



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA



GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

OBTENÇÃO DE PERFIS E CAMPOS DE TEMPOS DE TRÂNSITO PARA MODELOS DE VELOCIDADES SÍSMICAS PARAMETRIZADOS POR SÉRIE ONDALETA HAAR

MARCOS ROBERTO DOS SANTOS ALVES

SALVADOR – BAHIA

DEZEMBRO – 2014



Obtenção de Perfis e Campos de Tempos de Trânsito para Modelos de
Velocidades Sísmicas Parametrizados por Série Ondaleta Haar

por

MARCOS ROBERTO DOS SANTOS ALVES

Orientador: Prof. Dr. Wilson Mouzer Figueiró

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

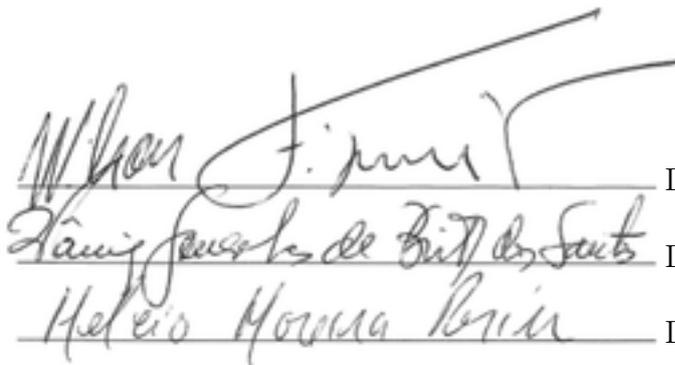
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA



Comissão Examinadora

Dr. Wilson Mouzer Figueiró

Dra. Vânia Gonçalves de Brito dos Santos

Dr. Helcio Moreira Perin

Data da aprovação: 19/12/2014

RESUMO

Este trabalho realiza o traçamento e estuda o comportamento de raios sísmicos em campos de velocidades sísmicas compressionais, isotrópicos e bidimensionais restrito a uma malha unidimensional na qual é feita uma parametrização usando séries ondaleta Haar. Deste modo, gera-se um mapa de tempos de trânsito, de primeiras chegadas de propagação de ondas geradas numa fonte situada na superfície, em toda a região de definição do campo de velocidades. Faz-se, também, modelagem sísmica de tais tempos quando da chegada da perturbação ondulatória em receptores distribuídos ao longo de um poço vertical. A única propriedade geológica considerada é a velocidade de propagação de ondas sísmicas compressionais nas rochas, o que dá origem a um campo de velocidades de duas variáveis, inicialmente considerado, sobre o qual é sobreposta uma malha senoidal com o objetivo de reduzir o número de variáveis do campo. Feito isso, aplicou-se a decomposição por série ondaleta Haar a este conjunto de dados (profundidade e velocidade), obtendo-se um conjunto de parâmetros, que são os coeficientes da série, capazes de representar o campo inicial com um certo grau de aproximação. O modelo, agora parametrizado, é, então, utilizado no traçamento de raios utilizando-se a Teoria do Raio. Este trabalho busca fornecer respostas às questões quanto a possibilidade de: parametrização de campos de velocidades sísmicas de duas variáveis utilizando-se série ondaleta Haar de uma variável e, neste contexto, geração de mapas e de perfis de tempos de trânsito.

ABSTRACT

This work carries on seismic ray tracing and studies its behavior in two-dimensional isotropic compressional seismic velocities fields that are restricted to a one-dimensional grid; over which a parameterization is done using Haar wavelet series. So that, it generates a map of traveltimes of first arrivals and propagation of waves, prompted by a source (located on the surface), throughout the velocity field's definition region. In addition, seismic modeling is also performed from those times as the wave disturbance arrives at receptors placed along a vertical borehole. The only geological property that is taken into account is the propagation velocity of compressional seismic waves in rocks, which gives rise a two-variables velocity field, that is initially considered, over which a sinusoidal grid is superimposed with the aim of reducing the number of field's variables. Once completed, the Haar wavelet decomposition is applied to this data set (depth and velocity) so that a set of parameters is obtained which are coefficients of the series that are able to represent the initial field with a certain approximate degree. The model once parameterized is, then, used for the ray tracing employing the Ray Theory. This work seeks to provide answers to questions concerning the possibility of: parameterization of two-variables seismic velocity fields using a one-variable Haar wavelet series and, in such way, generation of traveltime maps and profiles.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Aspectos Teóricos	3
1.1 Onduletas	3
1.2 Teoria do Raio	5
1.2.1 Equações do Raio	5
1.2.2 Traçamento Numérico do Raio	6
1.3 Cálculo Numérico do Tempo de Trânsito	7
1.4 Método da Bisseção	7
CAPÍTULO 2 Metodologia	9
2.1 Redução Dimensional do Modelo	9
2.1.1 Malha Senoidal	10
2.1.2 Leitura dos Pontos	10
2.2 Traçamento dos Raios	11
2.2.1 Obtenção das Velocidades de Pontos fora da Malha Senoidal	11
2.2.2 Traçamento dos Raios para obtenção dos Campos de Tempo de Trânsito	11
2.2.3 Traçamento de Raios entre Fonte e Geofones	11
2.3 Obtenção dos Tempos de Trânsito	12
2.4 Erro Relativo	12
2.5 Softwares utilizados	12
CAPÍTULO 3 Resultados Preliminares	13
3.1 Função Unidimensional	13
3.2 Função Bidimensional	15

CAPÍTULO 4	Parametrização dos Modelos por Série Ondaletas	18
4.1	Modelo da Falha Distensional (M_1)	18
4.2	Modelo da Falha Compressional (M_2)	21
4.3	Modelo da Anticlinal (M_3)	27
4.4	Modelo do Domo Salino (M_4)	32
CAPÍTULO 5	Perfis e Campos de Tempos de Trânsito	37
5.1	Modelo da Falha Distensional (M_1)	37
5.1.1	Campo de Tempos de Trânsito	37
5.1.2	Perfis de Tempo Fonte-Geofones	37
5.2	Modelo da Falha Compressional (M_2)	39
5.2.1	Campo de Tempos de Trânsito	39
5.2.2	Perfis de Tempo Fonte-Geofones	41
5.3	Modelo da Anticlinal (M_3)	41
5.3.1	Campo de Tempos de Trânsito	41
5.3.2	Perfis de Tempo Fonte-Geofones	42
5.4	Modelo do Domo Salino (M_4)	43
5.4.1	Campo de Tempos de Trânsito	43
5.4.2	Perfis de Tempo Fonte-Geofones	43
CAPÍTULO 6	Conclusões	47
Agradecimentos	48
Referências Bibliográficas	49

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Função ondaleta Haar.	3
1.2	Função escala de Haar.	5
1.3	Aplicação do método da bisseção.	8
2.1	Malha Senoidal construído a partir da função $x = g(z) = 4,5 [1 + \text{sen}(\frac{8\pi}{3}z)]$ representada em vermelho. Os pontos pretos representam os nós utilizados na parametrização e na subsequente modelagem.	10
3.1	Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho), sem o uso da função escala, com $-1 \leq j \leq 1$, $-5 \leq k \leq 5$ e 10 coeficientes não nulos.	13
3.2	Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho) com $j_0 = -1 \leq j \leq 1$, $-5 \leq k \leq 5$ e 12 coeficientes não nulos.	14
3.3	Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho) com $j_0 = -5 \leq j \leq 5$, $-10 \leq k \leq 10$ e 57 coeficientes não nulos.	14
3.4	Função $f(x)$ (azul) e sua representação (discreta) aproximada por série ondaletas (vermelho) com os seguintes índices: $j_0 = -20 \leq j \leq 20$ e $-10 \leq k \leq 200$, totalizando 1257 coeficientes não nulos.	15
3.5	Superfície $z = f(x, y)$ gerada pelo grid senoidal.	16
3.6	Curva gerada pela malha senoidal (em azul) sobre a superfície $f(x, y)$ dada pela Eq. (3.4) e a mesma curva aproximada pela série ondaletas Haar (em vermelho).	16
3.7	Superfície $z = f(x, y)$ gerada por série ondaleta Haar. Com $j_0 = -7 \leq j \leq 7$, $-120 \leq k \leq 120$ e 989 coeficientes não nulos.	17
4.1	Modelo da falha distensional (M_1). Fonte: Soares Filho et al., 2002.	18
4.2	Modelo numérico da falha distensional M_{1N} construído através da malha senoidal.	19
4.3	Modelo M_{1P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 6$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 100$; totalizando 292 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	19

4.4	Modelo M_{1P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 7$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 300$; totalizando 683 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	20
4.5	Modelo M_{1P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1000$; totalizando 3483 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	21
4.6	Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_1 . (a) Modelo numérico original: M_{1N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 292 coeficientes: M_{1P_1} . (c) Modelo parametrizado com 683 coeficientes: M_{1P_2} . (d) Modelo parametrizado com 3483 coeficientes: M_{1P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.	22
4.7	Modelo da falha compressional (M_2). Fonte: Soares Filho et al., 2002.	22
4.8	Modelo numérico da falha compressional (M_{2N}) construído através da malha senoidal.	23
4.9	Modelo M_{2P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 7$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 195$; totalizando 580 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	23
4.10	Modelo M_{2P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 800$; totalizando 3098 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	24
4.11	Modelo M_{2P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1500$; totalizando 4498 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	25
4.12	Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_2 . (a) Modelo numérico original: M_{2N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 580 coeficientes: M_{2P_1} . (c) Modelo parametrizado com 3098 coeficientes: M_{2P_2} . (d) Modelo parametrizado com 4498 coeficientes: M_{2P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.	26

4.13	Modelo da anticlinal (M_3). Fonte: Louisiana Department of Natural Resources, 2014.	27
4.14	Modelo numérico da anticlinal (M_{3N}).	27
4.15	Modelo M_{3P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 6$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 500$; totalizando 384 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	28
4.16	Modelo M_{3P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 9$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1200$; totalizando 2736 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	29
4.17	Modelo M_{3P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1300$; totalizando 4131 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	30
4.18	Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_3 . (a) Modelo numérico original: M_{3N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 384 coeficientes: M_{3P_1} . (c) Modelo parametrizado com 2736 coeficientes: M_{3P_2} . (d) Modelo parametrizado com 4131 coeficientes: M_{3P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.	31
4.19	Modelo do domo salino (M_4). Fonte: Long Island University, 2014.	32
4.20	Modelo numérico do domo salino (M_{4N}).	32
4.21	Modelo M_{4P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 8$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1000$; totalizando 1532 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	33
4.22	Modelo M_{4P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2200$; totalizando 5261 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	34
4.23	Modelo M_{4P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 11$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2500$; totalizando 8055 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.	35

4.24	Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_4 . (a) Modelo numérico original: M_{4N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 1532 coeficientes: M_{4P_1} . (c) Modelo parametrizado com 5261 coeficientes: M_{4P_2} . (d) Modelo parametrizado com 8055 coeficientes: M_{4P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.	36
5.1	Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0, 0)$ no modelo M_{1P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.	38
5.2	Campo de tempos de trânsito no modelo M_{1P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.	38
5.3	Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{1P_3}	39
5.4	Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{1P_3}	39
5.5	Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0, 0)$ no modelo M_{2P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.	40
5.6	Campo de tempos de trânsito no modelo M_{2P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.	40
5.7	Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{2P_3}	41
5.8	Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{2P_3}	42
5.9	Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0, 0)$ no modelo M_{3P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.	42
5.10	Campo de tempos de trânsito no modelo M_{3P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.	43
5.11	Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{3P_3}	44
5.12	Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{3P_3}	44

5.13	Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0, 0)$ no modelo M_{4P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.	45
5.14	Campo de tempos de trânsito no modelo M_{4P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.	45
5.15	Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{4P_3}	46
5.16	Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{4P_3}	46

INTRODUÇÃO

De forma sempre crescente, a demanda por hidrocarbonetos faz com que a pesquisa tecnológica devotada à geofísica tome um caráter cada vez mais preeminente e importante. Sabendo-se que o emprego de uma massiva tecnologia para tal empreendimento começa pela conquista de meios e métodos computacionais eficientes e efetivos, que evite o dispêndio desnecessário de recursos, não é de se admirar, portanto, o interesse por parametrizações cada vez melhores de propriedades de modelos geológicos. Uma rápida pesquisa na literatura é o bastante para indicar que nos últimos anos foram feitas várias tentativas de parametrização por determinadas funções matemáticas, tais como: matriciais (dos Santos & Figueiró, 2006), trigonométricas (Santos, 2008), polinomiais (dos Santos & Figueiró, 2011) e *splines* (Santana & Figueiró, 2008). Ultimamente, um grande interesse vem sendo devotado às séries ondaletas na parametrização de campos de velocidades sísmicas, tais como: Haar (Perin & Figueiró, 2012), Morlet (Bastos & Figueiró, 2013), Shannon (Nascimento, 2014) e Chapéu Mexicano (Mello & Figueiró, 2014). É, justamente, um destes tipos (Haar) que é usado neste trabalho.

Ondaletas são de vários tipos, determinadas por suas bases, que podem ser de: senos, polinômios ortogonais, funções de Haar, e etc. Elas são entidades matemáticas que podem aproximar funções, contínuas por partes e quadrado integráveis, pela combinação linear de ondaletas-filhas (que formam bases de funções). Neste trabalho, usar-se-á ondaletas Haar para representar funções com descontinuidades e picos, que representam campos bidimensionais de velocidades sísmicas compressionais cobertos por uma malha senoidal, cuja função é diminuir a dimensão (ou reduzir o número de variáveis) do modelo e tornar possíveis os cálculos.

Avaliando-se a praticabilidade de tal representação, passa-se para o traçamento de raios sísmicos, fundamentando-se na Teoria do Raio. As trajetórias dos raios aproximam-se de curvas perpendiculares às frentes de onda que se propagam nos meios isotrópicos considerados. Daí, também, calcula-se o tempo de trânsito, aproximado, que cada raio, individualmente, gastou em sua viagem da fonte até os receptores, que, no caso, estarão situados em um poço vertical.

O mesmo estratagema foi, então, usado para obter-se campos de tempos de trânsito dos raios sísmicos. Ou seja, utilizando-se os tempos decorridos desde a origem do raio (na fonte) até cada um dos *nós* de sua trajetória (que pode não ser retilínea, e sim encurvada obedecendo possíveis variações da velocidade sísmica no modelo), gerou-se um campo bidimensional que para cada ponto do modelo atribui o tempo de trânsito de primeira chegada da onda gerada.

Este trabalho busca fornecer resposta às seguintes questões: é possível parametrizar campos

de velocidades sísmicas de duas variáveis utilizando-se série ondaleta Haar de uma variável sobre uma malha senoidal que oscila na direção horizontal? Em caso afirmativo, é possível gerar mapas de tempos de trânsito sobre o domínio de definição do campo parametrizado por série ondaleta Haar, utilizando-se traçamento de raios? Pode-se dizer que é satisfatória a modelagem de tempos de trânsito calculados em posições de receptores distribuídos ao longo de um poço vertical?

CAPÍTULO 1

Aspectos Teóricos

1.1 Ondaletas

Ondaletas são antes de qualquer coisa funções. O nome ondaleta deriva do fato de que sua integração resulta em um valor nulo, dada a sua “ondulação” acima e abaixo do eixo das abscissas (média ou integral nulas). Existem muitos tipos de ondaletas, sendo a mais simples a função ondaleta Haar dada por:

$$\psi(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t < 0,5 \\ -1, & 0,5 \leq t < 1 \\ 0, & t \notin [0, 1[. \end{cases} \quad (1.1)$$

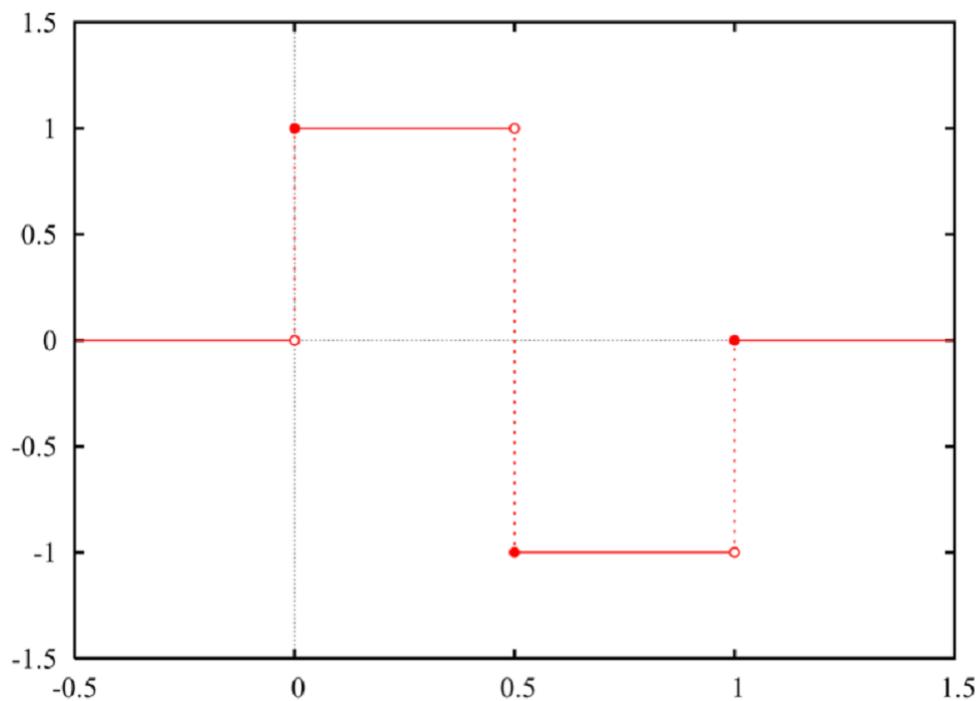


Figura 1.1: Função ondaleta Haar.

Assim como senos e cossenos na análise de Fourier, as funções ondaletas, também chamadas

de ondaletas-mãe, vide Eq. (1.1) e Fig. 1.1, podem ser usadas como bases para representar outras funções graças à possibilidade de serem transladadas, dilatadas (ou contraídas) e amplificadas (ou reduzidas). As ondaletas-filha tomam a seguinte forma:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k), j e k \in \mathbb{Z}. \quad (1.2)$$

Esta forma constitui uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$, que é o espaço das funções quadrado integráveis. Por uma dilatação binária 2^j e uma translação diática $k2^{-j}$ (Morettin, 1999), a partir da ondaleta Haar, substituindo-se a Eq.(1.1) na Eq.(1.2), tem-se:

$$\psi_{j,k} = \begin{cases} 2^{j/2}, & 2^{-j}k \leq t < 2^{-j}(k + 0,5) \\ -2^{j/2}, & 2^{-j}(k + 0,5) \leq t < 2^{-j}(k + 1) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1.3)$$

Sendo $\{\psi_{j,k}\}$ uma base ortonormal e $f(x)$ uma função quadrado integrável qualquer, pode-se representá-la por:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k}\psi_{j,k}(x), \quad (1.4)$$

onde,

$$d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi_{j,k}(x)dx. \quad (1.5)$$

Um fator determinante na qualidade da representação da função $f(x)$ é a função escala ϕ , também conhecida por ondaleta-pai, cuja base de funções é definida pela Eq.(1.6):

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\phi(2^j x - k). \quad (1.6)$$

A função escala de Haar, por sua vez, é dada por:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1.7)$$

Substituindo-se a Eq.(1.7) na Eq.(1.6) obtém-se:

$$\phi_{j,k}(x) = \begin{cases} 2^{j/2}, & 2^{-j}k \leq t < 2^{-j}(k + 1) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1.8)$$

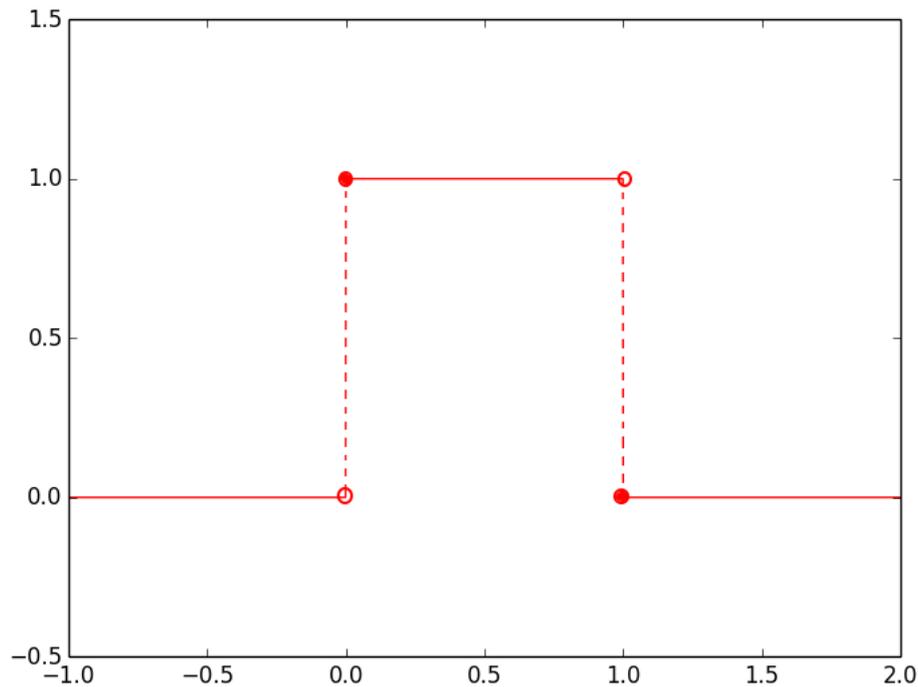


Figura 1.2: Função escala de Haar.

Finalmente, pode-se aproximar a função $f(x)$ usando-se a Eq.(1.9):

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(x) + \sum_{j \geq j_0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad (1.9)$$

onde

$$c_{j_0,k} = \langle f, \phi_{j_0,k} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi_{j_0,k}(x) dx. \quad (1.10)$$

1.2 Teoria do Raio

1.2.1 Equações do Raio

Para o traçamento dos raios sísmicos utilizou-se a teoria do raio (Červený, 2005), que oferece uma aproximação da propagação ondulatória em meios heterogêneos através da solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} = \vec{P}(\tau) \\ \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}\left[\frac{1}{v^2(x,z)}\right], \end{cases} \quad (1.11)$$

onde

$$\tau = \int_0^t v^2 dt, \quad (1.12)$$

$v(x, z)$ representa a velocidade sísmica em um dado ponto (x, z) de um modelo bidimensional, $\vec{X}(\tau)$ é o vetor posição dos pontos da trajetória do raio, e $\vec{P}(\tau)$ é o vetor vagarosidade tangente à trajetória do raio no ponto $(x(\tau), z(\tau))$ e perpendicular à frente de onda em meios isotrópicos. Na Eq. (1.12), t é o tempo de trânsito ao longo do trajeto do raio. O vetor $\vec{P} = (P_x, P_z)$ satisfaz a equação eiconal que é dada por:

$$\|\vec{P}\| = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \frac{1}{v(x, z)}. \quad (1.13)$$

1.2.2 Traçamento Numérico do Raio

Adaptando-se o sistema de Eqs. (1.11) para uso em um ambiente numérico através da expansão em série de Taylor até seu segundo termo, fica:

$$\begin{cases} \vec{X}(\tau + \delta\tau) = \vec{X}(\tau) + \frac{d\vec{X}(\tau)}{d\tau} \cdot \delta\tau = \vec{X}(\tau) + \vec{P}(\tau)\delta\tau \\ \vec{P}(\tau + \delta\tau) = \vec{P}(\tau) + \frac{d\vec{P}(\tau)}{d\tau} \cdot \delta\tau = \vec{P}(\tau) + \frac{1}{2}\vec{\nabla}\left[\frac{1}{v^2(x,z)}\right]\delta\tau, \end{cases} \quad (1.14)$$

onde

$$\vec{\nabla}\left[\frac{1}{v^2(x, z)}\right] \approx \left(\frac{\frac{1}{v^2(x+\Delta x, z)} - \frac{1}{v^2(x, z)}}{\Delta x}, \frac{\frac{1}{v^2(x, z+\Delta z)} - \frac{1}{v^2(x, z)}}{\Delta z} \right). \quad (1.15)$$

O resultado é que, numericamente, a trajetória assume um caráter poligonal, onde, em cada *nó*, o vetor \vec{P} recebe um valor dado pelo valor de \vec{P} corrigido pelo gradiente do quadrado da vagarosidade, ambos calculados no *nó* anterior.

1.3 Cálculo Numérico do Tempo de Trânsito

O tempo de trânsito de uma propagação ondulatória que percorre uma trajetória C de um raio sísmico pode ser calculado pela equação:

$$t(C) = \int_C \frac{ds}{v(x, z)}, \quad (1.16)$$

onde C é também a trajetória ao longo da qual o tempo é mínimo e ds representa um elemento de comprimento de arco de C .

No método de traçamento numérico de raios descrito na seção anterior, viu-se que a trajetória é poligonal, sendo assim o tempo de trânsito total é obtido pelo somatório dos tempos que a onda leva para ir de um nó a outro da poligonal. Daí que, sendo v_i a velocidade sísmica em cada um dos nós, tem-se que o tempo gasto pela onda para sair do nó (x_0, z_0) e chegar no (x_k, z_k) é dado por:

$$t(x_k, z_k) = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{v_i} \cdot \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}. \quad (1.17)$$

E para chegar no nó (x_{k+1}, z_{k+1}) por:

$$t(x_{k+1}, z_{k+1}) = t(x_k, z_k) + \frac{1}{v_k} \cdot \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2}. \quad (1.18)$$

A Eq. (1.18) pode ter dois usos:

- dar o tempo gasto pela onda na trajetória do raio para cada nó (partindo-se da fonte), que pode ser guardado e utilizado para a feitura de um mapa de contorno do campo de tempos de trânsitos em relação àquela mesma fonte sísmica, e
- dar o tempo total da onda em sua viagem da fonte até os pontos nos quais encontram-se posicionados os geofones.

1.4 Método da Bisseção

Uma grande parte dos problemas numéricos consiste, basicamente, em resolver a equação $f(x) = 0$ para uma dada função $f(x)$. Para funções de uma variável existem vários métodos disponíveis, por exemplo: da secante, de Newton, do ponto fixo, e etc. (Chapra e Canale, 2009). Entretanto, no presente trabalho foi utilizado o método da bisseção, devido à sua

facilidade de implementação computacional, acurácia satisfatória, relativa rapidez, e ao fato da $f(x)$ ser contínua.

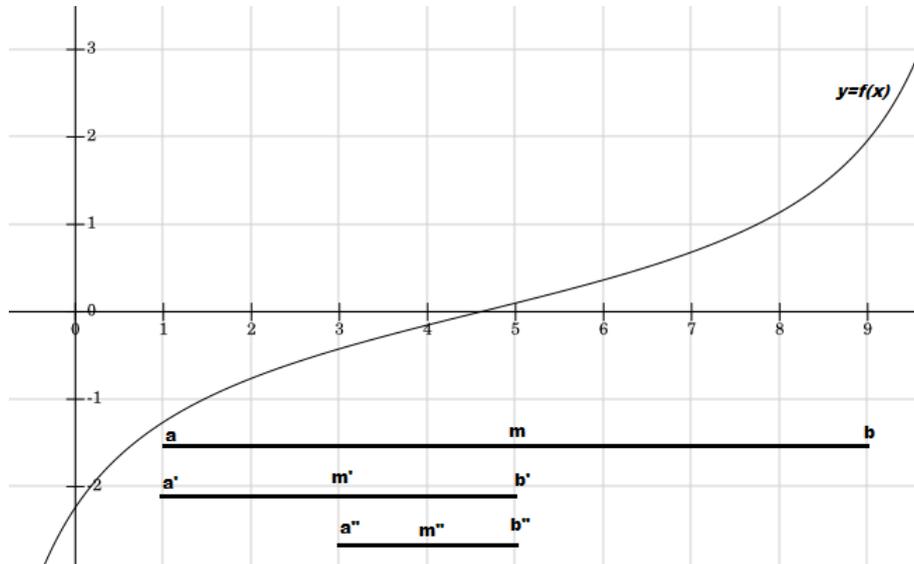


Figura 1.3: Aplicação do método da bisseção.

Este método consiste dos seguintes passos (vide Fig. 1.3):

1. Escolher um intervalo, com extremidades inferior $x_1 = a$ e superior $x_2 = b$, que contenha a raiz de $f(x) = 0$, ou seja, de tal modo que: $f(a) \cdot f(b) < 0$;
2. Calcular uma estimativa da raiz $\bar{x} = m$ (média aritmética entre x_1 e x_2 , que divide o intervalo em dois subintervalos);
3. Avaliar :
 - Se $f(a) \cdot f(m) < 0$, significa que a raiz localiza-se no subintervalo inferior, portanto faz-se $x_2 = m$ e retorna-se para o passo 2.
 - Se $f(a) \cdot f(m) > 0$, significa que a raiz localiza-se no subintervalo superior, portanto faz-se $x_1 = m$ e retorna-se para o passo 2.
 - Se $f(a) \cdot f(m) = 0$, significa que a raiz é $\bar{x} = m$, portanto, a computação é finalizada.

CAPÍTULO 2

Metodologia

2.1 Redução Dimensional do Modelo

Os campos de velocidades sísmicas compressionais provenientes de modelos geológicos-numéricos usados neste trabalho foram escolhidos por representarem ambientes onde sistemas petrolíferos normalmente se desenvolvem. Tratam-se de funções de duas variáveis, tais que para cada ponto do meio bidimensional, atribui-se um valor de velocidade sísmica compressional.

Essa situação caracteriza um cenário no qual há uma correspondência $v = f(x, z)$, onde a velocidade tratada acima é função do afastamento horizontal, x , medido horizontalmente a partir de uma origem convencionada em $(0,0)$ e da profundidade z .

Sabe-se que uma relação deste tipo apresenta duas dimensões, uma para cada variável. Dado que a Eq. (1.9) vale somente para funções de uma variável; lançou-se mão, neste trabalho, de uma estratégia para a diminuição da dimensão do modelo.

O estratagema, no caso, consiste em tornar a função $v = v(x, z)$ numa de única variável em termos aproximados. Isto pode ser feito através da criação de uma relação entre x e z , tal como: $x = x(z)$, onde o gráfico $(x(z), z)$ consiga cobrir do modo mais completo possível o domínio de definição da função v . Sendo assim, a função v pode ser vista como $v(z) = v(x(z), z)$. Evidentemente, neste trabalho, tal técnica de redução da dimensão do modelo tem um caráter puramente aproximativo.

Em termos mais formais, pode-se dizer que a função $v: X \times Z \rightarrow [V_{min}, V_{max}]$ dada por $v(x, z) = v$ é substituída por $v: Z \rightarrow [v_{min}, v_{max}]$ definida por $v(z) = v(x(z), z) = v$, onde $(x(z), z) \in X \times Z, \forall z \in Z$.

Em outras palavras, deseja-se que $g(z)$ cubra, de forma efetiva, a região estudada, ou seja, dada a totalidade dos pontos do domínio $X \times Z$ em questão, (x, z) , (não necessariamente cobertos por g) e dado o conjunto dos pontos $\{(g(z), z), z \in Z\}$, passa-se a usar este último para recuperar o modelo inicial de maneira razoável e com o mínimo de lacunas (ou seja, de regiões não cobertas por g).

Neste trabalho, usou-se a função seno para tal emprego:

$$x = g(z) = k [1 + \text{sen}(\omega z)]. \quad (2.1)$$

Sendo assim, a função v passa a ser vista como:

$$v = v(z) = v(x(z), z) = v[k(1 + \text{sen}(\omega z)), z]. \quad (2.2)$$

2.1.1 Malha Senoidal

A função $g(z)$ mostrada na seção anterior na Eq. (2.1), é uma função contínua. Por motivos de ordem prática trabalhou-se aqui numericamente, com valores típicos de velocidade sísmica extraídos do modelo original. A metodologia usada consistiu do uso de uma malha senoidal conforme a Fig. 2.1:

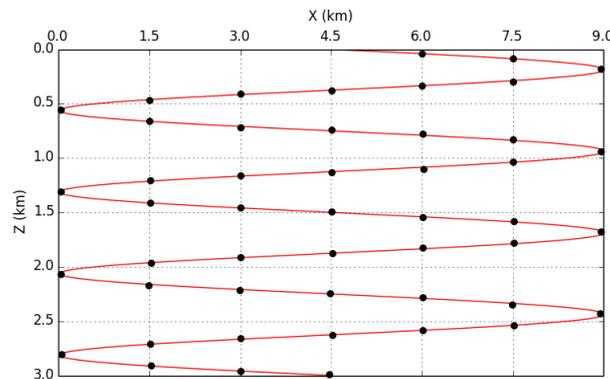


Figura 2.1: Malha Senoidal construído a partir da função $x = g(z) = 4,5 [1 + \text{sen}(\frac{8\pi}{3}z)]$ representada em vermelho. Os pontos pretos representam os nós utilizados na parametrização e na subseqüente modelagem.

2.1.2 Leitura dos Pontos

Os valores das velocidades representados nos pontos da malha senoidal (vide Fig. 2.1) foram lidos de forma automatizada através de algumas manipulações levadas a cabo por simples edições de imagem do modelo aliadas a um programa escrito em linguagem *Python*. Desta forma assegurou-se confiabilidade ao modelo geológico original, bem como um número considerável de pontos (por volta de 60.000).

2.2 Traçamento dos Raios

2.2.1 Obtenção das Velocidades de Pontos fora da Malha Senoidal

Embora a malha senoidal tenha oferecido uma boa cobertura, há, durante o traçamento do raio sísmico, a necessidade de conhecer-se os valores da velocidade, $v(x_k, z_k)$ nos nós da trajetória poligonal do raio fora da malha. Para tanto, usou-se a interpolação de Shepard (Paulo, 2009) dada por:

$$v(x, z) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot v_i,$$

$$w_i = \frac{h_i^{-2}}{\sum_{j=1}^n h_j^{-2}}, \quad (2.3)$$

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (z - z_i)^2},$$

onde n é o número de pontos pertencentes à malha senoidal.

2.2.2 Traçamento dos Raios para obtenção dos Campos de Tempo de Trânsito

Os raios foram traçados utilizando a Eq. (1.14). A fonte foi fixada no ponto $(0, 0)$ e o ângulo de saída do raio variado de 1 até atingir 90 graus com passo de 1°. O traçamento de cada raio chega ao fim quando ele atinge uma das bordas do modelo.

2.2.3 Traçamento de Raios entre Fonte e Geofones

Os raios, neste caso, também foram traçados utilizando a Eq. (1.14). Porém, aqui, contou-se com o método da bisseção (Fig. 1.3) para encontrar o ângulo de saída do raio que consegue chegar a um dado geofone localizado a uma profundidade z_i , com $i \in \{1, 2, \dots, 60\}$. A distância entre geofones sucessivos é de 0,05 km e a tolerância (ϵ) entre o ponto de chegada do raio e a posição do geofone é de 0,001 km para cima ou para baixo.

Ou seja, o método da bisseção é aplicado para satisfazer as seguintes equações:

$$|z_{\alpha_i}(x = 9,0 \text{ km}) - r| < \epsilon, \quad r \in [0; 3,0], \quad (2.4)$$

sendo $z_{\alpha_i}(x = 9,0 \text{ km})$ a profundidade atingida no poço pela trajetória do raio que parte da fonte com ângulo α_i , e r é a posição do receptor que se deseja atingir. Quando a tolerância

é satisfeita o ângulo α_i correspondente é escolhido como o de partida do raio que atinge o receptor r .

A aplicação do método da bisseção no problema de conexão das posições de fonte e receptor com a trajetória do raio se dá através da resolução da equação $f(\alpha_i) = (z_{\alpha_i}(9, 0) - r) = 0$, onde $z_{\alpha_i}(9, 0)$ é a coordenada z do ponto do raio, com ângulo de partida α_i , que intercepta o poço vertical, ou seja, o z da trajetória do raio para o qual $x = 9, 0$ km.

2.3 Obtenção dos Tempos de Trânsito

Os tempos de trânsito são calculados em cada nó da trajetória poligonal por sucessivas iterações da Eq. (1.18). Como dito, esses tempos podem ser usados seja para criar-se um mapa de contorno com seus valores (dando assim uma visão bidimensional temporal a partir da origem dos raios), seja para calcular o tempo total de trânsito entre as posições de fonte e de geofones nos poços.

2.4 Erro Relativo

O erro relativo percentual foi obtido através da Eq. (2.5):

$$\delta_i = \frac{|V_{oi} - V_{pi}|}{|V_{oi}|} \times 100\%, \quad (2.5)$$

onde i representa um ponto genérico no modelo, e V_{oi} e V_{pi} são os valores da velocidade no ponto i nos modelos numérico e parametrizado, respectivamente.

2.5 Softwares utilizados

Todos os cálculos numéricos foram levados a cabo lançando mão da linguagem de programação Python, com a ajuda de pacotes especiais para uso científico: NumPy, SciPy e Matplotlib. Os modelos numéricos, bem como os mapas de erro relativo, foram plotados pelo software Surfer 11. O ajuste das curvas dos perfis de tempos de trânsito foram construídas utilizando o subpacote *scipy.interpolate.UnivariateSpline*.

CAPÍTULO 3

Resultados Preliminares

3.1 Função Unidimensional

Testou-se o algoritmo escrito para a decomposição em ondaletas para a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \in [0, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases} \quad (3.1)$$

Primeiramente, utilizou-se uma pequena quantidade de parâmetros e sem o uso da base gerada pela função escala, Eq. (1.8), obtendo-se uma parametrização com apenas 10 coeficientes não nulos tal como mostrado na Fig. 3.1.

Utilizando-se os mesmos índices: $j_0 = -1 \leq j \leq 1$ e $-5 \leq k \leq 5$, agora usando o primeiro somatório da Eq. (1.9), obteve-se a Fig. 3.2, indicando a grande influência das ondaletas-filhas provenientes da função escala, $\phi_{j_0,k}(x)$, para se obter uma boa aproximação de uma

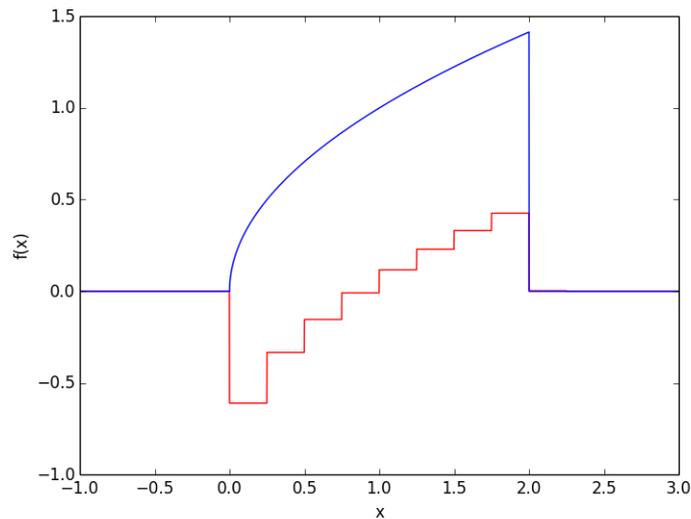


Figura 3.1: Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho), sem o uso da função escala, com $-1 \leq j \leq 1$, $-5 \leq k \leq 5$ e 10 coeficientes não nulos.

função através da série ondaletas Haar.

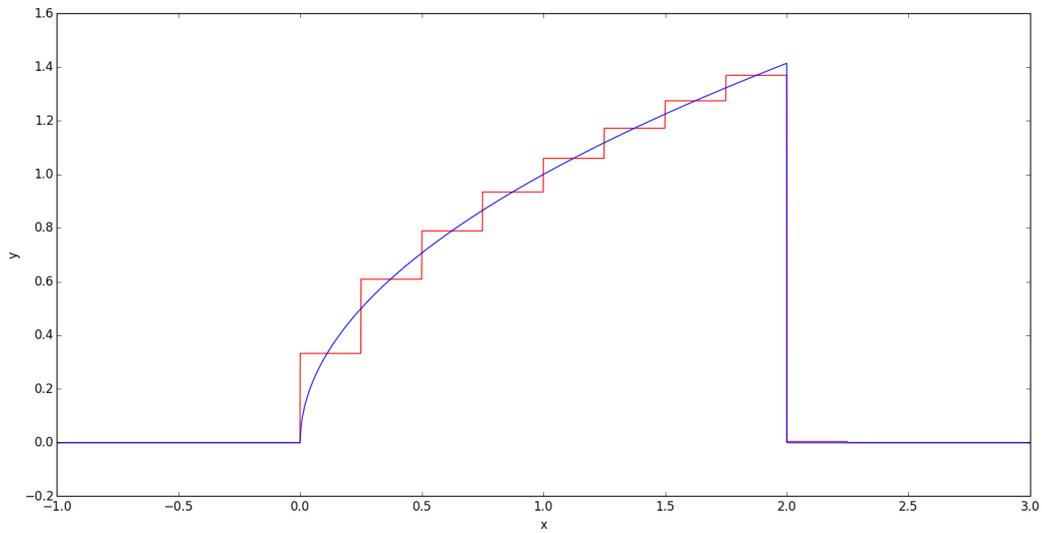


Figura 3.2: Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho) com $j_0 = -1 \leq j \leq 1$, $-5 \leq k \leq 5$ e 12 coeficientes não nulos.

Aumentando-se a quantidade de parâmetros, se tem uma curva mais aproximada da função $f(x)$ dada pela Eq. (3.1), porém o número de coeficientes não nulos necessário é maior (Fig. 3.3).

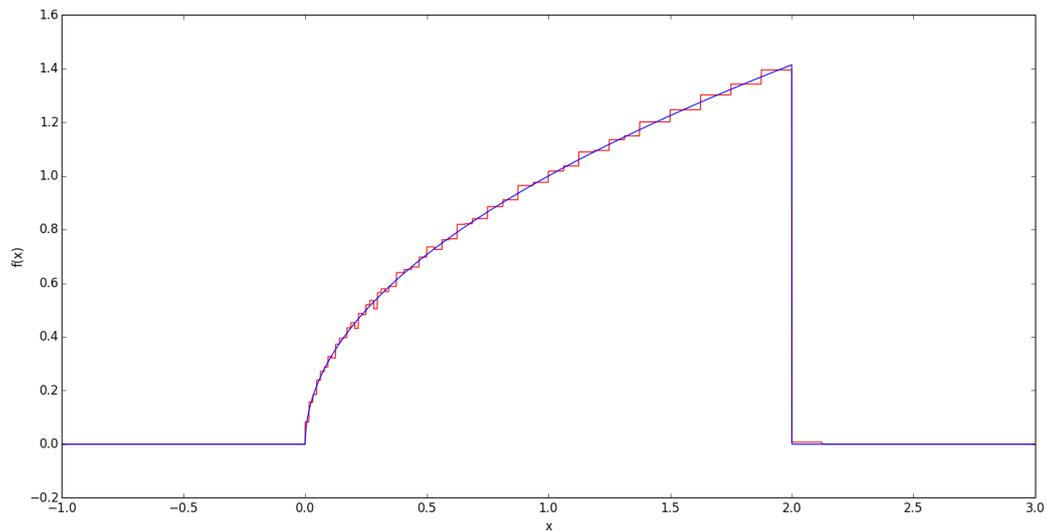


Figura 3.3: Função $f(x)$ (azul) e a curva obtida por série ondaletas Haar (vermelho) com $j_0 = -5 \leq j \leq 5$, $-10 \leq k \leq 10$ e 57 coeficientes não nulos.

Entretanto, aumentando-se muito o número de índices j e k a curva produzida pela série ondaleta diverge para valores de x pequenos como mostra a Fig. 3.4. Este fenômeno ganha

importância na representação de campos velocidades, onde por vezes é necessária uma quantidade de parâmetros considerável, de forma a dar conta da grande variabilidade da curva proveniente do campo de velocidades visto através da malha senoidal.

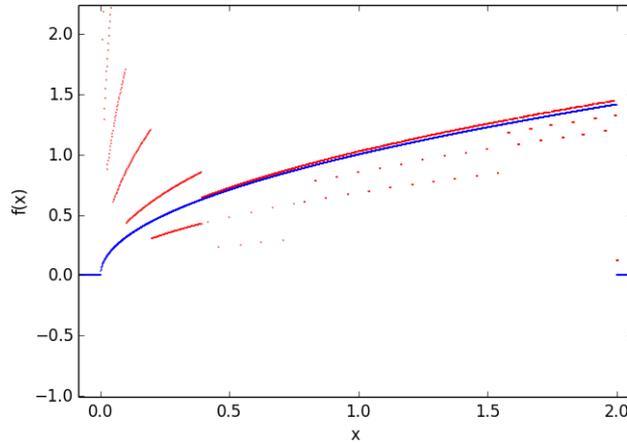


Figura 3.4: Função $f(x)$ (azul) e sua representação (discreta) aproximada por série ondaletas (vermelho) com os seguintes índices: $j_0 = -20 \leq j \leq 20$ e $-10 \leq k \leq 200$, totalizando 1257 coeficientes não nulos.

3.2 Função Bidimensional

No caso de uma função de duas variáveis, além do teste envolvendo a parametrização em si, também avaliou-se a praticabilidade da malha senoidal em redimensionar o domínio da função, já que esta, agora, é uma superfície dependendo de duas variáveis (x e z).

A função considerada foi:

$$f(x, y) = z = \cos\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) + 1, \quad (3.2)$$

cujo domínio $D = [-4, 4] \times [-4, 4]$ foi coberto por uma malha senoidal dada por:

$$x = x(y) = 4\text{sen}(30y). \quad (3.3)$$

A Fig. 3.5 mostra a superfície vista através da malha senoidal. Substituindo-se a Eq. (3.3) na Eq. (3.2), tem-se:

$$z = f(4\text{sen}(30y), y) = \cos\left(\sqrt{16\text{sen}^2(30y) + y^2}\right) + 1. \quad (3.4)$$

O gráfico da Eq.(3.4) é mostrado na Fig. 3.6.

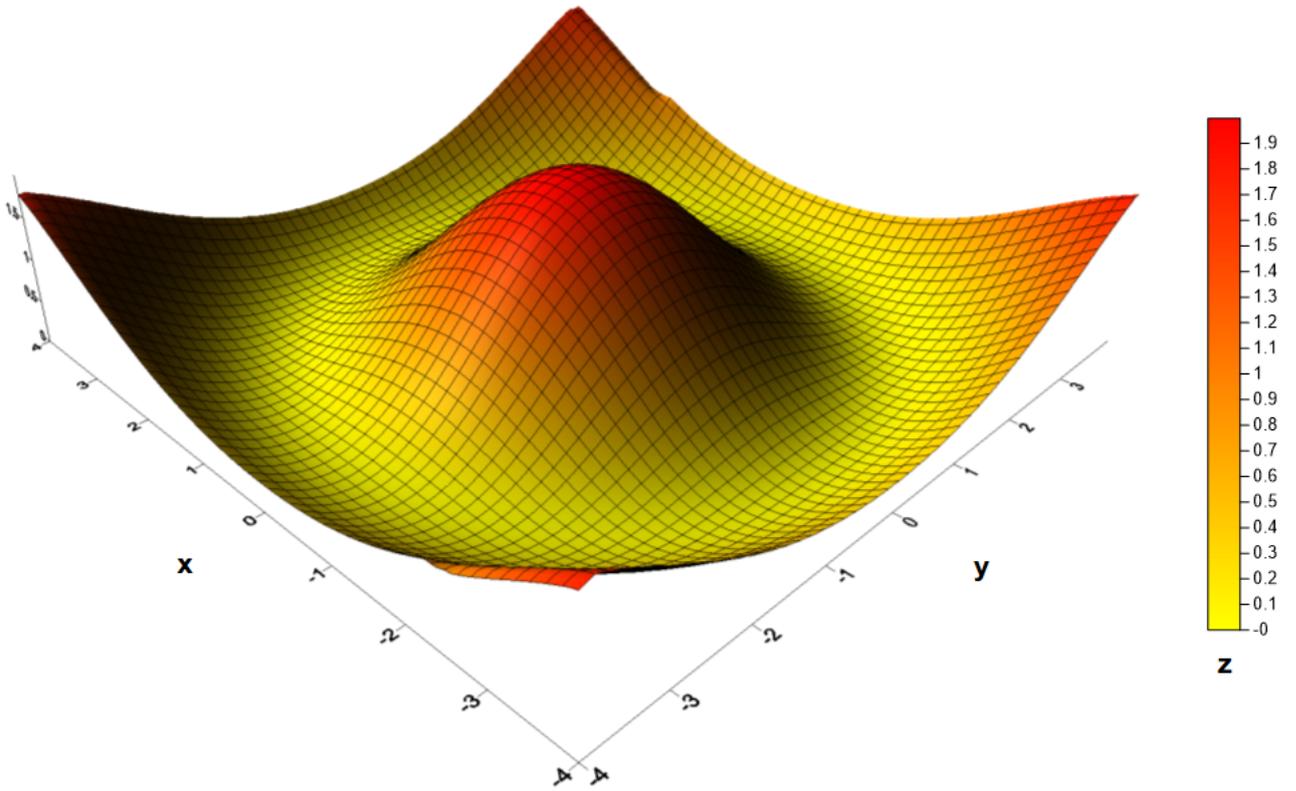


Figura 3.5: Superfície $z = f(x, y)$ gerada pelo grid senoidal.

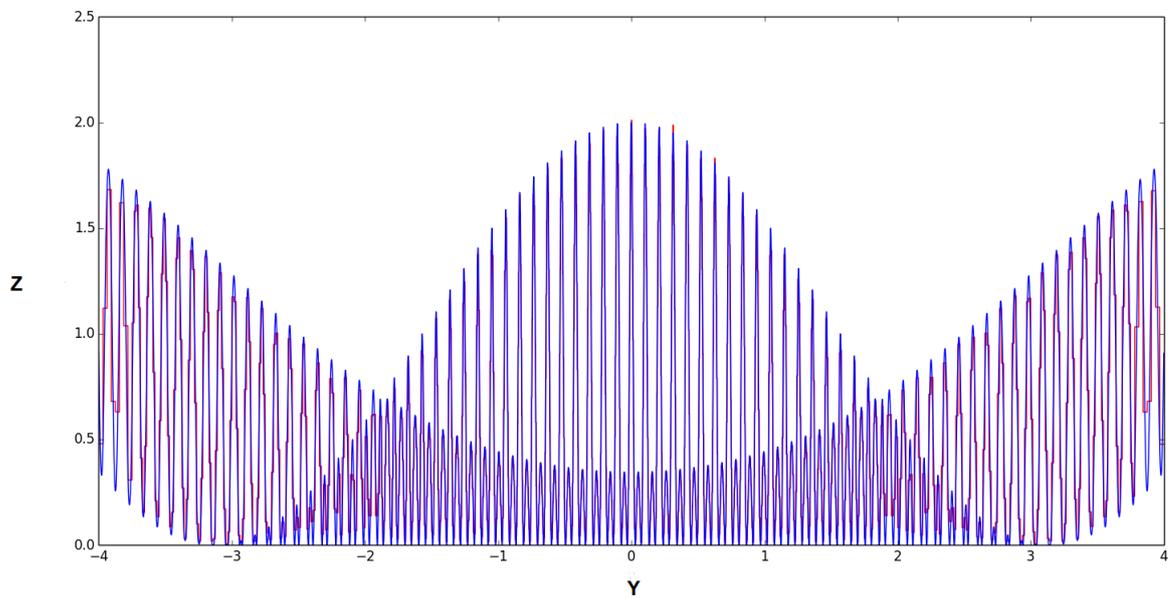


Figura 3.6: Curva gerada pela malha senoidal (em azul) sobre a superfície $f(x, y)$ dada pela Eq. (3.4) e a mesma curva aproximada pela série ondaletas Haar (em vermelho).

Finalmente, na Fig. 3.7, vê-se o resultado da parametrização. Foram necessários 989 coeficientes não nulos.

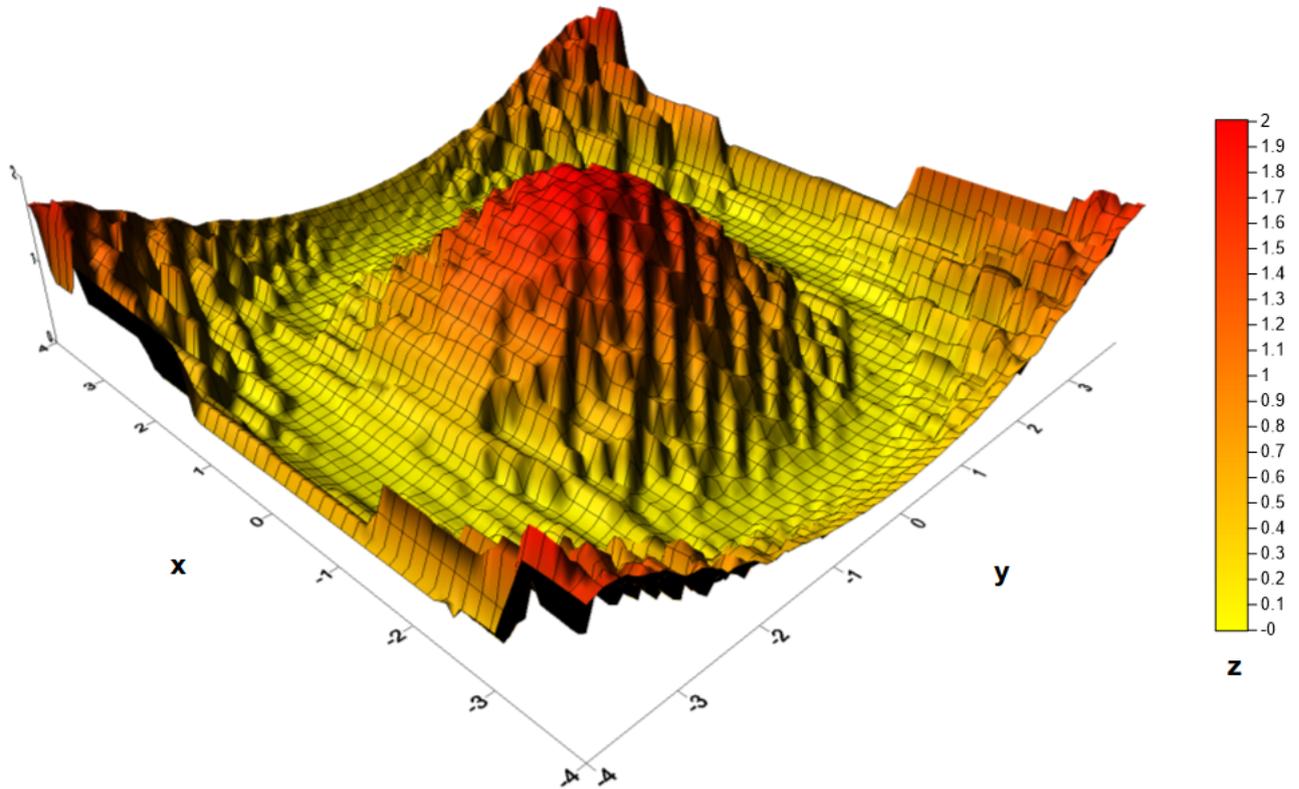


Figura 3.7: Superfície $z = f(x, y)$ gerada por série ondaleta Haar. Com $j_0 = -7 \leq j \leq 7$, $-120 \leq k \leq 120$ e 989 coeficientes não nulos.

CAPÍTULO 4

Parametrização dos Modelos por Série Ondaletas

Tendo-se em vista uniformizar a simbologia com respeito aos diferentes modelos referenciados neste trabalho, adota-se o seguinte: M_i (i -ésimo modelo geológico considerado), M_{iN} (modelo numérico do campo de velocidades proveniente de M_i), M_{iP_1} , M_{iP_2} e M_{iP_3} (modelos obtidos através da primeira, segunda e terceira parametrizações de M_{iN} utilizadas neste trabalho, respectivamente). O índice $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Deste modo, consegue-se reconhecer todos os modelos de modo abreviado e unívoco.

4.1 Modelo da Falha Distensional (M_1)

O primeiro modelo parametrizado foi o da falha distensional (Fig. 4.1). Trata-se de um modelo com poucas variações horizontais, principalmente em profundidades mais rasas e também na camada mais profunda, o que fez com que a curva gerada pela malha senoidal, nestas regiões, oscilassem menos (vide Fig. 4.6).

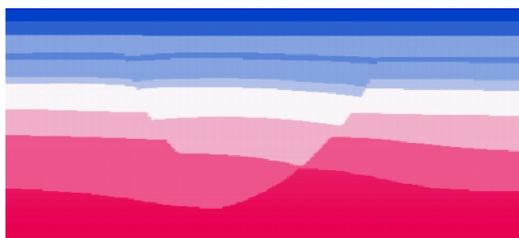


Figura 4.1: Modelo da falha distensional (M_1). Fonte: Soares Filho et al., 2002.

A malha senoidal foi sobreposta a M_1 até a profundidade máxima de 3,0 km, cobriu toda a distância horizontal de 9,0 km, utilizando por volta de 60000 pontos e gerou o modelo numérico M_{1N} conforme mostrado na Fig. 4.2.

Na Fig. 4.3 vê-se o resultado da parametrização de M_{1N} utilizando-se 292 coeficientes não nulos, bem como a distribuição espacial das regiões com maior erro relativo percentual. Ficou evidente que as regiões com maior variação horizontal de M_{1N} foram aplanadas, de modo a

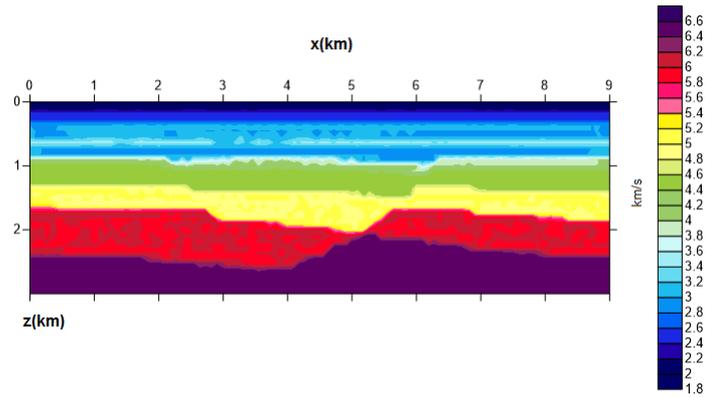


Figura 4.2: Modelo numérico da falha distensional M_{1N} construído através da malha senoidal.

quase perder seu caráter de uma falha distensional.

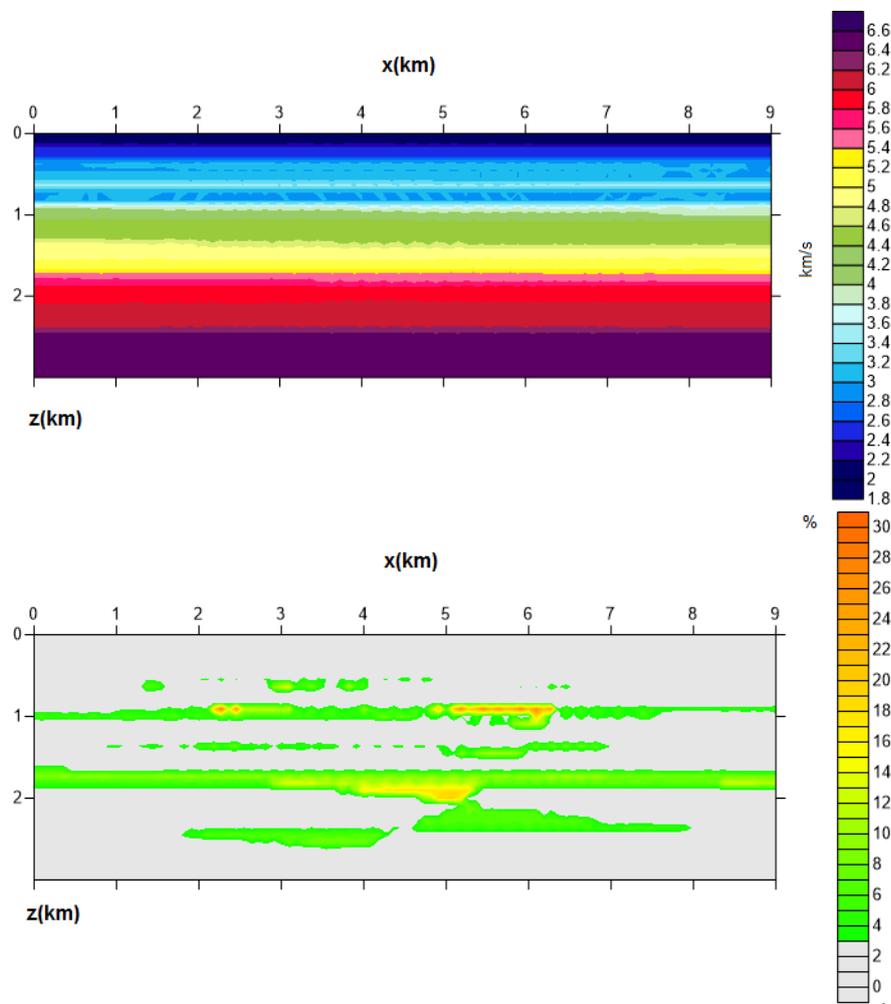


Figura 4.3: Modelo M_{1P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 6$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 100$; totalizando 292 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

A segunda parametrização de M_{1N} utilizou mais coeficientes não nulos totalizando 683, tal como mostrado na Fig. 4.4 na qual também observa-se que não houve muita diferença na distribuição dos erros relativos percentuais entre esta parametrização (M_{1P_2}) e a anterior (vide Fig. 4.3) muito embora M_{1P_2} seja mais fidedigno ao modelo original do que M_{1P_1} .

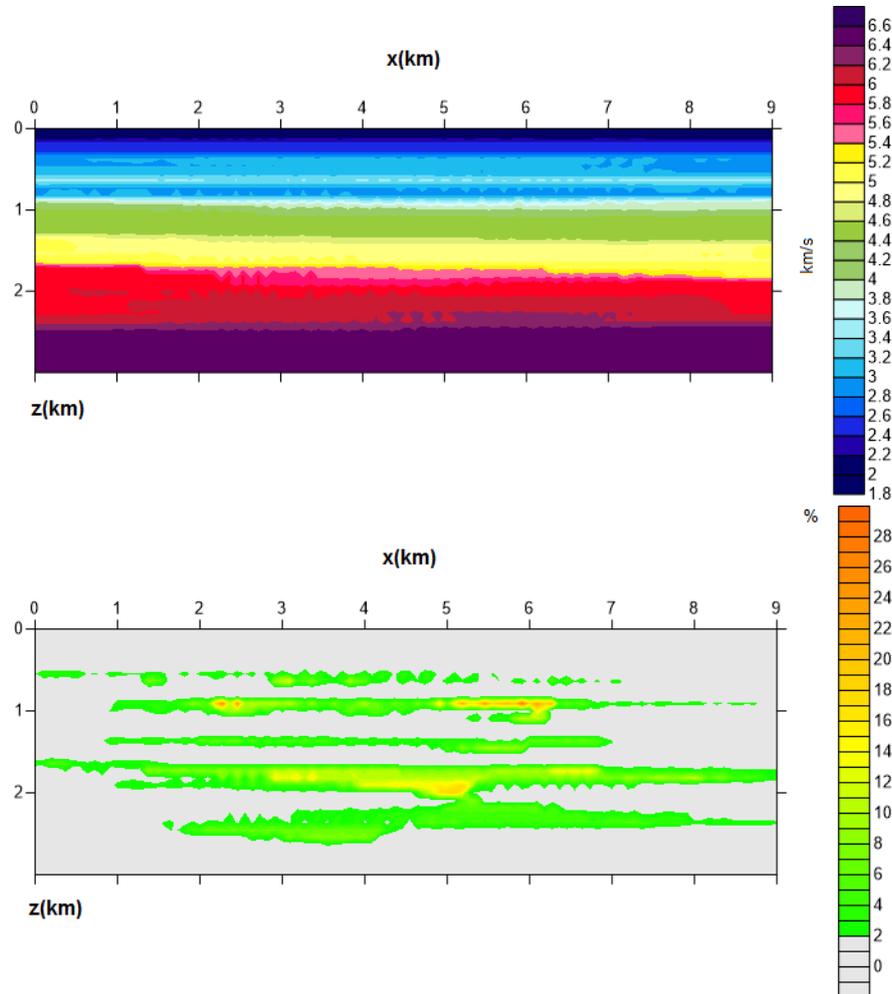


Figura 4.4: Modelo M_{1P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 7$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 300$; totalizando 683 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

Utilizando-se mais coeficientes, 3483 não nulos, o modelo parametrizado (M_{1P_3}), mostrado na Fig. 4.5, retrata mais fielmente o caráter fraturado de uma falha distensional, muito embora exiba um erro maior nas profundidades mais rasas.

A Fig. 4.6 mostra a curva gerada pela malha senoidal propriamente dita ($v(x(z), z)$) e essa mesma curva parametrizada é regenerada usando diferentes números de coeficientes não nulos.

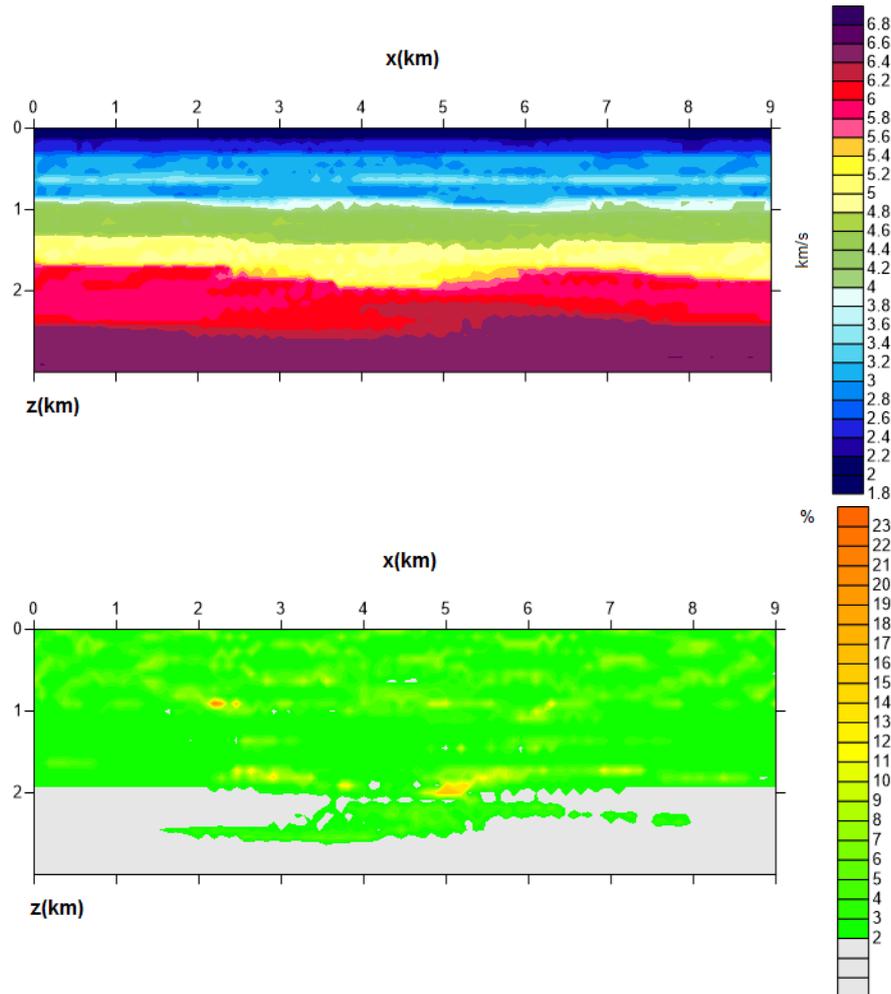


Figura 4.5: Modelo M_{1P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{1N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1000$; totalizando 3483 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

4.2 Modelo da Falha Compressional (M_2)

O segundo modelo geológico considerado na parametrização por ondaletas Haar foi a da falha compressional, M_2 (Fig. 4.7). Trata-se de um modelo com grande variação horizontal de velocidades devido ao seu caráter de camadas descontínuas, o que exigiu um número maior de coeficientes para que o resultado parametrizado preservasse uma fidelidade aceitável.

Através da malha senoidal sobre M_2 gera-se um modelo numérico, M_{2N} , mostrado na Fig. 4.8.

Na Fig. 4.9 vê-se o modelo regenerado por uma parametrização usando 580 coeficientes (M_{2P_1}) e o respectivo erro relativo percentual. A falha compressional é quase que completamente borrada e dificilmente ainda é possível reconhecer as suas feições características.

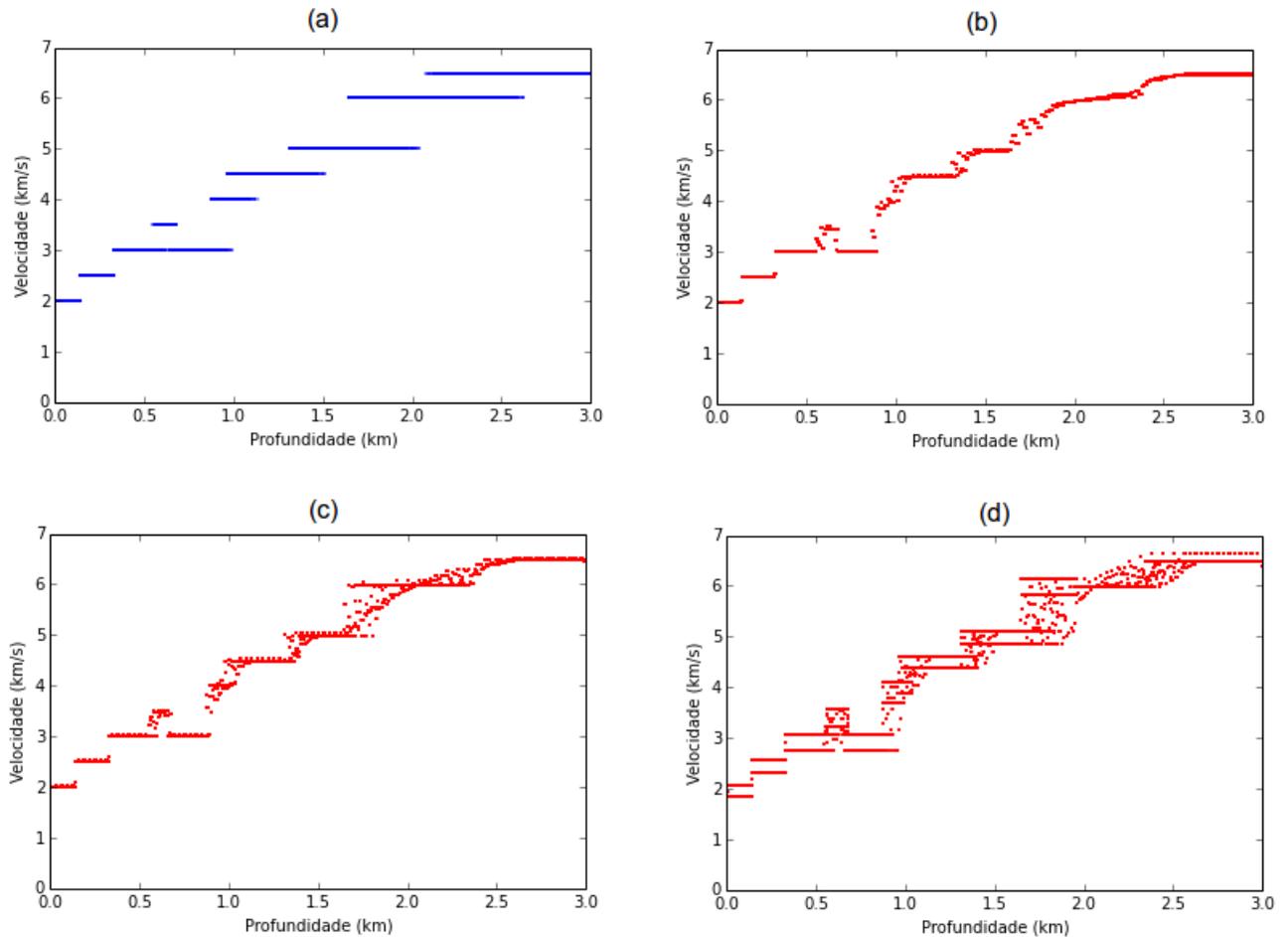


Figura 4.6: Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_1 . (a) Modelo numérico original: M_{1N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 292 coeficientes: M_{1P_1} . (c) Modelo parametrizado com 683 coeficientes: M_{1P_2} . (d) Modelo parametrizado com 3483 coeficientes: M_{1P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.



Figura 4.7: Modelo da falha compressional (M_2). Fonte: Soares Filho et al., 2002.

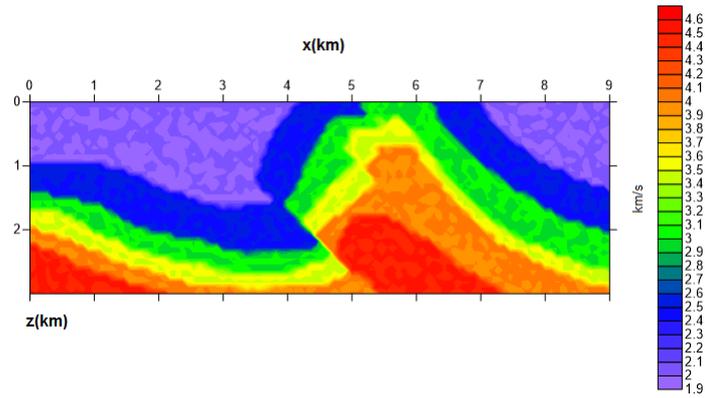


Figura 4.8: Modelo numérico da falha compressional (M_{2N}) construído através da malha senoidal.

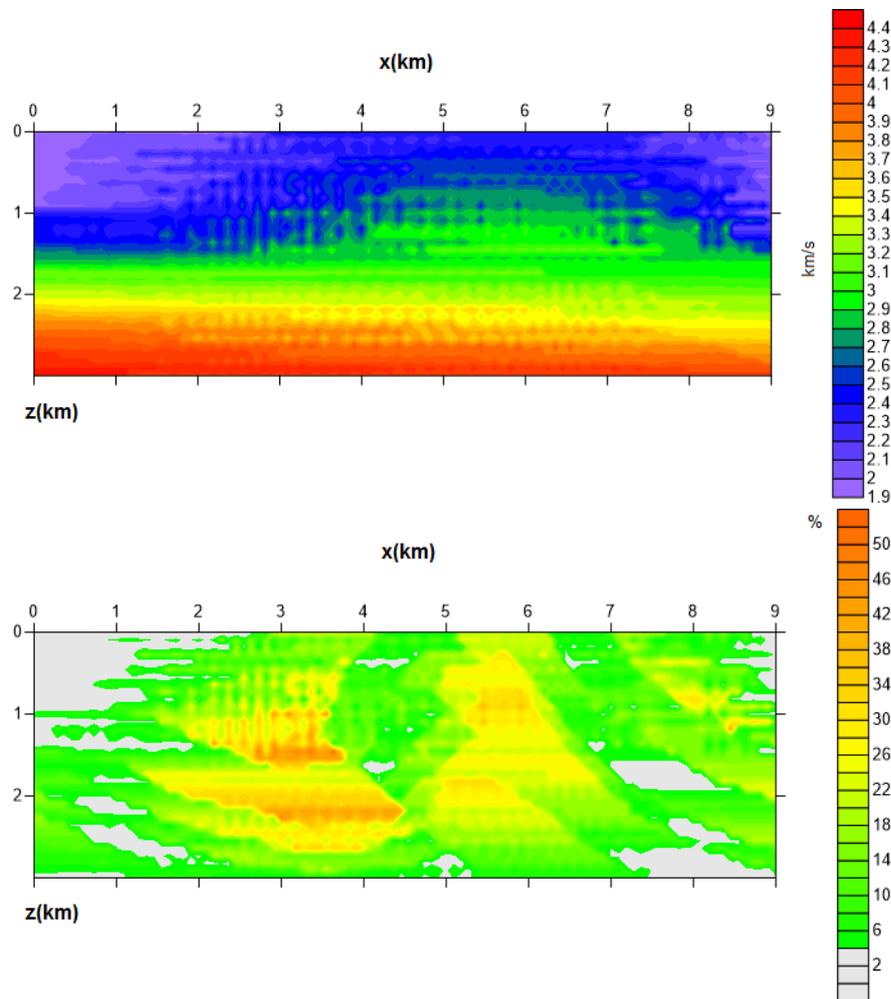


Figura 4.9: Modelo M_{2P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 7$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 195$; totalizando 580 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

Na Fig. 4.10 mostra-se o modelo M_{2P_2} parametrizado com 3098 coeficientes não nulos, as feições características da falha compressional ficam mais evidentes e os erros relativos percentuais menores.

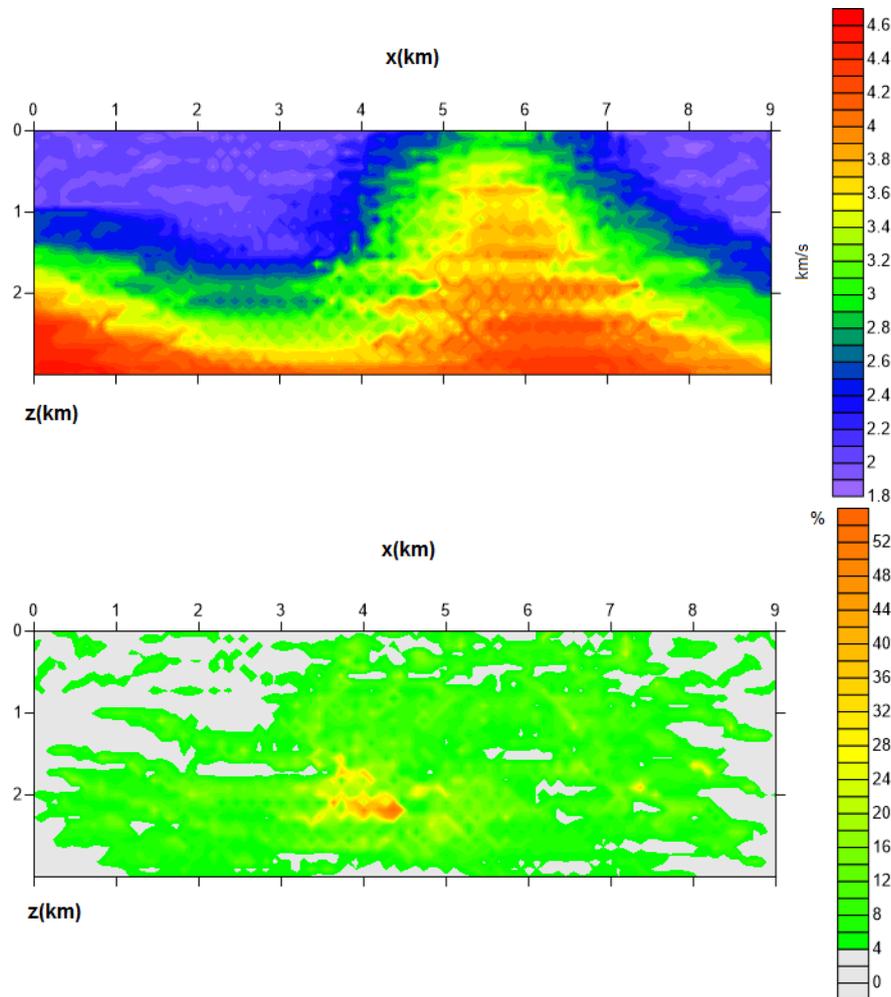


Figura 4.10: Modelo M_{2P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 800$; totalizando 3098 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

Na Fig. 4.11 observa-se o resultado de uma parametrização de M_{2N} usando-se 4498 coeficientes não nulos obtendo-se M_{2P_3} . Observa-se, também, uma maior fidedignidade com o modelo original.

A Fig. 4.12 mostra a curva gerada pela malha senoidal propriamente dita $(v(x(z), z))$ e essa mesma curva parametrizada é regenerada usando diferentes números de coeficientes não nulos.

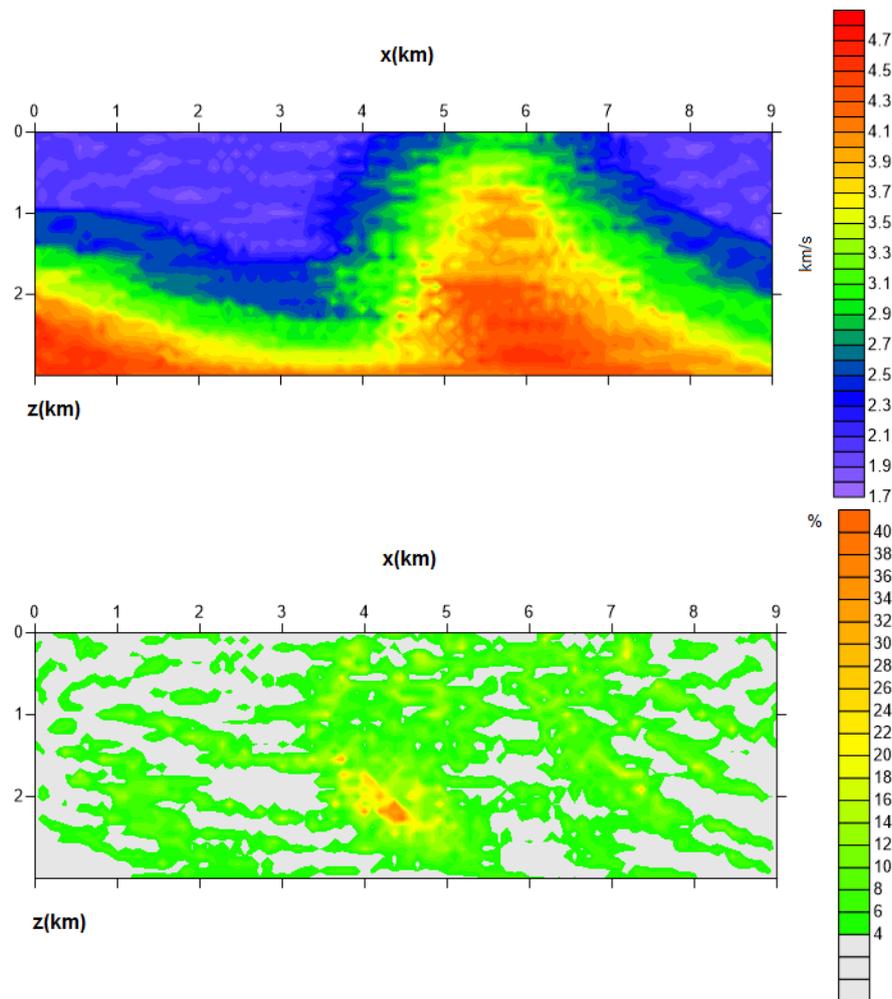


Figura 4.11: Modelo M_{2P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{2N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1500$; totalizando 4498 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

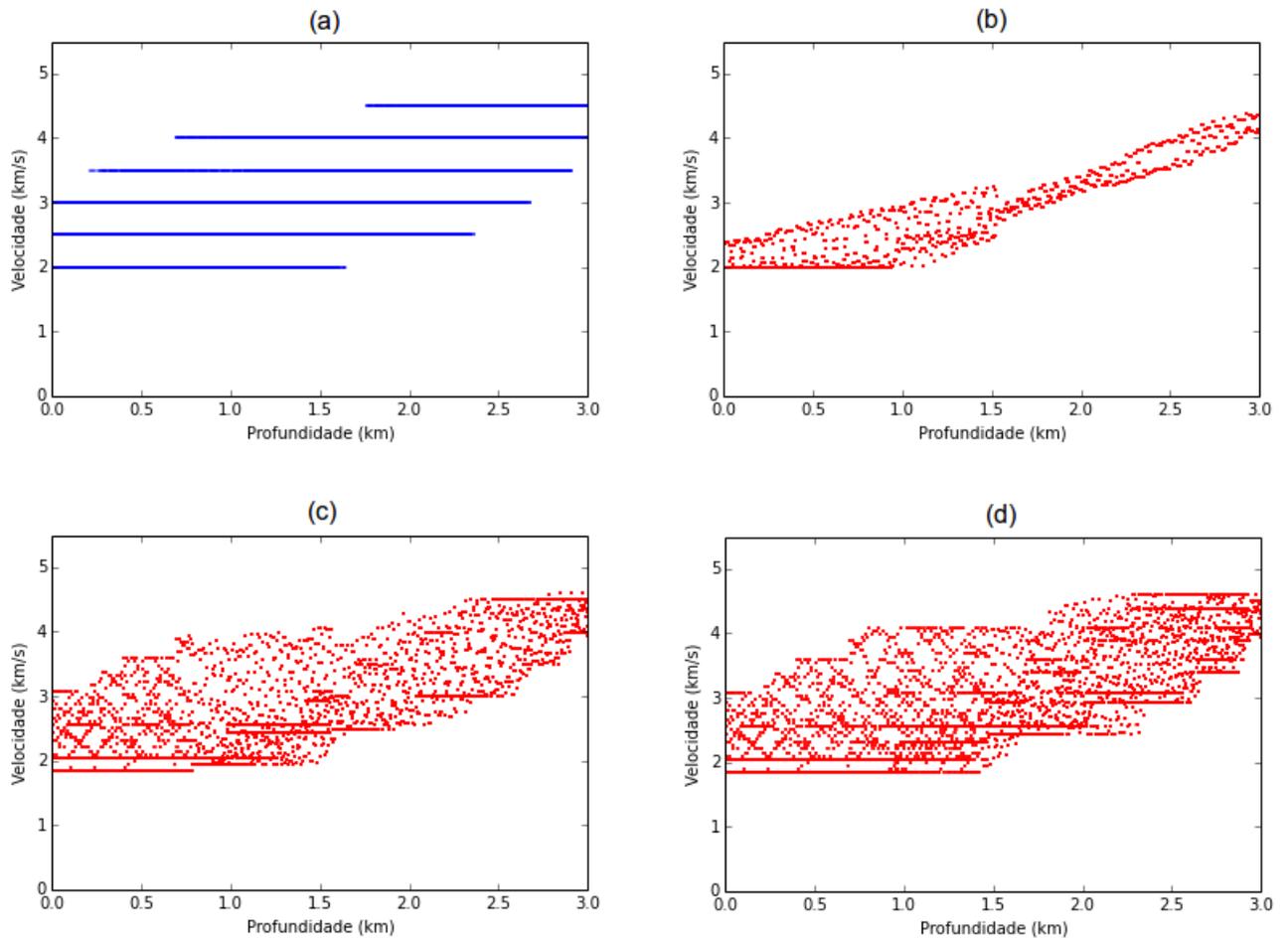


Figura 4.12: Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_2 . (a) Modelo numérico original: M_{2N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 580 coeficientes: M_{2P_1} . (c) Modelo parametrizado com 3098 coeficientes: M_{2P_2} . (d) Modelo parametrizado com 4498 coeficientes: M_{2P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.

4.3 Modelo da Anticlinal (M_3)

O modelo da anticlinal (Fig. 4.13) apresenta, por sua própria natureza, camadas dobradas que oferecem uma grande variação de velocidades horizontal já que camadas de estratos diferentes acabam se localizando em uma mesma profundidade.

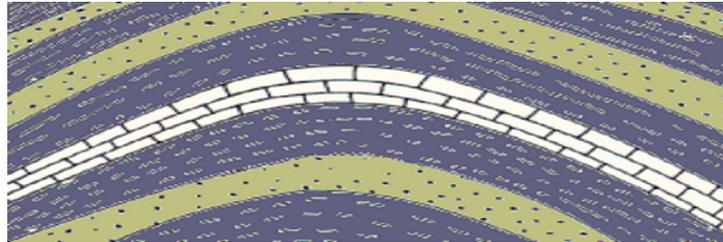


Figura 4.13: Modelo da anticlinal (M_3). Fonte: Louisiana Department of Natural Resources, 2014.

Na Fig. 4.14 observa-se o modelo numérico da anticlinal (M_{3N}) pela malha senoidal. A camada em vermelho que tem um valor maior de velocidade sísmica pode representar uma camada calcária ou arenítica.

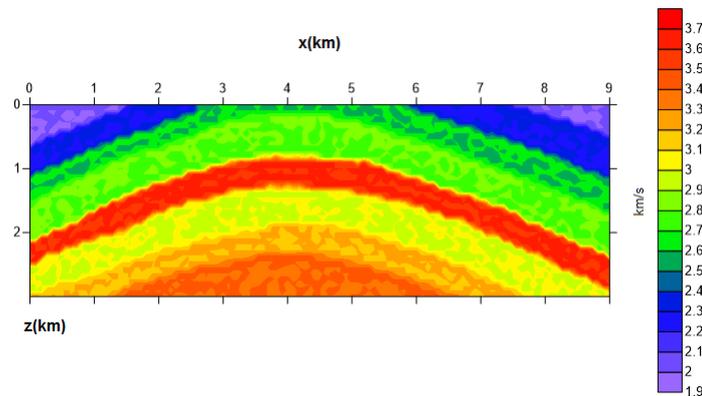


Figura 4.14: Modelo numérico da anticlinal (M_{3N}).

Usando-se apenas 384 coeficientes não nulos o modelo parametrizado M_{3P_1} , mostrado na Fig. 4.15, apresenta um erro muito grande, em especial na representação da camada calcária.

O resultado da parametrização de M_{3N} utilizando-se 2736 coeficientes não nulos (M_{3P_2}) é mostrado na Fig. 4.16, onde se consegue uma maior nitidez e maior fidelidade ao modelo original. Por exemplo, a camada calcária está mais evidente e delineada de modo mais próximo da sua forma verdadeira.

Tem-se na Fig. 4.17 o modelo M_{3P_3} que é o resultado para 4131 coeficientes não nulos utilizados na parametrização de M_{3N} . O maior número de coeficientes influencia sobremaneira na diminuição dos erros relativos percentuais distribuídos sobre a região.

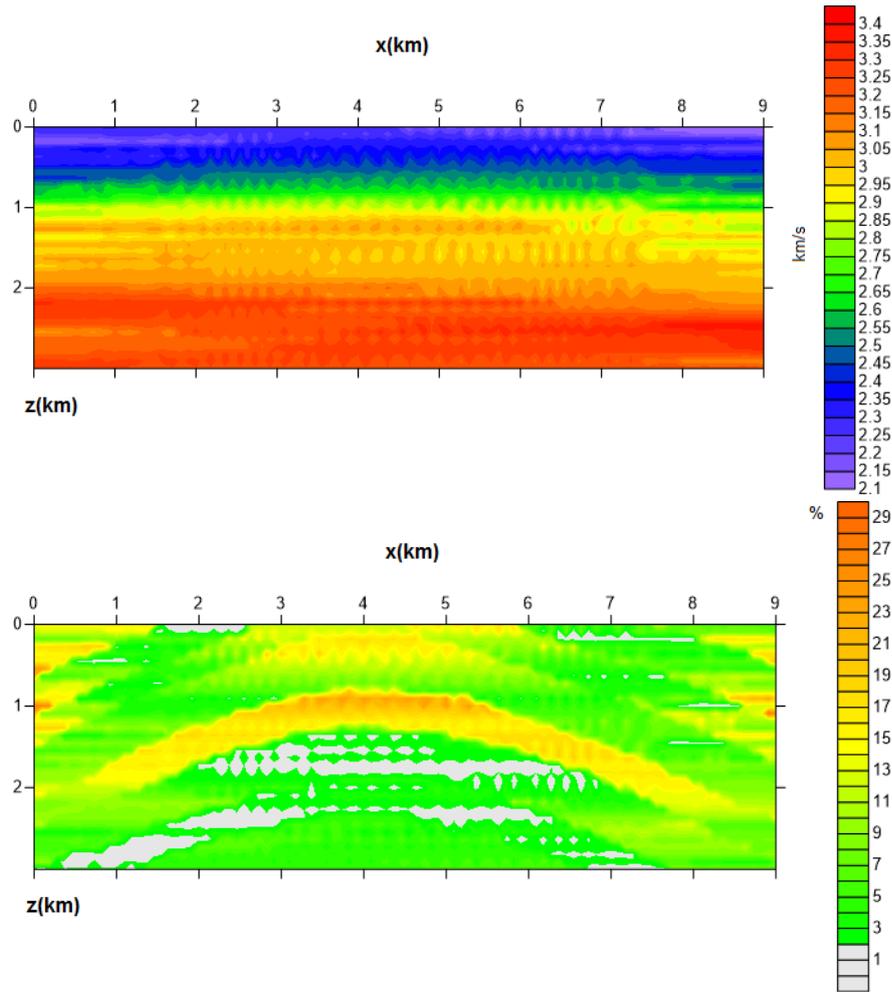


Figura 4.15: Modelo M_{3P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 6$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 500$; totalizando 384 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

A Fig. 4.18 mostra a curva gerada pela malha senoidal propriamente dita ($v(x(z), z)$) sobre o modelo da anticlinal e essa mesma curva parametrizada é regenerada usando diferentes números de coeficientes não nulos.

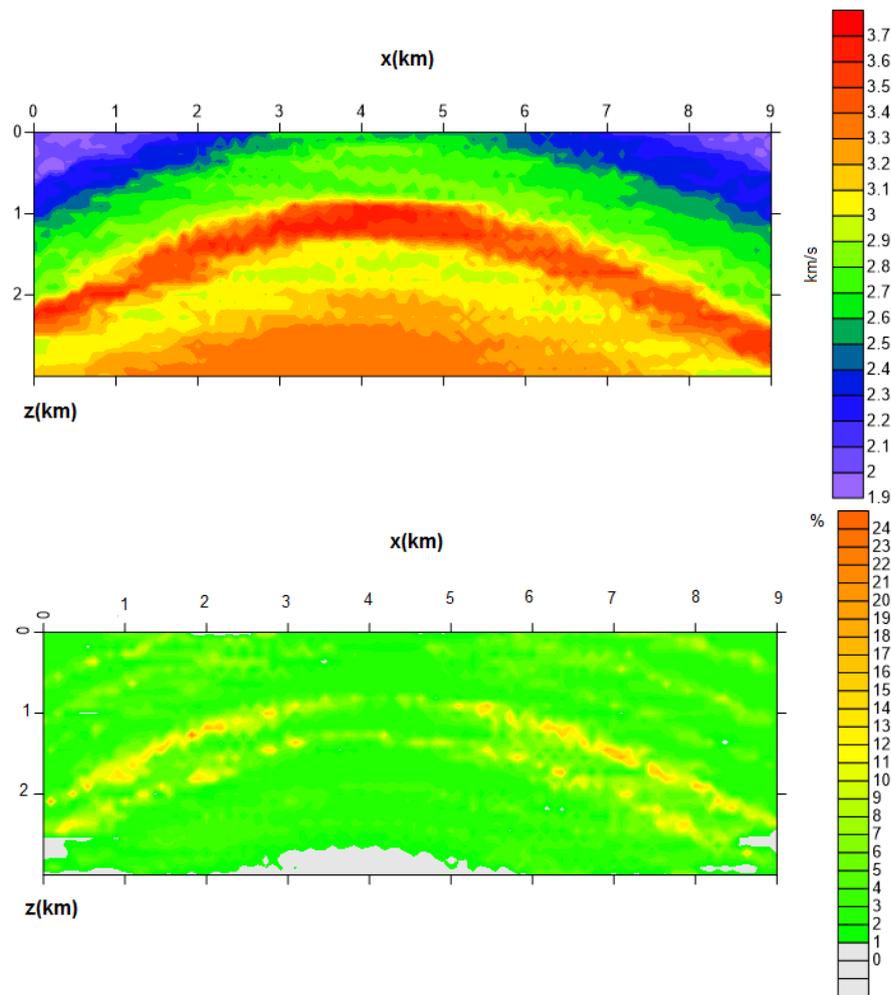


Figura 4.16: Modelo M_{3P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $\hat{j}_0 = 5$, $\hat{j}_{max} = 9$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1200$; totalizando 2736 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

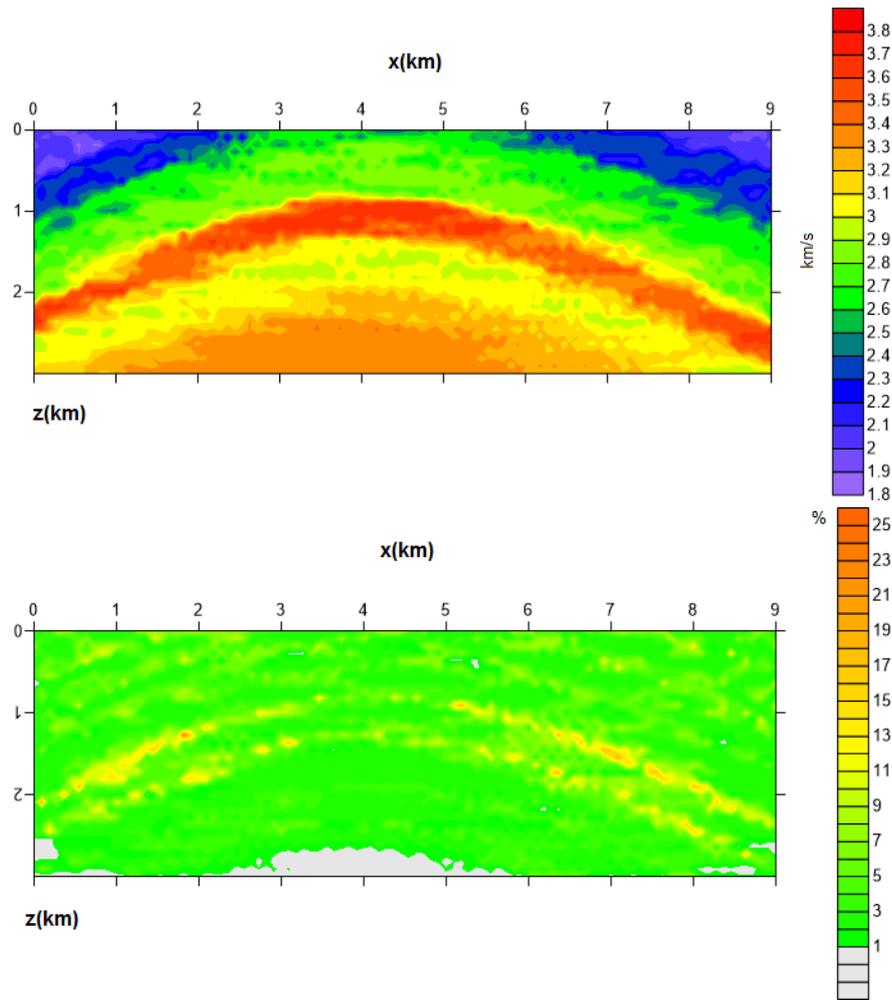


Figura 4.17: Modelo M_{3P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{3N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1300$; totalizando 4131 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

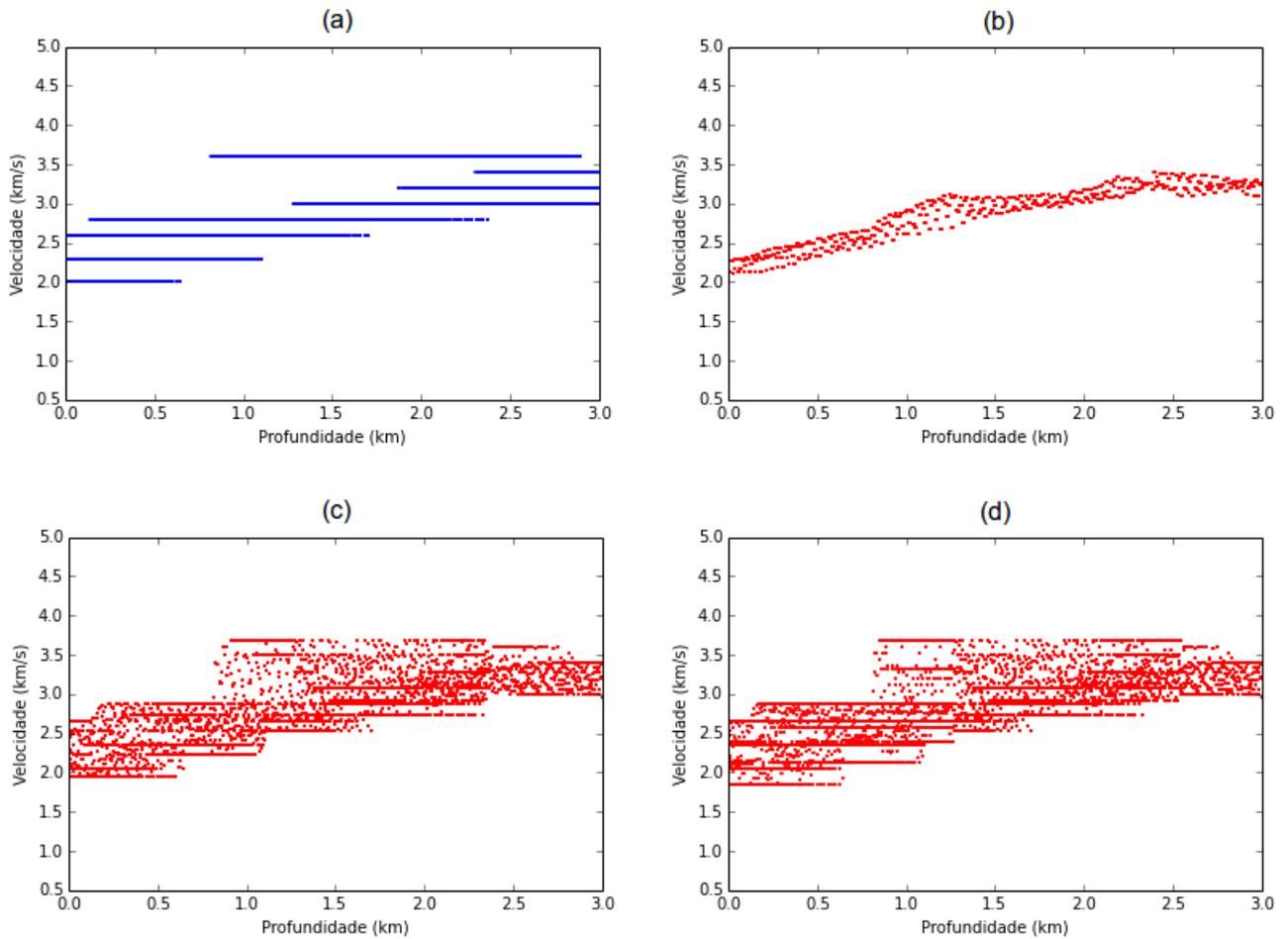


Figura 4.18: Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_3 . (a) Modelo numérico original: M_{3N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 384 coeficientes: M_{3P_1} . (c) Modelo parametrizado com 2736 coeficientes: M_{3P_2} . (d) Modelo parametrizado com 4131 coeficientes: M_{3P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.

4.4 Modelo do Domo Salino (M_4)

O último modelo parametrizado foi o do domo salino (Fig. 4.19). Dentre todos os já vistos até aqui, foi o que necessitou do maior número de coeficientes não nulos, já que a presença do domo adiciona um importante fator de variação de velocidade relativamente aos modelos anteriores estudados.

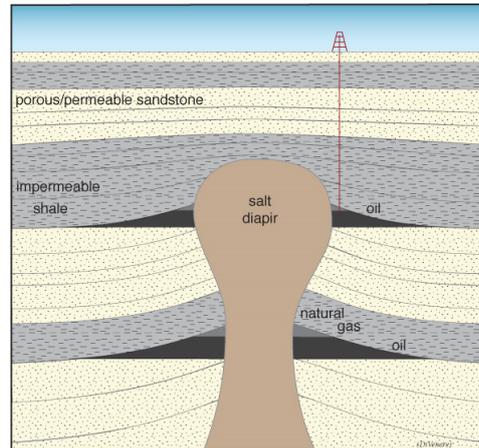


Figura 4.19: Modelo do domo salino (M_4). Fonte: Long Island University, 2014.

O modelo M_4 tal como visto através da malha senoidal é mostrado na Fig. 4.20. O domo aparece em destaque, em vermelho, com sua velocidade sísmica apresentando um valor alto relativamente ao ambiente que o cerca.

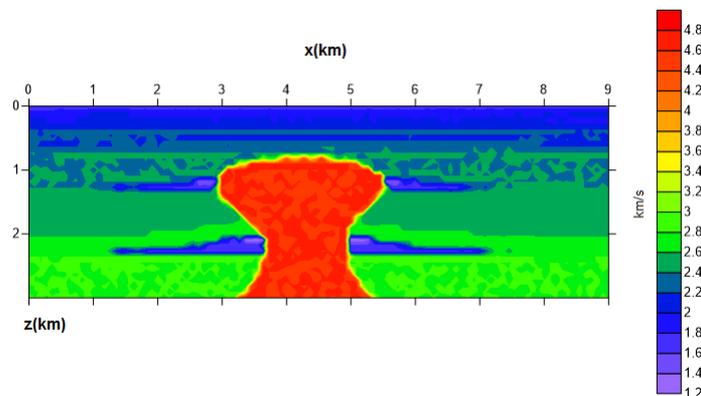


Figura 4.20: Modelo numérico do domo salino (M_{4N}).

Embora usando 1532 coeficientes não nulos, o modelo parametrizado de M_{4N} , mostrado na Fig. 4.21 (M_{4P1}), representou muito pobremente o modelo original. A região salina, por exemplo, passa a apresentar porções estriadas não existentes antes. Observa-se, porém, que desta região, o erro relativo foi muito pequeno, menor que 10%.

Considerando-se agora 5261 coeficientes não nulos na parametrização, isto resulta no modelo

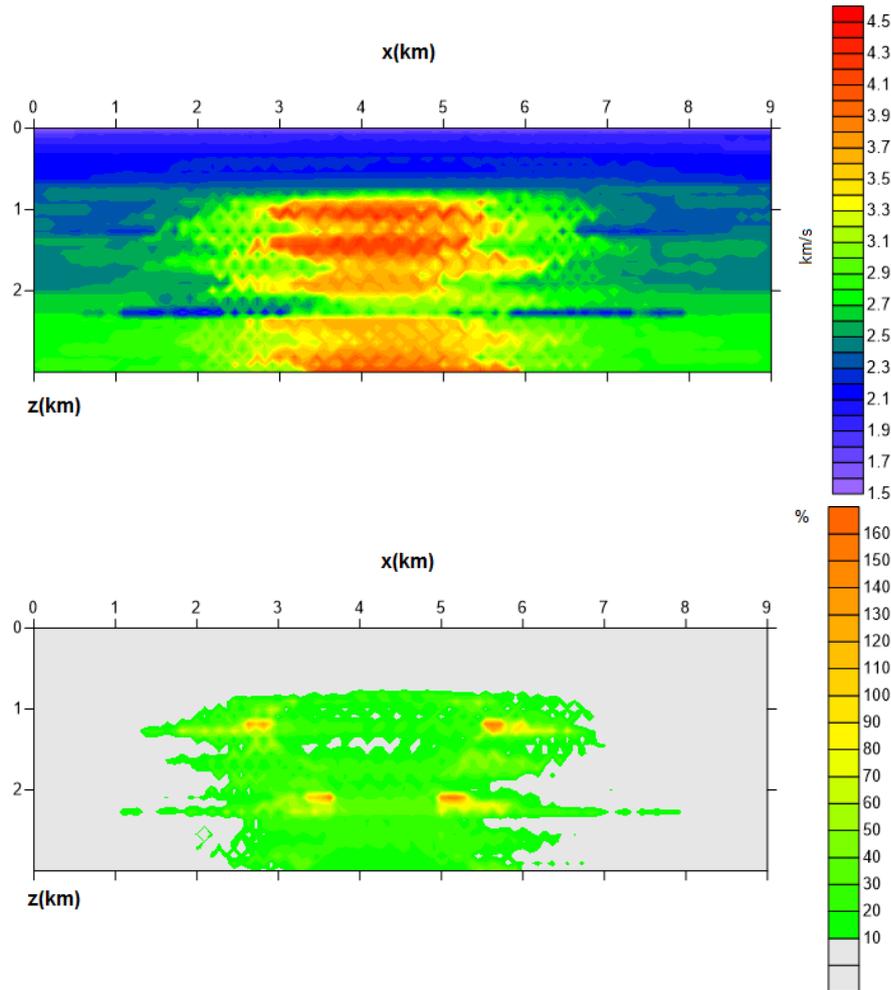


Figura 4.21: Modelo M_{4P_1} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 8$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 1000$; totalizando 1532 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

M_{4P_2} que exhibe uma melhora considerável na imagem de M_{4N} (Fig. 4.22). O domo, agora, encontra-se mais nítido e com apenas uma estria horizontal.

Finalmente, usando-se 8055 coeficientes não nulos, obtém-se uma parametrização (M_{4P_3}) que representa o domo salino com uma fidelidade mais alta tal como mostrado na Fig. 4.23. Esta foi a parametrização que requisitou o maior número de coeficientes em todo o trabalho.

A Fig. 4.24 mostra a curva gerada pela malha senoidal propriamente dita ($v(x(z), z)$) sobre o modelo do domo salino e essa mesma curva parametrizada é regenerada usando diferentes números de coeficientes não nulos.

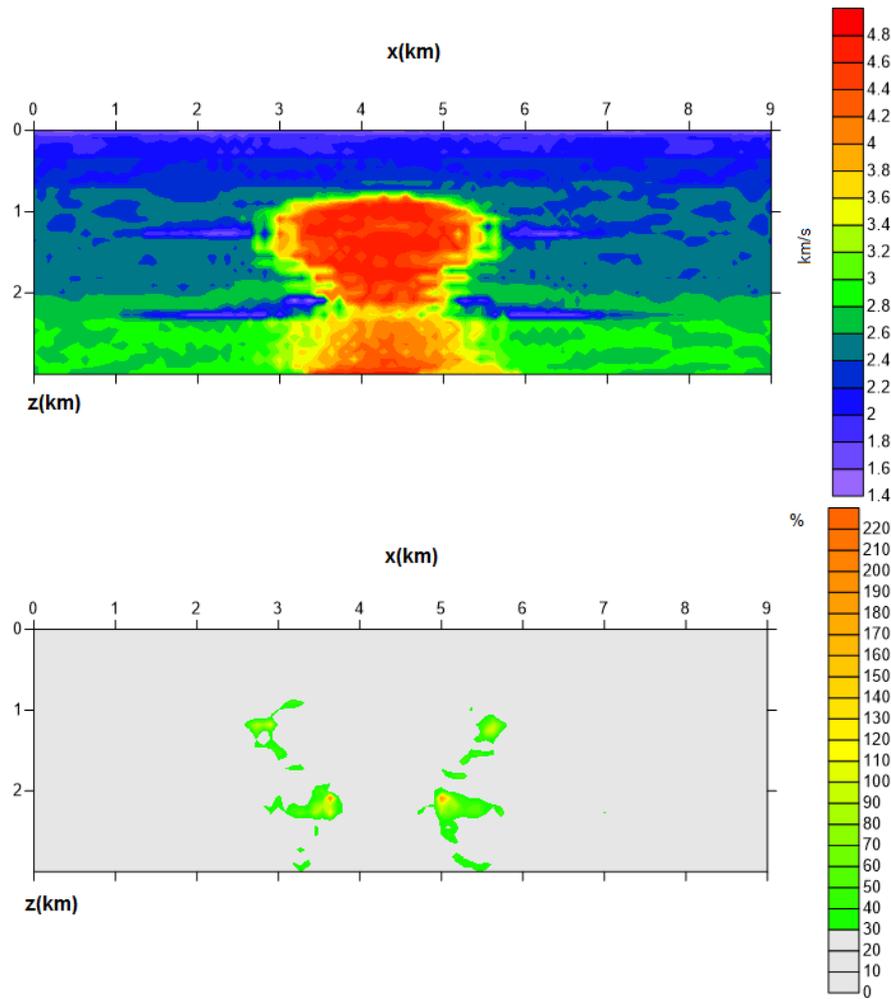


Figura 4.22: Modelo M_{4P_2} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 10$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2200$; totalizando 5261 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

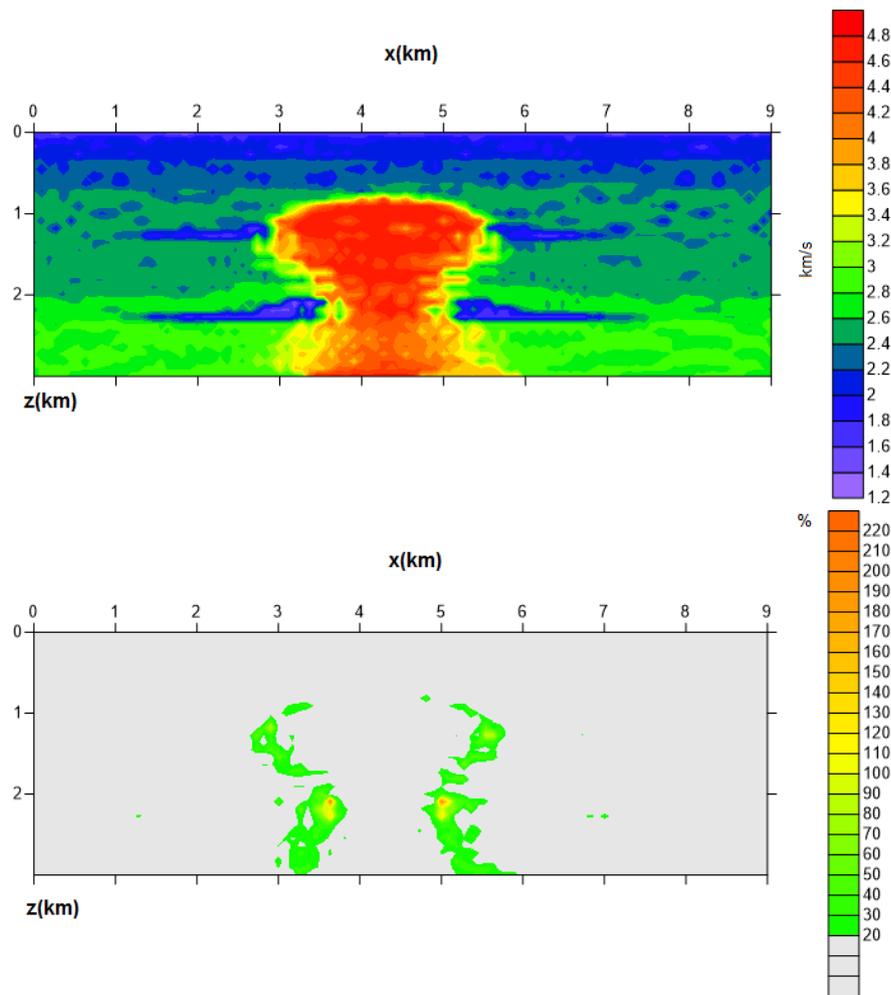


Figura 4.23: Modelo M_{4P_3} , obtido por parametrização do modelo M_{4N} usando série ondaleta Haar com os seguintes índices: $j_0 = 5$, $j_{max} = 11$, $k_{min} = 0$ e $k_{max} = 2500$; totalizando 8055 coeficientes não nulos acompanhado por seu erro relativo percentual.

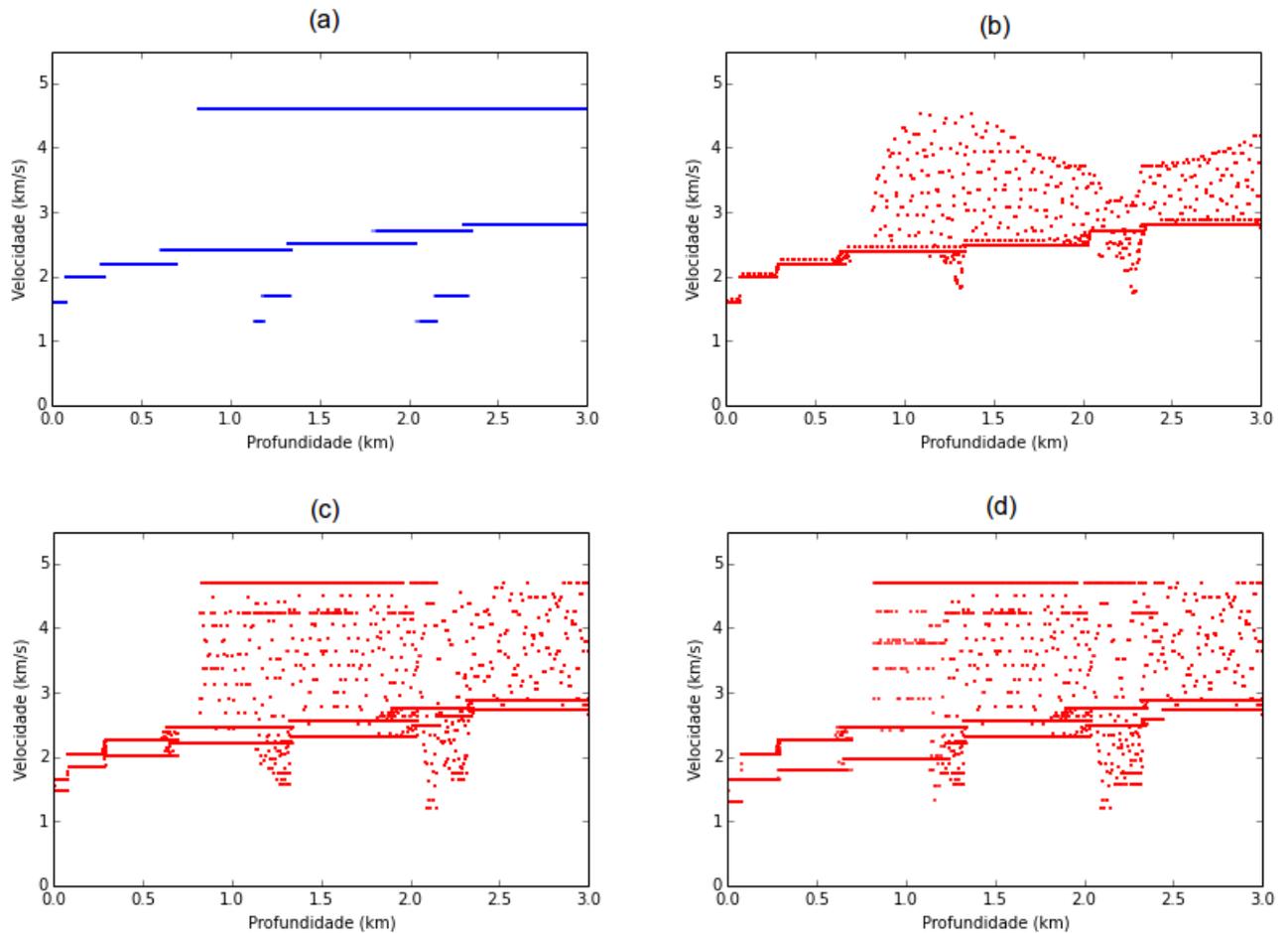


Figura 4.24: Curvas $v(x(z), z)$ geradas através da malha senoidal sobre o modelo M_4 . (a) Modelo numérico original: M_{4N} . (b) Modelo parametrizado com série ondaleta Haar com 1532 coeficientes: M_{4P_1} . (c) Modelo parametrizado com 5261 coeficientes: M_{4P_2} . (d) Modelo parametrizado com 8055 coeficientes: M_{4P_3} . Embora em (a) as linhas do gráfico pareçam segmentos retilíneos contínuos, trata-se, na verdade, de um conjunto discreto de pontos. Este aspecto contínuo se deve à oscilações dos valores de v quando z varia, à quantidade de pontos e a seus tamanhos quando plotados.

CAPÍTULO 5

Perfis e Campos de Tempos de Trânsito

Uma vez parametrizados todos os modelos, escolheu-se aquela parametrização mais confiável para cada um deles e passou-se à obtenção dos campos de tempos de trânsito e seus perfis. Para os campos, usou-se uma família de raios que parte da origem segundo diferentes ângulos de saída. E para a construção dos perfis, usou-se o tempo de trânsito gastos pela onda que se propagou ao longo da trajetória do raio que conecta a posição da fonte àquela na qual se situa o receptor que está num poço vertical W com 3,0 km de profundidade, cuja boca dista horizontalmente 9,0 km da fonte posicionada em $(0, 0; 0, 0)$.

5.1 Modelo da Falha Distensional (M_1)

5.1.1 Campo de Tempos de Trânsito

Na Fig. 5.1 observa-se a família de raios com as quais se obtém o campo de tempos mostrado na Fig. 5.2 para o modelo M_{1P_3} . Os raios comportam-se de acordo com o que se esperaria quando traçados em um meio no qual as velocidades variam uniformemente nas camadas, exceto nas profundidades mais rasas, nas quais observou-se o aparecimento de reflexões múltiplas.

5.1.2 Perfis de Tempo Fonte-Geofones

Na Fig. 5.3 observa-se a família de raios que partem da origem e chegam aos geofones localizados no poço vertical W . Os tempos de trânsito são mostrados na Fig. 5.4. Nem todos os receptores foram atingidos por trajetórias de raio, dadas as limitações do método da bissecção (quando aplicado para este fim), mas, mesmo assim, o experimento foi considerado bem sucedido, resultando em um perfil suave dos tempos.

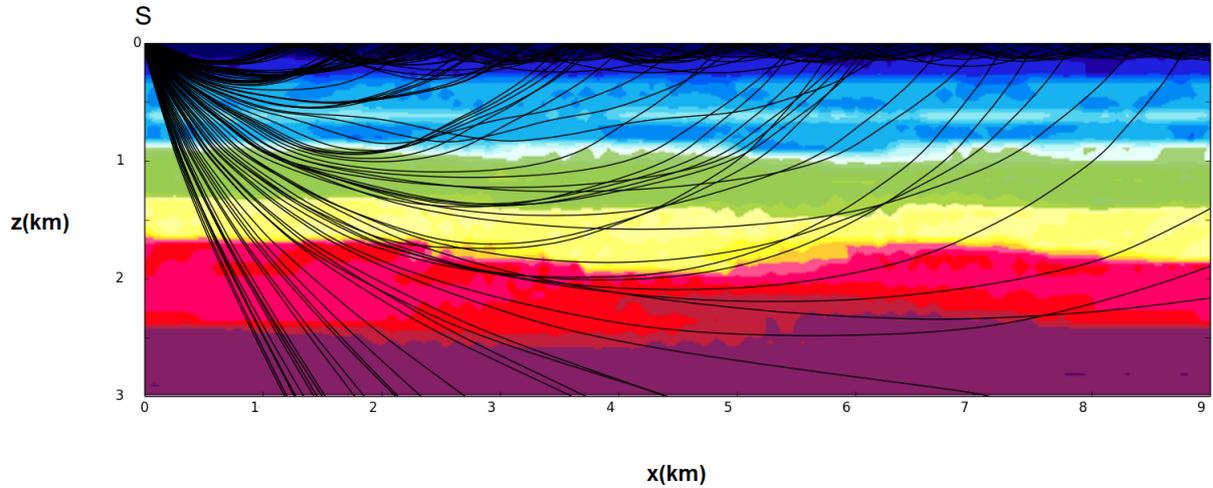


Figura 5.1: Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0,0)$ no modelo M_{1P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.

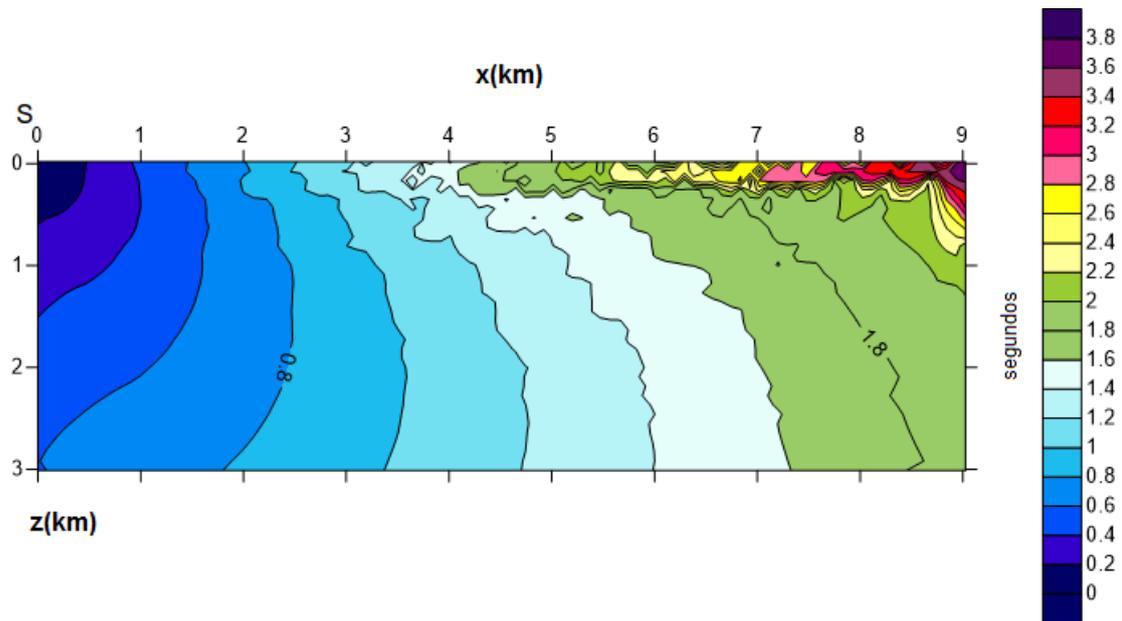


Figura 5.2: Campo de tempos de trânsito no modelo M_{1P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.

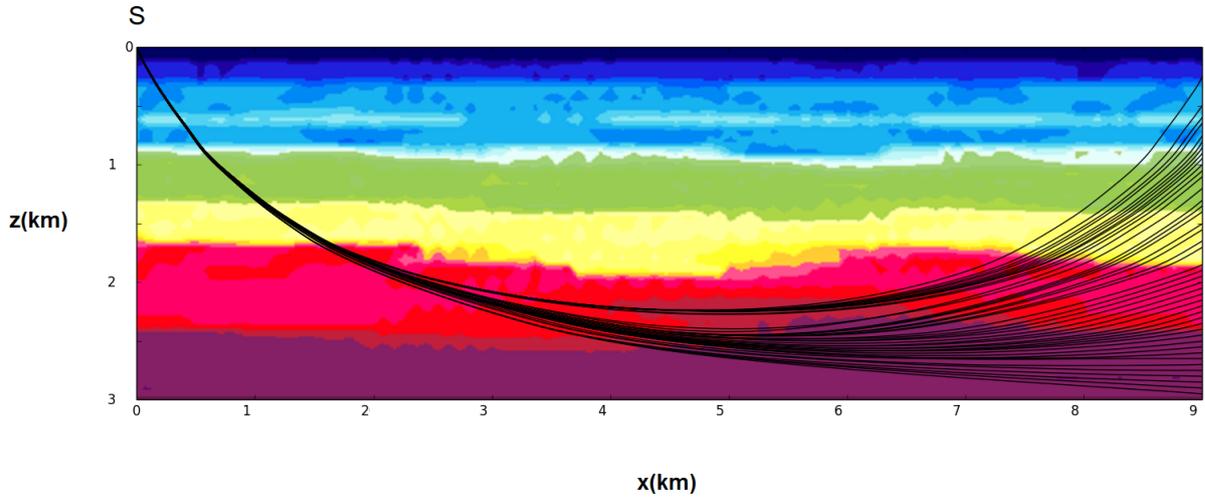


Figura 5.3: Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àsquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{1P_3} .

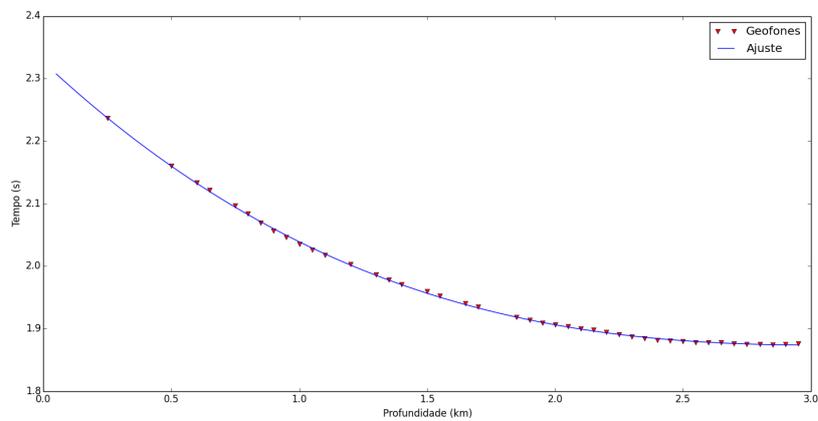


Figura 5.4: Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{1P_3} .

5.2 Modelo da Falha Compressional (M_2)

5.2.1 Campo de Tempos de Trânsito

Na Fig. 5.5 observa-se a família de raios com a qual se obtém o campo de tempos mostrado na Fig. 5.6 para o modelo M_{2P_3} . A presença do bloco mais elevado afetou a trajetória dos

raios e, também, conseqüentemente, o campo de tempos.

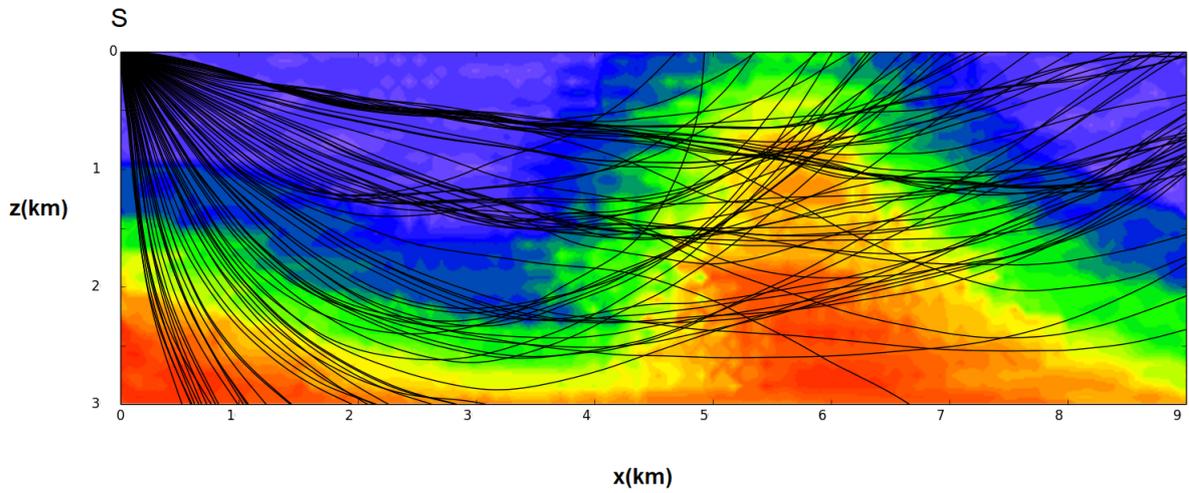


Figura 5.5: Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0,0)$ no modelo M_{2P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.

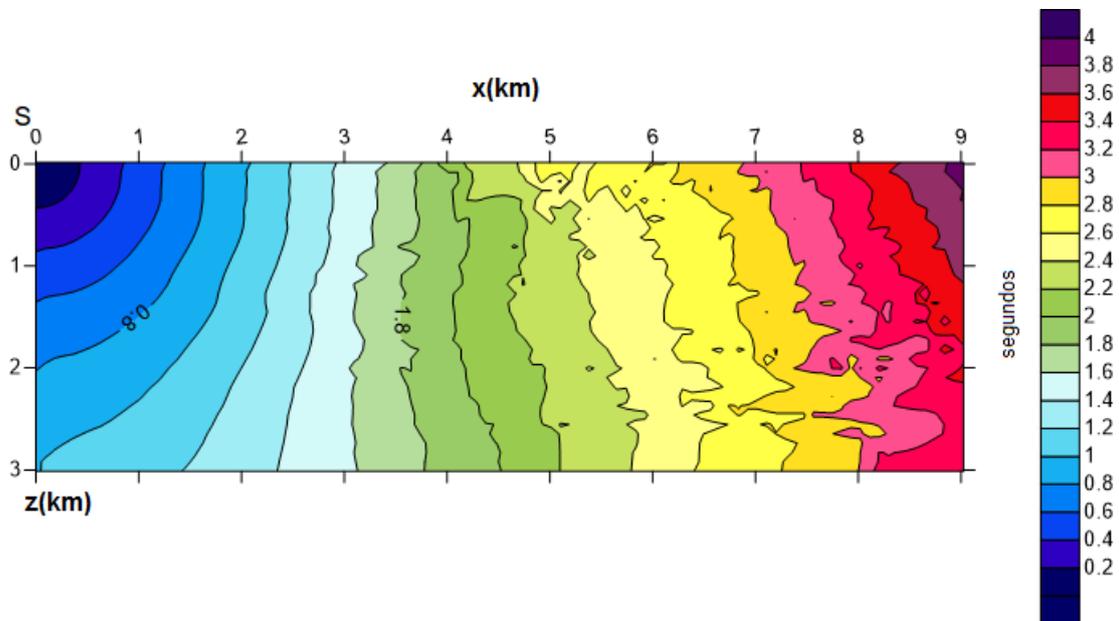


Figura 5.6: Campo de tempos de trânsito no modelo M_{2P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.

5.2.2 Perfis de Tempo Fonte-Geofones

Na Fig. 5.7 observa-se a família de raios partindo da fonte S que chegam aos geofones localizados no poço W . Os tempos de trânsito são mostrados na Fig. 5.8. Novamente aqui se vê a influência do bloco mais elevado da falha, representando um desafio para a ligação dos raios aos receptores. Apesar disso, a maioria das trajetórias dos raios conectou fonte a receptores, resultando em um perfil suave. Dadas as limitações do método da bisseção (quando aplicado para este fim), nem todos os geofones tiveram a trajetória dos raios ligada.

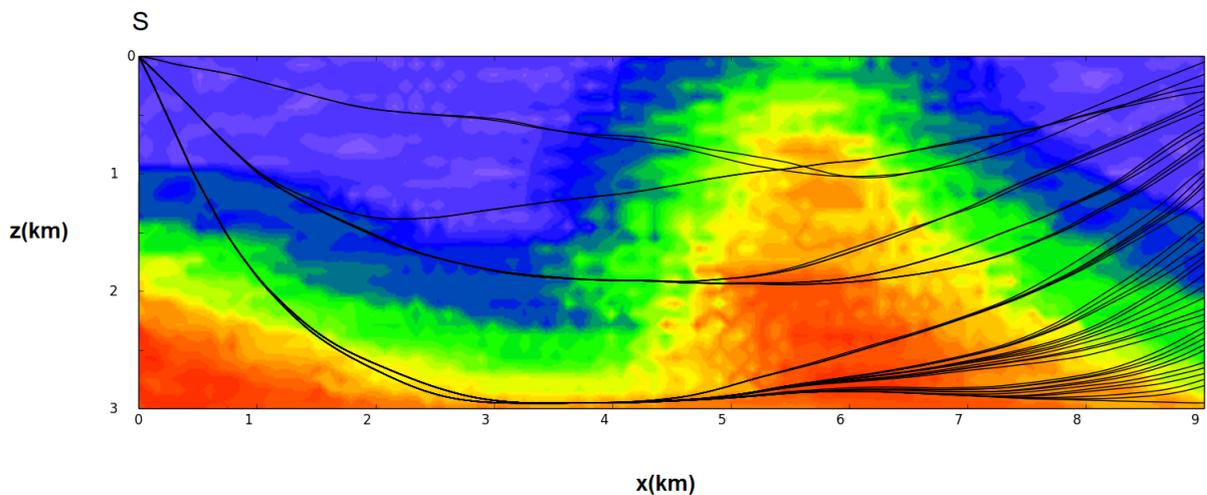


Figura 5.7: Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{2P_3} .

5.3 Modelo da Anticlinal (M_3)

5.3.1 Campo de Tempos de Trânsito

Na Fig. 5.9 observa-se a família de raios com a qual se obtém o campo de tempos mostrado na Fig. 5.10 para o modelo M_{3P_3} . O comportamento foi o esperado ao atingir uma camada calcária (em vermelho) que possui uma velocidade sísmica mais elevada relativamente às outras rochas presentes no modelo.

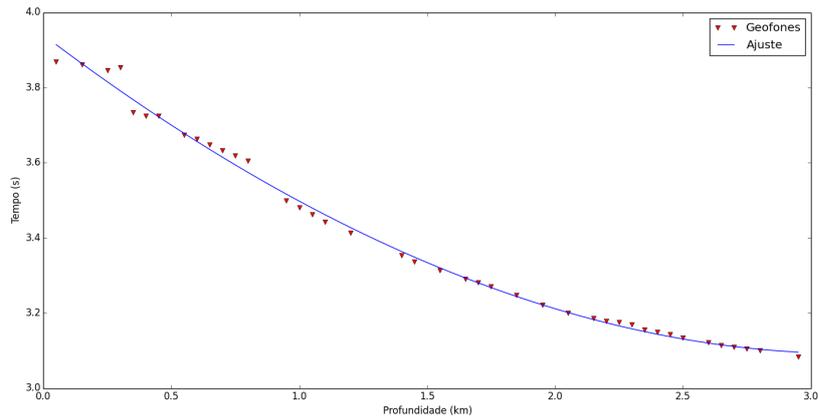


Figura 5.8: Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{2P_3} .

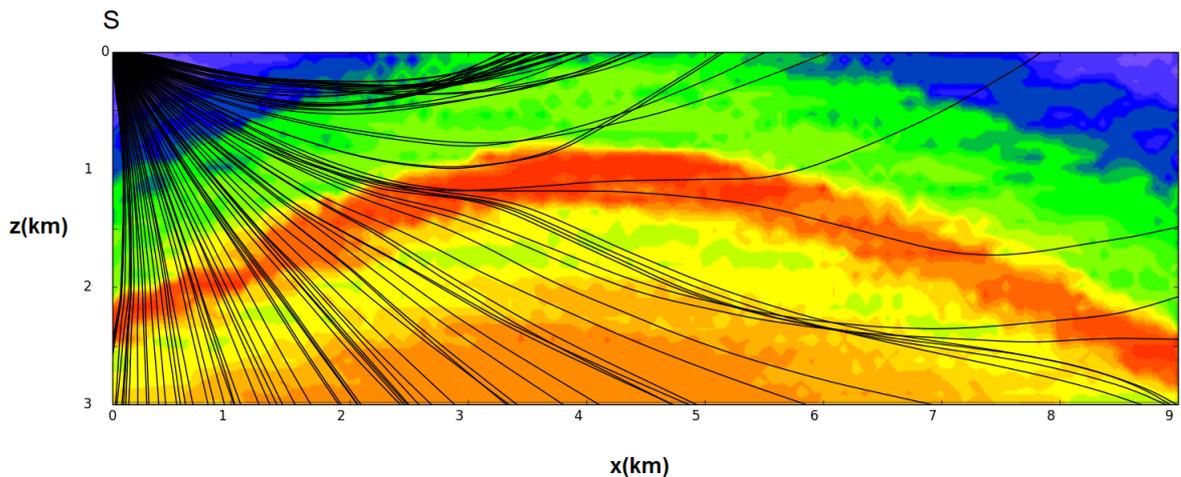


Figura 5.9: Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0,0)$ no modelo M_{3P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.

5.3.2 Perfis de Tempo Fonte-Geofones

Na Fig. 5.11 observa-se a família de raios que partem da fonte $S = (0,0)$ e chegam nos geofones distribuídos ao longo do poço W no modelo M_{3P_3} . Os tempos de trânsito são mostrados na Fig. 5.12. Aqui, na camada calcária, em vermelho, a velocidade é maior que aquela do meio circundante e teve um papel fundamental para influenciar as trajetórias dos

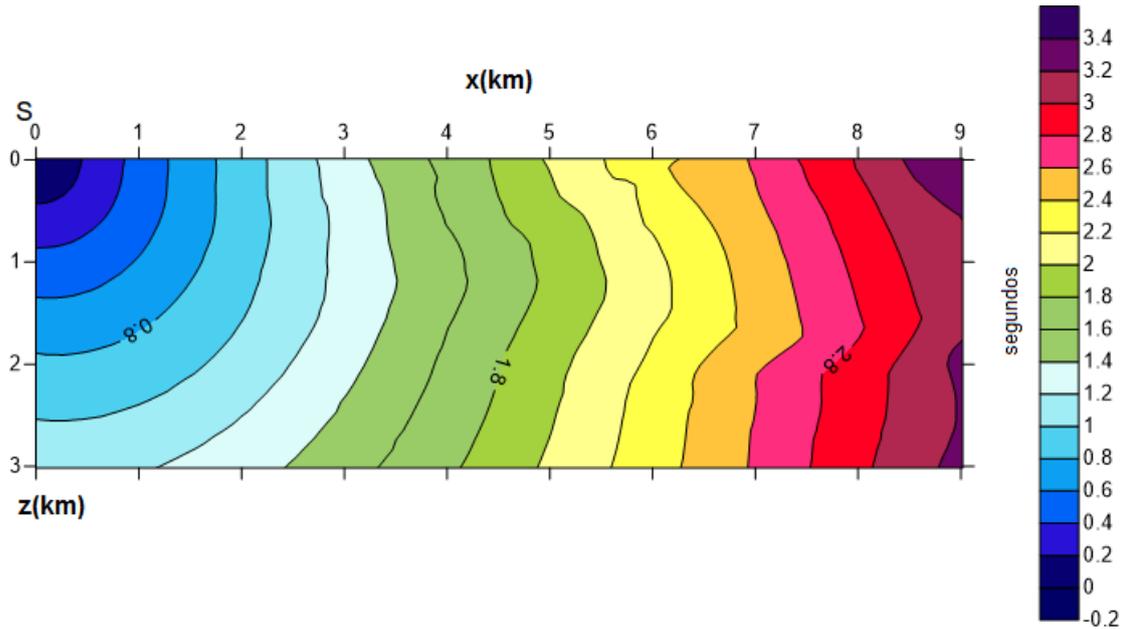


Figura 5.10: Campo de tempos de trânsito no modelo M_{3P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.

raios que chegaram aos receptores, separando-as em duas subfamílias que se distinguiram não só com respeito ao caminho que percorreram, mas, também, logicamente, nas feições apresentadas no perfil dos tempos: os raios que transitaram na camada de maior velocidade, gastaram um menor tempo para chegar ao poço W . Dadas as limitações do método da bissecção (quando aplicado para este fim), nem todos os geofones tiveram a trajetória dos raios ligada.

5.4 Modelo do Domo Salino (M_4)

5.4.1 Campo de Tempos de Trânsito

Na Fig. 5.13 observa-se a família de raios com as quais se obtém o campo de tempos mostrado na Fig. 5.14 para o modelo parametrizado do domo salino. Este modelo foi o que, dentre todos os aqui estudados causou mais perturbação nos raios, pois estes cruzam-se com aqueles refletidos ou refratados pelo domo resultando em um campo de tempos com uma feição complexa.

5.4.2 Perfis de Tempo Fonte-Geofones

Na Fig. 5.15 observa-se a família de raios que parte da fonte $S = (0, 0)$ que chegam aos geofones localizados no poço W . Os tempos de trânsito são mostrados na Fig. 5.16. O comportamento observado foi o esperado, tendo o domo como personagem principal. Chama

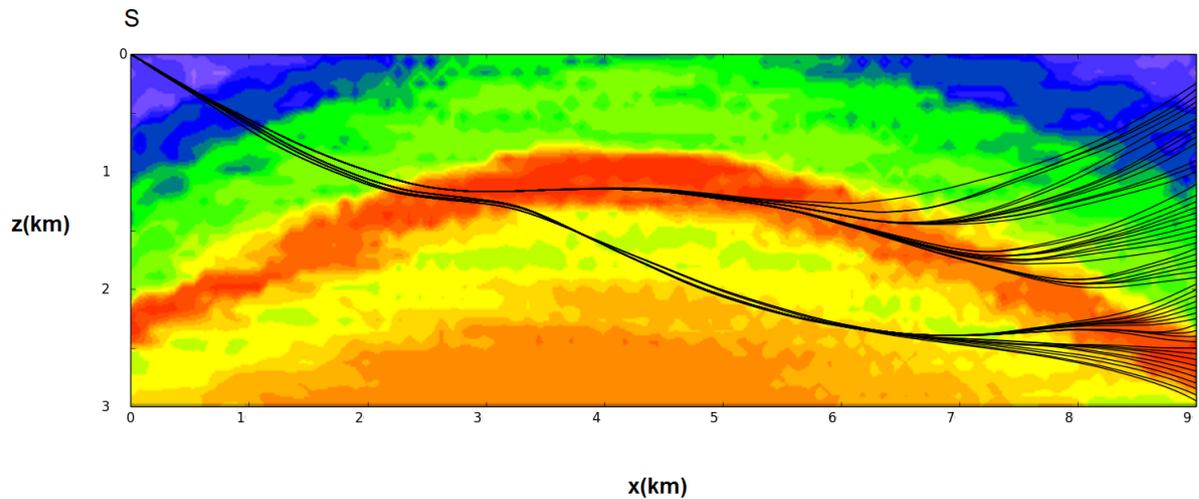


Figura 5.11: Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_3P_3 .

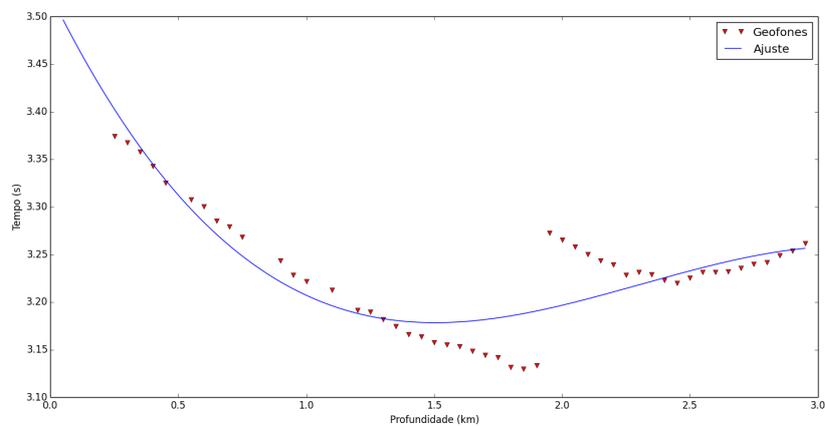


Figura 5.12: Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_3P_3 .

atenção também o fato de raios que tiveram trajetórias pouco regulares conseguirem chegar a receptores, resultando em um perfil de tempos calculados relativamente disperso. Dadas as limitações do método da bisseção (quando aplicado para este fim), nem todos os geofones tiveram a trajetória dos raios ligada.

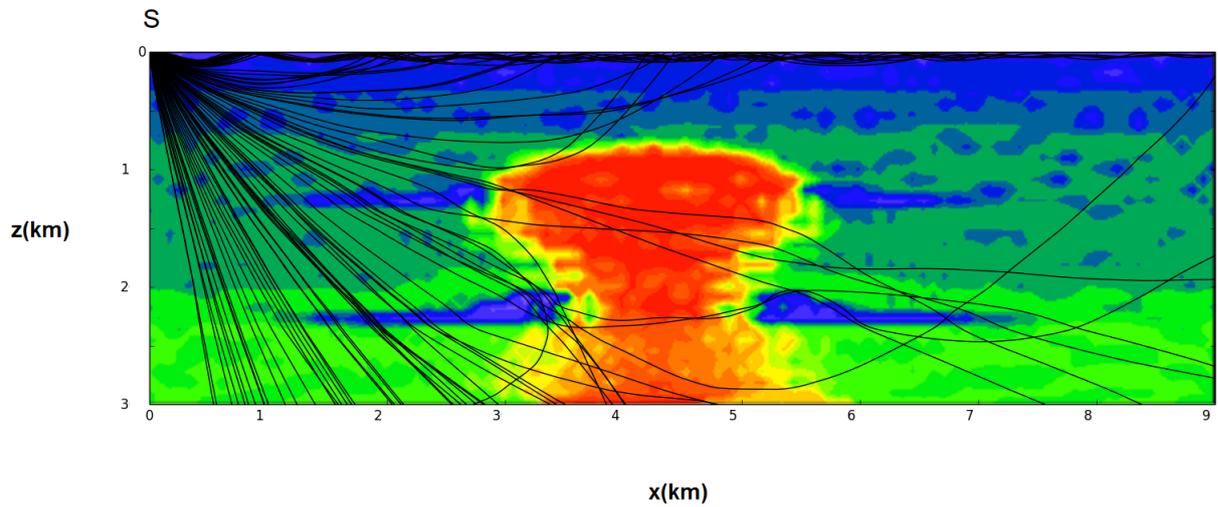


Figura 5.13: Família de raios que parte da fonte S posicionada em $(0,0)$ no modelo M_{4P_3} . O passo no ângulo de partida das trajetórias dos raios é de 1° . Sendo os ângulos inicial e final iguais a 0° e 90° , respectivamente.

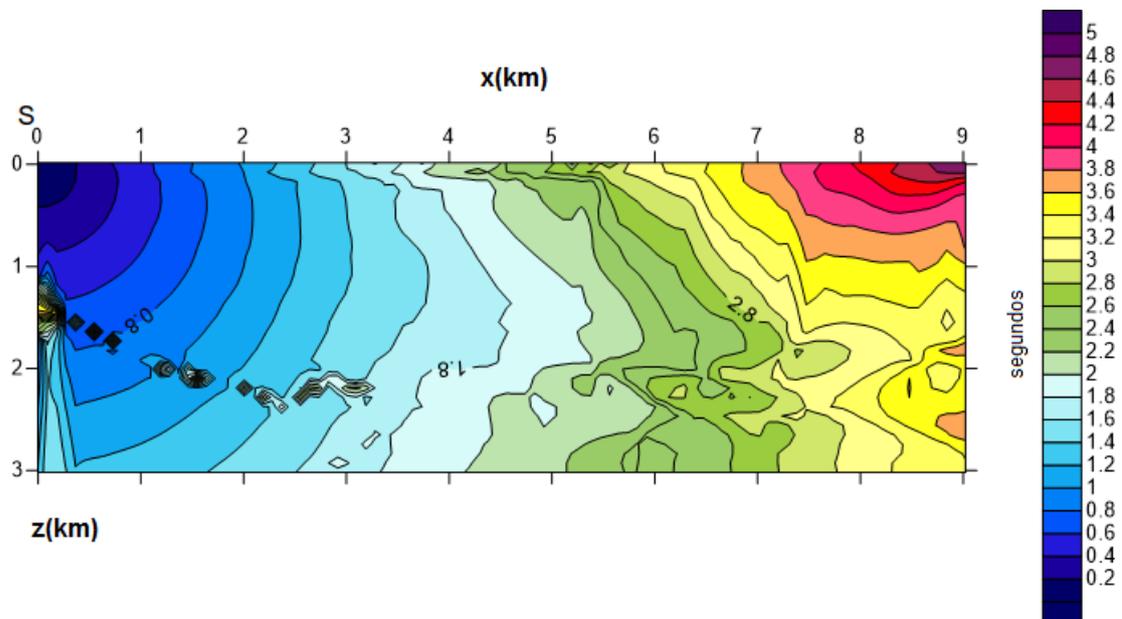


Figura 5.14: Campo de tempos de trânsito no modelo M_{4P_3} com a fonte sísmica S localizada na origem.

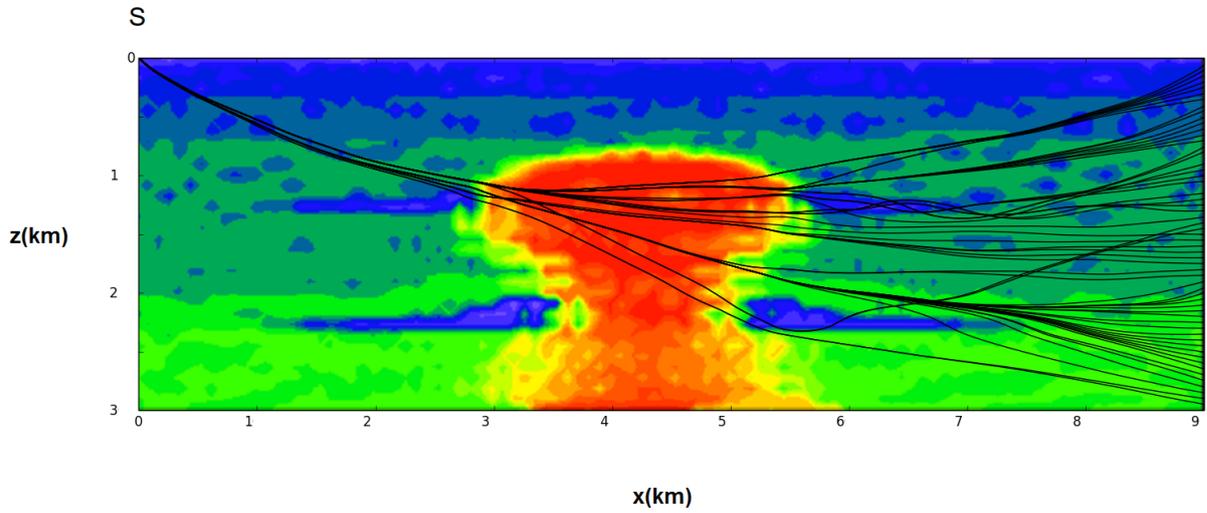


Figura 5.15: Traçamento de trajetórias de raios sísmicos que conectam a posição da fonte àquelas de 60 geofones situados no poço vertical W no modelo M_{4P_3} .

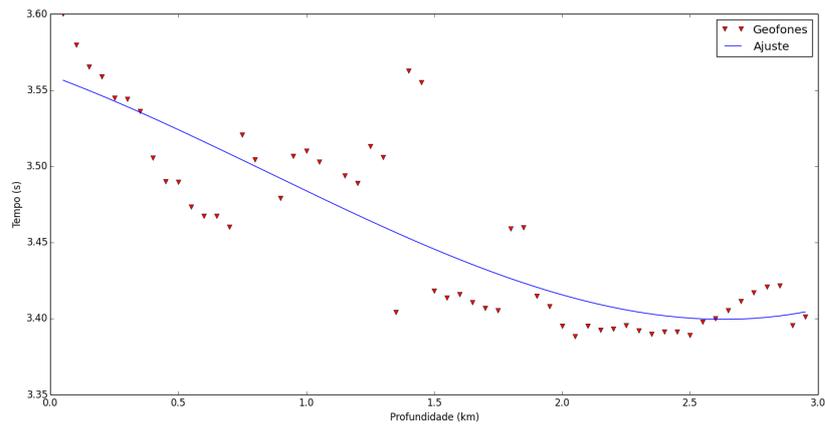


Figura 5.16: Perfil de tempos de trânsito (calculados) gastos pela perturbação ondulatória para percorrer, ao longo de trajetórias de raios, a distância que separa a fonte S das posições de receptores situados no poço W no modelo M_{4P_3} .

CAPÍTULO 6

Conclusões

A parametrização por meio de série ondaleta Haar mostrou-se eficaz na representação de campos de velocidades sísmicas de modelos bidimensionais restritos a uma função unidimensional. Aplicou-se tal técnica para quatro modelos de campos de velocidades distintos, das mais variadas feições, e ainda assim conseguiu-se representar o modelo original com um erro percentual aceitável. O número de coeficientes usados na série, entretanto, foi alto para que resultasse em um melhor imageamento.

O traçamento de raios com a subsequente obtenção dos campos de tempo de trânsito naqueles modelos parametrizados, também, ocorreu de forma satisfatória, condizente com as feições ali encontradas, assim como as trajetórias dos raios comportarem-se de modo coerente dadas as mesmas distribuições espaciais de velocidades sísmicas.

Os perfis de tempos de trânsito gastos pelas ondas sísmicas para percorrer a distância separando a fonte dos receptores também foram coerentes com os campos de velocidades dos modelos parametrizados, obtendo-se, para raios percorrendo regiões com valores de velocidades sísmicas mais baixas, um maior tempo de trânsito e, para aqueles percorrendo regiões com valores de velocidades sísmicas mais altas, um menor tempo de trânsito.

O uso do método da bissecção para a conexão de trajetórias de raios sísmicos de posições de fonte e de receptores distribuídos ao longo de um poço vertical, com a consequente obtenção de perfis de tempo, também funcionou, embora não para todos os geofones. Em parte devido às próprias estruturas presentes nos modelos geológicos, em parte, também, devido à baixa tolerância (de 1 metro) para a separação entre as posições da chegada do raio ao poço e a do geofone.

A técnica de interpolação utilizada permitiu satisfatoriamente o cálculo das velocidades sísmicas em pontos não cobertos pela malha senoidal, necessárias ao cálculo do gradiente do quadrado da vagarosidade demandada pelo traçamento de raios. Observa-se que nem toda variação do ângulo de partida do raio da fonte resulta num comportamento uniforme das trajetórias de raios.

Agradecimentos

Agradeço aos camaradas, amigos e mestres que tive durante minha graduação em geofísica por seus papéis de importância ao longo da jornada que agora se encerra; ao professor Wilson Figueiró, meu orientador aqui, que ajudou-me bastante com sua disponibilidade, ideias e paciência; à Rede Temática de Estudos em Geofísica Aplicada da Petrobras pelo tema que é objeto de pesquisa desenvolvida em alguns de seus projetos; ao apoio da ANP e do CPGG.

Referências Bibliográficas

- Bastos, I. P. e Figueiró, W. M. (2013) Parametrização unidimensional de campos de velocidades sísmicas por ondaleta de Morlet, In: *Expanded Abstracts*, 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
- Cerveny, V. (2005) *Seismic Ray Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Chapra, S. C. e Canale, R. P. (2009) *Numerical Methods for Engineers: with Software and Programming Applications*, Fourth Edition, McGraw-Hill, United States of America.
- Long Island University (2014) Fossil Fuel, http://myweb.cwpost.liu.edu/vdivener/notes/fossil_fuel.htm/, [Online; último acesso em 03-Dezembro-2014].
- Louisiana Department of Natural Resources (2014) Typical Anticlinal Geologic Formation, <http://dnr.louisiana.gov/assets/TAD/education/BGGB/4/anticline.html/>, [Online; último acesso em 03-Dezembro-2014].
- Mello, M. V. e Figueiró, W. M. (2014) Uso da série ondaleta bidimensional chapéu mexicano na parametrização de campos de velocidades sísmicas, Simpósio Brasileiro de Geofísica, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Morettin, P. A. (1999) *Ondas e Ondaletas: da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*, EDUSP, São Paulo.
- Nascimento, L. S. (2014) Modelagem Sísmica de Tempos de Trânsito em Campos de Velocidades Parametrizados por Série Ondaleta Shannon, Trabalho de Graduação em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brasil.
- Paulo, J. B. (2009) Métodos de Interpolação Sheppard Baseado em Núcleos, Dissert. de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Perin, H. M. e Figueiró, W. M. (2012) Parametrization of two-dimensional seismic velocity fields using the Haar wavelet, In: *Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 1–5, Society of Exploration Geophysicists (SEG), SEG 82th Annual Meeting, Las Vegas, USA.
- Santana, J. L. S. e Figueiró, W. M. (2008) Diferentes parametrizações do campo de velocidades sísmicas do modelo geológico da quebra da plataforma continental, In: *Resumos Expandidos*, Sociedade Brasileira de Geofísica, III Simpósio Brasileiro de Geofísica (SimBGf), CDROM, Belém, PA, Brasil.
- Santos, M. A. B. (2008) Modelagem Sismológica de Curvas de Tempo de Trânsito com Parametrização por Série Trigonométrica do Campo Global de Velocidades, Trabalho de Graduação em Geofísica, UFBA, Salvador, BA, Brasil.

- dos Santos, R. H. M. e Figueiró, W. M. (2006) Modelagem acústica bidimensional usando diferentes parametrizações de campos de velocidades, *Revista Brasileira de Geofísica*, **24**(1):103–115.
- dos Santos, V. G. B. e Figueiró, W. M. (2011) Seismic ray tomography using L1 integral norm, *Revista Brasileira de Geofísica*, **29**(2):347–358.
- Soares Filho, D. M.; Figueiró, W. M. e Botelho, M. A. B. (2002) Desenvolvimento de Metodologia de Modelagem Física e Numérica de Dados Geofísicos 3D em Diferentes Escalas, Projeto CTPETRO, FINEP-PETROBRAS, Relatório Técnico.