

Obtém para  $g_j, j$  a solução MQ do sistema linear de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} g_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

Atualiza os erros direto e reverso de predição unitária:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j}^+ & \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g,j-1}^+ & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g_{j,j} \\ g_{j,j} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

Obtém a solução MQ para o sistema,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j}^- \end{bmatrix} h_{j+1,j+1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,j} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.41})$$

Atualiza os erros de predição L:

$$\mathbf{e}_{h,j+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{h,j} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}_{g,j-1}^- \end{bmatrix} h_{j+1,j+1} \quad (\text{A.42})$$

end do

## APÊNDICE B

# Algoritmos tipo Wiener-Levinson multicanais

### B.1 Derivação do algoritmo TWL multicanal para distância de predição unitária

Partiremos do exemplo do filtro de 2 coeficientes e 2 canais. A equação na forma matricial para os erros de predição unitária nos canais 1 e 2 é dada a seguir,

$$\begin{bmatrix} e_{0,1}^+ & e_{0,2}^+ \\ \vdots & \vdots \\ e_{m,1}^+ & e_{m,2}^+ \\ e_{m+1,1}^+ & e_{m+1,2}^+ \\ e_{m+2,1}^+ & e_{m+2,2}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^1x_0 & {}^2x_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & {}^1x_0 & {}^2x_0 & 0 & 0 \\ {}^1x_m & {}^2x_m & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & {}^1x_m & {}^2x_m & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^1x_m & {}^2x_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}^1a_{1,1} & {}^1a_{1,2} \\ {}^1a_{2,1} & {}^1a_{2,2} \\ {}^2a_{1,1} & {}^2a_{1,2} \\ {}^2a_{2,1} & {}^2a_{2,2} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

Notamos que a primeira coluna da matriz do lado esquerdo da equação representa a deconvolução do canal 1 com um filtro de dois coeficientes em cada canal. Os índices dos coeficientes dos filtros  ${}^k a_{i,j}$  designam:

$i$ : o canal de entrada em que o coeficiente opera;

$j$ : o canal deconvolvido;

$k$ : índice auxiliar utilizado na recursão que se refere a submatrizes.

Escrevendo a expressão (B.25) de uma forma mais simples,

$$\mathbf{E}_2^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 & \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{2,1} \\ \mathbf{A}_{2,2} \end{bmatrix} = \mathbf{V}_3 \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{2,1} \\ \mathbf{A}_{2,2} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 & \begin{bmatrix} {}^1x_0 & \cdots & {}^1x_m & 0 & 0 \\ {}^2x_0 & \cdots & {}^2x_m & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{W}_0 & \begin{bmatrix} 0 & {}^1x_0 & \cdots & {}^1x_m & 0 \\ 0 & {}^2x_0 & \cdots & {}^2x_m & 0 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{W}_0 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & {}^1x_0 & \cdots & {}^1x_m \\ 0 & 0 & {}^2x_0 & \cdots & {}^2x_m \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

O termo  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade  $2 \times 2$ ,  $A_{2,1}$  e  $A_{2,2}$  são matrizes  $2 \times 2$  formadas pelos coeficientes do filtro multicanal de predição unitária.

A forma quadrática associada ao erro de predição do filtro multicanal para o filtro de  $j$  coeficientes pode ser representada como segue,

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{A}_j) &= \mathbf{E}_j^{+T} \mathbf{E}_j^+ \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{j,1}^T & \cdots & \mathbf{A}_{j,j}^T \end{bmatrix} \mathbf{V}_{j+1}^T \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{j,1}^T & \cdots & \mathbf{A}_{j,j}^T \end{bmatrix} \mathbf{R}_{A,j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{B.3}$$

onde  $\mathbf{A}_{j,i}$  para  $i = 1, \dots, j$  são matrizes quadradas de dimensão igual ao número de canais e  $\mathbf{R}_{A,j+1}$  é a matriz simétrica bloco-Toeplitz,

$$\mathbf{R}_{A,j+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_{-1} & \cdots & \mathbf{R}_{-j} \\ \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{R}_{-1} \\ \mathbf{R}_j & \cdots & \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix} \tag{B.4}$$

em que  $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{-i}^T = \mathbf{W}_i^T \mathbf{W}_0$ , para  $i = 1, \dots, j$ .

Conhecidos os operadores preditivos de erro direto e reverso de ordem  $j - 1$ , podemos escrever a relação de Levinson para o filtro multicanal,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{j,j-1} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \oplus \\ \mathbf{A}_{j-1,1} & \mathbf{B}_{j-1,j-1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{j-1,j-1} & \mathbf{B}_{j-1,1} \\ \oplus & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

onde  $\oplus$  representa a matriz nula, quadrada, de ordem  $j-1$  e  $\mathbf{B}_{j-1,i}$  para  $i = 1, \dots, j-1$  são matrizes quadradas de dimensão igual ao número de canais, formadas pelos coeficientes do filtro multicanal de predição unitária reverso, cujos erros de predição são dados por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} = \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \oplus \\ \mathbf{B}_{j-1,j-1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{j-1,1} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Considerando as equações (B.5) e (B.6), podemos rerepresentar a matriz  $\mathbf{E}_j^+$  em termos das matrizes associadas aos erros de ordem  $j-1$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j^+ &= \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \oplus \\ \mathbf{A}_{j-1,1} & \mathbf{B}_{j-1,j-1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{j-1,j-1} & \mathbf{B}_{j-1,1} \\ \oplus & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Consequentemente, a equação (B.8) fica

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{A}_j) &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{j,j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^{+T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{j-1}^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{j,j}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{A,j-1} & \Delta_{B,j-1} \\ \Delta_{A,j-1} & \mathbf{E}_{B,j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{j,j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$



onde,

$$\mathbf{E}_{A,j-1} = \mathbf{E}_{j-1}^{+T} \mathbf{E}_{j-1}^+ , \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{E}_{B,j-1} = \mathbf{E}_{j-1}^{-T} \mathbf{E}_{j-1}^- , \quad (\text{B.10})$$

$$\Delta_{A,j-1} = \Delta_{B,j-1}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E}_{j-1}^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

A equação (B.11) permite calcular os elementos da matriz  $\Delta_{A,j-1}$  a partir dos erros de predição unitária direto e reverso dos filtros multicanais de ordem  $j - 1$ .

Minimizando a equação (B.8) obtemos

$$\mathbf{A}_{j,j} = -\mathbf{E}_{B,j-1}^{-1} \Delta_{A,j-1} , \quad (\text{B.12})$$

que corresponde à solução da equação normal

$$\Delta_{A,j-1} + \mathbf{E}_{B,j-1} \mathbf{A}_{j,j} = \oplus . \quad (\text{B.13})$$

Levando em consideração as equações (B.10) e (B.11) a equação normal acima pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E}_{j-1}^{-T} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \mathbf{A}_{j,j} \right\} = \oplus , \quad (\text{B.14})$$

que equivale dizer que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \mathbf{A}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} . \quad (\text{B.15})$$

Obtido o valor de  $A_{j,j}$ , é possível atualizar os erros de predição direta de ordem  $j$  através da equação (B.7).

O erro de predição reverso multicanal de ordem  $j$  pode ser obtido através da relação,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{j,j} \\ \mathbf{B}_{j,j-1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{j,1} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \oplus & \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_{j-1,j-1} & \mathbf{A}_{j-1,1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{j-1,1} & \mathbf{A}_{j-1,j-1} \\ \mathbf{I} & \oplus \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_{j,j} \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

Multiplicando a equação (B.16) pela  $\mathbf{V}_{j+1}$  obtemos a expressão para atualização dos erros de ordem  $j$  de predição reversa,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j^- &= \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{j,j} \\ \mathbf{B}_{j,j-1} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{j,1} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{V}_{j+1} \begin{bmatrix} \oplus & \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_{j-1,j-1} & \mathbf{A}_{j-1,1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{j-1,1} & \mathbf{A}_{j-1,j-1} \\ \mathbf{I} & \oplus \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_{j,j} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{E}_{j-1}^- & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{B}_{j,j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

De maneira análoga ao que foi feito para a obtenção de  $\mathbf{A}_{j,j}$  pode-se obter  $\mathbf{B}_{j,j}$  pela solução MQ do sistema linear de equações,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{B}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{B.18})$$

Com isso a atualização dos erros de predição direto e reverso ficam

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_j^+ & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_{j,j} \\ \mathbf{A}_{j,j} & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.19})$$

- **Passos do algoritmo TWL multicanal para distância de predição unitária**

Sejam  $x_1 \cdots x_{n_c}$  os canais usados na deconvolução.

Inicialização:

$$\mathbf{E}_0^+ = \mathbf{E}_0^- = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \cdots & \cdots & \mathbf{x}_{nc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^+ & \cdots & \cdots & \mathbf{e}_{nc}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^- & \cdots & \cdots & \mathbf{e}_{nc}^- \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$\mathbf{E}_{A,0} = \mathbf{E}_{B,0} = \mathbf{E}_0^{+T} \mathbf{E}_0^+ = \mathbf{E}_0^{-T} \mathbf{E}_0^- \quad (\text{B.21})$$

do  $j=1,ncf$

Resolver com o MMQ para  $\mathbf{A}_{j,j}$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \mathbf{A}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.22})$$

Resolver com o MMQ para  $\mathbf{B}_{j,j}$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{B}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

Atualizar as matrizes de erro  $\mathbf{E}_{j-1}^+$  e  $\mathbf{E}_{j-1}^-$  de predição direta e reversa,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_j^+ & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_{j,j} \\ \mathbf{A}_{j,j} & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.24})$$

end do

## B.2 Derivação do algoritmo TWL multicanal para distância de predição arbitrária

A equação dos erros de predição L para um filtro de 3 coeficientes e dois canais de entrada é,

$$\begin{bmatrix} e_{L-1} \\ e_L \\ e_{L+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ e_{M+L} \\ e_{M+L+1} \\ e_{M+L+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^k x_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^k x_L & {}^1 x_0 & {}^2 x_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ {}^k x_{L+1} & \vdots & \vdots & {}^1 x_0 & {}^2 x_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & {}^1 x_0 & {}^2 x_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {}^k x_{M-L+1} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & {}^1 x_M & {}^2 x_M & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & {}^1 x_M & {}^2 x_M & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^1 x_M & {}^2 x_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ h_1 \\ f_1 \\ h_2 \\ f_2 \\ h_3 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

onde  ${}^k x_{L-1}$  representa o canal K a ser deconvolvido a partir dos canais 1 e 2, utilizando um filtro preditivo com L amostras e 3 coeficientes em cada um dos dois canais.

Usando uma notação semelhante à da equação (B.2) podemos escrever,

$$\mathbf{e}_{c,3} = \begin{bmatrix} {}^k \mathbf{x}_L & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_0 & \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{3,1} \\ \mathbf{c}_{3,2} \\ \mathbf{c}_{3,3} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.26})$$

onde

$$\mathbf{c}_{j,i} = \begin{bmatrix} h_i \\ f_i \end{bmatrix},$$

em que  $i = 1, 2, 3$  representa os coeficientes do operador preditivo de erro.

Para um filtro de  $j + 1$  coeficientes podemos escrever o erro de predição L na forma

$$\mathbf{e}_{c,j+1} = \begin{bmatrix} {}^k \mathbf{x}_L & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Considerando conhecidos o filtro de predição L e o erro de predição reverso de ordem j, podemos escrever a relação de Levinson como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_{j+1,1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{j,j} \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{j,1} & \mathbf{B}_{j,j} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{c}_{j,j} & \mathbf{B}_{j,1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.28})$$

Substituindo a equação (B.28) na equação (B.27), temos

$$\mathbf{e}_{c,j+1} = \begin{bmatrix} {}^k \mathbf{x}_L & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{c}_{j,1} & \mathbf{B}_{j,j} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{c}_{j,j} & \mathbf{B}_{j,1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.29})$$

Logo a forma quadrática  $\mathbf{e}_{c,j+1}^T \mathbf{e}_{c,j+1}$  pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{c}_{j+1,j+1}) &= \mathbf{e}_{c,j+1}^T \mathbf{e}_{c,j+1} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{c}_{j+1,j+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Minimizando a equação (B.30) obtemos,

$$\mathbf{c}_{j+1} = -[\mathbf{E}_j^{-T} \mathbf{E}_j^-]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.31})$$

que equivale à solução da equação normal,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^{-T} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \right\} = 0 \quad (\text{B.32})$$

associada à solução mínimos quadrados do sistema linear abaixo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \mathbf{c}_{j+1,j+1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.33})$$

- **Passos do algoritmo TWL multicanal para distância de predição arbitrária**

Inicializando para  $nc$  canais de entrada,

$$\mathbf{E}_0^+ = \mathbf{E}_0^- = \begin{bmatrix} {}^1x_0 & \cdots & {}^{nc}x_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ {}^1x_m & \cdots & {}^{nc}x_m \end{bmatrix}, \quad (\text{B.34})$$

e o sinal de entrada,

$$\mathbf{z}_j = \left[ {}^kx_{L-1} \quad {}^kx_L \quad \cdots \quad {}^kx_m \quad 0_{m+1} \quad \cdots \quad 0_{m+L-1} \right]^T = \mathbf{e}_{c,0} \quad (\text{B.35})$$

calcula  $\mathbf{c}_{1,1}$ , que é a solução mínimos quadrados do sistema linear,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_0^- \end{bmatrix} \mathbf{c}_{1,1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.36})$$

Calcula o erro,

$$\mathbf{e}_{c,1} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,0} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_0^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{1,1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

do  $j=1, n-1$

Resolve com MMQ para  $\mathbf{A}_{j,j}$  e  $\mathbf{B}_{j,j}$ ,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \mathbf{A}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.38})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \mathbf{B}_{j,j} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \quad (\text{B.39})$$

Atualiza as matrizes de erro direto e reverso,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_j^+ & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{j-1}^+ & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{E}_{j-1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_{j,j} \\ \mathbf{A}_{j,j} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (\text{B.40})$$

Resolve,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T \\ \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \mathbf{c}_{j+1,j+1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.41})$$

Atualiza o erro,

$$\mathbf{e}_{c,j+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{c,j} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_j^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{c}_{j+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.42})$$

end do

Os coeficientes da função de autocorrelação e da correlação cruzada entre os canais não são requeridos e o canal  $K$  deconvolvido com o filtro de predição  $L$  é obtido diretamente e para cada ordem  $j$ , sem que seja preciso pré-computar e aplicar o filtro preditivo multicanal. Este algoritmo também fornece todos os canais deconvolvidos com o filtro multicanal de predição unitária (Porsani e Ursin, 2007).

## Referências Bibliográficas

- Bezerra, A. C. (2001) Deconvolução preditiva multicanal utilizando interpolação de traços sísmicos e transformada tau-p, Dissert. de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Cohen, J. e Stockwell, J. J. (1997) CWP/SU: Seismic Unix Release 30, Center of Wave Phenomena, Colorado School of Mines, Colorado.
- Dragoset, B. (1999) A practical approach to surface multiple attenuation, *The Leading Edge*, **18**(1):104–108.
- Duarte, O. O. (2003) Dicionário enciclopédico inglês-português de geofísica e geologia, Petrobras-SBGF, Rio de Janeiro.
- Lamont, M. G.; Hartley, B. M. e Uren, N. F. (1999) Multiple attenuation using the mmo and isr preconditioning transforms, *The Leading Edge*, **18**:110–114.
- Lima, A. P. (1999) Deconvolução de reflexões múltiplas nos domínios  $t-x$  e  $\tau-p$  com filtros multicanais, Dissert. de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Lima, A. P. e Porsani, M. J. (2003) Deconvolução preditiva de reflexões múltiplas e peg-legs utilizando filtragem wiener-levinson multicanal., *Revista da Sociedade Brasileira de Geofísica*, **19**:303–313.
- Maciel, R. C. (2007) Deconvolução preditiva multicanal de reflexões múltiplas no domínio CRS, Tese de doutorado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Peacock, K. L. e Treitel, S. (1969) Predictive deconvolution: Theory and practice, *Geophysics*, **34**(2):155–169.
- Porsani, M. J. e Ursin, B. (2007) Direct multichannel predictive deconvolution, *Geophysics*, **72**(2):H11–H27.
- Robinson, E. A. e Treitel, S. (1980) *Geophysical Signal Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Santos, A. J. (2002) Deconvolução multicanal utilizando um algoritmo tipo Wiener-Levinson, Dissert. de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Taner, M. T.; Koehler, F. e Alhilali, K. A. (1974) Estimation and correction of near surface time anomalies, *Geophysics*, **39**(4):441–463.
- Yilmaz, O. (1987) *Seismic Data Processing*, SEG, Tulsa.