



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DERIVADAS RADIAIS 2D E 3D
APLICADAS NA FILTRAGEM DO
GROUND-ROLL

RAFAEL MOREIRA PAULO

SALVADOR – BAHIA
Novembro 2019

Derivadas radiais 2D e 3D aplicadas na filtragem do *ground-roll*

por

RAFAEL MOREIRA PAULO

Orientador: Prof. Dr. Milton José Porsani

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

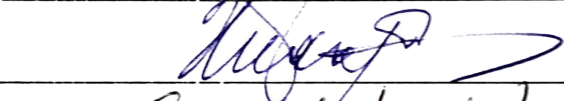
DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

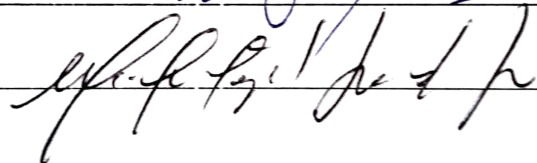
COMISSÃO EXAMINADORA



Dr. Milton José Porsani



Dr. Hédison Kiuity Sato



Dr. Michelângelo Gomes da Silva

DATA DA APROVAÇÃO: 03/12/2019

"Shine on you crazy diamond".-
David Gilmour, Rick Wright,
Roger Waters

Resumo

Dados adquiridos em aquisições terrestres possuem um ruído coerente de baixa frequência e altas amplitudes denominado *ground-roll*, este constitui um grande problema para as etapas de processamento e interpretação sísmicas, atrapalhando a obtenção de um bom campo de velocidades e a visualização da continuidade dos refletores. O ruído ocorre devido a propagação das ondas *Rayleigh*, originada na zona de baixa velocidade. Os filtros convencionais para a remoção deste ruído são o passa alta ou cortes da banda do sinal no domínio FK. Ambos os filtros, no entanto, causam perdas das informações de baixa frequência que podem vir a ser úteis na realização da interpretação do dado.

O método proposto neste trabalho é a derivada radial, calculada a partir das derivadas analíticas da função peso do método de interpolação de Shepard, assim, este método de filtragem não se utiliza de perturbações para o cálculo das derivadas, este filtro é aplicado diretamente no domínio do tiro, não sendo necessário a mudança de domínios para sua aplicação, o método não realiza cortes das informações de baixa frequência, assim, estas podem ser utilizadas na interpretação do dado. Para o teste e comparação do filtro proposto com os convencionais, estes foram aplicados na linha 0026-1624 da Bacia do Recôncavo.

O presente trabalho propõe ainda a utilização da derivada direcional para a atenuação ou ressalte de eventos em seções empilhadas, auxiliando assim na interpretação, podendo ser utilizado para o melhor mapeamento de reflexões.

Abstract

Land seismic data has a coherent noise with low frequency and high amplitudes, the ground-roll, this noise leads to seismic processing and seismic interpretation's problems, disturbing the velocity's field and the view of reflector's continuity. The noise occurs due to the Rayleigh's wave propagation, originated in the low-velocity zone, the conventional filters for ground-roll attenuation, are high-pass and cuts in the FK domain. These filters lead to the low-frequency loss in signal, these can be important for the seismic interpretation.

The proposed method is the radial derivative, is calculated from Shepard's method weight functions analytical derivative, therefore this filter doesn't use spatial or temporal perturbations for the calculation of derivatives, this method is applied on shot-gather domain, therefore isn't changes in domains for your application, the filter doesn't perform cuts in the signal low frequencies, therefore these pieces of information can be used in data's interpretation. For the test and result comparisons between the filters proposed and conventional, these were applied in the seismic line 0026 – 1624 of the Reconcavo basin.

The present work also proposes the use of directional derivative for the event's attenuation or enhance in stacked sections, therefore help in seismic interpretation, the method can be used for better reflection mapping.

Sumário

Resumo	3
Abstract	4
Introdução	12
1 Etapas do processamento	14
1.1 Pré Processamento	14
1.1.1 Conversão do dado	14
1.1.2 Geometria	16
1.1.3 Edição e <i>mute</i>	17
1.1.4 Correção Estática	18
1.1.5 Correção de amplitude	19
1.2 Processamento avançado	24
1.2.1 Filtragem	24
1.3 Análise de velocidade	30
1.3.1 Correção NMO	32
1.3.2 Empilhamento	33
2 Obtenção das derivadas direcional e radial a partir do método de interpolação de Shepard	36
2.1 Método de interpolação de Shepard	36
2.1.1 Escolha do expoente	37
2.1.2 Limitações do método de interpolação de Shepard	38
2.1.3 Propriedades da função peso	38
2.2 Obtenção das derivadas parciais do dado a partir da interpolação de Shepard	41
2.2.1 Utilização das derivadas parciais analíticas da função peso para a derivação do dado	42
2.3 Derivada direcional do dado interpolado	44

2.4	Derivada radial com foco amarrado a um ponto $\mathbf{P}_f$	45
2.5	Predição e derivadas centrais de um dado regularmente espaçado	46
2.5.1	Predição central	46
2.5.2	Derivadas parciais	47
2.6	Construção do operador derivada de um dado igualmente Espaçado	50
2.6.1	Construções das matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{W}$	50
2.6.2	Operador derivada direcional	54
2.6.3	Operador derivada radial	55
2.7	Caso bidimensional	56
2.7.1	Predição e derivadas centrais de um dado regularmente espaçado . . .	57
2.7.2	Construção dos operadores de predição central e derivada de um dado igualmente espaçado	59
2.8	Caso unidimensional	61
3	Resultados e discussões	64
3.1	Linha 0026-1624	64
3.2	Aplicação do Operador derivada radial	65
3.3	Mudanças de parâmetro na Derivada Radial 2D	66
3.3.1	Interferência da escolha de $\mathbf{P}_f$	66
3.3.2	Interferência de $\Delta \mathbf{x}$ e $\Delta \mathbf{t}$	70
3.3.3	Interferência do $\mathbf{p}$	70
3.3.4	Interferência de $\mathbf{L}_x$ e $\mathbf{L}_z$	73
3.3.5	Localização no fluxograma	75
3.4	Comparação entre filtros	80
3.4.1	Dado filtrado sem onda direta	83
3.5	Seções empilhadas	87
3.6	Derivada radial 3D	89
3.7	Derivada direcional	97
4	Conclusões	104
	Agradecimentos	106
A	Cálculo das distâncias e pesos 2D	108
B	Cálculo do operador derivada radial 2D	111
C	Cálculo das distâncias e pesos 3D	113

D	Cálculo da derivada radial 3D	118
	Referências	122
I	Diferença entre apêndice e anexo	124

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros de aquisição da linha 0026-1624	64
-----	--	----

Lista de Figuras

1.1	Fluxograma utilizado para o processamento do dado sísmico	15
1.2	Família de tiro comum.	17
1.3	caminho dos raios dos pares fonte-receptor para um refletor mergulhante em sub-superfície (Silva, 2004).	17
1.4	Em (a) Definição da função <i>mute</i> em uma família de tiro comum utilizando o <i>Seisspace</i> , (b) Tiro após a aplicação do <i>mute</i>	18
1.5	Em (A) Traços de uma família CMP após a correção estática, (B) Traços de uma família CMP sem a correção estática (Souza, 2016).	19
1.6	Decaimento da amplitude devido ao espalhamento geométrico. Adaptado de (Telford, Geldart e Sheriff, 1990).	20
1.7	Em (a) Dado original, (b) Dado corrigido com divergência esférica, (c) Dado corrigido com AGC.	23
1.8	Propagação da onda <i>Rayleigh</i> (Santos, 2014).	24
1.9	Dado afetado com <i>ground-roll</i>	25
1.10	Função transferência no domínio da frequência do filtro, (a) Passa alta, (b) passa baixa, (c) corta faixa, (d) passa banda.	27
1.11	comportamento da onda direta (em azul), das reflexões (em vermelho) e do <i>ground-roll</i> (em verde) no domínio do tiro e no domínio F-K (Santos, 2014).	29
1.12	Cobertura CDP da linha trabalhada	30
1.13	Exemplo de análise de velocidade utilizando o <i>Seisspace</i>	31
1.14	Campo de velocidades RMS gerado.	31
1.15	Campo de velocidades RMS suavizado.	32
1.16	Família CDP (a)sem correção NMO, (b) com subcorreção , (c) com sobre-corrigida, (d) corrigido apropriadamente.	34
1.17	Família CDP após a correção NMO.	35
2.1	Eixo x de uma distribuição $7 \times 7 \times 7$	47
3.1	Localização da linha 0026-1624. Fonte: (ANP, 2019).	65

3.2	Em (a) Dado não filtrado, (b) Espectro FK do Dado não filtrado	67
3.3	Em (a) Dado com $P_f = (1, 1001)$, (b) Dado com $P_f = (109, 61)$	68
3.4	Espectro FK do (a) Dado com $P_f = (1, 1001)$, (b) Dado com $P_f = (109, 61)$	69
3.5	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com P_f variável.	69
3.6	Em (a) Dado com $\Delta x = \Delta t = 1$, (b) Dado com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$	71
3.7	Espectro FK do (a) Dado com $\Delta x = \Delta t = 1$, (b) Dado com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$	72
3.8	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com Δx e Δt variável.	72
3.9	Em (a) Dado com $p = 0, 5$, (b) Dado com $p = 1$ (c) Dado com $p = 2$	73
3.10	Espectro FK do (a) Dado com $p = 0, 5$, (b) Dado com $p = 1$ (c) Dado com $p = 2$	74
3.11	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com p variável.	74
3.12	Em (a) Dado filtrado com operador 3×3 , (b) Dado filtrado com operador 5×5 , (c) Dado filtrado com operador 7×7	75
3.13	Espectro FK do (a) Dado filtrado com operador 3×3 , (b) Dado filtrado com operador 5×5 , (c) Dado filtrado com operador 7×7	76
3.14	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com tamanho do operador variável	76
3.15	Em (a) Dado filtrado após o AGC, (b) Dado com AGC após a filtragem, (c) Dado com divergência esférica após a filtragem e AGC para a visualização (d) Dado com divergência esférica antes da filtragem e AGC para a visualização.	78
3.16	Espectro FK do (a) Dado filtrado após o AGC, (b) Dado com AGC após a filtragem, (c) Dado com divergência esférica após a filtragem e AGC para a visualização, (d) Dado com divergência esférica antes da filtragem e AGC para a visualização.	79
3.17	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes localizações no fluxograma.	80
3.18	Em (a) Dado filtrado com a derivada radial, (b) Dado filtrado com filtro FK, (c) Dado filtrado com passa alta.	81
3.19	Espectro FK do dado Filtrado com (a) a derivada radial, (b) o filtro FK, (c) o filtro passa alta.	82
3.20	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes filtros.	82
3.21	Espectro de velocidades do CDP 344 do dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial.	83
3.22	Em (a) Dado original, (b) Dado filtrado com a derivada radial, (c) Dado filtrado com o filtro FK, (d) Dado filtrado com o filtro passa alta.	84

3.23	Espectro FK do dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial, (c) Filtrado com o filtro FK, (d) Filtrado com o filtro passa alta.	86
3.24	Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes filtros. . .	87
3.25	Espectro de velocidades do CDP 344 (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial, (c) Filtrado com o filtro FK, (d) Filtrado com o filtro passa alta. . . .	88
3.26	Seção empilhada do dado não filtrado.	90
3.27	Seção empilhada do dado filtrado e sem a onda direta.	91
3.28	Seção empilhada filtrada com a derivada radial.	92
3.29	Seção empilhada do dado sem a onda direta filtrada com a derivada radial. .	93
3.30	Seção empilhada filtrada com o filtro FK.	94
3.31	Seção empilhada filtrada com o filtro passa alta.	95
3.32	Dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial 3D.	96
3.33	Espectro de amplitude dos dados original e filtrado.	97
3.34	Definição do ângulo θ	98
3.35	Dado original.	99
3.36	Derivada horizontal.	101
3.37	Derivada com direção de 45°	102
3.38	Derivada vertical.	102
3.39	Derivada com direção de 135°	103
3.40	Derivada 180°	103

Introdução

O *ground-roll* é um ruído coerente, de alta amplitude e baixa frequência, representando um grande problema para o processamento de dados sísmicos de reflexão em linhas sísmicas terrestres, pois além de constituir um problema para a análise de velocidades, reduzindo a coerência das reflexões no espectro de velocidades, é responsável, ainda por prejudicar a continuidade dos refletores em uma seção empilhada. Por ser um ruído coerente o *ground-roll* tem um comportamento previsível, se apresentando na forma de um cone em uma seção no domínio do tiro, e de forma linear em uma seção empilhada. Atenuar este evento, portanto, aumenta de forma significativa da razão sinal/ruído.

Almejando a atenuação do *ground-roll*, o LAGEP-UFBA, por meio do projeto GAS-BRAS, propõe uma nova forma de se realizar a filtragem radial, proposto por Melo, Porsani e Silva (2009) & Manenti (2013), a aplicação deste método consistia na realização da transformada radial, introduzida por (Ottolini, 1979), com o objetivo de realizar a etapa da migração, para sua aplicação há um remapeamento de amplitudes utilizando o método de interpolação de Shepard no sismograma, utilizando essa técnica, eventos lineares de baixa frequência no domínio do tiro são reorganizados em eventos verticais de baixa frequência, envolvendo o dado com o operador de derivada vertical, o operador é calculado através da interpolação de Shepard para calcular amplitudes de pontos a frente e atrás do ponto a ser derivado, este método depende de uma perturbação δ que representa a distância entre os pontos preditos e o ponto central, a diferença entre estes pontos preditos dividido por 2δ dá uma aproximação da derivada local. O método da derivada direcional também foi utilizado por Santos (2014), utilizando uma nova abordagem, no método por utilizado não é mais necessário a realização da transformada radial. Para tanto foi escolhido um ponto do foco (P_f) no sismograma e foi calculado as derivadas horizontais e verticais (em t), utilizando a mesma lógica de Manenti (2013), através de cálculo de interpolações de pontos, que distam do ponto central uma distância δ em x e em t . As diferenças entre estes pontos dividido pela distância entre eles oferece uma aproximação da derivadas horizontais e verticais. Esta perturbação δ poderia se estender, inclusive, para fora do operador. No entanto estas grandes perturbações vinha a custo da perda das altas frequências do dado, sendo necessário uma posterior deconvolução

do dado para conseguir um ganho de altas frequências.

O método de derivada radial proposto no presente trabalho não se utiliza de mudanças de domínio, assim não possuindo erros numéricos de ida e volta que esta mudança acarreta, além de exigir um menor custo computacional. A perturbação δ usado por Manenti (2013)&Santos (2014) não será necessária nesta nova abordagem, evitando assim a perda de altas frequências. Isto ocorre pois a abordagem se utiliza da derivada analítica da função peso do método de interpolação de Shepard para os cálculos das derivadas do dado, levando a um ganho relativo de altas frequências do dado final. O método foi desenvolvido com a motivação de evitar perdas de informações com os cortes no domínio da frequência e no domínio FK para a filtragem do *ground-roll*. Estes métodos envolvem grandes perdas de informações de baixa frequência, estas podem ser informações valiosas para a interpretação de uma seção sísmica, pois a presença de gás pode acarretar em uma resposta de baixa frequência no local onde ele está presente. Assim, a detecção direta da presença de gás a partir do sismograma será prejudicada se estes métodos de filtragem forem utilizados. Como a derivada radial não se utiliza de cortes de frequência, apenas atenuando eventos lineares de baixa frequência, estas perdas de informação são prevenidas. O método, ainda, pode ser facilmente generalizado para 3D. No presente trabalho foi realizado o teste deste filtro no domínio *cross spread*. O presente trabalho também propõe um método de auxílio na interpretação com base em derivadas direcionais. Esta metodologia envolve a atenuação ou o ressalte de eventos em uma seção empilhada, ajudando o interprete com uma melhor visualização dos eventos de interesse, não necessitando a realização de mudanças de domínio.

Para o teste do método foi realizado o processamento CMP da linha 0026-1624, da Bacia do Recôncavo, o *software* utilizado para este processamento foi o *Seisspace*, cedido ao LAGEP-UFBA pela *Landmark*. Para a aplicação das derivadas radiais e direcionais no dado foi escrito um programa em Fortran 2008.

Capítulo 1

Etapas do processamento

Este capítulo objetiva expor de forma resumida as etapas do processamento sísmico realizadas neste trabalho. O fluxograma adotado é fortemente dependente de parâmetros como o tipo do dado (terrestre ou marinho), ruídos encontrados no dado, características da aquisição como numero e espaçamento entre receptores ou tiros, receptores defeituosos, presença de pulos entre tiros e afins, o dado processado neste trabalho se encontra na região da bacia do Recôncavo, o dado apresenta uma forte presença de *ground-roll*, assim sendo necessário a sua filtragem, para isto foi desenvolvido um método de filtragem, a derivada radial, utilizando as derivadas analíticas do método de interpolação de Shepard. O dado possui a necessidade de correção Estática, advinda principalmente da estática de refração, assim, estas e as demais etapas foram realizadas no *Seisspace* 2D.

O processamento sísmico é dividido em duas fases principais, o pré-processamento, fase que, principalmente, objetiva a preparação dos dados. Não necessitando de uma matemática robusta ou um fortes tratamentos do sinal sísmico. E o processamento avançado, que se utiliza de técnicas matematicamente e tratamentos do sinal mais sofisticados.

A Figura 1.1 esquematiza o fluxograma utilizado no processamento do dado sísmico feito no presente trabalho. As etapas do pré-processamento se encontram em azul, e as etapas do processamento avançado se encontram em vermelho.

1.1 Pré Processamento

1.1.1 Conversão do dado

A linha sísmica recebida e processada para o trabalho foi recebido no formato SEG-Y, assim para se trabalhar com o dado utilizando o *Seisspace* é necessária a conversão do dado, saindo do formato SEG-Y para a utilização no *software*.

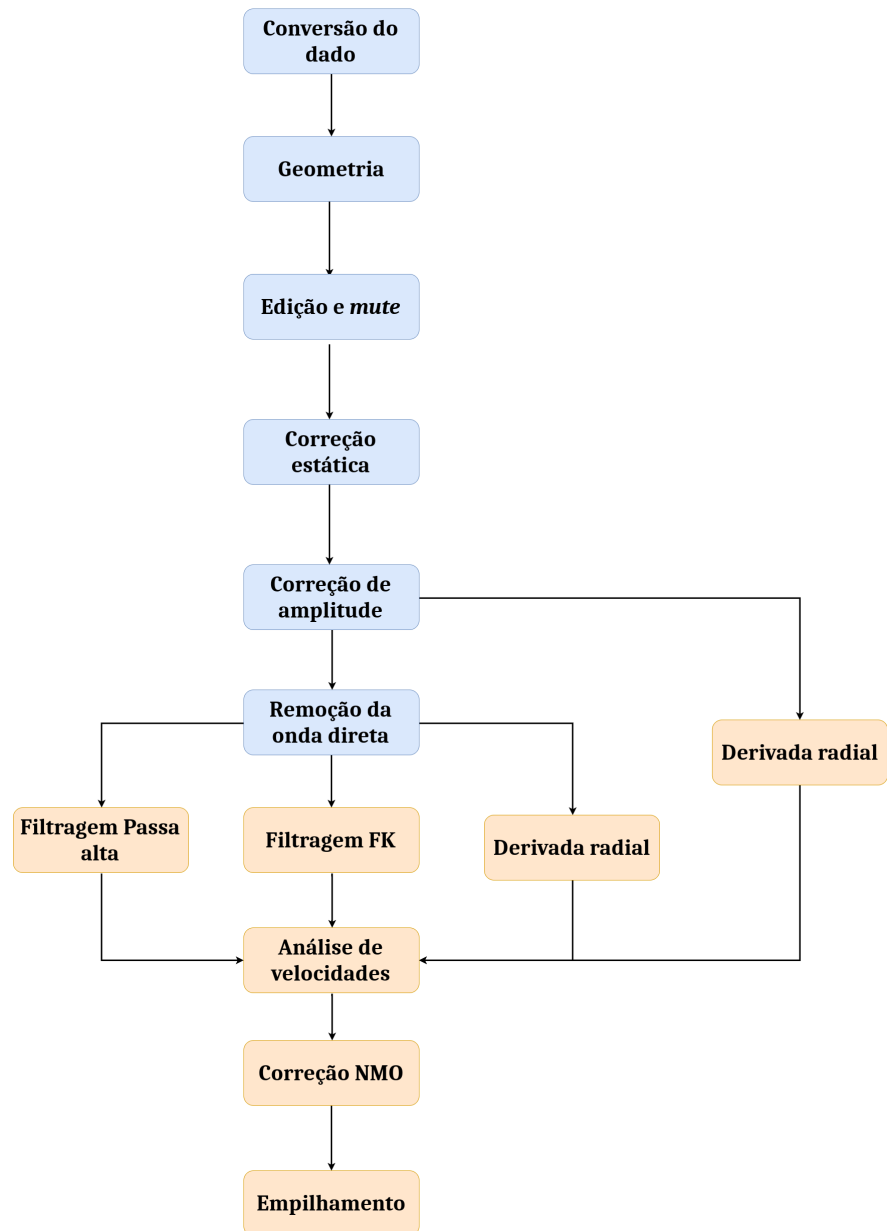


Figura 1.1: Fluxograma utilizado para o processamento do dado sísmico

1.1.2 Geometria

A etapa da geometria é fundamental para o processamento sísmico, pois se esta etapa for comprometida, etapas futuras como organização em família CDP, correção NMO e empilhamento serão comprometidas. Assim, é necessário a análise do relatório de aquisição para a correta definição de parâmetros como: coordenadas dos tiros e receptores, *offsets*, *cdps*, saltos de estações e demais parâmetros, após a definição destes a geometria é gravada no *header*.

Ao se analisar o relatório de campo é necessário se atentar a parâmetros como: *offset* mínimo, espaçamento entre receptores, espaçamento entre tiros e tipo do arranjo. A partir destes parâmetros é possível associar cada traço do dado a uma coordenada de ponto de tiro e receptor. Assim sendo possível calcular as demais chaves do *header* referentes a geometria, as chaves do *header* recebidas e calculadas na etapa da geometria são:

- **FFID**: numero de registro do tiro
- **chan**: numero do receptor
- **aoffset**: valor absoluto do afastamento entre fonte e receptor
- **cdp (cdp bin number)**: numero do cdp
- **cdpx,cdpy**: valor das coordenadas x e y do cdp
- **offset**: é igual ao aoffset mas leva em conta o sinal (segundo a convenção de offset-receptor)
- **source=sin**: numero da source (numero do disparo)
- **sou-x,sou-y**: coordenada x e y da fonte
- **rec-x,rec-y**: coordenadas x e y do receptor

A Figura 1.2 mostra o esquema de uma família de tiro comum, neste arranjo de fonte e receptor, cada traço do sismograma representará um receptor, e todos estes estão sob a ação da mesma fonte sísmica. A partir da Figura 1.2 é possível notar a presença de outro importante parâmetro do processamento sísmico, o CDP.

CDP ou *common depth point* é definido como o único ponto em um refletor em que as informações sísmicas são gravadas, (Encyclopedia.com, 2019). Já o CMP ou *common medium point* é definido como o ponto médio em superfície entre fonte e receptor. nota-se pela Figura 1.2 que em um acamamento plano-paralelo as coordenadas x e y do CMP coincidem com as coordenadas do CDP. No entanto em camadas mergulhantes ou com variação lateral

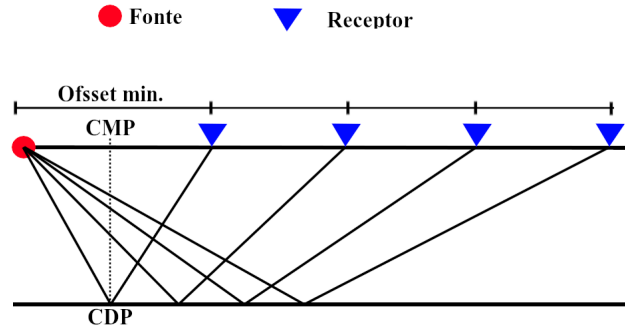


Figura 1.2: Família de tiro comum.

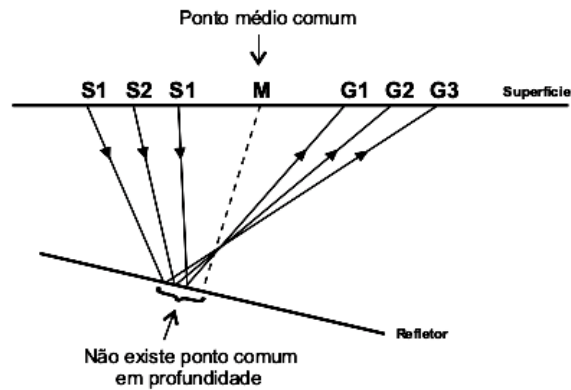


Figura 1.3: caminho dos raios dos pares fonte-receptor para um refletor mergulhante em sub-superfície (Silva, 2004).

de velocidade sísmica esta coincidência não ocorre, como é possível notar na Figura 1.3, que mostra uma família de CMP comum.

Para a atribuição da geometria no *Seisspace* foi utilizado o módulo 2D *Land Geometry Spreadsheet*.

1.1.3 Edição e *mute*

As etapas da edição e *mute* visam o aumento da razão sinal/ruído em sismogramas, para tanto, no caso da edição, o Geofísico irá buscar e remover traços nulos ou ruidosos, nos casos dos tiros de teste ou ruidosos há a necessidade de remove-los. No entanto esta etapa deve ser feita com cautela, pois mesmo em traços ruidosos podem existir informações úteis, assim deve-se avaliar a possibilidade da remoção do ruído do traço, ou o quanto manter este traço irá atrapalhar na obtenção de uma boa imagem em sub-superfície, assim esta etapa exige do geofísico experiência e capacidade de analisar o ruído que influencia no traço. A remoção de famílias de tiro comum inteiras devem ser realizadas com mais cautela, pois mais informações serão perdidas com esta remoção. A extração de numerosos traços pode prejudicar a cobertura CDP, e assim comprometer futuras etapas do processamento como a

análise de velocidades.

O *mute* é a etapa do processamento sísmico em que se define uma função *mute*. Após a definição desta, as amplitudes acima da função são zeradas, e as que se encontram abaixo são preservadas, assim ruídos ambientais ou associadas ao mal funcionamento de geofones, que ocorrem antes do tempo de registro, são removidos do sismograma. E assim, há o incremento da razão sinal/ruído. A função *mute*, portanto, deve ser feita próxima ao começo do registro do sinal de interesse, no entanto sem nunca o cruzar, devido ao perigo de perda do mesmo. É possível notar na Figura 1.4 (a) a definição da função *mute* já em 1.4 (b) é mostrado o mesmo sismograma após sua aplicação.

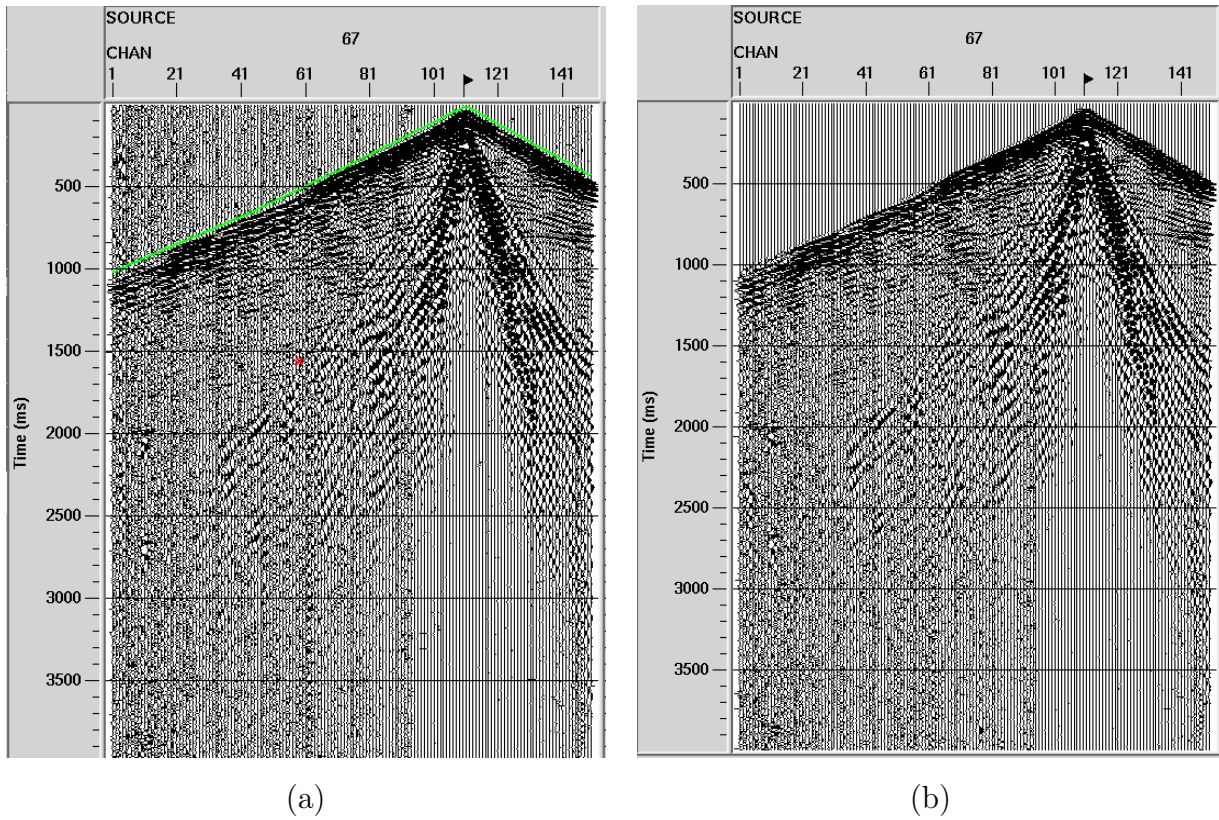


Figura 1.4: Em (a) Definição da função *mute* em uma família de tiro comum utilizando o *Seisspace*, (b) Tiro após a aplicação do *mute*.

1.1.4 Correção Estática

A Correção estática corresponde a um deslocamento em tempo aplicado ao traço sísmico. Com o intuito de eliminar o atraso de tempo das reflexões causado pela variação de topografia em superfície e na ZBV (Zona de baixa velocidade), Souza (2016). Estas características do ambiente podem afetar a qualidade do dado, uma vez que a teoria do método sísmico não leva em conta estas variações. Propriedades dos dados como o comportamento hiperbólico

das ondas refletidas, ou o comportamento linear das ondas refratadas e direta serão prejudicadas devido aos efeitos estáticos. A Figura 1.5 ilustra o efeito de problemas estáticos no empilhamento de dados sísmicos.

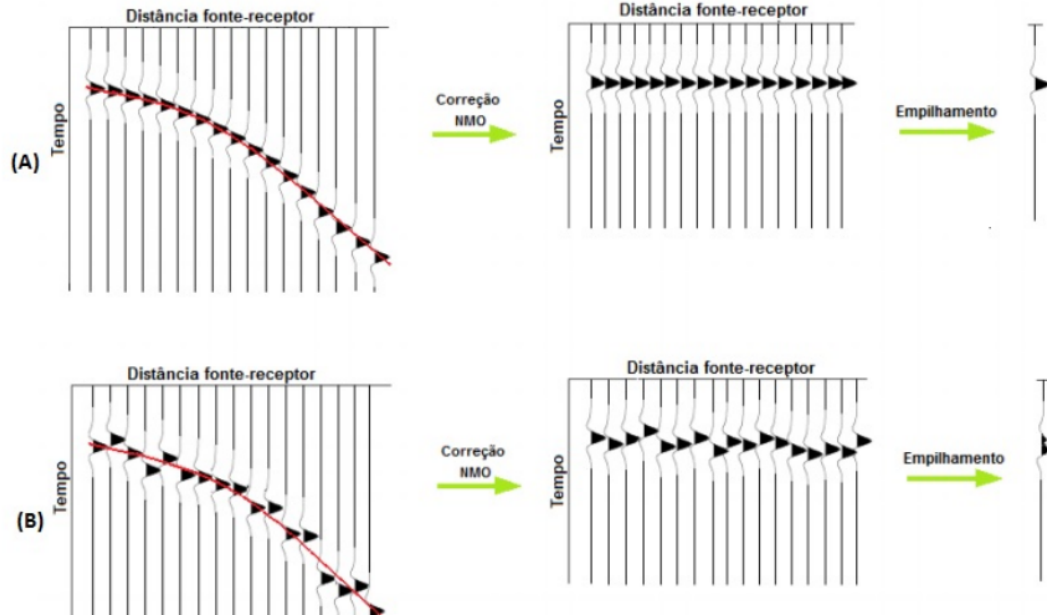


Figura 1.5: Em (A) Traços de uma família CMP após a correção estática, (B) Traços de uma família CMP sem a correção estática (Souza, 2016).

Os principais efeitos da ZBV nos dados sísmicos são: a atenuação do sísmico devido a alta absorção e dispersão da energia sísmica, nesta região, prejudicando principalmente informações de alta frequência, ver Subseção 1.1.5, Geração do *ground-roll* (ver subseção 1.2.1), deslocamento nos tempos de transito e por fim origina múltiplas de curto período, Souza (2016).

1.1.5 Correção de amplitude

A Amplitude sísmica é o atributo da sísmica que expressa a magnitude das oscilações dos dados sísmicos gravados, e quantifica a distribuição de energia da onda sísmica em função da propagação no espaço, do registro no tempo e na frequência (Zhou, 2014). A amplitude do sinal sísmico é influenciado por fatores como a fonte da energia sísmica, características do receptor e das propriedades do meio na qual a onda se propaga.

O principal agente atenuador da amplitude do sinal sísmico é o meio, e os fenômenos preponderantes relativos ao meio que contribuem para perda da amplitude do sinal sísmico serão listados nesta Subseção.

Fenômenos atenuadores da amplitude sísmica:

1. Espalhamento geométrico:

O espalhamento geométrico é um fenômeno considerado puramente geométrico, pois associa a atenuação da amplitude à expansão de frentes de onda, e não a dissipação da energia elástica em outras formas de energia. Considerando a Terra como um meio homogêneo e isotrópico, na qual a propagação da onda ocorre por frentes de onda, tem-se que a energia inicial do pulso sísmico é conservada.

A intensidade (I) da energia, expressa a razão entre potência da onda por unidade de área, para uma onda harmônica em um meio homogêneo e isotrópico a expressão da intensidade é dado pela equação (1.1) (Telford et al., 1990):

$$I = \frac{1}{2} \rho V \omega^2 A_p^2 \quad (1.1)$$

onde ρ representa a densidade do meio e ω representa a frequência angular da onda e A_p sua amplitude, e V é a velocidade da onda.

A Figura 1.6 representa uma frente de onda esférica em dois instantes distintos, como a energia total da onda se conserva, logo:

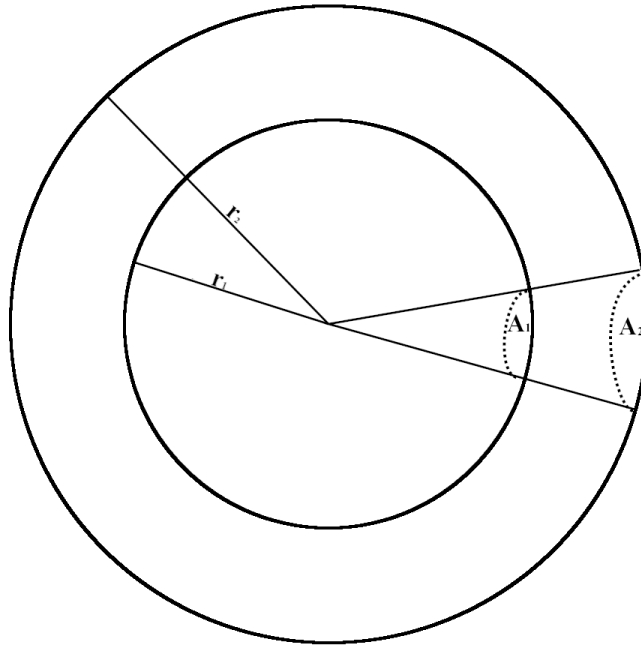


Figura 1.6: Decaimento da amplitude devido ao espalhamento geométrico. Adaptado de (Telford, Geldart e Sheriff, 1990).

$$I_1 A_1 = I_2 A_2. \quad (1.2)$$

Levando em conta que as áreas A_1 e A_2 são proporcionais aos seus respectivos raios ao quadrado:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2, \quad (1.3)$$

usando as equações (1.1) e (1.3) obtêm-se:

$$\frac{A_{p2}}{A_{p1}} = \frac{r_1}{r_2} \quad (1.4)$$

assim, a queda de amplitude de uma onda esférica é proporcional a distância que a onda percorre.

2. Absorção:

No item anterior foi inferido que não há variação na densidade de energia das frentes de onda. No entanto considerando uma onda sísmica se propagando em um meio, esta assunção é sempre incorreta (Telford et al., 1990), pois na prática os meios não são perfeitamente elásticos, desta forma quando a onda se propaga no meio, parte da energia elástica é convertida em outras formas de energia, como calor (Telford et al., 1990).

O processo de absorção é de medição complexa, variando com a frequência, absorvendo mais altas frequências quando comparadas às baixas, e como medidas de laboratórios são feitas em alta frequência, podem haver divergências entre modelos laboratoriais e ondas sísmicas (Telford et al., 1990).

A perda de energia com distância devido a absorção possui comportamento exponencial (Telford et al., 1990), e pode ser dado pela equação (1.5):

$$I = I_0 e^{-\eta x} \quad (1.5)$$

Onde I e I_0 representam as intensidades da frente de onda em duas localizações distintas, x representa a distância que a onda percorre e η é o coeficiente de absorção.

Outro importante parâmetro da absorção é o fator de qualidade, Q , dado pela equação (1.6):

$$Q = \frac{\pi}{\eta \lambda} \quad (1.6)$$

Segundo Telford et al. (1990) Testes laboratoriais demonstram que η é diretamente proporcional a frequência, assim, Q se torna aproximadamente constante em uma rocha.

3. Partição de energia entre os meios:

A atenuação da onda em decorrência da partição da energia na interface entre meios, é proporcional ao coeficiente de reflexão, ou transmissão de cada interface, quando a onda chega a uma interface de separação entre dois meios com propriedades elásticas diferentes e com amplitude inicial A_0 , esta é atenuada, devido a partição da energia inicial entre os processos de reflexão, refração e transmissão da onda nos meios.

Os coeficientes de reflexão e transmissão quantificam o fator de redução da amplitude e da energia inicial da onda em função das impedâncias dos meios. As expressões (1.7), (1.8) e (1.9) expressam a relação entre atenuação da amplitude sísmica, impedância (produto da densidade pela velocidade de propagação da onda no meio) e energia em uma camada estratificada horizontalmente e considerando que a onda incide perpendicularmente a interface das camadas (Telford et al., 1990).

$$R_e = \frac{\frac{1}{2}\rho_1\alpha_1\omega^2 A_1^2}{\frac{1}{2}\rho_1\alpha_1\omega^2 A_0^2} = \left[\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right]^2 \quad (1.7)$$

$$R_t = \frac{\frac{1}{2}\rho_2\alpha_2\omega^2 A_1^2}{\frac{1}{2}\rho_1\alpha_1\omega^2 A_0^2} = \frac{4Z_2Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (1.8)$$

$$E_t + E_r = 1 \quad (1.9)$$

Onde:

- α : Ângulo de reflexão ou transmissão no meio 1 ou 2
- ρ : Densidade do meio 1 ou 2
- ω : Frequência angular de propagação da onda
- A_0 : Amplitude inicial da onda
- A_1 : Amplitude da onda refletida
- A_2 : Amplitude da onda transmitida
- R_e : Energia de reflexão
- R_t : Energia de Transmissão

- Z : Impedância do meio 1 ou 2

A expressão (1.9) indica que a energia total do sistema é conservada durante o processo, assim não considerando efeitos de absorção.

Aplicação do ganho:

No trabalho corrente foi realizado dois métodos de ganho, o ganho automático-RMS e a divergência esférica.

O ganho automático- Amplitude RMS faz uso da raiz média do quadrado da amplitude do traço sísmico dentro de uma janela de tempo pré-definida. Para a construção da função ganho $g(t)$, segundo Yilmaz (1980), divide-se o traço sísmico em janelas de tempo, e calcula-se a razão entre a amplitude desejada e a raiz quadrada da soma dos quadrados das amplitudes de cada amostra dividido pelo número de amostras da janela. A equação (1.10) concede a expressão de $g(t)$:

$$g(t) = \frac{\text{rms desejada}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2}} \quad (1.10)$$

A Figura 1.7 (a) mostra o dado original, enquanto a Figura 1.7 (b) mostra o dado corrigido com divergência esférica, já a Figura 1.7 (c) mostra o dado corrigido com AGC.

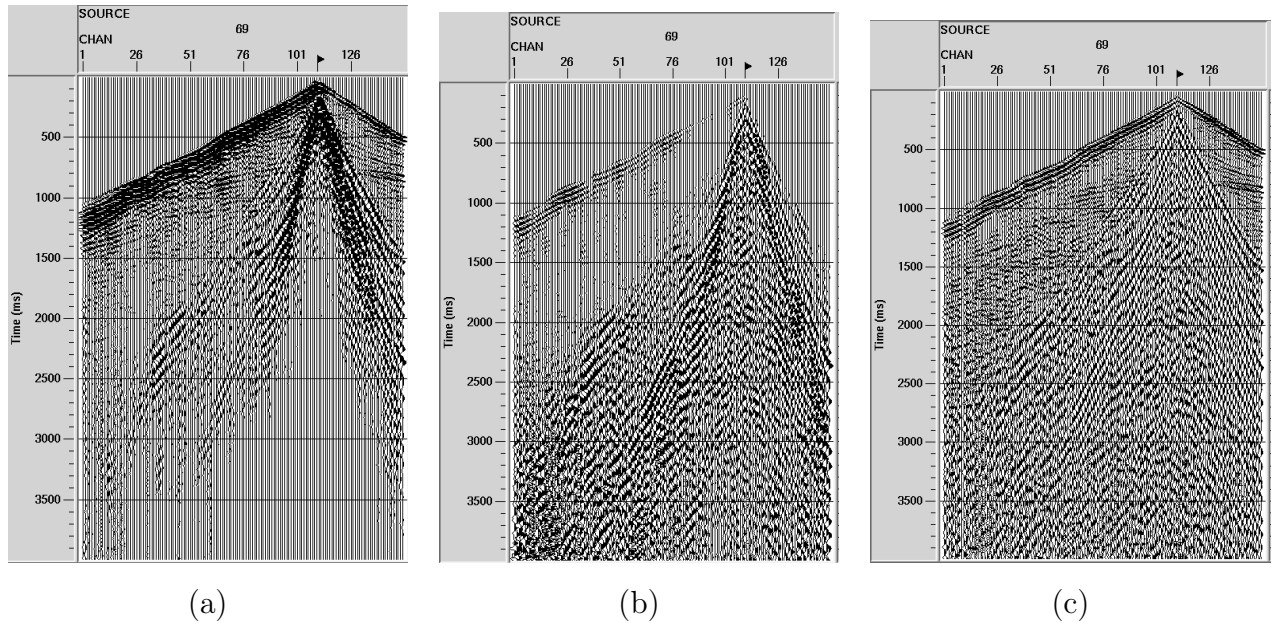


Figura 1.7: Em (a) Dado original, (b) Dado corrigido com divergência esférica, (c) Dado corrigido com AGC.

1.2 Processamento avançado

1.2.1 Filtragem

A etapa da filtragem visa a atenuação de eventos indesejáveis em um dado sísmico, aumentando assim a razão sinal-ruído, levando a uma melhor análise de velocidades e portanto a uma seção empilhada com uma maior qualidade e melhor interpretável.

Um dos principais ruídos de dados terrestres é o *ground-roll*, este ruído é coerente, ou seja, é possível sua predição traço-a-traço, além de possuir certa regularidade (Yilmaz, 1980).

O *ground-roll* é originado a partir das ondas superficiais do tipo *Rayleigh* (Figura 1.8) originadas na ZBV (ver subseção 1.1.4). A medida que as ondas de corpo sofrem uma atenuação da amplitude proporcional a $1/r$, as ondas superficiais do tipo *Rayleigh* sofrem uma atenuação proporcional a $1/\sqrt{r}$, assim esta contaminação será presente mesmo em tempos tardios.

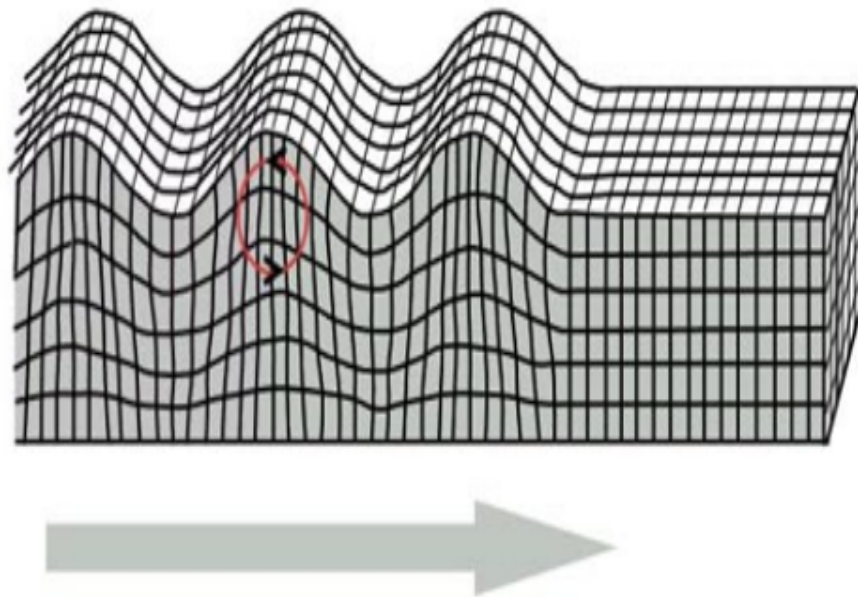


Figura 1.8: Propagação da onda *Rayleigh* (Santos, 2014).

O *ground-roll* possui a característica de ser um ruído de baixas velocidades quando comparadas a onda *P*, ocorrendo na faixa de 100 a 1000 m/s , e possui ainda baixa frequência quando comparados a eventos de reflexão ou refração, ocorrendo por volta de 10 Hz (Telford et al., 1990), a Figura 1.9 mostra um dado sofrendo a influência do *ground-roll*, com o mesmo estando contornado de vermelho.

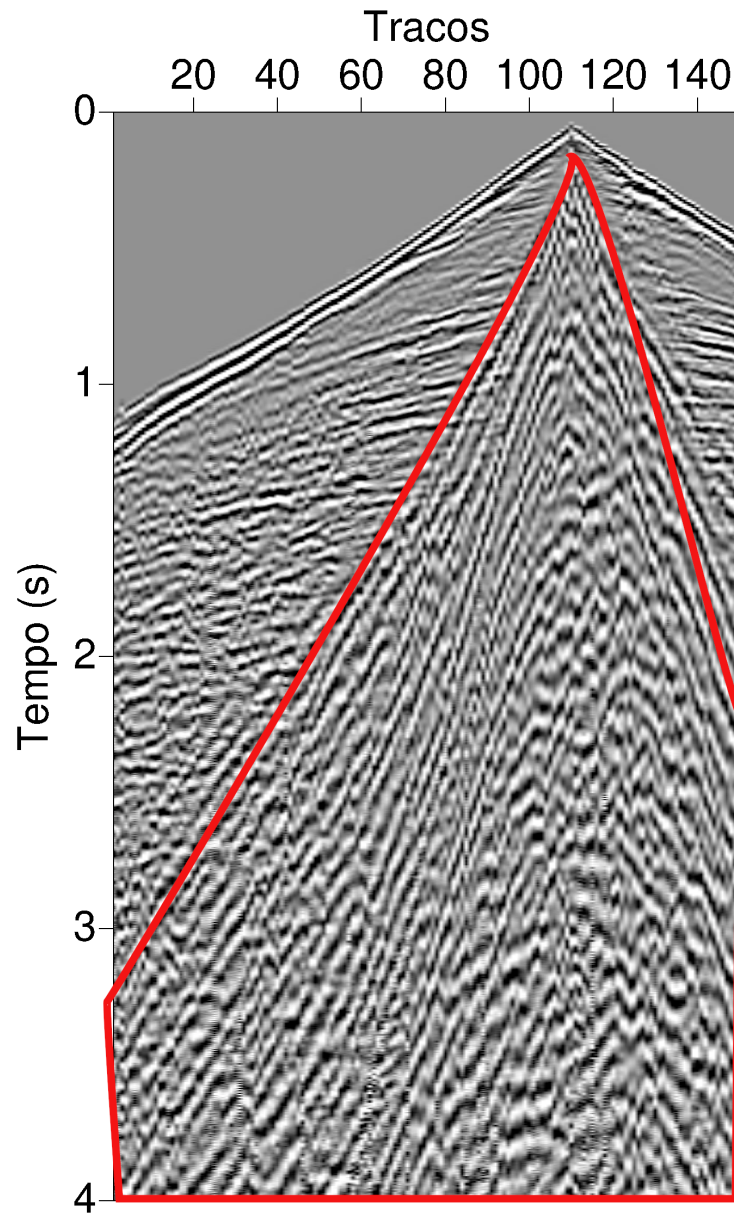


Figura 1.9: Dado afetado com *ground-roll*.

A fim de atenuar o *ground-roll* o presente trabalho irá testar três métodos. A derivada radial, que possui a teoria discutida no Capítulo 2, cortes no domínio FK e filtros 1D no domínio da frequência, as comparações de resultados dos métodos será apresentada no capítulo 3.

1. Filtragem no domínio da frequência

Para a realização de filtragens 1D no domínio da frequência é necessário aplicar a transformada direta e Fourier 1D no sinal, e em seguida multiplica-se a amplitude da transformada, no domínio da frequência, por uma determinada função de transferência (Silva, 2004).

Considerando $s(t)$ uma função contínua no domínio do tempo, e $S(\omega)$ como sendo a função resultante da transformada de Fourier da função $s(t)$, assim:

$$\mathcal{F}[s(t)] = S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.11)$$

$S(\omega)$, no domínio da frequência pode ser separada em fase ($\phi(\omega)$) e amplitude ($A(\omega)$).

$$S(\omega) = \phi(\omega)A(\omega) \quad (1.12)$$

A aplicação dos filtros de frequência envolvem a convolução da amplitude do sinal com a função transferência no domínio do tempo, ou pelo teorema da convolução, a multiplicação da amplitude do sinal e da função transferência no domínio da frequência, assim definindo:

$$\bar{A}(\omega) = A(\omega)F(\omega) \quad (1.13)$$

onde $F(\omega)$ é a função transferência no domínio da frequência, a definição da função transferência depende do tipo de ruído que se deseja atenuar, se for conhecido que o ruído possui baixas frequências, estando contidas em uma faixa de frequência entre zero e uma determinada frequência ω_{c1} então é conveniente o uso do filtro passa alta, onde sua função transferência ($F_{pa}(\omega)$) é definida pela equação (1.14), já para o caso onde o ruído se encontra em uma faixa de frequência que parte de uma determinada frequência ω_{c1} , até as frequências máximas do dado então é conveniente a utilização do filtro passa baixa, onde sua função transferência ($F_{pb}(\omega)$) é definida pela equação (1.15), no entanto se o ruído estiver contido em uma faixa de frequências conhecida, entre ω_{c1} e ω_{c4} é conveniente se utilizar do filtro corta-faixa, onde sua função transferência ($F_{cf}(\omega)$) é definida pela equação (1.16), já se o dado se encontra entre as frequência ω_{c1} e ω_{c4} é conveniente se utilizar do filtro passa banda, onde sua função transferência ($F_{pbm}(\omega)$) é definida pela equação (1.17)

$$F_{pa}(\omega) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega < \omega_{c1} \\ \frac{\omega - \omega_{c1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & \omega_{c1} \leq \omega < \omega_{c2} \\ 1 & \omega_{c2} \leq \omega \end{cases} \quad (1.14)$$

$$F_{pb}(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega < \omega_{c1} \\ \frac{\omega_{c2} - \omega}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & \omega_{c1} \leq \omega < \omega_{c2} \\ 0 & \omega_{c2} \leq \omega \end{cases} \quad (1.15)$$

$$F_{cf}(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega < \omega_{c1} \\ \frac{\omega_{c2} - \omega}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & \omega_{c1} \leq \omega < \omega_{c2} \\ 0 & \omega_{c2} \leq \omega < \omega_{c3} \\ \frac{\omega - \omega_{c3}}{\omega_{c4} - \omega_{c3}} & \omega_{c3} \leq \omega < \omega_{c4} \\ 1 & \omega_{c4} \leq \omega \end{cases} \quad (1.16)$$

$$F_{pbm}(\omega) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega < \omega_{c1} \\ \frac{\omega - \omega_{c1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & \omega_{c1} \leq \omega < \omega_{c2} \\ 1 & \omega_{c2} \leq \omega < \omega_{c3} \\ \frac{\omega_{c4} - \omega}{\omega_{c3} - \omega_{c4}} & \omega_{c3} \leq \omega < \omega_{c4} \\ 0 & \omega_{c4} \leq \omega \end{cases} \quad (1.17)$$

a Figura 1.10 mostra a plotagem das funções transferências de cada filtro.

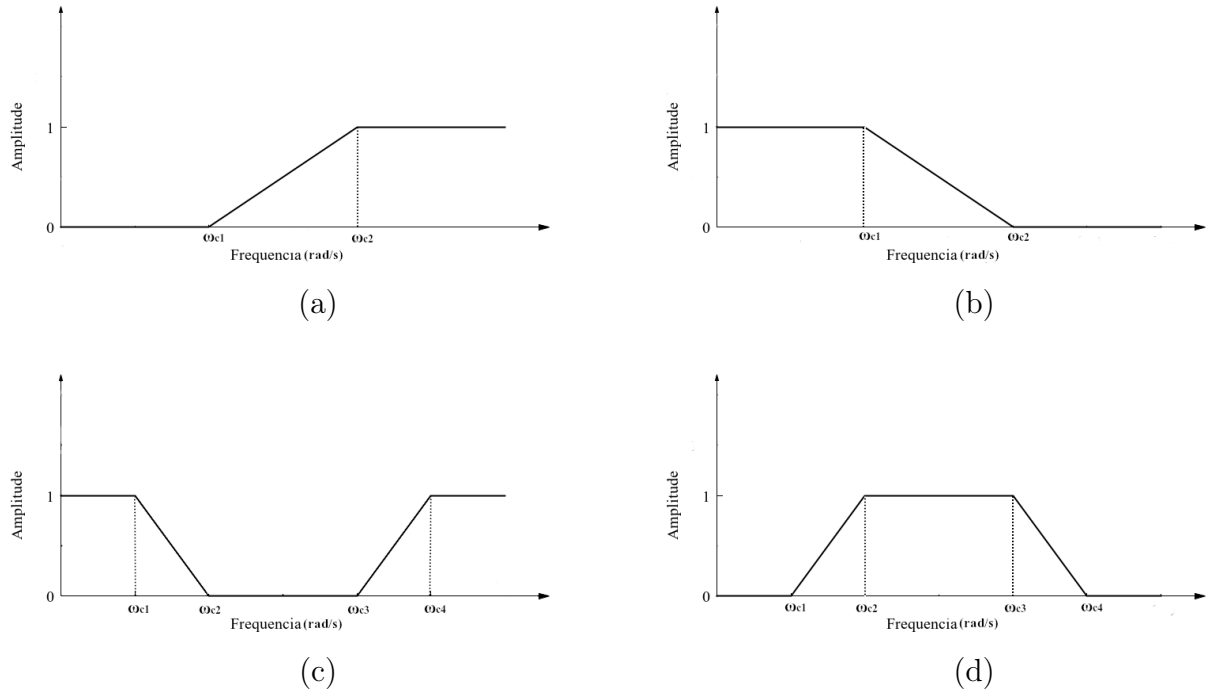


Figura 1.10: Função transferência no domínio da frequência do filtro, (a) Passa alta, (b) passa baixa, (c) corta faixa, (d) passa banda.

Uma vez definida a função transferência apropriada e multiplicando esta com a amplitude, no domínio da frequência, se realiza o produto entre da amplitude filtrada pela fase, assim o dado filtrado no domínio da frequência será dada por:

$$\bar{S}(\omega) = \bar{A}(\omega)\phi(\omega) \quad (1.18)$$

e por fim se aplica-se a transformada inversa de Fourier em $\bar{S}(\omega)$ para se obter o dado filtrado no domínio do tempo, assim:

$$\mathcal{F}^{-1}[S(\omega)] = \bar{s}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.19)$$

por fim, $\bar{s}(t)$ é o dado filtrado.

Para a filtragem do *ground-roll*, como o mesmo possui baixas frequências deve-se utilizar os filtros passa alta ou passa banda (para filtrar *ground-roll* e ruídos de alta frequência).

2. Filtragem no domínio F-K

A filtragem no domínio da frequência possui a desvantagem de cortar informações de baixa frequência de forma indiscriminada, sem diferenciar o *ground-roll* e as reflexões, a fim de abrandar esta desvantagem pode-se utilizar cortes no domínio F-K (frequência-numero de onda), com isso haverá uma melhor separação entre dado e ruído.

Eventos com diferentes mergulhos no plano $t - x$ podem ser separados no plano $f - k$ (Yilmaz, 1980). É possível notar que a inclinação de eventos em uma família de tiro comum está diretamente relacionado com a velocidade da onda sísmica, considerando dois eventos com mesmo conteúdo de frequência tem-se (Santos, 2014):

$$v_1 = \lambda_1 f \quad (1.20)$$

$$v_2 = \lambda_2 f \quad (1.21)$$

Onde v_1 e v_2 representam as velocidades dos eventos 1 e 2, λ_1 e λ_2 representam os comprimentos de onda.

Levando em conta que $\lambda_1 = 1/k_1$ e $\lambda_2 = 1/k_2$ (Santos, 2014), assim, substituindo o valor de λ_1 e λ_2 nas equações (1.20) e (1.21) obtêm-se:

$$v_1 = \frac{f}{k_1} \quad (1.22)$$

$$v_2 = \frac{f}{k_2} \quad (1.23)$$

assim, eventos mais inclinados no domínio do tiro (menor velocidade), serão menos inclinados no domínio da F-K e vice-versa, assim cortes no domínio F-K podem também ser considerados filtros de velocidade.

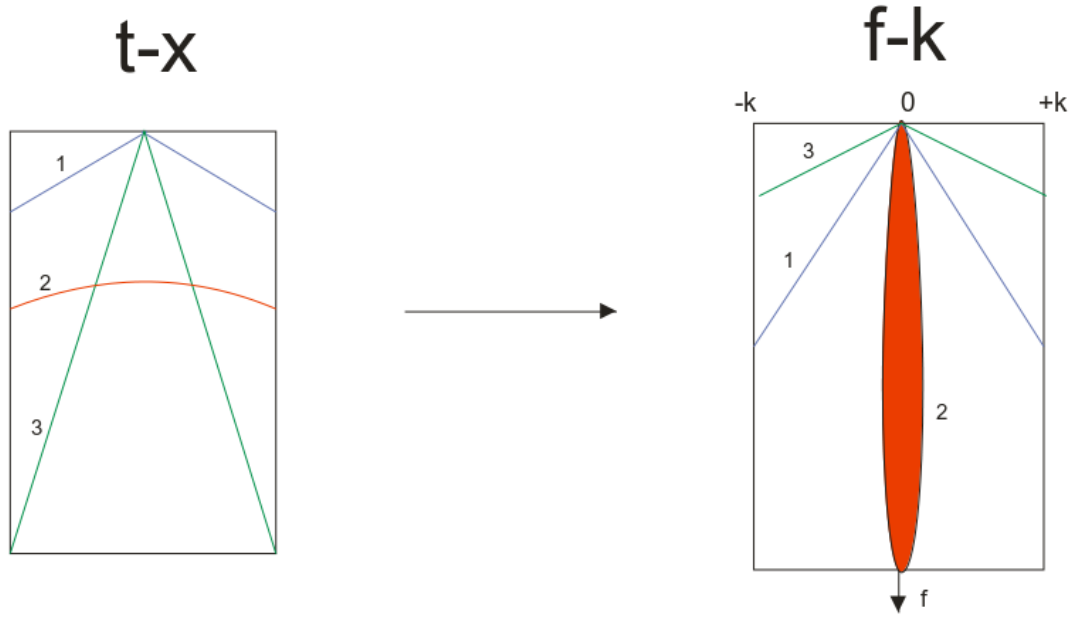


Figura 1.11: comportamento da onda direta (em azul), das reflexões (em vermelho) e do *ground-roll* (em verde) no domínio do tiro e no domínio F-K (Santos, 2014).

Como o *ground-roll* é um ruído coerente, de baixas velocidades e baixas frequências, haverá uma faixa do espectro F-K associado ao ruído, a Figura 1.11 mostra o comportamento da onda direta (em azul), das reflexões (em vermelho) e do *ground-roll* em verde no domínio do tiro e no domínio F-K.

Para a realização da filtragem no domínio F-K, é necessário a aplicação da transformada dupla de Fourier, uma no tempo e outra no espaço, considerando um sinal ($s(t, x)$) contínuo no espaço e no tempo, o sinal transformado ($\bar{S}(\omega, k_x)$) será dado por:

$$\bar{S}(\omega, k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t, x) e^{-i(k_x x + \omega t)} dt dx \quad (1.24)$$

Após o cálculo de $\bar{S}(\omega, k_x)$ é necessário a definição de uma zona de corte do dado no domínio F-K, esta parte é feita de forma interativa pelo geofísico, com este definindo uma zona de corte referente ao ruído, considerando $S'(\omega, k_x)$ como o dado filtrado no domínio F-K, deve-se passar o dado novamente para o domínio do tempo-espaço, para as futuras etapas do processamento.

O dado final ($s'(t, x)$) será portanto resultado da equação 1.25:

$$s'(t, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega, k_x) e^{ik_x x + i\omega t} d\omega dk_x \quad (1.25)$$

Apesar de abrandar os problemas de corte do sinal desejado, frequentemente os cortes de ruído no domínio F-K levam a perdas do sinal desejado, fazendo com que este método também prejudique as informações que se deseja interpretar.

1.3 Análise de velocidade

A análise de velocidade é a etapa do processamento sísmico onde se define o campo de velocidades sísmicas do dado, para se fazer esta análise é necessário reorganizar os dados, passando de traços organizados por famílias de tiro comum para famílias CMP, como discutido na Subseção 1.1.2, segundo a teoria da técnica CDP, assumindo um modelo com camadas planas e horizontais ao separar os dados em famílias CMP todos os traços representarão o mesmo ponto em subsuperfície, estas reflexões no domínio CMP apresentarão um comportamento aproximado de hipérboles (Yilmaz, 1980), assim, o dado quando se utilizar a técnica CDP, possui uma redundância de informações do mesmo ponto em subsuperfície, permitindo uma análise de velocidades mais precisa bem como o aumento da razão sinal/ruído através da soma de traços, reduzindo ruídos aleatórios, esta análise no entanto só deve ser feita em famílias CMP com uma boa cobertura CDP, ou seja, com uma quantidade razoável de traços por família CMP. A Figura 1.12 mostra a cobertura CDP do dado trabalhado. Para a análise de velocidades foram escolhidos as famílias CDP no intervalo de 132 até 692.

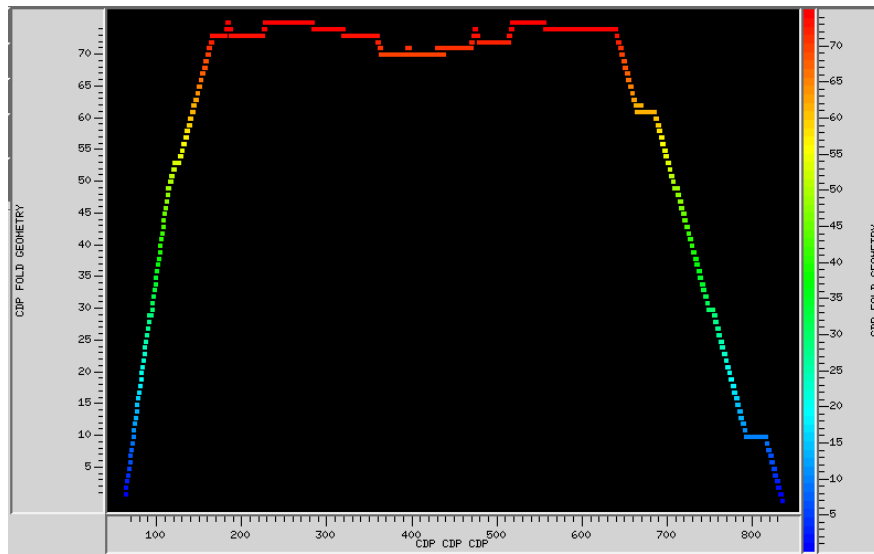


Figura 1.12: Cobertura CDP da linha trabalhada

A Figura 1.13 mostra um exemplo de análise de velocidades utilizando o *Seisspace*. Enquanto a Figura 1.14 mostra o campo de velocidades gerado com o dado filtrado com a derivada radial (ver Figuras 3.21 e 3.24). Este campo, no entanto se encontra muito amostrado. Isto ocorre devido a restrita faixa de CDPs escolhida, e ao seu pequeno espaçamento. Esta faixa foi selecionada, no entanto, pois nesta região contém famílias CDP com um razoável número de traços. Assim, se um intervalo mais abrangente for escolhido será complicado conseguir um bom campo de velocidades. Pois a curvatura da hipérbole será de

difícil visualização. Para contornar este inconveniente, foi aplicado no campo de velocidades um processo de suavização, nativo do *Seisspace*. Este campo se encontra na Figura 1.15.

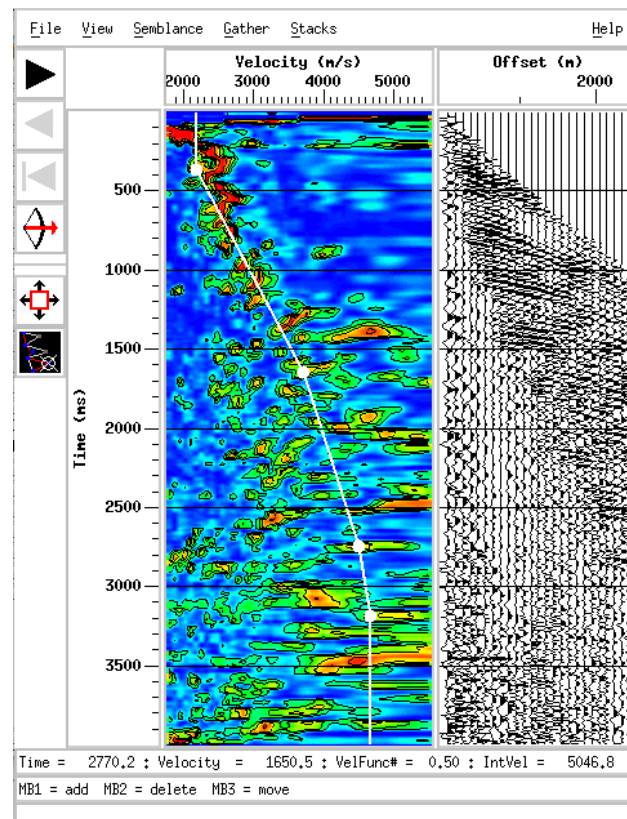


Figura 1.13: Exemplo de análise de velocidade utilizando o Seisspace.

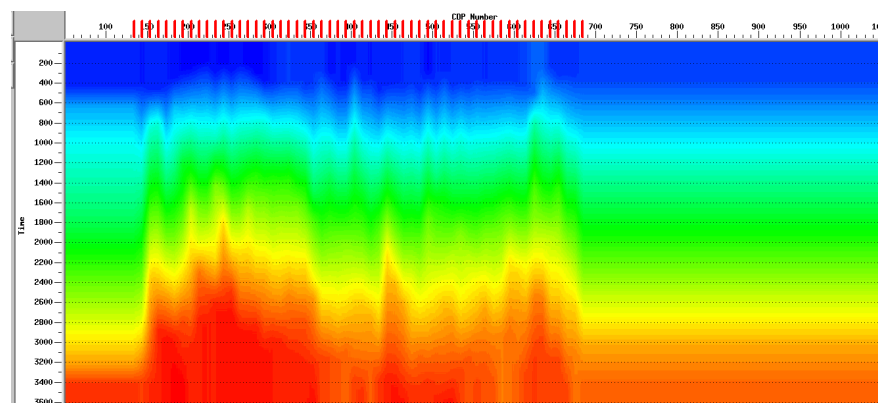


Figura 1.14: Campo de velocidades RMS gerado.

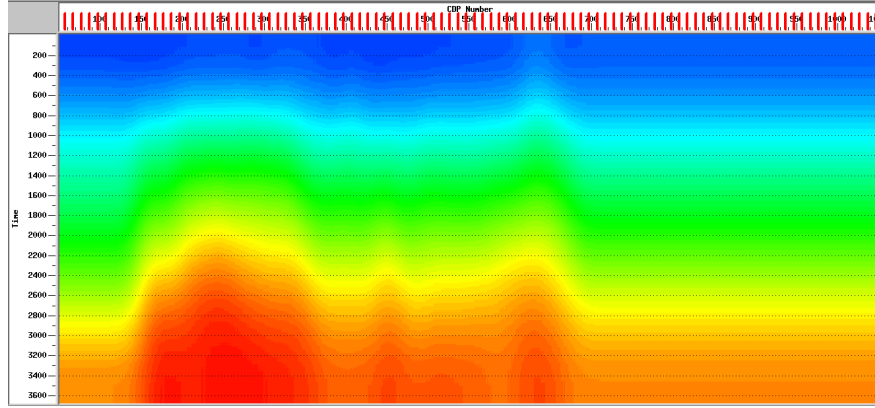


Figura 1.15: Campo de velocidades RMS suavizado.

1.3.1 Correção NMO

Uma vez gerado o campo de velocidades do dado sísmico, as diversas famílias CMP devem ter seus atrasos de tempo da chegada das reflexões corrigidos, estes são causados pelo afastamento entre fonte-receptor com relação ao duplo tempo de incidência normal.

A correção *normal move-out* ou NMO é dada pela equação (1.26), (Silva, 2004):

$$\Delta t = \sqrt{t_0^2 + \left(\frac{x}{v}\right)^2} - t_0 \quad (1.26)$$

onde Δt é a correção NMO, t_0 é o tempo duplo de transito na posição $x = 0$ (ápice da hipérbole) e x é o afastamento fonte-receptor e v é a velocidade estimada (Silva, 2004).

Após a aplicação da correção NMO, os eventos hiperbólicos das reflexões estarão horizontalizados e podem ser empilhados.

A velocidade estimada da equação (1.26) é denominada de velocidade NMO (v_{nmo}), sua determinação precisa é importante, pois a horizontalização dos refletores dependem desta, se v_{nmo} for sobrestimada teremos uma sub correção, e no caso de v_{nmo} ser subestimada teremos uma sobre correção (Silva, 2004), a Figura 1.16 (a) mostra uma família CDP sintética, sem correção NMO, a Figura 1.16 (b) por sua vez, demonstra um exemplo de sub correção da hipérbole de reflexão, isto ocorre quando a v_{nmo} escolhida é maior do que a apropriada, enquanto a Figura 1.16 (c) demonstra um exemplo de sobre correção da hipérbole de reflexão, que ocorre quando a v_{nmo} escolhida é menor que a apropriada. Já a Figura 1.16 (d) demonstra uma correção NMO apropriada, quando a v_{nmo} é apropriadamente escolhida. O campo de velocidades, no entanto, é obtida a velocidade média quadrática, ou velocidade RMS (v_{RMS}), segundo Silva (2004) considerando um modelo de camadas horizontalmente estratificadas, onde o afastamento de receptores é muito menor que a profundidade do refletor, então $v_{NMO} \approx v_{RMS}$.

A Figura 1.16 (d) além de mostrar a correção NMO, também demonstra o estiramento do traço sísmico, que é mais severo nas regiões mais próximas à superfície e em *offsets* maiores (Yilmaz, 1980), o estiramento causa perda resolução temporal na seção empilhada, especialmente na superfície, para contornar este problema deve-se aplicar um *mute* na região afetada, após a aplicação da correção NMO.

A Figura 1.17 mostra uma família CDP de um dado real, a mesma da Figura 1.13, após a NMO, é possível notar como as hipérboles referentes a reflexão, antes curvas, nesta figura se encontra horizontalizada nessa, indicando uma adequada correção NMO.

1.3.2 Empilhamento

A etapa do empilhamento horizontal consiste na média aritmética das amplitudes dos traços de uma família CMP, após a Correção NMO, o sucesso desta etapa depende da obtenção de um bom campo de velocidades, fazendo com que a correção NMO alcance uma boa coerência horizontal dos refletores. A equação (1.27) dá a expressão para o empilhamento normalizado (Silva, 2004):

$$A(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i(t) \quad (1.27)$$

onde: $A(t)$ representa a amplitude do traço empilhado no tempo t , N a cobertura CDP, i o índice que indica o número do traço da família CDP e por fim $a_i(t)$ representa o valor da amplitude do traço i no tempo t .

As seções empilhadas, como representam o resultado final do processamento sísmico serão apresentadas no capítulo 3.

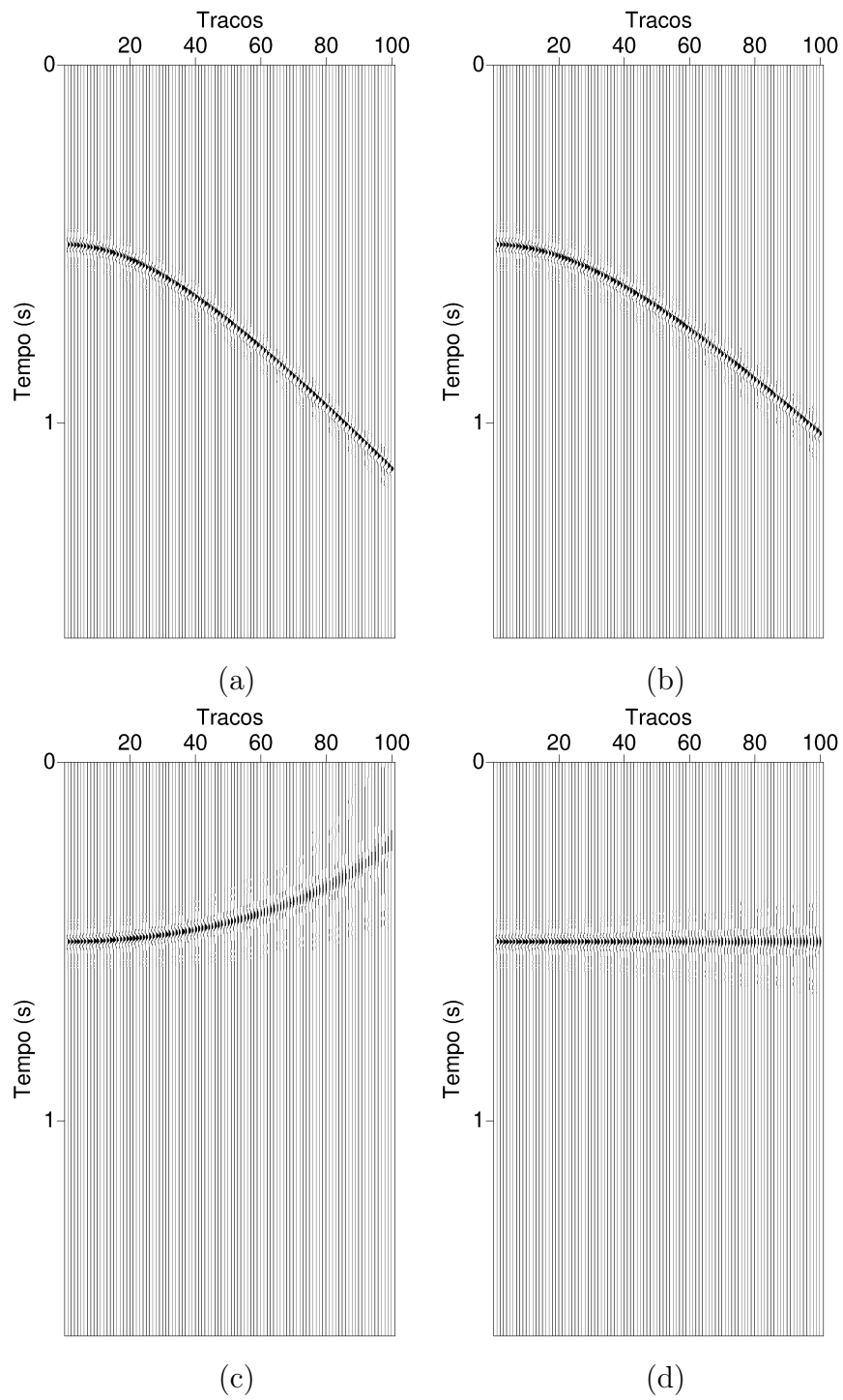


Figura 1.16: Família CDP (a) sem correção NMO, (b) com subcorreção, (c) com sobrecorreção, (d) corrigido apropriadamente.

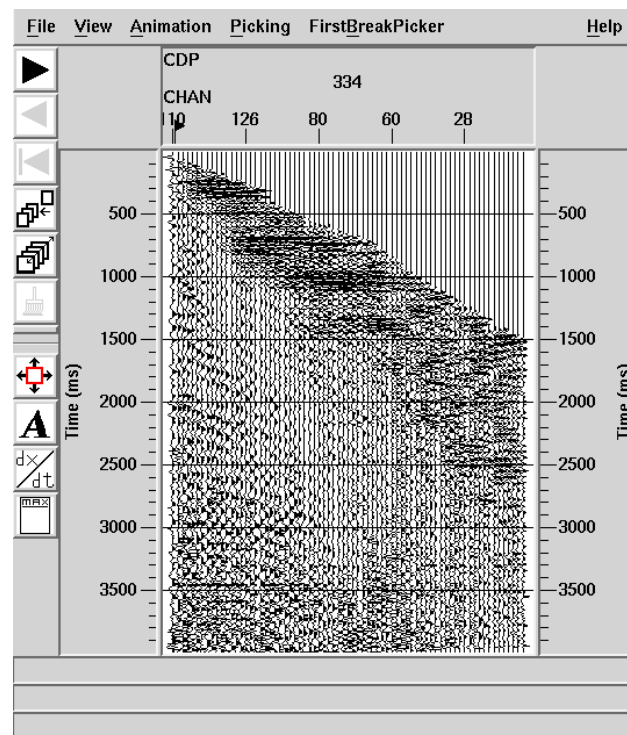


Figura 1.17: Família CDP após a correção NMO.

Capítulo 2

Obtenção das derivadas direcional e radial a partir do método de interpolação de Shepard

Este capítulo tem como objetivo demonstrar as bases matemáticas do método de filtragem das derivadas direcional e radial. Bem como a construção do operador e aplicação em um dado.

O operador tem como objetivo realizar a filtragem do *ground-roll* e atenuação da onda direta, o método é aplicado no domínio do tiro e funciona a base de uma janela móvel bidimensional ou tridimensional que percorre todos os traços de um determinado tiro.

2.1 Método de interpolação de Shepard

Considerando N pontos distribuídos de forma não necessariamente regular no $\mathbb{R}^3$, com cada ponto j , sendo associado a uma amplitude conhecida, denotada A_j , o método de interpolação, denominado "Método de interpolação de Shepard", sugerido por Shepard (1968) supõe que o único fator que interfere na interpolação da amplitude A localizado em um ponto $P(x, y, z)$ é a distância entre o ponto e os diversos pontos da distribuição, e pontos mais próximos do ponto interpolado possuem uma maior importância (ou maior peso) associado à interpolação quando comparado a pontos distantes.

Supondo que apenas o inverso da distância seja o efeito dominante para descrever a amplitude do dado a ser interpolado, a interpolação de Shepard pode ser utilizada, e pode ser representada pela equação (2.1).

$$A(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j w_j \quad (2.1)$$

w_j na equação (2.1) é a função peso associada a cada ponto na distribuição, este termo é o responsável por dar uma maior importância a pontos mais próximos em detrimento dos mais distantes.

a função peso é dada pela equação (2.2), ou alternativamente pela equação (2.3)

$$w_j = \frac{d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \quad (2.2)$$

$$w_j = \frac{1}{d_j^p \sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \quad (2.3)$$

O termo d_i (e similarmente d_j) representa a distância entre o ponto interpolado, $P(x, y, z)$, até o i -ésimo ponto de amplitude conhecida, $P_i(x_i, y_i, z_i)$, dado pela equação (2.4):

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (2.4)$$

o expoente p da equação (2.2) e (2.3) é denominado parâmetro do expoente, este parâmetro é um número positivo arbitrário e testes empíricos mostram que usualmente a melhor escolha para o valor do parâmetro é: $p = 2$ (Shepard, 1968), uma discussão mais aprofundada deste parâmetro se encontra Subseção 2.1.1.

A Subseção 2.1.2 oferece maiores discussões acerca das limitações do método de interpolação, enquanto a Subseção 2.1.3 enumera e deduz algumas propriedades da função peso.

2.1.1 Escolha do expoente

O parâmetro do expoente é de fundamental importância para a boa interpolação do dado, uma das demandas da interpolação sugerida por Shepard (1968) é que a mesma seja derivável em todos os pontos. Mesmo que o ponto de interpolação ($P(x, y, z)$) coincida com algum ponto do dado ($P_i(x_i, y_i, z_i)$), segundo Shepard (1968) para que esta demanda seja satisfeita p deve exceder 1, pois se $p = 1$ existirão derivadas a esquerda e a direita da equação (2.31), e quando $P \rightarrow P_i$ a partir do caminho $y = y_i$, $z = z_i$ e $x \rightarrow x_i$, as derivadas a direita e a esquerda apesar de existirem não serão contínuas, pois geralmente são não nulas e opostas no sinal, a mesma regra vale para as demais derivadas parciais.

Quando o parâmetro $p < 1$ as derivadas existem em toda a vizinhança ao ponto mas quando $P \rightarrow P_i$ a partir do caminho $y = y_i$, $z = z_i$ e $x \rightarrow x_i$ não existem derivadas a esquerda ou a direita de p , assim a demanda da derivada não é satisfeita. No entanto quando existe garantia que os pontos interpolados nunca irão coincidir com pontos do dado existe a possibilidade de utilizar $p \leq 1$ sem maiores problemas.

segundo Shepard (1968) testes empíricos demonstraram que para $p > 2$ a superfície de interpolação resultante é relativamente plana para valores próximos aos pontos de interpolação com variações relativamente íngremes para intervalos curtos, enquanto para parâmetros de expoente pequenos a superfície de mapeamento gerada é relativamente plana com pequenos intervalos de alteração para se ajustar aos pontos do dado, assim para mapeamentos gerais o expoente recomendado é $p = 2$ (Shepard, 1968).

A recomendação de expoente dada por Shepard (1968) é feita para superfícies de mapeamento gerais, assim, a depender das características do dado e da janela de interpolação outros valores de p podem melhor se ajustar aos propósitos desejados.

2.1.2 Limitações do método de interpolação de Shepard

O método de interpolação de Shepard é uma forma simples e eficiente de interpolação, possuindo derivadas em todos os pontos se $p > 1$ (ver Subseção 2.1.1) e se igualando aos pontos do dado se $P \rightarrow P_i$ (ver Subseção 2.1.3) no entanto como mostra Shepard (1968) a interpolação dada pelas equações 2.1 e 2.2 possui algumas limitações que estão enumeradas abaixo:

1. Apenas a distância entre o ponto de interpolação e os diversos pontos do dado interferem no valor de $A(x, y, z)$, assim, parâmetros como direção de crescimento não afetam na interpolação do dado (Shepard, 1968),

Apesar do inconveniente da direção foi proposto em Shepard (1968) uma nova função de interpolação que leva em conta direção.

2. Segundo Shepard (1968) Erros computacionais se tornam significantes na vizinhança de cada ponto P_i , pois os termos predominantes são resultado de números muito próximos.
3. Segundo Shepard (1968) se o número de pontos P_i se torna muito grande o método se torna computacionalmente ineficiente ou impraticável.

2.1.3 Propriedades da função peso

A função peso, w_j do método de interpolação de Shepard apresenta propriedades que podem ser aproveitadas na construção e checagem de algoritmos com base no método. Nesta subseção, algumas destas propriedades serão enumeradas e deduzidas

1. $0 \leq w_j \leq 1$

Prova:

os termos $(x_i - x), (y_i - y)$ e $(z_i - z)$ são reais, assim os quadrados destes são positivos, desta forma d_j^{-p} bem como $\sum_{i=1}^N d_i^{-p}$ serão maiores que zero, e portanto, como a equação (2.2) é definida pela razão entre estes termos, esta é maior que zero, portanto $0 \leq w_j$.

Rescrevendo a equação (2.3)

$$w_j = \frac{1}{d_j^p \sum_{i=1}^N d_i^{-p}} = \frac{1}{d_j^p \left(d_j^{-p} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N d_i^{-p} \right)} = \frac{1}{1 + d_j^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N d_i^{-p}} \quad (2.5)$$

como já discutido cada d_i com $1 \leq i \leq N$ é maior ou igual a zero, desta forma o denominador do lado direito equação (2.5) é sempre maior ou igual a unidade. Assim $w_j \leq 1$, e portanto $0 \leq w_j \leq 1$

$$2. \sum_{j=1}^N w_j = 1$$

Prova:

Substituindo em $\sum_{j=1}^N w_j$ a equação (2.2) obtêm-se a equação (2.6)

$$\sum_{j=1}^N w_j = \sum_{j=1}^N \frac{d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \quad (2.6)$$

é possível notar que em (2.6) o termo $\sum_{i=1}^N d_i^{-p}$ independe de j , assim a equação (2.6) pode ser reescrita como na equação (2.7)

$$\sum_{j=1}^N w_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \sum_{j=1}^N d_j^{-p} = \frac{\sum_{j=1}^N d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \quad (2.7)$$

É possível notar na equação (2.7) que tanto o numerador quanto o denominador representam o somatório do inverso das distâncias entre o ponto a ser interpolado e os diversos pontos do dado, elevado a p , portanto são iguais.

Assim:

$$\sum_{j=1}^N w_j = \frac{\sum_{j=1}^N d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} = 1$$

3. Se o dado possui amplitude constante, o valor desta propriedade interpolada pelo método de Shepard, será igual a amplitude do dado original.

Prova:

Considerando que todo o dado a ser interpolado possui uma amplitude A é possível notar que:

$$A_j = A, \forall 1 \leq j \leq N \quad (2.8)$$

Assim, a partir da equação (2.8), e levando em conta que A independe de j , é possível reescrever a equação 2.1:

$$A(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j w_j = A \sum_{j=1}^N w_j \quad (2.9)$$

Usando a propriedade 2 da subseção 2.1.3, obtêm-se:

$$A(x, y, z) = A$$

Desta forma, é possível notar que a propriedade 2 implica na propriedade 3.

4. Se algum d_k se iguala a zero para $1 \leq k \leq N$ então:

$$w_j = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ 1 & j = k \end{cases}$$

Prova:

Modificando a equação (2.5) para $k = j$ e levando em conta que $d_k = 0$

$$w_k = \frac{1}{1 + d_k^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N d_i^{-p}} = 1 \quad (2.10)$$

para o caso $k \neq j$ a equação (2.5) é reescrita como:

$$w_j = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_j}{d_k}\right)^p + d_j^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \\ i \neq k}}^N d_i^{-p}} \quad (2.11)$$

o somatório no denominador da equação (2.11) leva a um número finito e positivo, assim, só é necessário analisar a razão d_j/d_k e levando em conta que $p > 0$, como:

$$\lim_{d_k \rightarrow 0} \left(\frac{d_j}{d_k}\right)^p \rightarrow \infty$$

Assim, o denominador da equação (2.11) tende ao infinito conforme d_k tende a zero e portanto a equação como um todo irá tender a zero.

uma implicação da propriedade 4 é a preservação da amplitude do dado interpolado quando o ponto a ser interpolado coincide com um ponto conhecido do dado. Pois se um ponto do dado $P_k(x_k, y_k, z_k)$ coincide com o ponto a ser interpolado então, pela propriedade 4

$$A(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j w_j = A_k \cdot 1 = A_k \quad (2.12)$$

5. Se um ponto $P_k(x_k, y_k, z_k)$ do dado se encontra infinitamente afastado do ponto a ser interpolado então $w_k = 0$

Prova:

Analisando a equação (2.5) com $j=k$, e considerando que d_k tende ao infinito então o denominador da função peso irá tender ao infinito, levando a função peso a zero, ou seja:

$$\lim_{d_k \rightarrow \infty} = \frac{1}{1 + d_k^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N d_i^{-p}} = 0$$

2.2 Obtenção das derivadas parciais do dado a partir da interpolação de Shepard

Para se calcular as derivadas parciais de um dado interpolado a partir do método de interpolação de Shepard simplesmente deriva-se a equação (2.1)

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{j=1}^N A_j w_j \right) \quad (2.13)$$

utilizando a linearidade da derivada, e levando em conta que cada A_j independe do espaço, ou seja, não é dependente de x , y ou z , então

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial x} = \sum_{j=1}^N A_j \frac{\partial w_j}{\partial x} \quad (2.14)$$

e o mesmo é válido para as demais derivadas espaciais, ou seja:

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial y} = \sum_{j=1}^N A_j \frac{\partial w_j}{\partial y} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} = \sum_{j=1}^N A_j \frac{\partial w_j}{\partial z} \quad (2.16)$$

Assim, para o cálculo das derivadas parciais do dado é necessário apenas se calcular as derivadas parciais da função peso associada a cada ponto.

2.2.1 Utilização das derivadas parciais analíticas da função peso para a derivação do dado

Segundo as equações (2.14), (2.15) e (2.16), para se obter as derivadas do dado interpolado, antes se faz necessário calcular as derivadas analíticas da função peso.

Aplicando a derivada parcial em função de x na equação (2.2), e substituindo na mesma a equação (2.4) obtêm-se:

$$\frac{\partial w_j}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2}}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right) \quad (2.17)$$

Utilizando a regra da derivada da razão em (2.17):

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_j}{\partial x} = & \left\{ p(x_j - x)[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-(p+2)/2} \sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2} \right. \\ & \left. - p[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2} \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{(p+2)/2}} \right\} \\ & \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right)^2 \quad (2.18) \end{aligned}$$

Utilizando em (2.18) a equação (2.4) é possível rearrumar essa equação segundo (2.19).

$$\frac{\partial w_j}{\partial x} = \left[p(x_j - x)d_j^{-(p+2)} \sum_{i=1}^N d_i^{-p} - p d_j^{-p} \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} \right] \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \right)^2 \quad (2.19)$$

Colocando em evidência, no colchete da equação (2.19) o termo $p d_j^{-2p}$:

$$\frac{\partial w_j}{\partial x} = p \left(\frac{d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \right)^2 \left[\frac{(x_j - x)}{d_j^2} d_j^p \sum_{i=1}^N d_i^{-p} - d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} \right] \quad (2.20)$$

analisando a equação (2.3) é possível notar que:

$$d_j^p \sum_{i=1}^N d_i^{-p} = w_j^{-1}$$

reconhecendo o termo em parêntesis da equação (2.20) como a equação (2.2):

$$\left(\frac{d_j^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \right)^2 = w_j^2$$

é possível reescrever a equação (2.20):

$$\frac{\partial w_j}{\partial x} = pw_j^2 \left[w_j^{-1} \frac{(x_j - x)}{d_j^2} - d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} \right] \quad (2.21)$$

por fim distribuindo o termo pw_j^2 dentro do colchete se obtêm:

$$\frac{\partial w_j}{\partial x} = pw_j \frac{(x_j - x)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} \quad (2.22)$$

Derivando a equação (2.2) em função de y:

$$\frac{\partial w_j}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2}}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right) \quad (2.23)$$

Utilizando a regra da derivada da razão em (2.23):

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_j}{\partial y} = & \left\{ p(y_j - y)[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-(p+2)/2} \sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2} \right. \\ & \left. - p[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2} \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{(p+2)/2}} \right\} \\ & \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right)^2 \quad (2.24) \end{aligned}$$

Utilizando em (2.24) a equação (2.4) é possível rearrumar essa equação:

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \left[p(y_j - y)d_j^{-(p+2)} \sum_{i=1}^N d_i^{-p} - pd_j^{-p} \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} \right] \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \right)^2 \quad (2.25)$$

É possível notar que a equação (2.25) é similar a equação (2.19). Assim utilizando os mesmos passos usados nas referidas equações para se chegar na equação (2.22) é possível se chegar em (2.26):

$$\frac{\partial w}{\partial y} = pw_j \frac{(y_j - y)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} \quad (2.26)$$

Por fim, derivando a equação (2.2) em função de z :

$$\frac{\partial w_j}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2}}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right) \quad (2.27)$$

Utilizando a regra da derivada da razão em (2.27):

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_j}{\partial z} = & \left\{ p(z_j - z)[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-(p+2)/2} \sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2} \right. \\ & \left. - p[(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{-p/2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{(p+2)/2}} \right\} \\ & \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]^{-p/2}} \right)^2 \quad (2.28) \end{aligned}$$

Utilizando em (2.28) a equação (2.4) é possível rearrumar essa equação:

$$\frac{\partial w_j}{\partial z} = \left[p(z_j - z)d_j^{-p+2} \sum_{i=1}^N d_i^{-p} - pd_j^{-p} \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N d_i^{-p}} \right)^2 \quad (2.29)$$

É possível notar que a equação (2.29) é similar a equação (2.19). Assim utilizando os mesmos passos usados nas referidas equações para se chegar na equação (2.22) é possível se chegar em (2.30):

$$\frac{\partial w_j}{\partial z} = pw_j \frac{(z_j - z)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \quad (2.30)$$

Assim, conforme as equações (2.14), (2.15) e (2.16) as derivadas parciais do dado interpolado segundo o método de Shepard são dadas conforme as equações (2.31), (2.32) e (2.33)

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial x} = \sum_{j=1}^N A_j \left[pw_j \frac{(x_j - x)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} \right] \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial y} = \sum_{j=1}^N A_j \left[pw_j \frac{(y_j - y)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} \right] \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} = \sum_{j=1}^N A_j \left[pw_j \frac{(z_j - z)}{d_j^2} - pw_j^2 d_j^p \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \quad (2.33)$$

2.3 Derivada direcional do dado interpolado

Para se calcular a derivada direcional de uma função, É necessário se definir uma direção, definindo um vetor unitário $\vec{u}$:

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} (x_d, y_d, z_d) \quad (2.34)$$

assim, a derivada direcional (denotada como D_u) do dado interpolado será dada por:

$$\vec{\nabla}A(x, y, z) \cdot \vec{u} = \left(\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y}, \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}}(x_d, y_d, z_d) = \frac{x_d \frac{\partial A}{\partial x} + y_d \frac{\partial A}{\partial y} + z_d \frac{\partial A}{\partial z}}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} \quad (2.35)$$

Assim, substituindo as equações (2.31), (2.32) e (2.33) em (2.35) se obtêm:

$$D_u A(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{pw_j}{d_j^2 \sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} [(x_j - x)x_d + (y_j - y)y_d + (z_j - z)z_d] \right. \\ \left. - \frac{pw_j^2 d_j^p}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} \left[x_d \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} + y_d \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} + z_d \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.36)$$

ou, já que parâmetros como p , x_d , y_d e z_d independem de j então a derivada direcional do dado pode ser dada por:

$$D_u A(x, y, z) = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{w_j}{d_j^2} [(x_j - x)x_d + (y_j - y)y_d + (z_j - z)z_d] \right. \\ \left. - w_j^2 d_j^p \left[x_d \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} + y_d \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} + z_d \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.37)$$

2.4 Derivada radial com foco amarrado a um ponto P_f

A derivada radial com foco amarrado a um ponto $P_f(x_f, y_f, z_f)$ é bastante similar a derivada direcional, a diferença entre os operadores se encontra na definição do vetor unitário $\vec{u}$. Enquanto na derivada direcional $\vec{u}$ é constante para todo o dado, na derivada radial a direção de derivação depende da localização relativa do operador derivada em relação a um ponto $P_f(x_f, y_f, z_f)$. Assim, o vetor unitário é definido como o vetor que parte do ponto a ser derivado até o ponto $P_f(x_f, y_f, z_f)$, com magnitude igual a unidade sendo dado pela equação (2.38):

$$\vec{u}_r = \frac{1}{\sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + (z_f - z)^2}}(x_f - x, y_f - y, z_f - z) \quad (2.38)$$

com esta nova definição de direção a derivada radial, com o foco amarrado a P_f , denotada como D_{rad} , é dada pela equação (2.39)

$$D_{rad} A(x, y, z) = \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{pw_j}{d_j^2 \sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + (z_f - z)^2}} [(x_j - x)(x_f - x) + \right. \\ \left. (y_j - y)(y_f - y) + (z_j - z)(z_f - z)] - \frac{pw_j^2 d_j^p}{\sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + (z_f - z)^2}} \right. \\ \left. \left[(x_f - x) \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} + (y_f - y) \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} + (z_f - z) \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.39)$$

Ou ainda, rearrumando conforme a equação (2.37):

$$D_{rad}A(x, y, z) = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + (z_f - z)^2}} \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{w_j}{d_j^2} [(x_j - x)(x_f - x) + (y_j - y)(y_f - y) + (z_j - z)(z_f - z)] - w_j^2 d_j^p \right. \\ \left. \left[(x_f - x) \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} + (y_f - y) \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y}{d_i^{p+2}} + (z_f - z) \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.40)$$

2.5 Predição e derivadas centrais de um dado regularmente espaçado

2.5.1 Predição central

Considerando um conjunto de N pontos distribuídos de forma regular no $\mathbb{R}^3$, ou uma janela de N pontos pertencente a um dado regularmente espaçado, contendo $2L_x + 1$ amostras, numeradas de $-L_x$ até L_x , regularmente espaçadas de Δx em x , com $2L_y + 1$ amostras, numeradas de $-L_y$ até L_y , regularmente espaçadas de Δy em y , e com $2L_z + 1$ amostras, numeradas de $-L_z$ até L_z , regularmente espaçadas de Δz em z , considerando ainda que no ponto central, denotado $P_0(x_0, y_0, z_0)$, não há uma amplitude conhecida e é nesta posição que se deseja realizar a interpolação, fica fácil notar desta forma que $N = (2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1$

Para um dado contendo estas particularidades é conveniente uma mudança de notação expressa nas Relações (2.41), (2.42) e (2.43)

$$d_i \rightarrow d_{imn} \quad (2.41)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \rightarrow \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}} \quad (2.42)$$

$$w_j \rightarrow w_{jkl} \quad (2.43)$$

As distâncias entre o ponto interpolado e os diversos pontos do conjunto do dado é similar a equação (2.4) sendo dadas pela equação (2.44)

$$d_{imn} = \sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_m - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \quad (2.44)$$

A Figura 2.1 mostra o Eixo x de uma distribuição $7 \times 7 \times 7$ e Analisando o Eixo x da figura é possível notar que um x_n arbitrário pode ser dado por $x_n = n\Delta x + x_0$, e o mesmo pode ser avaliado para as demais coordenadas, assim substituindo esta análise na equação (2.44), é possível chegar na equação (2.45).

$$d_{imn} = \sqrt{[(n\Delta x + x_0) - x_0]^2 + [(m\Delta y + y_0) - z_0]^2 + [(i\Delta z + z_0) - z_0]^2} = \sqrt{(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2} \quad (2.45)$$

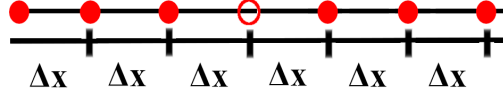


Figura 2.1: Eixo x de uma distribuição $7 \times 7 \times 7$.

A função peso, w_{jkl} , assim, como a equação (2.2) é definida pela razão das distâncias entre cada ponto e o ponto interpolado, e tendo em vista a notação adotada pelas distâncias na equação (2.45), a função peso será reescrita como a equação (2.46).

$$w_{jkl} = \frac{d_{jkl}^{-p}}{\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} d_{imn}^{-p}} \quad (2.46)$$

E por fim, nessas condições a predição central de um dado espaçado de maneira regular em todas as dimensões, e com números ímpares de elementos nos eixos x , y e z será dada segundo a equação (2.47)

$$A(x_0, y_0, z_0) = \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} w_{jkl} \quad (2.47)$$

Vale ressaltar que nos somatórios i , m e n podem se igualar a zero, no entanto nunca serão simultaneamente iguais a zero, ou seja o caso, $i = m = n = 0$ nunca ocorrerá pois o ponto central é o P_0 , o ponto onde se deseja interpolar e não há amplitudes conhecidas, o mesmo é válido para j , k e l .

2.5.2 Derivadas parciais

Considerando o conjunto de dados descrito na Subseção 2.5.1, as derivadas parciais do dado podem ser reescritas conforme a notação adotada na subseção.

As derivadas parciais da função peso em relação a x, y e z , descritas nas equações (2.22), (2.26) e (2.30) podem ser reescritas conforme as equações (2.48), (2.49) e (2.50).

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial x} \right|_{P_0} = p w_{jkl} \frac{l \Delta x}{d_{jkl}^2} - p w_{jkl}^2 d_{jkl}^p \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{n \Delta x}{d_{imn}^{p+2}} \quad (2.48)$$

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial y} \right|_{P_0} = pw_{jkl} \frac{k\Delta y}{d_{jkl}^2} - pw_{jkl}^2 d_{jkl}^p \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{m\Delta y}{d_{imn}^{p+2}} \quad (2.49)$$

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial z} \right|_{P_0} = pw_{jkl} \frac{j\Delta z}{d_{jkl}^2} - pw_{jkl}^2 d_{jkl}^p \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{i\Delta z}{d_{imn}^{p+2}} \quad (2.50)$$

Analisando o somatório na equação (2.48) é possível notar que a mesma se anula. Substituindo a equação (2.45) no somatório interno da igualdade (2.48)

$$\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{n\Delta x}{d_{imn}^{p+2}} = \Delta x \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{n}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} \quad (2.51)$$

é possível notar que, como não existe a amplitude do ponto P_0 , então se $n = 0$, obrigatoriamente m ou i devem ser diferentes de zero no denominador, assim, os termos referentes a $n = 0$ nunca caem em uma indeterminação e são iguais a zero. Uma simetria que é possível de ser notada é que os termos n se anulam com os termos $-n$, pois:

$$\frac{n}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} = - \frac{-n}{[(-n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}}$$

assim, o somatório interno se anula levando a:

$$\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} 0 = 0$$

Analisando o somatório na equação (2.49) é possível notar que a mesma se anula, retirando $m\Delta y$ do somatório interno:

$$\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{m\Delta y}{d_{imn}^{p+2}} = \Delta y \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} m \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} \quad (2.52)$$

transformando agora o somatório interno em uma função de m , pois para um m fixo (e consequentemente para um i fixo,) o somatório interno será uma constante. Assim, definindo:

$$K_1(m) = \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} \quad (2.53)$$

É possível notar que trocando m por $-m$ em (2.53) o valor da função não se altera, logo: $K_1(m) = K_1(-m)$, e como $K_1(m)$, pela inexistência do ponto central é uma função que sempre é finita e maior que zero, então, é possível notar que quando os termos referentes a $m = 0$ são nulos. Outra simetria é:

$$mK_1(m) = -(-m)K_1(-m)$$

portanto, pela simetria da janela em y o somatório intermediário também se anula.

Através de passos iguais aos feitos nas equações (2.52) e (2.53) É possível provar que o somatório da equação (2.50) se anula.

Retirando o $i\Delta z$ dos somatórios internos

$$\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{i\Delta z}{d_{imn}^{p+2}} = \Delta z \sum_{i=-L_z}^{L_z} i \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} \quad (2.54)$$

E definindo:

$$K_2(i) = \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{(p+2)/2}} \quad (2.55)$$

É possível notar que $K_2(i)$ possui as mesmas propriedades em i , discutidas em $k_1(m)$ em m . E como o somatório É simétrico em z , o somatório em (2.54) se anula.

Devido a nulidade dos somatórios das equações (2.48), (2.49) e (2.50), estas são reescritas nas equações (2.56), (2.57) e (2.58)

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial x} \right|_{P_0} = pw_{jkl} \frac{l\Delta x}{d_{jkl}^2} \quad (2.56)$$

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial y} \right|_{P_0} = pw_{jkl} \frac{k\Delta y}{d_{jkl}^2} \quad (2.57)$$

$$\left. \frac{\partial w_{jkl}}{\partial z} \right|_{P_0} = pw_{jkl} \frac{j\Delta z}{d_{jkl}^2} \quad (2.58)$$

Com a nova escrita das derivadas parciais da função peso, as equações (2.31), (2.32), (2.33) serão reescrita como:

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial x} = \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \left(pw_{jkl} \frac{k\Delta y}{d_{jkl}^2} \right) \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial y} = \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \left(pw_{jkl} \frac{k\Delta y}{d_{jkl}^2} \right) \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial A(x, y, z)}{\partial z} = \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \left(pw_{jkl} \frac{j\Delta z}{d_{jkl}^2} \right) \quad (2.61)$$

Das equações (2.59), (2.60) e (2.61) É possível se obter as derivadas direcionais e radiais com o foco amarrado a um ponto são dadas respectivamente pelas equações (2.62) e (2.63).

$$D_u A(x_0, y_0, z_0) = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \frac{w_{jkl} [l\Delta x x_d + k\Delta y y_d + \Delta z z_d]}{d_{jkl}^2} \quad (2.62)$$

$$D_{rad}A(x_0, y_0, z_0) = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2 + (z_f - z_0)^2}} \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \frac{w_{jkl}[l\Delta x(x_f - x_0) + k\Delta y(y_f - y_0) + \Delta z(z_f - z_0)]}{d_{jkl}^2} \quad (2.63)$$

Ou ainda, considerando que o ponto do foco está no mesmo sistema de coordenadas, ou seja, pode ser escrito como $P_f(l_f\Delta x, k_f\Delta y, j_f\Delta z)$ (fora ou dentro do conjunto de dados), então pode-se reescrever a equação (2.63) como a equação (2.64):

$$D_{rad}A(x_0, y_0, z_0) = \frac{p}{\sqrt{[(l_f - l_0)\Delta x]^2 + [(k_f - k_0)\Delta y]^2 + [(j_f - j_0)\Delta z]^2}} \sum_{j=-L_z}^{L_z} \sum_{k=-L_y}^{L_y} \sum_{l=-L_x}^{L_x} A_{jkl} \frac{w_{jkl}[l\Delta x^2(l_f - l_0) + k\Delta y^2(k_f - k_0) + \Delta z^2(j_f - j_0)]}{d_{jkl}^2} \quad (2.64)$$

2.6 Construção do operador derivada de um dado igualmente Espaçado

Os operadores d_{jkl} , w_{jkl} e os operadores derivada direcional, ou radial, podem ser interpretados como matrizes. Considerando uma matriz $\mathbf{A}$ como uma matriz de amplitudes, com dados igualmente espaçados, de dimensões N_x em x , N_y em y e N_z em z , uma forma de se calcular a derivada direcional ou radial será aplicar as matrizes $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ para a derivada direcional, ou a matriz $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ para a derivada radial, devido a limitação exposta no item 3 da Subseção 2.1.2, para a construção da derivada direcional do dado não será considerado todos os pontos simultaneamente, assim, o método irá agir em uma janela de $2L_x + 1$ numerados de $-L_x$ até L_x em x , $2L_y + 1$ numerados de $-L_y$ até L_y em y , $2L_z + 1$ numerados de $-L_z$ até L_z em z , com estas dimensões sendo consideravelmente menor que N_x , N_y e N_z , assim, esta limitação do método é contornada.

Conforme as considerações feitas nos cálculos na Seção 2.5, o ponto central da janela P_0 não possuirá amplitude conhecida. Então, apesar da existência de $\mathbf{A}(\mathbf{i}_0, \mathbf{j}_0, \mathbf{k}_0)$, Este ponto será desconsiderado no cálculo das derivadas direcionais e radiais, assim, é possível contornar a limitação 2 da Subseção 2.1.2, bem como a necessidade da recomendação de um $p > 1$, pois como d_{jlk} nunca será zero então existem derivadas contínuas em todos os pontos com amplitude da janela.

2.6.1 Construções das matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{W}$

Para a construção das matrizes $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ e $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ é conveniente a construção de duas outras matrizes, a matriz das distâncias, onde cada elemento $\mathbf{D}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = d_{jkl}$ representa a distância

entre o elemento e o centro da matriz, sendo dada pela equação (2.45) e a matriz dos pesos, onde cada elemento $\mathbf{W}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = w_{jkl}$ representa o peso associado ao elemento para a interpolação no centro da janela, cada elemento da matriz é dado pela equação (2.46), estas matrizes possuem as mesmas dimensões da janela, é possível notar que as matrizes $\mathbf{D}$ e $\mathbf{W}$ possuem simetrias. A simetria da matriz $\mathbf{D}$ é:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{D}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \mathbf{D}(\mathbf{j}, -\mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{D}(-\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{D}(\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \mathbf{D}(-\mathbf{j}, \mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \\ \mathbf{D}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{D}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Essa simetria repercute diretamente na matriz $\mathbf{W}$. Pois pela equação (2.46) cada elemento da matriz $\mathbf{W}(\mathbf{J}, \mathbf{k}, \mathbf{l})$ é formado pela razão entre o termo (j, k, l) da matriz $\mathbf{D}$ e pela soma de todos os elementos da matriz $\mathbf{D}$, sendo assim, esta soma é igual para todos os elementos de $\mathbf{W}$, logo $\mathbf{W}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{W}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \mathbf{W}(\mathbf{j}, -\mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{W}(-\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{W}(\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \mathbf{W}(-\mathbf{j}, \mathbf{k}, -\mathbf{l}) = \\ \mathbf{W}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, \mathbf{l}) = \mathbf{W}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}) \end{aligned} \quad (2.66)$$

Outra consequência da simetria de $\mathbf{D}$ é no calculo do somatório dos termos da matriz, pois:

$$\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} = \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \quad (2.67)$$

levando em conta que i, m e n não podem ser simultaneamente iguais a zero e separando os termos referentes a $i = 0$, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} = \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \\ + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \end{aligned} \quad (2.68)$$

retirando agora, do segundo somatório, os termos referentes a $m = 0$

$$\begin{aligned} \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} = \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \\ + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \end{aligned} \quad (2.69)$$

por fim, retirando do mesmo somatório os termos referentes a $n = 0$:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} &= \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \\
&+ \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \frac{1}{[(m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \\
&+ \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \quad (2.70)
\end{aligned}$$

o primeiros somatório da equação (2.70) podem ser reescritos, retirando os termos referentes a $m = 0$ do primeiro somatório:

$$\sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} = \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{(\Delta x|n|)^p} + \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \quad (2.71)$$

agora retirando os termos referentes a $n = 0$ obtêm-se:

$$\begin{aligned}
\sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} &= \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{(\Delta x|n|)^p} + \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \frac{1}{(\Delta y|m|)^p} \\
&+ \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \quad (2.72)
\end{aligned}$$

Analisando o segundo somatório da equação (2.70) e retirando os termos referentes a $n = 0$ obtêm-se:

$$\sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} = \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \frac{1}{(\Delta z|i|)^p} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \quad (2.73)$$

Substituindo as equações (2.72) e (2.73) em (2.70) é possível escrever a equação (2.74)

$$\begin{aligned}
\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} &= \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{(\Delta x|n|)^p} + \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \frac{1}{(\Delta y|m|)^p} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \frac{1}{(\Delta z|i|)^p} \\
&+ \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}}
\end{aligned}$$

$$+ \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \frac{1}{[(m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} + \sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \quad (2.74)$$

Analisando a simetria dos somatórios é possível notar que o primeiro somatório é simétrico em n , assim:

$$\sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{(\Delta x |n|)^p} = \sum_1^{L_x} \frac{2}{(\Delta x |n|)^p} \quad (2.75)$$

A exemplo da equação (2.75) todos os somatórios simples são simétricos com seus respectivos índices.

Analisando o primeiro somatório duplo é possível notar que pela simetria de d_{0mn} o somatório é simétrico tanto em função de m quanto em função de n , assim:

$$\sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} = \sum_1^{L_y} \sum_1^{L_x} \frac{4}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} \quad (2.76)$$

A simetria mostrada na equação (2.76) é válida para todos os somatórios duplos da equação (2.74).

Por fim, analisando a simetria de d_{imn} , é possível notar que o somatório triplo é simétrico em função dos três índices. Assim:

$$\sum_{\substack{i=-L_z \\ i \neq 0}}^{L_z} \sum_{\substack{m=-L_y \\ m \neq 0}}^{L_y} \sum_{\substack{n=-L_x \\ n \neq 0}}^{L_x} \frac{1}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} = \sum_1^{L_z} \sum_1^{L_y} \sum_1^{L_x} \frac{8}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \quad (2.77)$$

Assim, a equação (2.74) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{m=-L_y}^{L_y} \sum_{n=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{imn}^p} &= \sum_1^{L_x} \frac{2}{(\Delta x |n|)^p} + \sum_1^{L_y} \frac{2}{(\Delta y |m|)^p} + \sum_1^{L_z} \frac{2}{(\Delta z |i|)^p} \\ &+ \sum_1^{L_y} \sum_1^{L_x} \frac{4}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]^{p/2}} + \sum_1^{L_z} \sum_1^{L_x} \frac{4}{[(n\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \\ &+ \sum_1^{L_z} \sum_1^{L_y} \frac{4}{[(m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} + \sum_1^{L_z} \sum_1^{L_y} \sum_1^{L_x} \frac{8}{[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2 + (i\Delta z)^2]^{p/2}} \end{aligned} \quad (2.78)$$

reescrever A equação (2.67) desta forma é importante pois enquanto a equação (2.67) tem uma quantidade de termos iguais a:

$$(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1$$

a equação (2.78) terá uma quantidade de termos iguais a:

$$L_x + L_y + L_z + L_x L_y + L_x L_z + L_z L_y + L_x L_y L_z = (L_x + 1)(L_y + 1)(L_z + 1) - 1$$

2.6.2 Operador derivada direcional

A matriz $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ onde cada elemento $\mathbf{W}_{\text{dir}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = {}^d w_{jkl}$ é igual ao fator geométrico da equação (2.62), ou seja o fator que não depende da amplitude, representa a matriz das derivadas direcionais, em que cada elemento da matriz representa a derivada direcional do ponto (j, k, l) da janela, na direção (x_d, y_d, z_d) .

A partir da equação (2.62), nota-se que, analisando o termo que não depende da amplitude:

$${}^d w_{jkl} = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}} \frac{w_{jkl}}{d_{jkl}^2} [l\Delta x x_d + k\Delta y y_d + \Delta z z_d]$$

é possível notar que a razão $p/\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}$ independe do elemento (j, k, l) , sendo constante para qualquer elemento. A razão w_{jkl}/d_{jkl}^2 possui as mesmas simetrias dadas nas equações (2.65) e (2.66) da Subseção 2.6.1. No entanto o termo $[l\Delta x x_d + k\Delta y y_d + \Delta z z_d]$ não possui esta simetria, a simetria que este termo possui é:

$$[l\Delta x x_d + k\Delta y y_d + \Delta z z_d] = -[-l\Delta x x_d - k\Delta y y_d - \Delta z z_d]$$

Assim, devido a constância da razão $p/\sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}$ e da simetrias de w_{jkl}/d_{jkl}^2 , os elementos ${}^d w_{j,k,l}$ assumem a simetria de $[l\Delta x x_d + k\Delta y y_d + \Delta z z_d]$. Portanto:

$$\mathbf{W}_{\text{dir}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}) = -\mathbf{W}_{\text{dir}}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}) \quad (2.79)$$

Esta simetria é importante, pois dá ao operador a propriedade de possuir de soma zero, e portanto possui média zero. Assim se este for aplicado em uma matriz constante, o resultado desta aplicação será uma matriz nula, a exceção das bordas, além disto apesar de $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ uma quantidade de elementos igual a $(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1$ só é necessário o cálculo de elementos igual a e_c , com e_c dado pela equação (2.80).

$$e_c = L_x + L_y + L_z + 2L_x L_z + 2L_x L_y + 2L_y L_z + 4L_x L_y L_z = 4(L_x + \frac{1}{2})(L_z + \frac{1}{2})(L_y + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} \quad (2.80)$$

Considerando $\alpha = j - i$, $\beta = k - m$ e $\gamma = l - n$, para realizar a aplicação deste operador na matriz $\mathbf{A}$, resultando em uma matriz $\mathbf{A}_{\text{dir}}$ simplesmente usa-se a equação (2.62). Assim:

$$\mathbf{A}_{\text{dir}}(\mathbf{i}, \mathbf{m}, \mathbf{n}) = \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{k=m-L_y}^{m+L_y} \sum_{l=n-L_x}^{n+L_x} A_{jkl} {}^d w_{\alpha\beta\gamma} \quad (2.81)$$

Outra forma de notar esta Operação é:

$$\mathbf{A}_{\text{dir}}(\mathbf{1} : \mathbf{N}_z, \mathbf{1} : \mathbf{N}_y, \mathbf{1} : \mathbf{N}_x) = \mathbf{A} \circledast \mathbf{W}_{\text{dir}} \quad (2.82)$$

Na equação (2.82), $(1 : N_z, 1 : N_y, 1 : N_x)$ representa a variação dos coeficiente de $\mathbf{A}_{\text{rad}}$, pois o resultado da correlação das matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ deveria resultar em uma matriz com coeficientes que variam de $(1 - L_z : N_z + L_z, 1 - L_y : N_y + L_y, 1 - L_x : N_x + L_x)$, portando $\mathbf{A}_{\text{rad}}$, representa a correlação entre $\mathbf{A}$ e $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ desconsiderando a borda desta operação.

2.6.3 Operador derivada radial

A matriz $\mathbf{W}_{\text{rad}}$, diferentemente da matriz $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ possui um valor diferente a depender da localização do operador. Como cada elemento da matriz é dado pelo fator geométrico da equação (2.63), É possível notar que a depender da localização do centro do operador em $\mathbf{A}$, $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ assumirá um valor diferente. Assim, é conveniente inserir uma quarta dimensão no operador, onde esta dimensão indica a localização do operador no conjunto de dados. Assim cada elemento $\mathbf{W}_{\text{rad}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{o}) = {}^r w_{jklo}$ é igual a derivada radial do ponto (j, k, l) da janela na direção $P_f - P_o$, considerando que o centro da janela esteja localizado em (i, m, n) , então $o = i + (m - 1)N_z + (n - 1)N_z N_y$. o ponto central pode ser definido como: $P_o(x_o, y_o, z_o) = P_o(n\Delta x, m\Delta y, i\Delta z)$, assim o varia de 1 até N_p , onde:

$$N_p = N_z N_y N_x. \quad (2.83)$$

qualquer volume de $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ possui as mesmas propriedades de simetria discutidas na equação (2.79) da Subseção 2.6.2. Assim, para um o fixo:

$$\mathbf{W}_{\text{rad}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{o}) = -\mathbf{W}_{\text{rad}}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, -\mathbf{l}, \mathbf{o}) \quad (2.84)$$

desta forma, pela equação (2.84) cada volume do operador $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ possui a mesma simetria da matriz $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ e portanto logo este operador dispõe soma zero, e portanto média zero.

cada elemento ${}^r w_{jklo}$, que é o termo que independe da amplitude na equação (2.64), é dado pela equação (2.85):

$${}^r w_{jklo} = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2 + (z_f - z_o)^2}} \frac{w_{jkl}}{d_{jkl}^2} [l\Delta x(x_f - x_o) + k\Delta y(y_f - y_o) + \Delta z(z_f - z_o)] \quad (2.85)$$

Devido ao caráter do operador $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ de possuir 4 dimensões o cálculo da matriz $\mathbf{A}_{\text{rad}}$, resultado da aplicação de $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ em $\mathbf{A}$, considerando a mesma definição de α , β e γ da Sub-seção 2.6.2, É dado pela equação (2.86):

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{i}, \mathbf{m}, \mathbf{n}) = \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{k=m-L_y}^{m+L_y} \sum_{l=n-L_x}^{n+L_x} A_{jkl} {}^r w_{\alpha\beta\gamma o} \quad (2.86)$$

vale ressaltar que para cada i , m e n na equação (2.86) haverá um o diferente. Assim considerando um conjunto de dados de dimensões (N_x, N_y, N_z) , e com N_p dado pela equação (2.83), o tamanho total a matriz $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ possuirá uma quantidade de elementos igual a

$[(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1]N_p$, e cada volume possui uma quantidade e_c de elementos, com e_c dado pela equação (2.80), portando a quantidade total de elementos calculados é de $N_p e_c$. No entanto se $\mathbf{A}$ possuir dimensões muito grandes pode ser impraticável guardar todos os elementos de $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ na memória do computador. Já que a matriz depende de N_p . Assim, se $\mathbf{A}$ for grande é conveniente o cálculo de outra forma.

Definindo $\mathbf{W}_x$ como $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ na direção $(1, 0, 0)$, $\mathbf{W}_y$ como $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ na direção $(0, 1, 0)$ e $\mathbf{W}_z$ como $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ na direção $(0, 0, 1)$, $\mathbf{W}_{\text{rad}}$ pode ser calculado como:

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{i}, \mathbf{m}, \mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2 + (z_f - z_o)^2}} \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{k=m-L_y}^{m+L_y} \sum_{l=n-L_x}^{n+L_x} A_{jkl} [{}^x w_{\alpha\beta\gamma}(x_f - x_o) + {}^y w_{\alpha\beta\gamma}(y_f - y_o) + {}^z w_{\alpha\beta\gamma}(z_f - z_o)] \quad (2.87)$$

assim, cada uma das matrizes que compõe o operador possui $(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1$, sendo necessário o armazenamento de $3e_c$ elementos, no entanto para cada iteração no cálculo de $\mathbf{A}_{\text{rad}}$ haverá a necessidade de um número maior de operações a ser realizada, acarretando em um maior tempo de processamento. Outra forma de se escrever a equação (2.87) é na forma de correlação, dada pela equação (2.88):

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{1} : \mathbf{N}_z, \mathbf{1} : \mathbf{N}_y, \mathbf{1} : \mathbf{N}_x) = \frac{1}{\sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2 + (z_f - z_o)^2}} \mathbf{A} \circledast (\mathbf{W}_x(x_f - x_o) + \mathbf{W}_y(y_f - y_o) + \mathbf{W}_z(z_f - z_o)) \quad (2.88)$$

2.7 Caso bidimensional

Considerando que todas as amostras se encontram no plano $y = 0$, assim $y_i - y$ da equação (2.4) será igual a zero, assim:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (z_i - z)^2} \quad (2.89)$$

é possível notar que a equação (2.2) não se altera. Nestas condições, as derivadas parciais da função peso são dadas pelas equações (2.22) e (2.30), com d_i sendo substituído pelo escrito em (2.89). Sob esta perspectiva as derivadas parciais do dado são dadas pelas equações (2.31) e (2.33)

Assim as derivadas direcionais e radiais do dado são dados respectivamente pelas equações (2.90) e (2.91).

$$D_u A(x, y, z) = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + z_d^2}} \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{w_j}{d_j^2} [(x_j - x)x_d + (z_j - z)z_d] \right. \\ \left. - w_j^2 d_j^p \left[x_d \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} + z_d \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.90)$$

$$D_{rad} A(x, y, z) = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x)^2 + (z_f - z)^2}} \sum_{j=1}^N A_j \left\{ \frac{w_j}{d_j^2} [(x_j - x)(x_f - x) + (z_j - z)(z_f - z)] \right. \\ \left. - w_j^2 d_j^p \left[(x_f - x) \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x}{d_i^{p+2}} (z_f - z) \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z}{d_i^{p+2}} \right] \right\} \quad (2.91)$$

2.7.1 Predição e derivadas centrais de um dado regularmente espaçado

Considerando um conjunto de N pontos distribuídos de forma regular no $\mathbb{R}^2$, ou uma janela regular de N pontos aplicada em um dado regularmente espaçado, contendo $2L_x + 1$ amostras, numeradas de $-L_x$ até L_x , regularmente espaçadas de Δx em x e com $2L_z + 1$ amostras, numeradas de $-L_z$ até L_z , regularmente espaçadas de Δz em z , considerando ainda que no ponto central, denotado $P_0(x_0, z_0)$, não há uma amplitude conhecida, e nesta posição que se deseja realizar a interpolação, e a exemplo do discutido na Subseção 2.5.1, $N = (2L_x + 1)(2L_z + 1)$

As Relações (2.92), (2.93) e (2.94) mostram as mudanças de notação convenientes para a descrição da operação de interpolação nestes casos

$$d_i \rightarrow d_{il} \quad (2.92)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \rightarrow \sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{l=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{il}} \quad (2.93)$$

$$w_j \rightarrow w_{jk} \quad (2.94)$$

a exemplo da equação (2.45), a equação (2.95)

$$d_{il} = \sqrt{(x_l - x_0)^2 + (z_i - z_0)^2} = \sqrt{[(l\Delta x + x_0) - x_0]^2 + [(i\Delta z + z_0) - z_0]^2} = \\ \sqrt{(l\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2} \quad (2.95)$$

assim, a função peso é dada pela equação (2.96):

$$w_{jk} = \frac{d_{jk}^{-p}}{\sum_{i=-L_z}^{L_z} \sum_{l=-L_x}^{L_x} d_{il}^{-p}} \quad (2.96)$$

assim, a interpolação do dado no centro da janela é dado por:

$$A(x_0, z_0) = \sum_{j=-Lz}^{Lz} \sum_{k=-Lx}^{Lx} A_{jk} w_{jk} \quad (2.97)$$

No caso das derivadas direcionais igualmente espaçadas para uma janela impar de elementos, a partir de passos similares aos discutidos na Subseção 2.5.2, os somatórios das equações (2.90) e (2.91) se anulam. Assim as derivadas parciais da função peso para o caso igualmente espaçado é dado pelas equações (2.98) e (2.99)

$$\left. \frac{\partial w_{jk}}{\partial x} \right|_{P_0} = p w_{jk} \frac{k \Delta x}{d_{jk}^2} \quad (2.98)$$

$$\left. \frac{\partial w_{jk}}{\partial z} \right|_{P_0} = p w_{jk} \frac{j \Delta z}{d_{jk}^2} \quad (2.99)$$

assim as derivadas direcionais no centro da janela são dadas pela equação (2.100)

$$\left. D_u w_{jk} \right|_{P_0} = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + z_d^2}} \frac{w_{jk} [k \Delta x x_d + j \Delta z z_d]}{d_{jk}^2} \quad (2.100)$$

O Vetor unitário para a derivada radial, definido pela equação (2.38), no caso bidimensional, É dado pela equação (2.101):

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{(x_f - x)^2 + (z_f - z)^2}} (x_f - x, z_f - z) \quad (2.101)$$

portanto, a derivada radial da função peso, no centro da janela, é dada pela equação (2.102):

$$\left. D_{rad} w_{jk} \right|_{P_0} = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (z_f - z_0)^2}} \frac{w_{jk} [k \Delta x (x_f - x_0) + j \Delta z (z_f - z_0)]}{d_{jk}^2} \quad (2.102)$$

Assim, as derivadas direcionais e radiais do dado são dadas respectivamente pelas equações (2.103) e (2.104):

$$D_u A(x_0, z_0) = \frac{p}{\sqrt{x_d^2 + z_d^2}} \sum_{j=-Lz}^{Lz} \sum_{k=-Lx}^{Lx} A_{jk} \left\{ \frac{w_{jk} [k \Delta x x_d + j \Delta z z_d]}{d_{jk}^2} \right\} \quad (2.103)$$

$$D_{rad} A(x_0, z_0) = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (z_f - z_0)^2}} \sum_{j=-Lz}^{Lz} \sum_{k=-Lx}^{Lx} A_{jk} \left\{ \frac{w_{jk} [k \Delta x (x_f - x_0) + j \Delta z (z_f - z_0)]}{d_{jk}^2} \right\} \quad (2.104)$$

2.7.2 Construção dos operadores de predição central e derivada de um dado igualmente espaçado

A exemplo do discutido na Seção 2.6, nesta seção será construído os operadores $\mathbf{D}$, $\mathbf{W}$, $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ e $\mathbf{W}_{\text{rad}}$, assim, considerando uma matriz $\mathbf{A}$ como uma matriz igualmente espaçada, de dimensões N_x em x e N_z em z , e considerando que, devido a limitação exposta no item 3 da subseção 2.1.2 o método agirá em uma janela com dimensões $2L_x + 1$ em numerados de $-L_x$ até L_x em x e $2L_z + 1$ em numerados de $-L_z$ até L_z , com estas dimensões sendo consideravelmente menores que N_x e N_z , outra consideração é a inexistência do ponto $\mathbf{A}(\mathbf{i}_0, \mathbf{j}_0)$, conforme discutido na Subseção 2.7.1.

As matrizes $\mathbf{D}(\mathbf{j}, \mathbf{k})$ e $\mathbf{W}(\mathbf{j}, \mathbf{k})$, convenientes para a construção das matrizes das derivadas, são operadores dados respectivamente pelas equações (2.95) e (2.96), assim como discutido na Subseção 2.6.1 as matrizes $\mathbf{D}(\mathbf{j}, \mathbf{k})$ e $\mathbf{W}(\mathbf{j}, \mathbf{k})$ possuem as seguintes simetrias:

$$\mathbf{D}(\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \mathbf{D}(-\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \mathbf{D}(\mathbf{i}, -\mathbf{j}) = \mathbf{D}(-\mathbf{i}, -\mathbf{j}) \quad (2.105)$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \mathbf{W}(-\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \mathbf{W}(\mathbf{i}, -\mathbf{j}) = \mathbf{W}(-\mathbf{i}, -\mathbf{j}) \quad (2.106)$$

assim, para o cálculo do somatório de $\mathbf{D}$, útil para o cálculo de $\mathbf{W}$ pode ser deduzida a partir da equação (2.78), removendo os termos referentes a y

$$\sum_{i=-L_z/2}^{L_z/2} \sum_{l=-L_x}^{L_x} \frac{1}{d_{il}^p} = \sum_{l=1}^{L_x} \frac{2}{(l\Delta x)^p} + \sum_{i=1}^{L_z} \frac{2}{(i\Delta z)^p} + \sum_{l=1}^{L_x} \sum_{i=1}^{L_z} \frac{4}{[\sqrt{(l\Delta x)^2 + (i\Delta z)^2}]^p} \quad (2.107)$$

assim, enquanto $\mathbf{D}$ possui um numero de elementos igual a $(2L_x + 1)(2L_z + 1) - 1$, na equação (2.107) só existem um numero de elementos igual a $Lz + Lx + LxLz = (Lx + 1)(Lz + 1) - 1$.

Para o cálculo de cada elemento do operador $\mathbf{W}_{\text{dir}}$ bidimensional, usa-se a equação (2.100), através desta equação é possível notar que a matriz têm a simetria:

$$\mathbf{W}_{\text{dir}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}) = -\mathbf{W}_{\text{dir}}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k})$$

Assim, no caso bidimensional, a matriz das derivadas direcionais também possui soma zero, e logo média zero. Portanto, o número de elementos calculados da matriz é de $2L_xL_z + L_x + L_z = 2(L_z + 1/2) + (L_x + 1/2) - 1/2$

Para aplicar este operador na matriz $\mathbf{A}$, resultando em uma matriz bidimensional A_{dir} , considerando $\alpha = j - i$ e $\beta = k - l$, pode-se usar a particularização da equação (2.82) para o caso 2D:

$$\mathbf{A}_{\text{dir}}(\mathbf{i}, \mathbf{l}) = \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{k=l-L_x}^{l+L_x} A_{jk} {}^d w_{\alpha\beta}$$

ou, utilizando na notação correlacional:

$$\mathbf{A}_{\text{dir}}(\mathbf{1} : \mathbf{N}_z, \mathbf{1} : \mathbf{N}_x) = \mathbf{A} \circledast \mathbf{W}_{\text{dir}} \quad (2.108)$$

assim como no caso 3D, na equação (2.108) se desconsidera a borda do operador de correlação.

Para a construção e aplicação do operador de derivada radial usa-se a equação (2.102), através desta, é possível notar que o valor do operador depende da localização do mesmo no dado. Assim, a exemplo do feito na subseção 2.6.3, adiciona-se uma dimensão extra a matriz $\mathbf{W}_{\text{rad}}$. Assim, $\mathbf{W}_{\text{rad}} = {}^r w_{jko}$, portanto, considerando que o centro do operador está na posição (i,m) de $\mathbf{A}$, então, $o = i + (m - 1)N_z$,

O operador de derivada radial tem simetria:

$$\mathbf{W}_{\text{rad}}(\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{o}) = -\mathbf{W}_{\text{rad}}(-\mathbf{j}, -\mathbf{k}, \mathbf{o})$$

Assim, cada fatia o da matriz das derivadas radiais, no caso bidimensional, possui soma (e média) iguais a zero. Considerando $N_p = N_z N_x$, a matriz possui um numero de elementos calculados iguais a $[(L_z + 1/2) + (L_x + 1/2) - 1/2]N_p$

Cada elemento ${}^r w_{jko}$ do operador derivada radial se iguala a equação (2.109)

$${}^r w_{jko} = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_o)^2 + (z_f - z_o)^2}} \frac{w_{jk}}{d_{jk}^2} [k \Delta x (x_f - x_o) + \Delta z (z_f - z_o)] \quad (2.109)$$

Para aplicar na matriz $\mathbf{A}$ resultando em $\mathbf{A}_{\text{rad}}$ este operador se utiliza a particularização da equação (2.86)

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{i}, \mathbf{m}) = \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{l=m-L_x}^{m+L_x} A_{jk} {}^r w_{\alpha\beta o} \quad (2.110)$$

Outra forma de representar a aplicação do operador radial é utilizando particularização da equação (2.87) para o caso 2D.

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{i}, \mathbf{m}) = \frac{p}{\sqrt{(x_f - x_o)^2 + (z_f - z_o)^2}} \sum_{j=i-L_z}^{i+L_z} \sum_{l=m-L_x}^{m+L_x} A_{jkl} [{}^x w_{\alpha\beta} (x_f - x_o) + {}^z w_{\alpha\beta} (z_f - z_o)] \quad (2.111)$$

Ou na notação correlacional:

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{1} : \mathbf{N}_z, \mathbf{1} : \mathbf{N}_x) = \mathbf{A} \circledast (\mathbf{W}_x + \mathbf{W}_z) \quad (2.112)$$

Assim como discutido na Subseção 2.6.3, segundo a equação (2.110), o operador possui $N_p[(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1]$ elementos, que necessitam ser guardados na memória, já as equações (2.111) e (2.112) necessitam que seja guardados apenas $2[(2L_x + 1)(2L_y + 1)(2L_z + 1) - 1]$ elementos referentes ao operador, no entanto a cada iteração para o cálculo de $\mathbf{A}_{\text{rad}}$ haverá um número maior de cálculos a ser feito.

2.8 Caso unidimensional

Considerando que todas as amostras se encontram no eixo $x = y = 0$, assim tanto $y_i - y$ quanto $z_i - z$ da equação (2.4) serem nulos, assim:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2} = |x_i - x| \quad (2.113)$$

nestas condições, é possível notar que a função peso ainda pode ser escrita na forma da equação (2.2), assim a derivada da função peso em relação a x pode ser dado por:

$$\frac{dw_j}{dx} = w'_j = pw_j \frac{1}{(x_j - x)} - pw_j^2 |x_j - x|^p \sum_{i=1}^N \frac{1}{|x_i - x|^p (x_i - x)} \quad (2.114)$$

Como a única direção do caso unidimensional é o eixo x , derivadas direcionais e radiais não são definidas neste caso, no entanto a análise do caso unidimensional é particularmente útil para se encontrar w'_j quando x tende a um determinado x_k , assim, derivada é avaliada no caminho $z = y = 0$ e $x \rightarrow x_k$.

Existem dois importantes casos para se avaliar, o caso de $j \neq k$ e o caso $j = k$.

Avaliando o caso $j \neq k$, a equação (2.114) pode ser reescrita como:

$$\frac{dw_j}{dx} = w'_j = pw_j \frac{1}{(x_j - x)} - pw_j^2 |x_j - x|^p \left(\frac{1}{|x_k - x|^p (x_k - x)} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p (x_i - x)} \right) \quad (2.115)$$

na equação (2.115) nota-se que pela propriedade 4 da Subseção 2.1.3 w_j tenderá a zero, assim, como $(x_j - x)$ é diferente de zero e o somatório dentro do parênteses é finito, para o caso em que $x \rightarrow x_k$ o seguinte limite deve ser avaliado:

$$p|x_j - x|^p \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{w_j^2}{|x_k - x|^p (x_k - x)} \quad (2.116)$$

A equação 2.116 pode ser reescrita como:

$$p|x_j - x|^p \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{1}{|x_j - x|^{2p} |x_k - x|^p (x_k - x) \left(\frac{1}{|x_k - x|^p} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p} \right)^2} \quad (2.117)$$

Considerando $(x_j - x)$ como sendo independente do limite, e distribuindo $|x_k - x|^p (x_k - x)$ dentro do quadrado:

$$\frac{p}{|x_j - x|^p} \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{1}{\frac{(x_k - x)}{|x_k - x|^p} + 2(x_k - x) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p} + |x_k - x|^p (x_k - x) \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p} \right)^2} \quad (2.118)$$

É possível notar que na equação 2.118, o único termo do denominador que cai em indeterminação é: $(x_k - x)/|x_k - x|^p$, e os demais se anulam conforme $x \rightarrow x_k$. Assim, este termo pode ser escrito como:

$$\frac{1}{\text{sgn}(x_k - x)|x_k - x|^{p-1}} \quad (2.119)$$

onde $\text{sgn}(x_k - x)$ representa a função sinal. No presente trabalho $\text{sgn}(x) = |x|/x$. Assim, a função sinal pode ser definida como:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad (2.120)$$

é possível notar que quando x tende a x_k a função sinal não é contínua. E se iguala a zero neste ponto.

É necessário analisar a equação (2.119) para 3 casos: $p < 1$, $p = 1$, e $p > 1$. Para o primeiro caso, nota-se que o expoente do módulo é negativo, assim a equação pode ser reescrita na forma $|x_k - x|^{1-p}/\text{sgn}(x_k - x)$, assim é possível notar que para $p < 1$ a equação é descontínua e não existe o limite quando $x \rightarrow x_k$. Para $p = 1$ a equação (2.119) pode ser escrita como $1/\text{sgn}(x_k - x)$, assim, a equação (2.119) tenderá ao infinito quando $x \rightarrow x_k$, fazendo com que o limite dado pela equação (2.118), e portanto a derivada da função peso, se iguale a zero, no entanto, os limites a direita e esquerda da função são opostas em sinal. Não sendo contínuas. Já se $p > 1$ o expoente do módulo será positivo, e a equação (2.118) tenderá a zero de forma mais sólido. Fazendo com que w'_j se anule.

Para o caso em que $k = j$ a equação (2.115) pode ser reescrita como:

$$w'_j = p \frac{w_j - w_j^2}{(x_j - x)} - p w_j^2 |x_j - x|^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p (x_i - x)} \quad (2.121)$$

nota-se que quando $x \rightarrow x_k$ o segundo termo da equação se anula. Assim o limite a ser avaliado é:

$$p \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{w_j - w_j^2}{(x_j - x)} \quad (2.122)$$

substituindo em (2.122) a equação (2.5) e realizando a subtração se obtêm:

$$p \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{|x_j - x|^p \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p}}{(x_j - x) \left(1 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p} \right)^2} \quad (2.123)$$

usando a definição da função sinal:

$$p \lim_{x \rightarrow x_k} \frac{\operatorname{sgn}(x_k - x) |x_j - x|^{p-1} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p}}{\left(1 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{1}{|x_i - x|^p}\right)^2} \quad (2.124)$$

é possível notar que a indeterminação do limite em (2.124) se dá devido ao termo $\operatorname{sgn}(x_k - x) |x_j - x|^{p-1}$, este termo nada mais é do que a equação (2.119) elevada à -1 . Assim, as discussões feitas para esta equação são válidas para o limite em (2.124). Portanto, se $p < 1$ o limite não existe. Se $p = 1$ o limite se iguala a zero, no entanto de forma não contínua, e por fim se $p > 1$ o limite tende a zero de forma contínua, e se iguala a zero.

Portanto, nesta Seção foi exposta o que acontece com a derivada da função peso quando o ponto interpolado coincide com o ponto do dado, w'_j se igualará a zero ou levará a uma indeterminação a depender do p , e por este motivo não se adiciona o ponto central na construção do operador derivada. Pois o operador resultante seria nulo.

Capítulo 3

Resultados e discussões

Objetivando o teste do método da derivada radial para a filtragem do *ground-roll*, proposto no trabalho, foi realizado o processamento da linha sísmica 0026-1624 da Bacia do Recôncavo, as características da linha serão discutida na Seção 3.1, enquanto para o teste das derivadas direcionais foi utilizada a seção pós-*stack* demonstrativa do software *Opendtect*.

3.1 Linha 0026-1624

A linha 0026-1624 foi adquirida pelo CPGG-UFBA junto ao banco de dados da ANP, os parâmetros de aquisição da linha estão contidos na Tabela 3.1. A Figura 3.1 mostra a localização da linha.

Lanço	2755-50-0-50-1025
Tempo de registro (s)	4
Taxa de amostragem (ms)	2
Grau de cobertura CDP(%)	7500
Espaçamento entre tiros(m)	25
Espaçamento entre receptores(m)	25
Número de tiros	315
Número de receptores	150
Número de amostras	2001

Tabela 3.1: Parâmetros de aquisição da linha 0026-1624

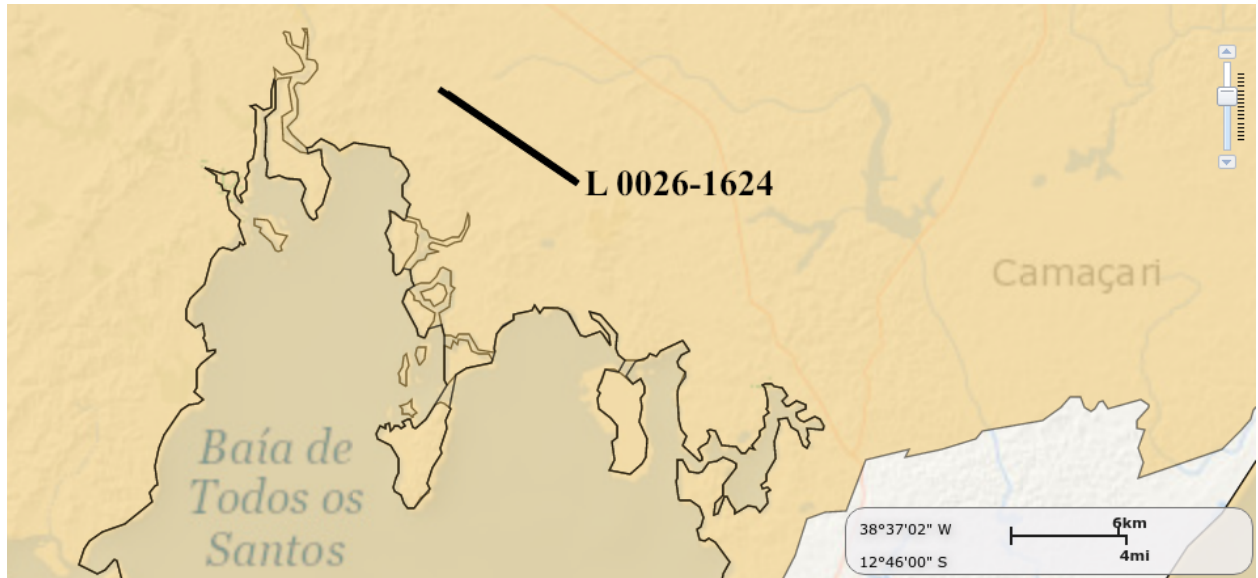


Figura 3.1: Localização da linha 0026-1624. Fonte: (ANP, 2019).

3.2 Aplicação do Operador derivada radial

O operador derivada radial, quando aplicada a um dado sísmico possui as seguintes propriedades:

- Atenua baixas frequências.
- Atua linearmente em t-x de forma radial, amarrado a um foco, atenuando eventos neste sentido.
- Operador possui soma (e portanto média) igual a zero.
- Necessidade de preencher a borda do sismogramas com zeros.
- Ignora o ponto central da janela.
- Atenua eventos paralelos a direção de derivação.

assim, analisando as propriedades do operador juntamente com as do *ground-roll*, discutidas na seção 1.2.1, é possível notar que duas características do operador são importantes para a filtragem do *ground-roll*, a primeira é a direção de derivação radial, atenuando eventos nesta direção, assim o *groun-roll* por ser um evento radial é atenuado, se o foco for escolhido de forma apropriada. A segunda característica é a atenuação natural de baixas frequências que o operador causa, portanto, o operador atenua o *groun-roll* em duas frentes.

A equação 2.102 está desenvolvida em termos de Δx e Δz , no entanto as separações verticais em um sismograma estão em termos de Δt , portanto foi trabalhado como se $z = kt$,

é importante frisar que z não representa as profundidades verdadeiras, obtidas em uma seção migrada no espaço, representa apenas Δt multiplicada por uma constante de proporcionalidade. Escrevendo z em função de t em um dado igualmente espaçado encontra-se $\Delta z = k\Delta t$. No presente trabalho foi utilizado $k = 1$, assim Δz é numericamente igual a Δt .

O método da derivada direcional, além de possuir a vantagem de não necessitar de mudanças de domínio, assim evitando erros numéricos destas, possui ainda a vantagem de possuir um baixo custo computacional. Pois como é possível notar na equação (2.102), (2.111) e (2.112), o operador só precisa ser calculado uma vez em um tiro, e considerando que todos os tiros possuem uma quantidade fixa de traços e o P_f se localize aproximadamente no mesmo ponto em toda a linha o operador só precisa ser calculado uma vez. E o restante do cálculo será apenas multiplicação entre a matriz das amplitudes e a matriz referente ao operador, o que diminui o custo computacional do método. No entanto esta consideração nem sempre é válida, no caso da linha trabalhada, nem o número de traços nem P_f são constantes. Conforme será discutido na Subseção 3.3.1, a melhor localização para este ponto é no traço de *offset* mínimo, assim como ambos os parâmetros mudam seu valor numérico ao longo da aquisição, logo, nos tiros em que estas mudanças ocorrem, o operador deve ser recalculado.

As subrotinas utilizadas para o cálculo da função peso e derivada radial 2D se encontram respectivamente nos Apêndices A e B

3.3 Mudanças de parâmetro na Derivada Radial 2D

Nesta seção será discutida como os parâmetros expostos na equação (2.85) e localização da filtragem no fluxograma do processamento afetam na qualidade da atenuação do *ground-roll*, assim será testado parâmetros diversos e o melhor dos resultados será utilizado na filtragem final.

A seção, visa, igualmente, verificar se os parâmetros ditos como ideais em trabalhos anteriores também são os mais apropriados para o operador de derivada radial proposto no presente trabalho.

A Figura 3.2 (a) mostra o Tiro 126 da linha 0026-1624, com aplicação do ganho e sem tratamentos quanto ao *ground-roll*, enquanto a Figura 3.2 (b) mostra o espectro FK do tiro, as sub-seções seguintes apresentarão este tiro filtrado com a derivada radial com modificações em determinados parâmetros expostos.

3.3.1 Interferência da escolha de P_f

Como discutido na Seção 3.2, a direção de derivação é um dos mais importantes parâmetros do operador da derivada radial durante a filtragem do *ground-roll*, a direção derivação é

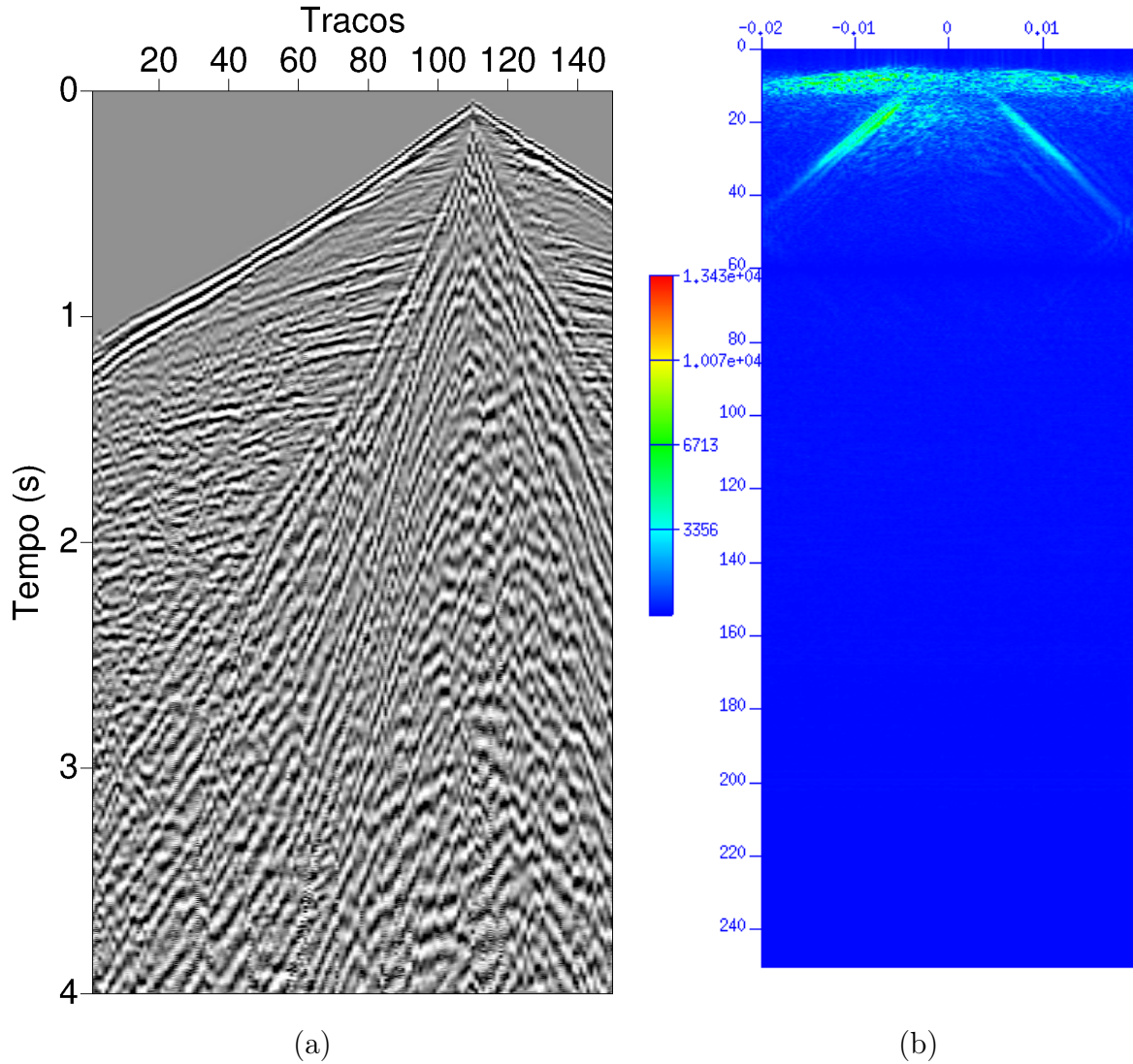


Figura 3.2: Em (a) Dado não filtrado, (b) Espectro FK do Dado não filtrado

definida pelo vetor unitário ($\vec{u}$), que conforme demonstra a equação 2.101, este vetor é definido pelo ponto do foco, P_f , assim como este ponto define a direção de derivação ele é um importante parâmetro da filtragem.

Segundo Santos (2014), a localização ideal de P_f é no ponto onde o *ground-roll* é originado, assim foi testado dois pontos de foco. A Figura 3.3 (a) mostra o tiro 126 filtrado com $P_f = (1, 1001)$ enquanto Figura 3.3 (b) mostra o mesmo tiro filtrado com $P_f = (109, 61)$. É possível notar que P_f em $(1, 1001)$ não conseguiu retirar as baixas frequências lineares associadas ao *ground-roll* e onda direta, já com P_f em $(109, 61)$ estes eventos lineares são atenuados, restando uma menor quantidade de baixa frequência e aumentando a razão sinal/ruído e a continuidade dos refletores, quando comparado a Figura 3.2 (a).

É possível notar que na Figura 3.3 (a) além de o método não ser bem sucedido em realizar a filtragem ele ainda insere artefatos radiais partindo do primeiro traço e em 2

segundos, portanto, é possível notar no domínio do tiro que além de não conseguir filtrar de forma eficiente o dado ele ainda inseriu artefatos, assim, para o processamento ser bem sucedido P_f deve ser bem escolhido.

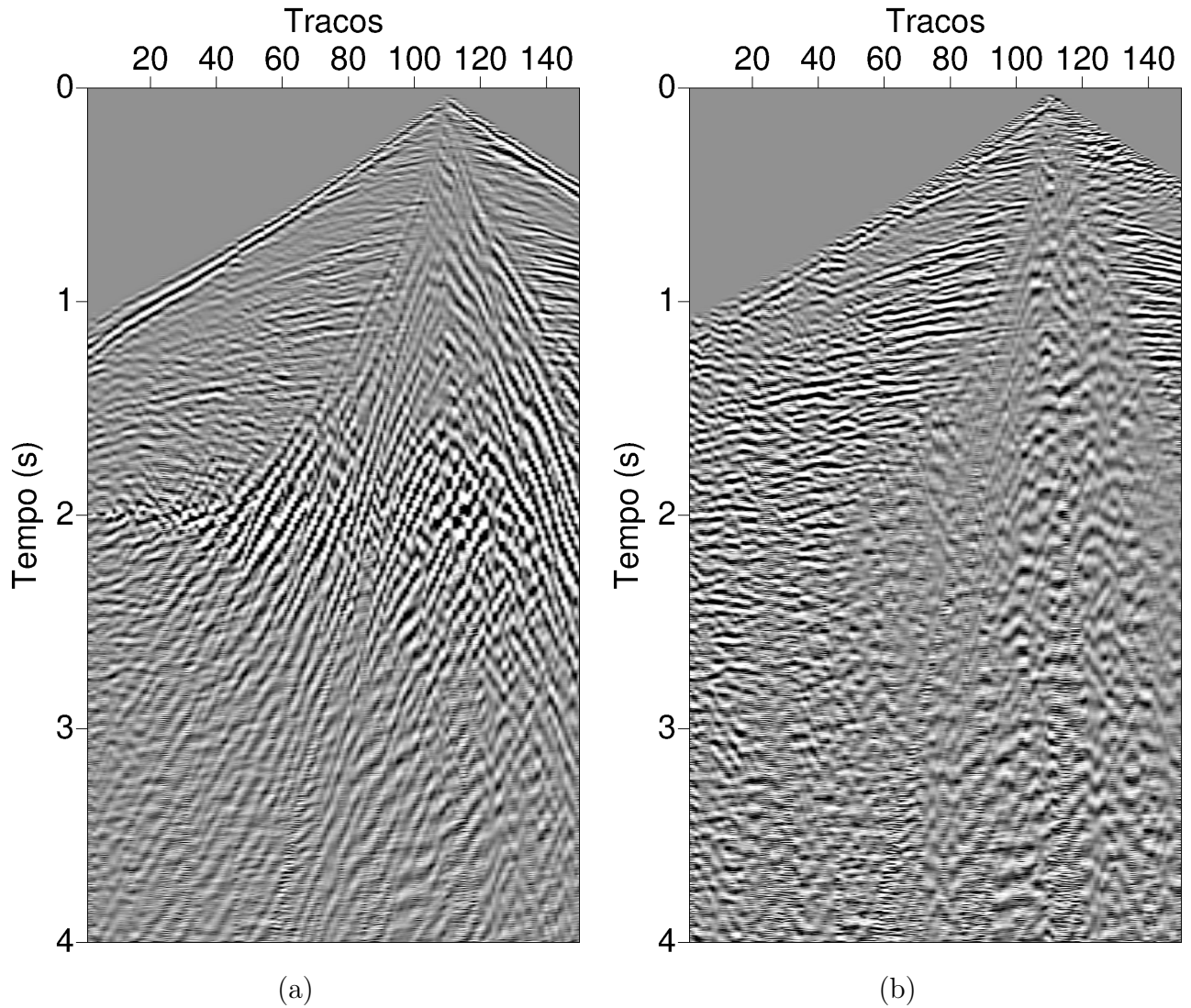


Figura 3.3: Em (a) Dado com $P_f = (1, 1001)$, (b) Dado com $P_f = (109, 61)$.

A Figura 3.4 (a) mostra o Espectro FK do tiro 126 filtrado com $P_f = (1, 1001)$ enquanto a Figura 3.3 (b) o Espectro FK do mesmo tiro filtrado com $P_f = (109, 61)$, é possível notar que as energias associadas ao *ground-roll* e onda direta não foram retiradas, na primeira, enquanto isso, foi possível notar que na segunda os eventos de baixa frequência e alto numero de onda foram atenuados, bem como houve a atenuação dos eventos associados a onda direta, assim, eventos de mais alta frequência puderam ser ressaltados no dado, e a zona referente as reflexões foi apropriadamente ressaltada.

A Figura 3.5 mostra o Espectro de amplitude, definido na equação (1.12), é possível notar que há uma maior contaminação com baixa frequência na curva referente ao dado com

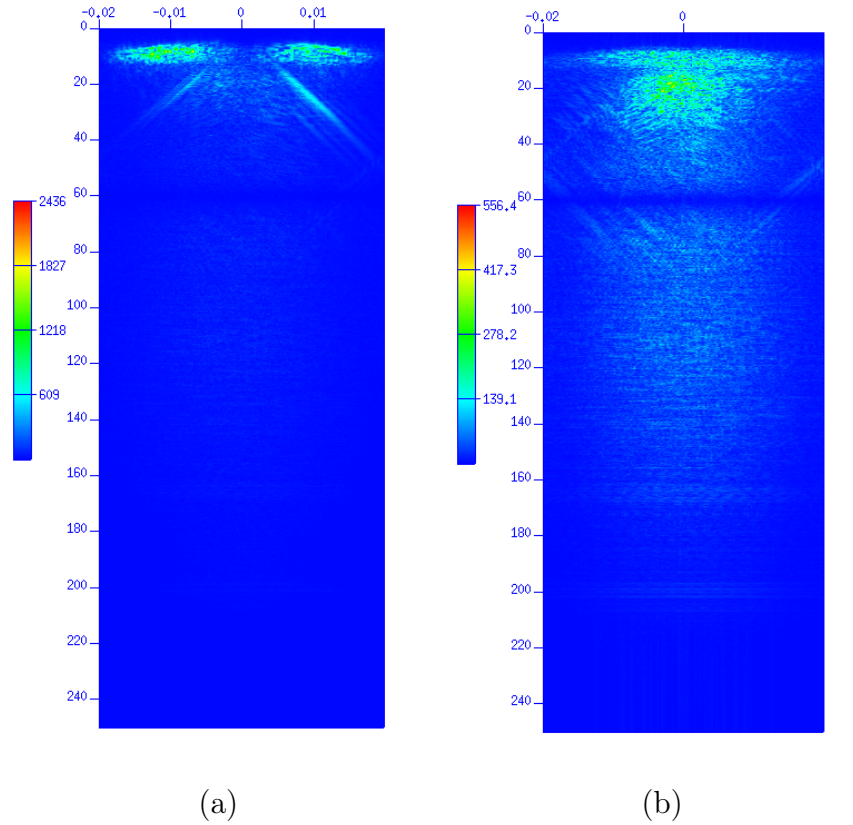


Figura 3.4: Espectro FK do (a) Dado com $P_f = (1, 1001)$, (b) Dado com $P_f = (109, 61)$.

$P_f = (1, 1001)$, estas altas amplitudes em baixas frequências, que também se encontram fortemente presentes no dado original, está associada ao *ground-roll*, assim é possível notar que o Dado original possui uma maior quantidade relativa de baixa frequência, seguido do dado filtrado com $P_f = (1, 1001)$ e por fim o dado filtrado com $P_f = (109, 61)$ que possui um bom balanceamento entre altas e baixas frequências

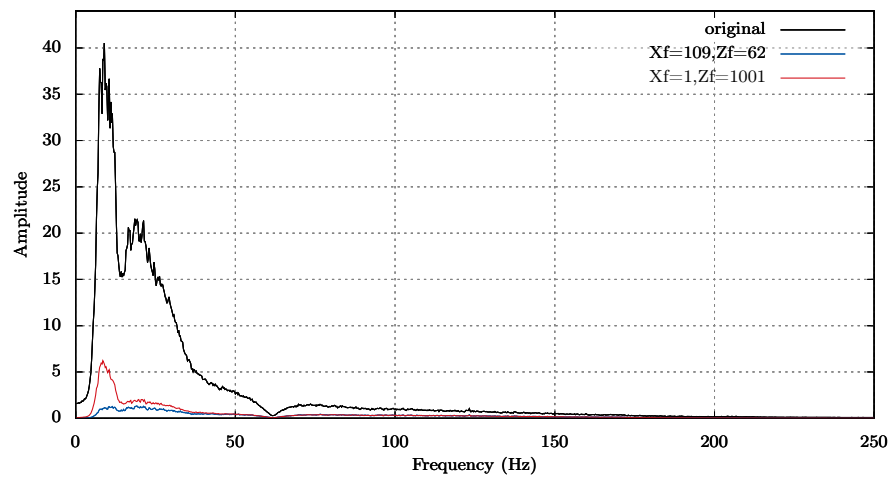


Figura 3.5: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com P_f variável.

3.3.2 Interferência de Δx e Δt

O Espaçamento entre amostras é um importante fator para a concentração de energia do operador, pois Δx e Δt , estão diretamente ligados a importância que a função peso w_{jk} e suas derivadas dão aos pontos da janela, segundo Melo (1996) o ideal para a filtragem de dados sísmicos é que $\Delta x = \Delta t = 1$.

A Figura 3.6 (a) representa o dado filtrado com $\Delta x = \Delta z = 1$, é possível notar que os eventos lineares referentes ao *ground-roll* foram bem filtrados e as amplitudes referentes as reflexões foram preservadas, enquanto na Figura 3.6 (b) é possível notar que estas amplitudes não foram preservadas isto se deve ao fato da diferença entre Δx e Δz , como nesta Figura $\Delta x = 25$ e $\Delta z = 2 \times 10^{-3}$, assim as amplitudes verticais se tornam muito mais importantes que as horizontais na construção do filtro. E assim, as amplitudes abaixo de P_f são altas e conforme o operador se aproxima de uma configuração horizontal com relação ao ponto, as amplitudes vão enfraquecendo, assim este atributo não é preservado utilizando estas configurações de espaçamento.

A Figura 3.7 (a) mostra o Espectro FK do dado filtrado com o operador onde $\Delta x = \Delta t = 1$, é possível notar que enquanto este conseguiu atenuar eventos associados a onda direta e *ground-roll*, além de preservar os eventos associados a reflexões, a Figura 3.2 (b), no entanto, mostra uma série de eventos horizontais no domínio FK, ocorrendo principalmente em frequências de até $20Hz$, após isto ainda é possível notar estes eventos, mas estes ocorrem com menores amplitudes, um evento sub-horizontal no domínio FK significa que este é sub-vertical no domínio do tiro, assim este operador quando aplicado usando as configurações $\Delta x = 25$ e $\Delta z = 2 \times 10^{-3}$ além de não preservar as amplitudes referentes a reflexão insere artefatos verticais que mascaram o dado.

A Figura 3.8 mostra o espectro de amplitude do dado original, dado filtrado com $\Delta x = \Delta t = 1$ e o dado filtrado com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$, é possível notar que enquanto a curva referente a $\Delta x = \Delta t = 1$ conseguiu retirar as energias de alta amplitude localizadas em até $20Hz$ sem destruir informações de baixa frequência, a curva com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$ inseriu ruídos no domínio da frequência, tornando difícil alguma interpretação com base nesta curva, sendo possível apenas notar que além de ruidosa esta seção possui uma maior energia em até $20Hz$, portanto o ruído referente ao *ground-roll* não foi apropriadamente separado.

3.3.3 Interferência do p

Um parâmetro fator discutido no Capítulo 2 é o p , pois este parâmetro está associado a existência das derivadas parciais, portanto direcionais e radial, no entorno do ponto central,

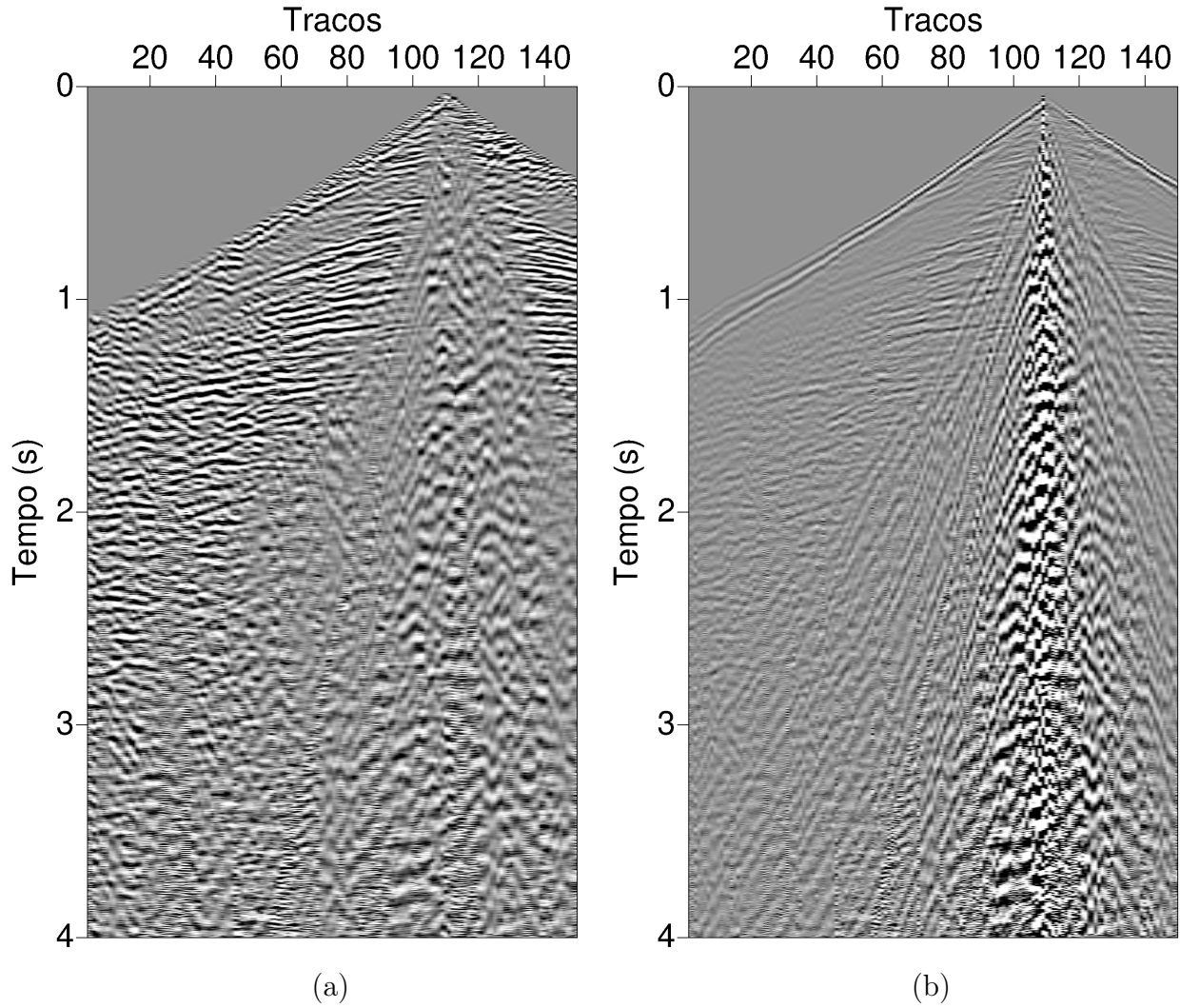


Figura 3.6: Em (a) Dado com $\Delta x = \Delta t = 1$, (b) Dado com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$.

e está associado também ao quão suavidade da interpolação, como discutido na seção 2.1.1, no entanto como este trabalho é realizado com uma janela igualmente espaçada, ignorando-se o ponto central, ponto este que se deseja saber o valor da derivada, então é possível notar que o ponto a ser derivado (P_0) nunca coincide com os demais pontos da janela, portanto as derivadas da função peso, e por conseguinte do dado, existem em todos os pontos da janela mesmo com $p < 1$.

Objetivando analisar como o p afeta na qualidade da filtragem foi gerada a Figura 3.9. Na Figura 3.9 (a) é mostrado o dado derivado com $p = 0,5$ comparando esta com as Figuras 3.9 (b) representando $p = 1$ e 3.9 (c), que representa $p = 2$, é possível notar que a filtragem foi ligeiramente melhor aplicada com $p = 0,5$. Nota-se isto pois analisando as famílias de tiro em 2 segundos é possível notar que existe uma maior amplitude associada a eventos lineares no tiro filtrado com $p = 2$ quando comparado com $p = 1$, e por sua vez estes eventos possuem uma maior amplitude no tiro filtrado com $p = 1$ se comparada a $p = 0,5$.

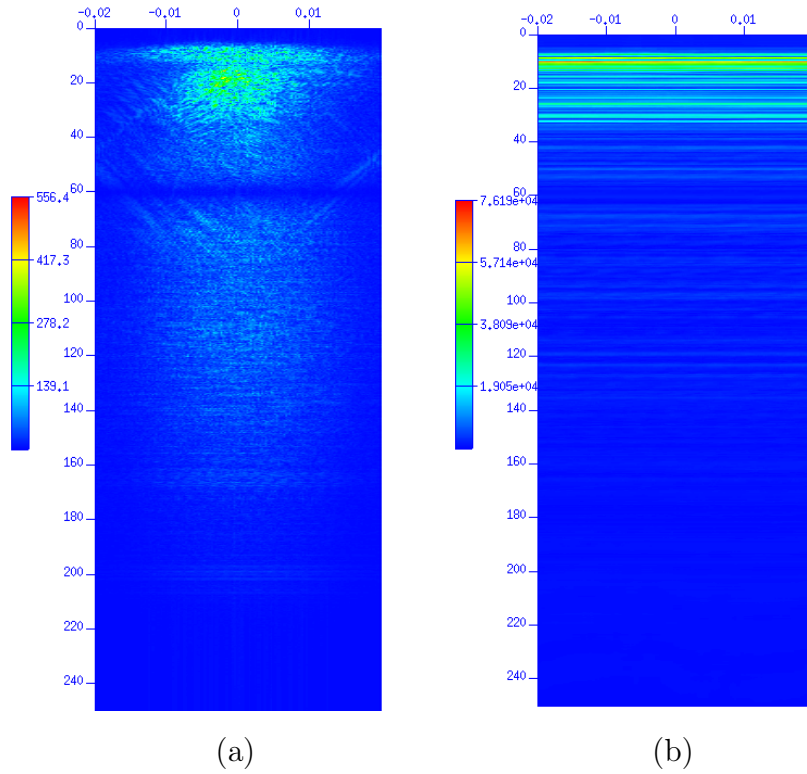


Figura 3.7: Espectro FK do (a) Dado com $\Delta x = \Delta t = 1$, (b) Dado com $\Delta x = 25$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$.

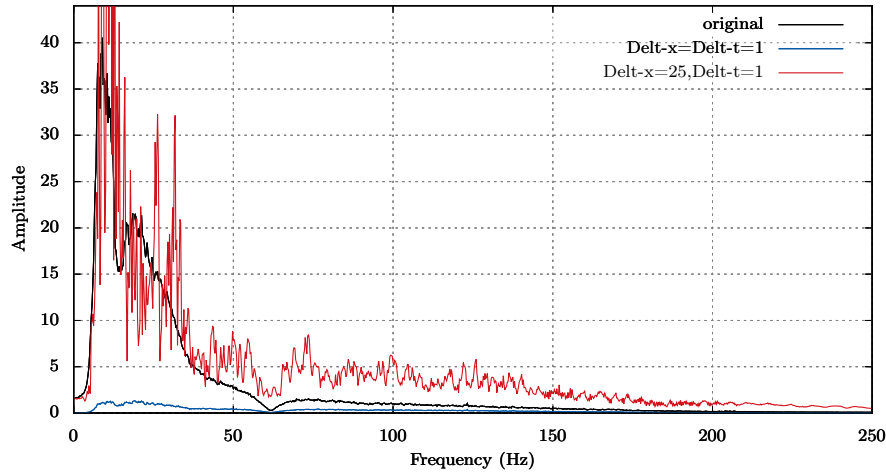


Figura 3.8: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com Δx e Δt variável.

Analisando a Figura 3.10 (a) É possível notar que o espectro FK referente a $p = 0,5$ possui eventos lineares entre 20 e 40Hz possuindo baixa amplitude, estes eventos não são correspondentes ao *ground-roll* devido a localização de frequência em que este evento se localiza. Estes eventos podem ser observados na Figura 3.10 (b) no entanto possuindo uma maior amplitude. A Figura 3.10 (c) foi o que gerou um pior resultado no domínio FK. pois

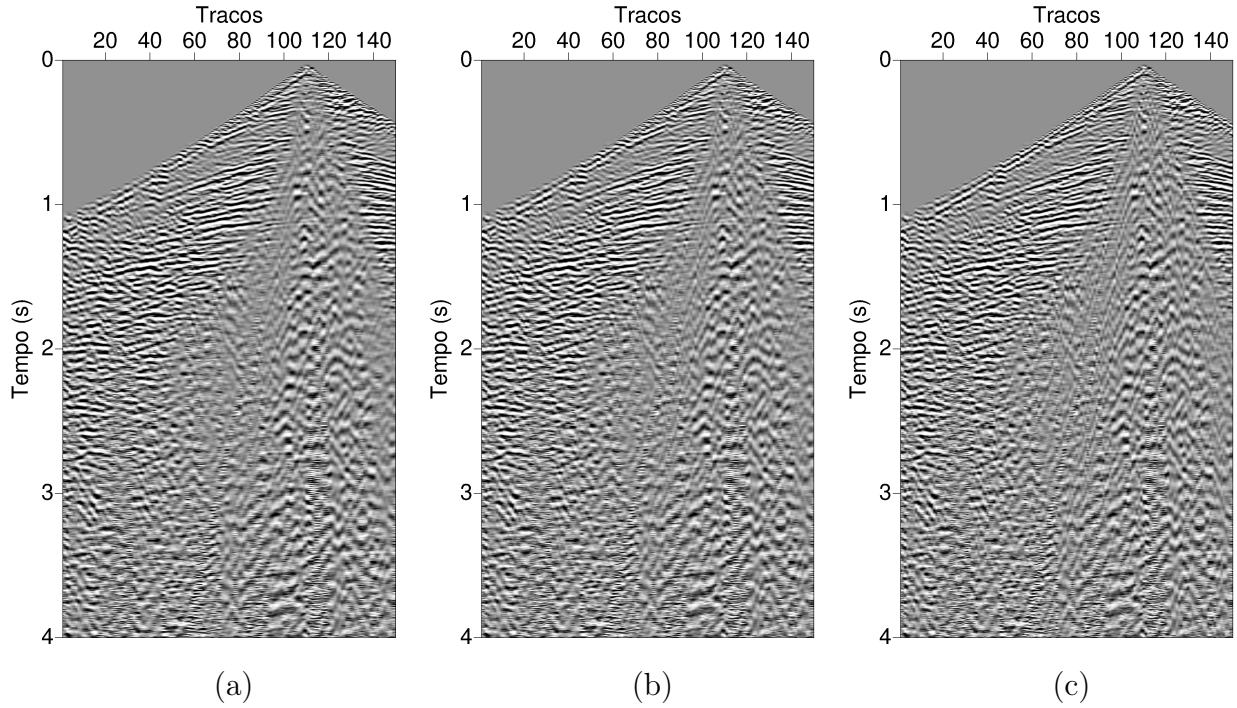


Figura 3.9: Em (a) Dado com $p = 0,5$, (b) Dado com $p = 1$ (c) Dado com $p = 2$.

nesta é possível notar uma forte presença da onda direta e *ground-roll*. Houve uma melhora da razão sinal ruído em todos os dados filtrados quando comparada a Figura 3.2 (b), no entanto $p = 0,5$ se mostrou mais eficiente na filtragem do *ground-roll* e atenuação da onda direta.

A Figura 3.11 mostra como o espectro de amplitude varia com a escolha do p , é possível notar que a forma das curvas filtradas são iguais. Todas possuíram uma maior perda relativa das baixas frequências e houve uma boa preservação das altas frequências, é possível notar também que quanto maior p , menor é a perda de amplitude. A curva referente a $p = 0,5$ é o que possui o espectro de amplitudes mais balanceado com a frequência, sendo o que apresentou um melhor resultado.

3.3.4 Interferência de L_x e L_z

L_x e L_z são parâmetros que se associam com o tamanho da janela, devido às propriedades do um operador derivada com um número impar de elementos em x e z , discutidas na Sub-seção 2.7.1, as dimensões do operador são definidas como $(2L_z + 1) \times (2L_x + 1)$.

A Figura 3.12 (a) mostra o tiro 126 filtrado com um operador de dimensões 3×3 , a Figura 3.12 (b) mostra o tiro 126 filtrado com um operador de dimensões 5×5 , enquanto a Figura 3.12 (c) mostra o tiro 126 filtrado com um operador de dimensões 7×7 , é possível notar que todas que todos os operadores conseguiram atenuar as baixas Frequências

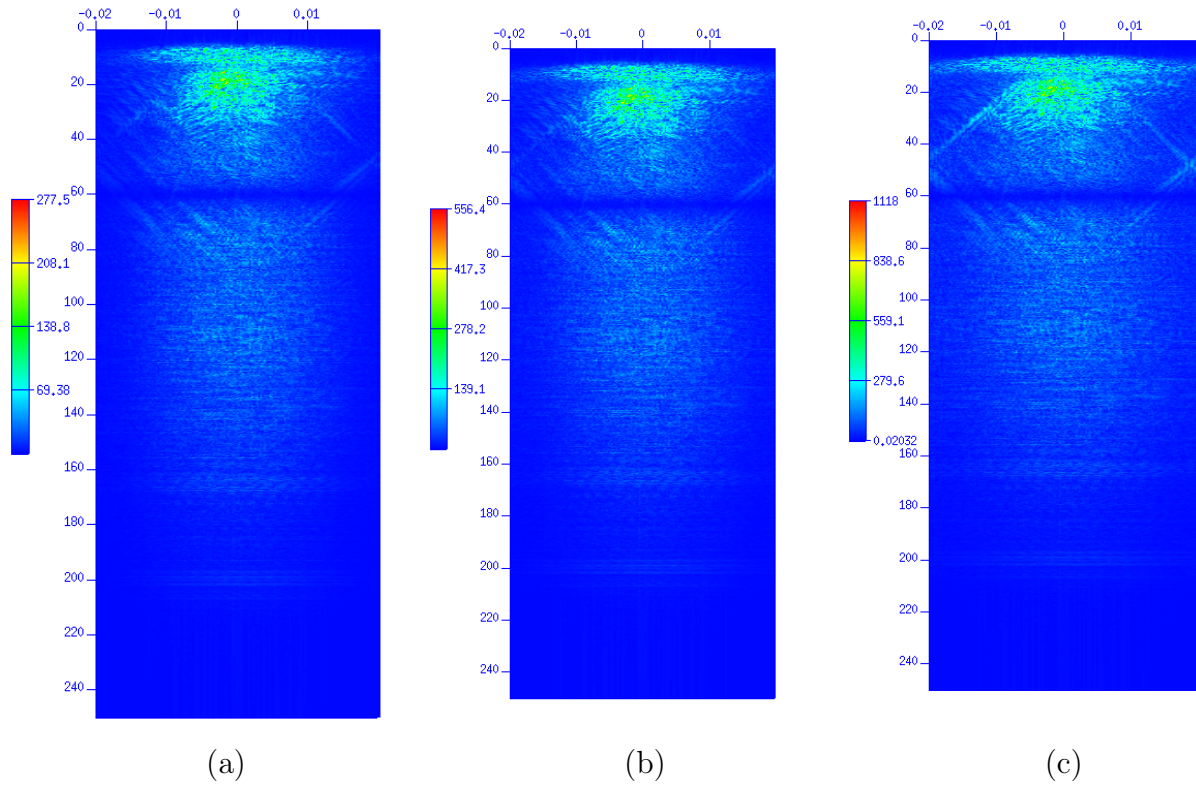


Figura 3.10: Espectro FK do (a) Dado com $p = 0,5$, (b) Dado com $p = 1$ (c) Dado com $p = 2$.

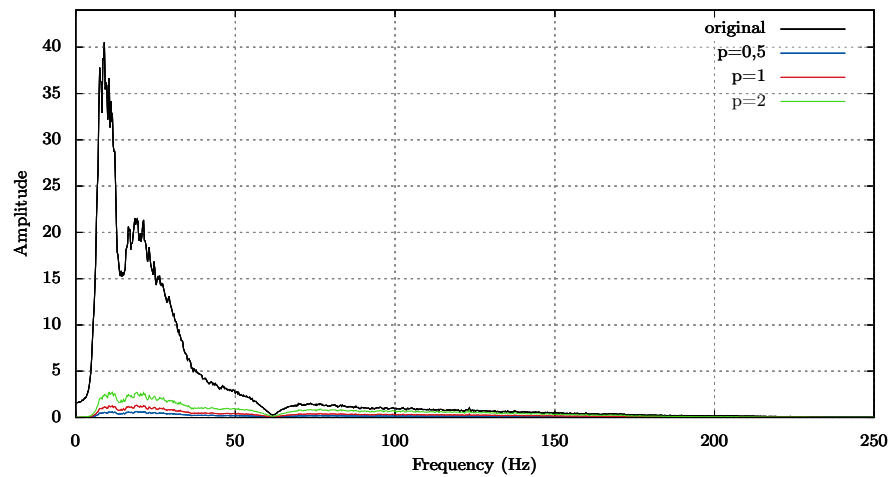


Figura 3.11: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com p variável.

referentes ao *ground-roll*, no entanto enquanto o operador 3×3 conseguiu preservar as características geométricas da reflexão, o operador de 5×5 , e principalmente o 7×7 forçam a horizontalização dos refletores, isto ocorre pois existem poucos traços quando comparados ao número de amostras, assim, aumentos nas dimensões do operador em x resultam em reflexões horizontalizadas, portanto a análise no domínio do tiro demonstrou que o operador

3×3 apresentou um melhor resultado quando comparado aos demais.

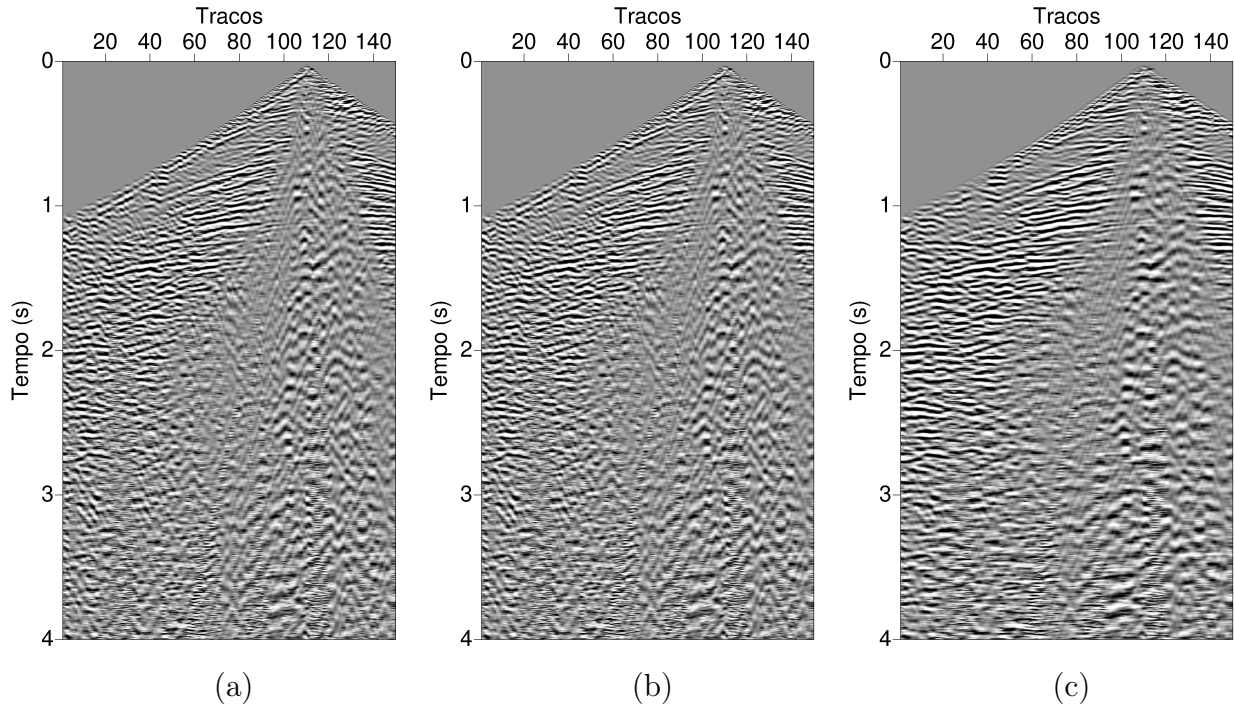


Figura 3.12: Em (a) Dado filtrado com operador 3×3 , (b) Dado filtrado com operador 5×5 , (c) Dado filtrado com operador 7×7 .

A figura 3.13 mostra o Espectro FK das seções filtradas variando-se o tamanho do operador. Em uma primeira análise pode-se pensar que neste domínio o operador com o melhor resultado foi o 7×7 , pois nele é possível notar que a região onde se concentra as energias do *ground-roll* estão mais apagadas, e a região referente as reflexões estão mais destacadas quando comparadas às mesmas regiões do Espectro mostrado na figura 3.13 (a) e figura 3.13 (b). Isto ocorre devido a horizontalização dos refletores discutido no parágrafo anterior, portanto, esta melhor aparência no domínio FK não significa uma melhora real do dado.

A Figura 3.14 mostra o espectro de amplitude do dado original e dos dados filtrados com tamanhos de operadores diversos, é possível notar que, conforme visto na Figura 3.12 todos os operadores conseguiram balancear as amplitudes do dado, atenuando o *ground-roll*, e as amplitudes do dado variam pouco com o aumento das dimensões do operador.

3.3.5 Localização no fluxograma

Nesta sub-seção será avaliado se o filtro se sai melhor antes ou após a etapa do ganho, e qual método de ganho apresenta o melhor resultado para a aplicação da filtragem.

A Figura 3.15 (a) mostra o dado filtrado após o agc, enquanto a Figura 3.15 (b) mostra

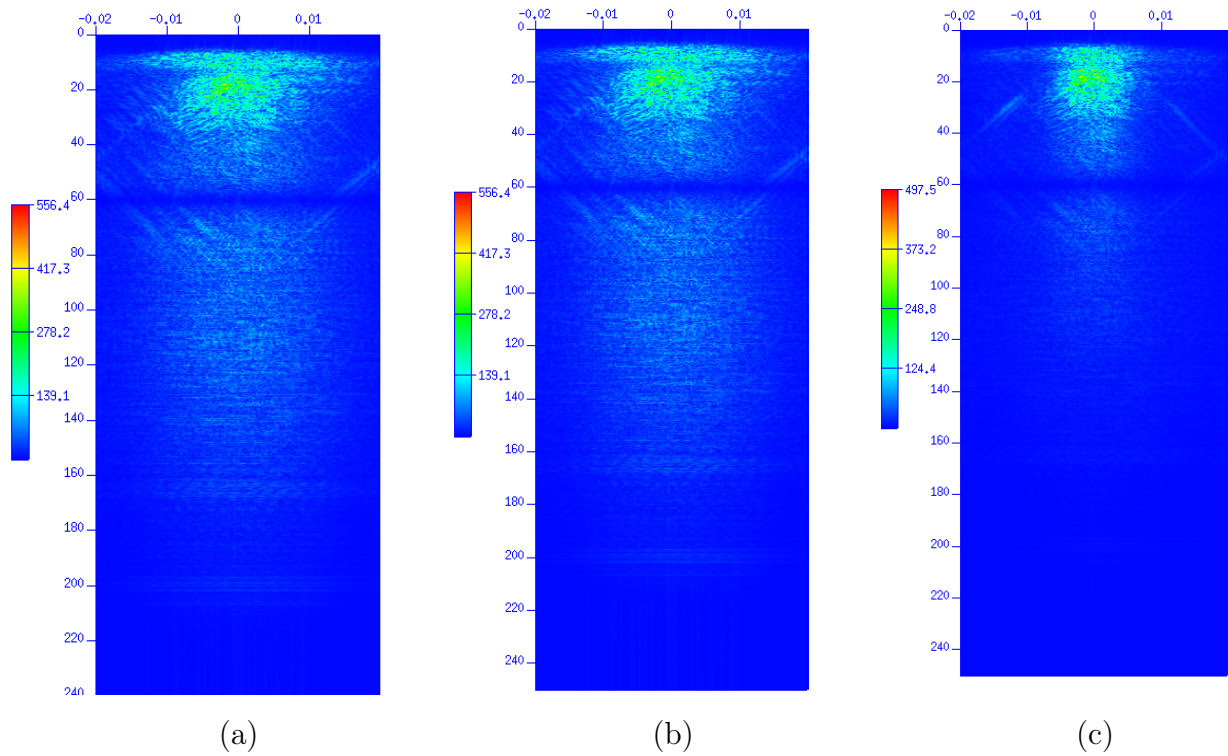


Figura 3.13: Espectro FK do (a) Dado filtrado com operador 3×3 , (b) Dado filtrado com operador 5×5 , (c) Dado filtrado com operador 7×7 .

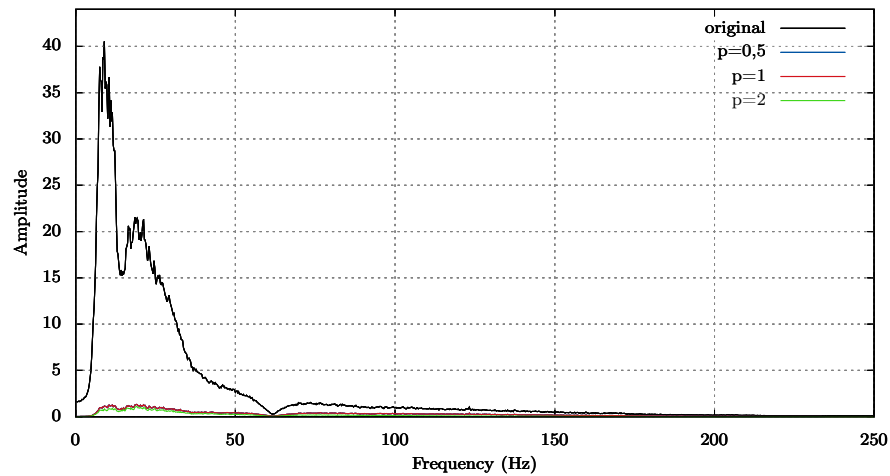


Figura 3.14: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com tamanho do operador variável

o dado com agc após a filtragem, já a Figura 3.15 (c) apresenta o dado aplicado divergência esférica após a filtragem, e após a aplicação da divergência esférica foi aplicado o agc para a visualização, a Figura 3.15 (d) mostra o dado com aplicação da divergência esférica antes da filtragem e após esta foi realizado o ganho agc para a visualização.

É possível notar que a Figura 3.15 (a) foi a seção com o melhor resultado. Pois o conteúdo de baixa Frequência se encontra menos presente nele, quando comparada as demais figuras, o sismograma com o AGC após a filtragem, representado pela Figura 3.15 (b), não conseguiu um bom resultado pois, além de ter o *ground-roll* presente, as reflexões não foram bem preservadas este resultado ruim ocorre pois em um dado sem ganho as amplitudes do *ground-roll* são maiores que as da reflexão, especialmente em *offsetes* ou tempos longos, devido ao menor decaimento desse com a distância, assim, devido á características do método, a filtragem não é tão eficiente na remoção do ruído, e qualquer resíduo deste será amplificado pelo ganho, especialmente o ganho pelo método da divergência esférica, explicando o resultado ruim da Figura 3.15 (c). A falha da filtragem na Figura 3.15 (d) já era esperada. Pois é possível notar na Figura 1.7 (b) que o ganho com divergência concede ao *ground-roll* amplitudes muito maior que as reflexões, o parâmetro da amplitude é importante no método da derivada, pois quanto maior a amplitude maior será a derivada, assim, apesar do método atenuar eventos de baixa frequência e radiais, o mesmo não será tão eficiente quando comparadas a dados onde esta amplitude não apresente tanta superioridade com relação às reflexões.

É possível notar que a Figura 3.16 (a) apresenta uma maior concentração de amplitudes nas regiões centrais do número de ondas, assim esta localização do fluxograma foi o que melhor conseguiu ressaltar as reflexões quando comparadas às demais localizações. A Figura 3.16 (c) foi o método que melhor conseguiu eliminar os eventos lineares com baixa amplitude e *aliasing* espacial que se encontram mascarados no espectro original, no entanto devido a melhor remoção da baixa frequência e concentração de energia nas reflexões A Figura 3.16 (a) foi a que melhor filtrou o dado.

A Figura 3.17 apresenta o espectro de amplitude, com localizações diversas da filtragem no fluxograma do processamento. É possível notar que a maior perda de amplitude foi referente ao dado filtrado após o AGC, no entanto ele foi o que apresentou a melhor relação entre alta e baixa frequência, assim foi a que melhor filtrou o ruído, as demais apesar de conter uma menor baixa frequência que o dado original e uma maior alta frequência que o mesmo, é importante frisar que este ganho absoluto de alta frequência advém do ganho após a filtragem, as curvas não possuem uma melhor relação sinal/ruído quando comparadas ao dado filtrado após o AGC.

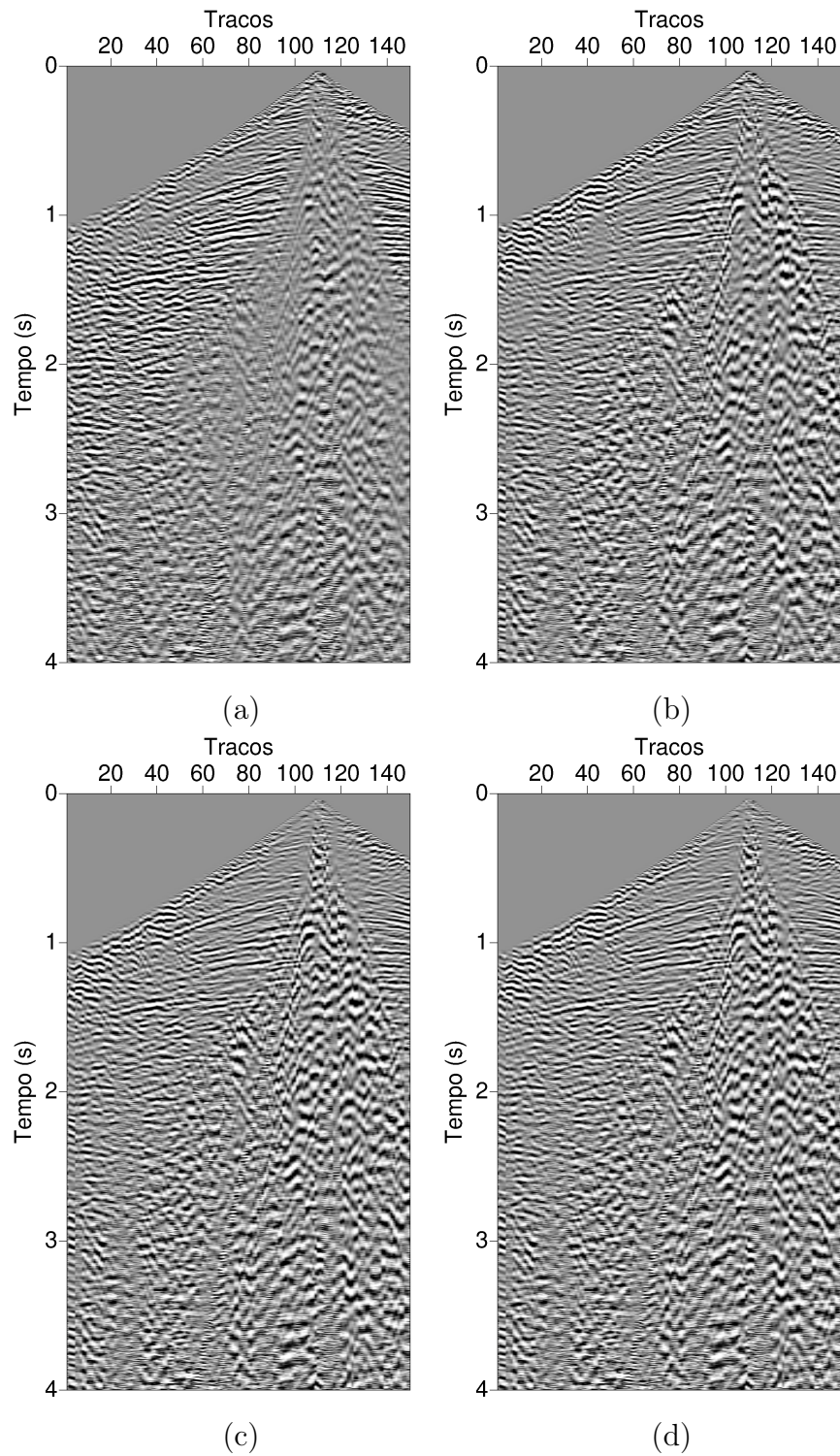


Figura 3.15: Em (a) Dado filtrado após o AGC, (b) Dado com AGC após a filtragem, (c) Dado com divergência esférica após a filtragem e AGC para a visualização (d) Dado com divergência esférica antes da filtragem e AGC para a visualização.

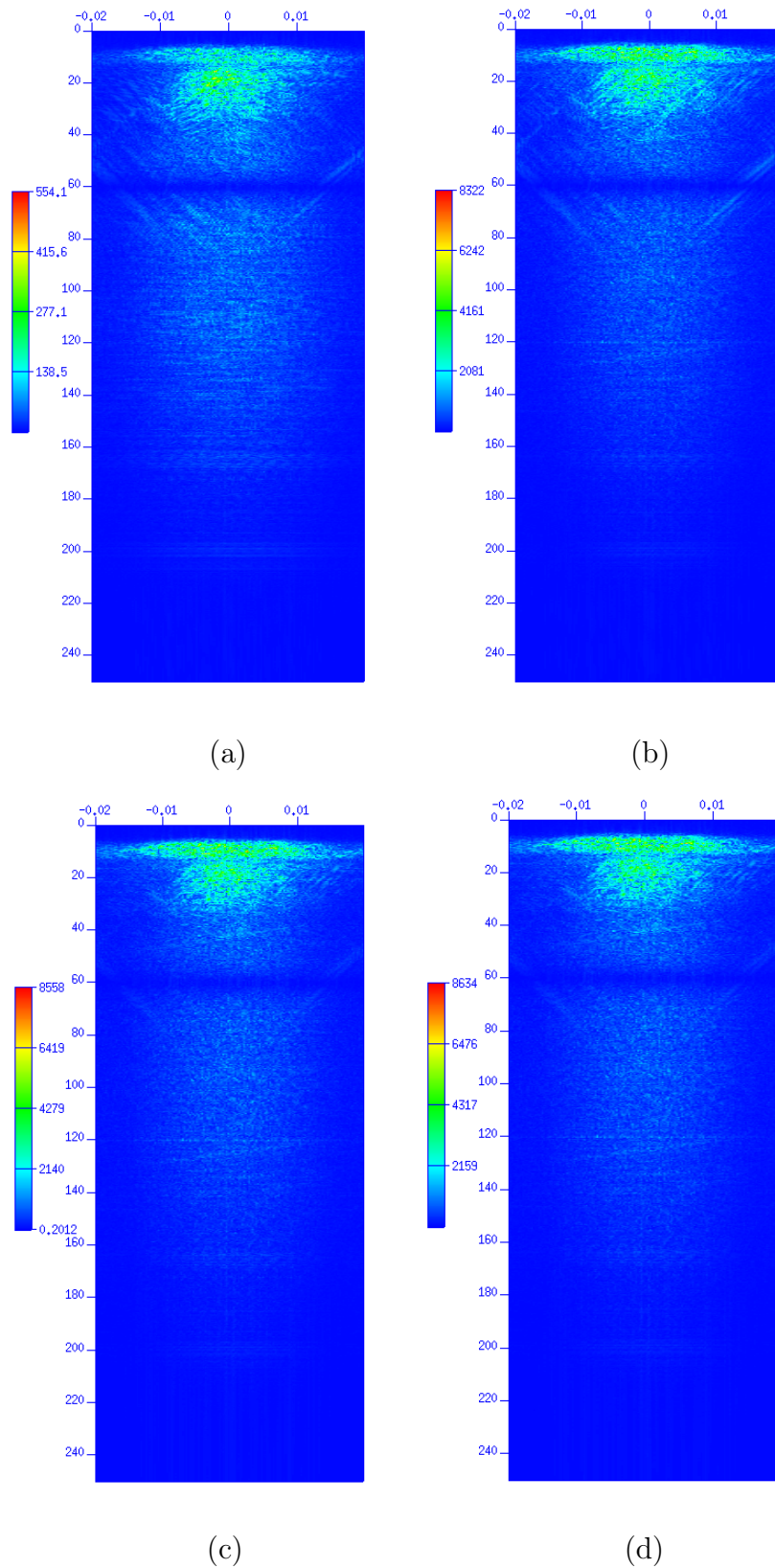


Figura 3.16: Espectro FK do (a) Dado filtrado após o AGC, (b) Dado com AGC após a filtragem, (c) Dado com divergência esférica após a filtragem e AGC para a visualização, (d) Dado com divergência esférica antes da filtragem e AGC para a visualização.

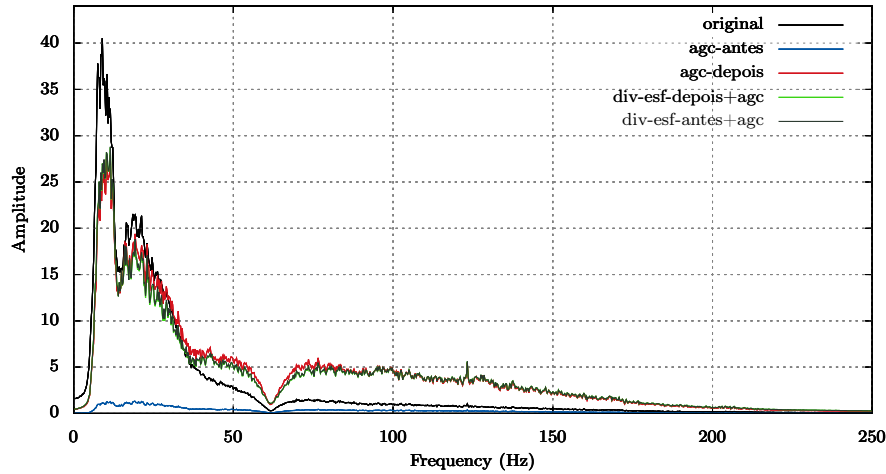


Figura 3.17: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes localizações no fluxograma.

3.4 Comparação entre filtros

Com o objetivo de testar diversos tipos de filtragem e compara-los com o método da derivada radial foi realizado cortes nos domínios FK e da frequência, a fim de verificar qual método se sai melhor na atenuação de *ground-roll*, com a menor perda de informação. Para a filtro passa alta foi escolhido $\omega_{c1} = 10$ e $\omega_{c2} = 20$, houve a dificuldade durante a realização da filtragem no domínio FK. Pois não foi possível o corte da onda direta, isto ocorreu devido ao evento se encontrar em *aliasing* espacial no referido domínio. Além disto o evento se encontrava muito próximo das reflexões, fazendo com que houvesse uma grande perda de refletores ao tentar filtrar este evento no domínio FK. Assim em uma primeira etapa de filtragem apenas o *ground-roll* foi atenuado.

A Figura 3.18 (a) mostra o tiro 126 filtrado com o operador 3×3 , com $\Delta t = \Delta x = 1$ e $p = 0,5$. Comparando-a com as Figuras 3.18 (b) e (c) é possível notar que enquanto o sismograma filtrado com o operador derivada radial conseguiu uma boa atenuação do *ground-roll*, afetando fracamente as reflexões de baixa e alta frequência o filtro FK não obteve este sucesso. Pois esta filtragem criou diversos artefatos que mascaram reflexões, como é possível notar na parte central do sismograma em 2 segundos, o método acarreta ainda a presença de um forte sinal de baixa frequência nas partes centrais do sismograma. O filtro passa alta obteve sucesso na filtragem do *ground-roll*, removendo a maior parte da baixa frequência linear, no entanto isto vem a custa da perda de reflexões, nota-se que uma reflexão logo abaixo de 1 segundo pode ser vista na Figura 3.18 (a) não podendo ser vista na (b), assim o método da derivada radial obteve o melhor resultado pois enquanto a filtragem FK inseriu

artefatos e o passa alta cortou importantes informações do dado, ficando apenas com a alta frequência do mesmo, a filtragem radial foi o mais eficaz na remoção do ruído e preservação das informações de interesse.

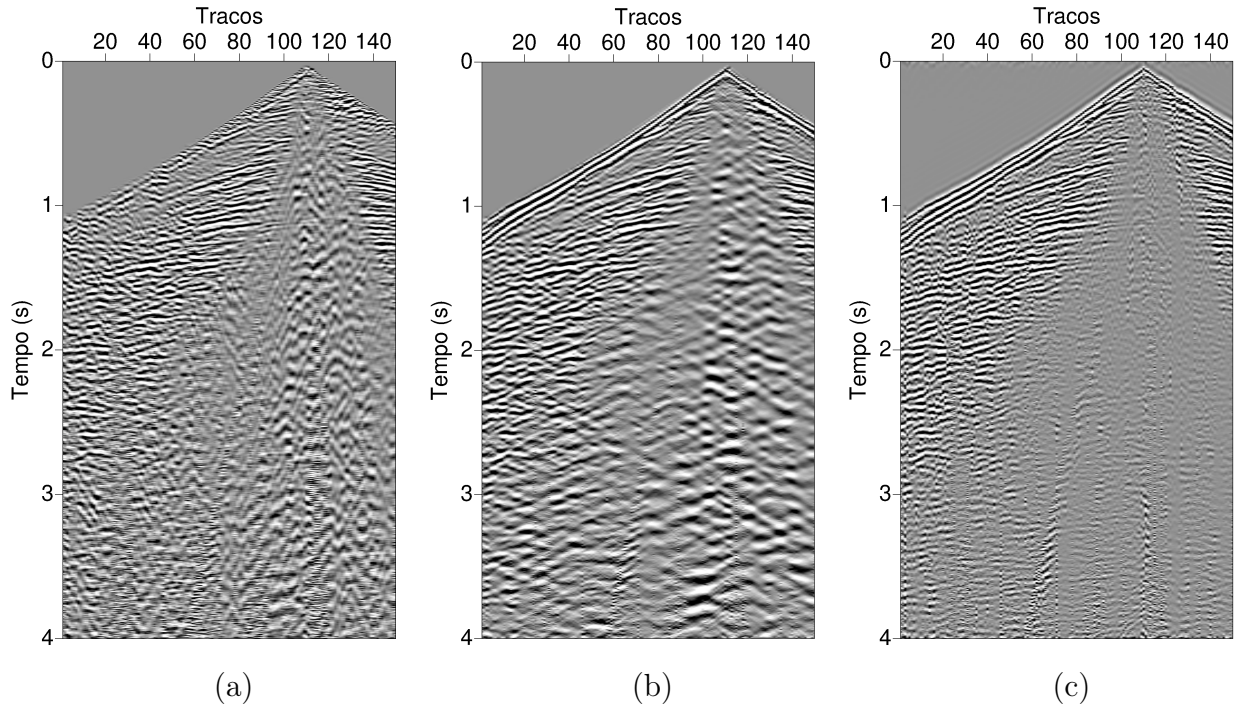


Figura 3.18: Em (a) Dado filtrado com a derivada radial, (b) Dado filtrado com filtro FK, (c) Dado filtrado com passa alta.

A Figura 3.19 mostra a comparação entre o Espectro FK dos diversos filtros, nota-se que enquanto a Figura 3.19 (a) conseguiu ressaltar as amplitudes da zona do espectro referente as reflexões, sem perder as baixas frequências e ressaltando as altas, a Figura 3.18 (b) eliminou as informações de baixa frequência, no entanto preservando melhor estas informações quando comparada ao filtro passa alta, como mostrado na Figura 3.18 (c), as informações de baixa frequência foram mais danificadas nesta, pois quando comparada com a Figura 3.2 (b), é possível notar que as informações abaixo de $20Hz$ foram perdidas, mesmo na zona referentes as reflexões, assim o pior método para preservar as informações do dado foi o passa alta.

A Figura 3.20 mostra o espectro de amplitude do tiro 126, a fim de obter uma melhor comparação entre os filtros, a curva referente ao dado filtrado com a derivada radial foi multiplicado por 12, devido a perda de amplitude característica do método. Nota-se que a curva referente ao passa alta perdeu muitas informações de baixa frequência, o filtro da derivada, no entanto é o que possui as amplitudes melhor balanceadas.

A Figura 3.21 mostra o espectro de velocidades do dado original e filtrado com a derivada radial. É possível notar que houve um aumento da razão sinal/ruído e um incremento de coerência no espectro de velocidades da Figura 3.21 (b) quando comparada á 3.21 (a), assim

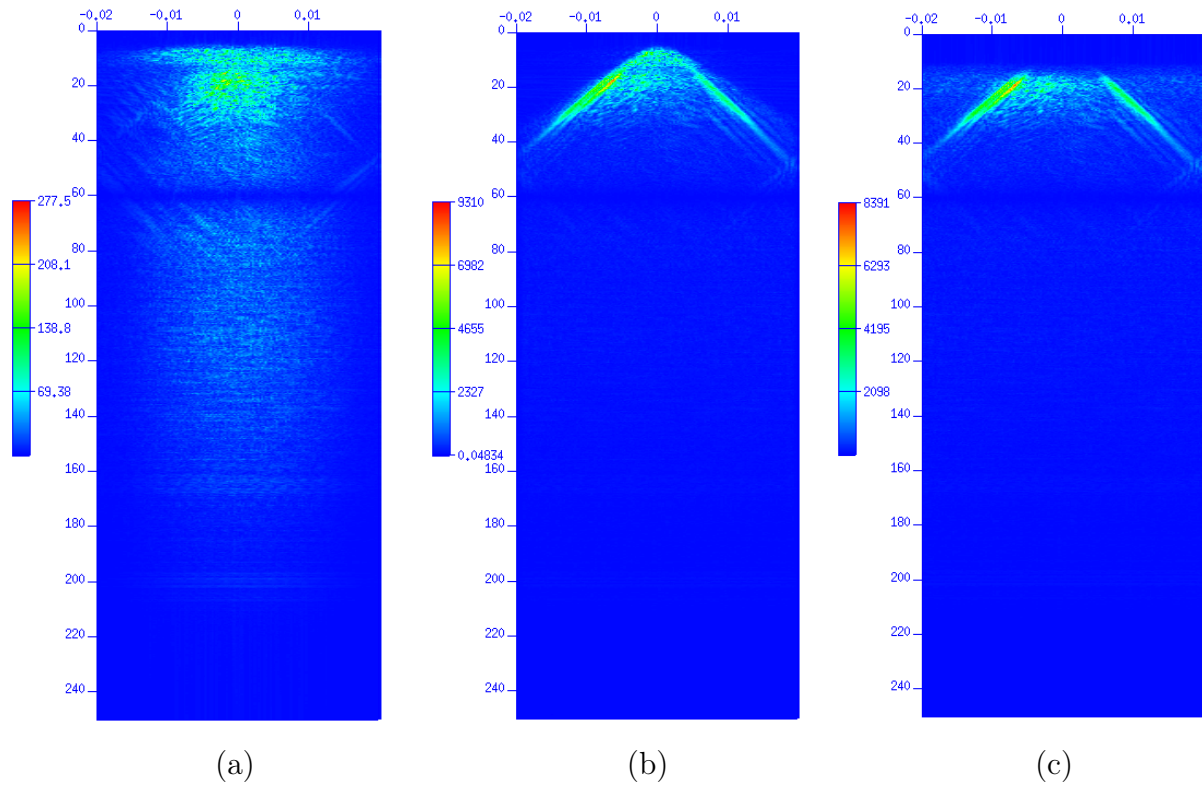


Figura 3.19: Espectro FK do dado Filtrado com (a) a derivada radial, (b) o filtro FK, (c) o filtro passa alta.

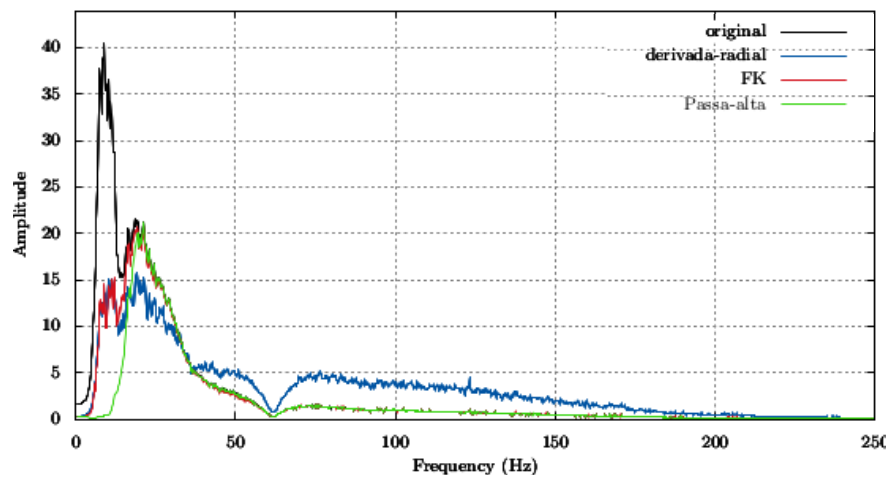


Figura 3.20: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes filtros.

o método da derivada radial ofereceu uma melhora da análise de velocidades.

Devido a presença da onda direta nos dados FK e passa alta, que pode afetar no espectro de velocidades, os espectros de velocidade do dado filtrado nestes filtros será discutida na Sub-seção 3.4.1

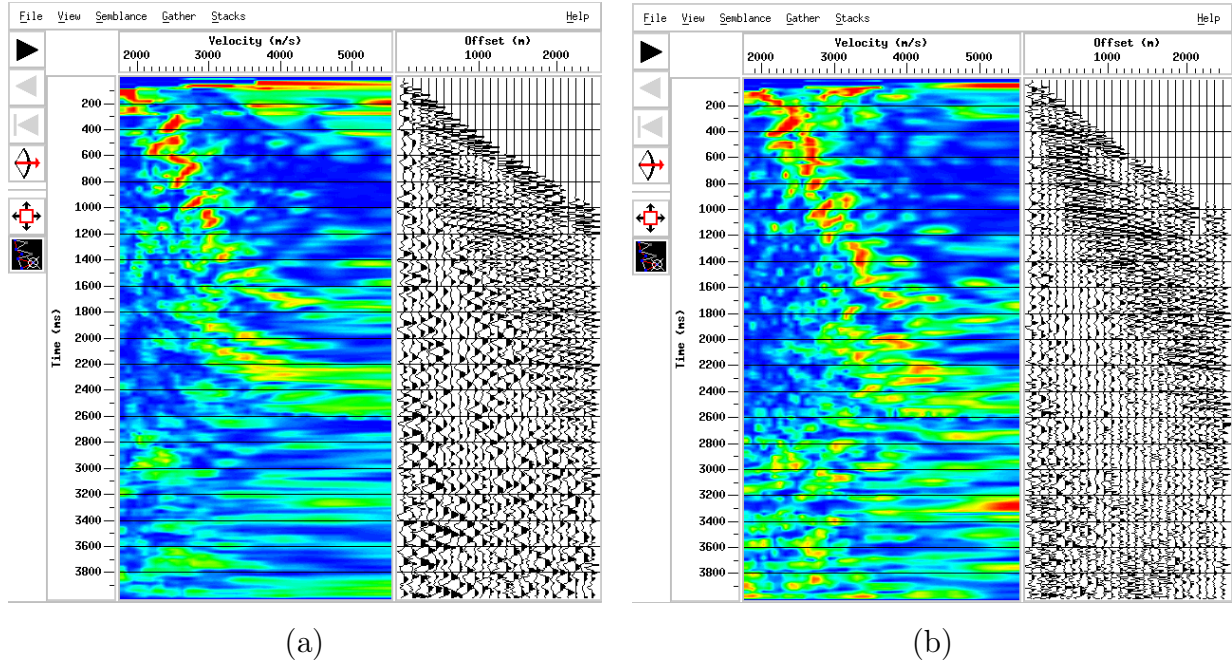


Figura 3.21: Espectro de velocidades do CDP 344 do dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial.

3.4.1 Dado filtrado sem onda direta

A fim de obter uma melhor comparação entre os filtros, e para poder avaliar o quão eficiente é a derivada radial para a atenuação de onda direta este evento foi cortado através do *top-mute* manual, e o dado gerado foi filtrado com os mesmos filtros da Sub-seção anterior.

A Figura 3.22 (a) mostra o tiro 126 sem a onda direta, é possível notar que comparando esta com a Figura 3.22 (b), a segunda possui uma menor contaminação do *ground-roll*, no entanto sem a perda completa da baixa frequência. A Figura 3.22 (c), assim como a Figura 3.18 (b), possui uma forte contaminação de artefatos de baixa frequência, sendo inclusive mais forte que o dado sem a remoção da onda direta, assim este filtro, mesmo com a remoção da onda direta se mostrou inadequado para a filtragem deste tiro. A Figura 3.22 (d) mostra o dado filtrado com o filtro passa alta, e a exemplo da Figura 3.18 (c), o dado filtrado com o passa alta sem a onda direta retirou muita informação de baixa frequência do dado, além disto, artefatos presentes acima da zona de *mute* do dado filtrado com o filtro passa alta, ficaram mais evidentes na filtragem sem a onda direta, portanto mesmo com a remoção prévia da onda direta o filtro da derivada radial obteve um resultado melhor.

É possível notar que comparando as Figuras 3.18 (a) e 3.22 (b) que há a presença de uma onda direta residual na primeira, assim apesar do método atenuar a onda direta ele ainda deixa um resíduo deste evento, resíduo este que é maior quando comparado ao *ground-roll* residual.

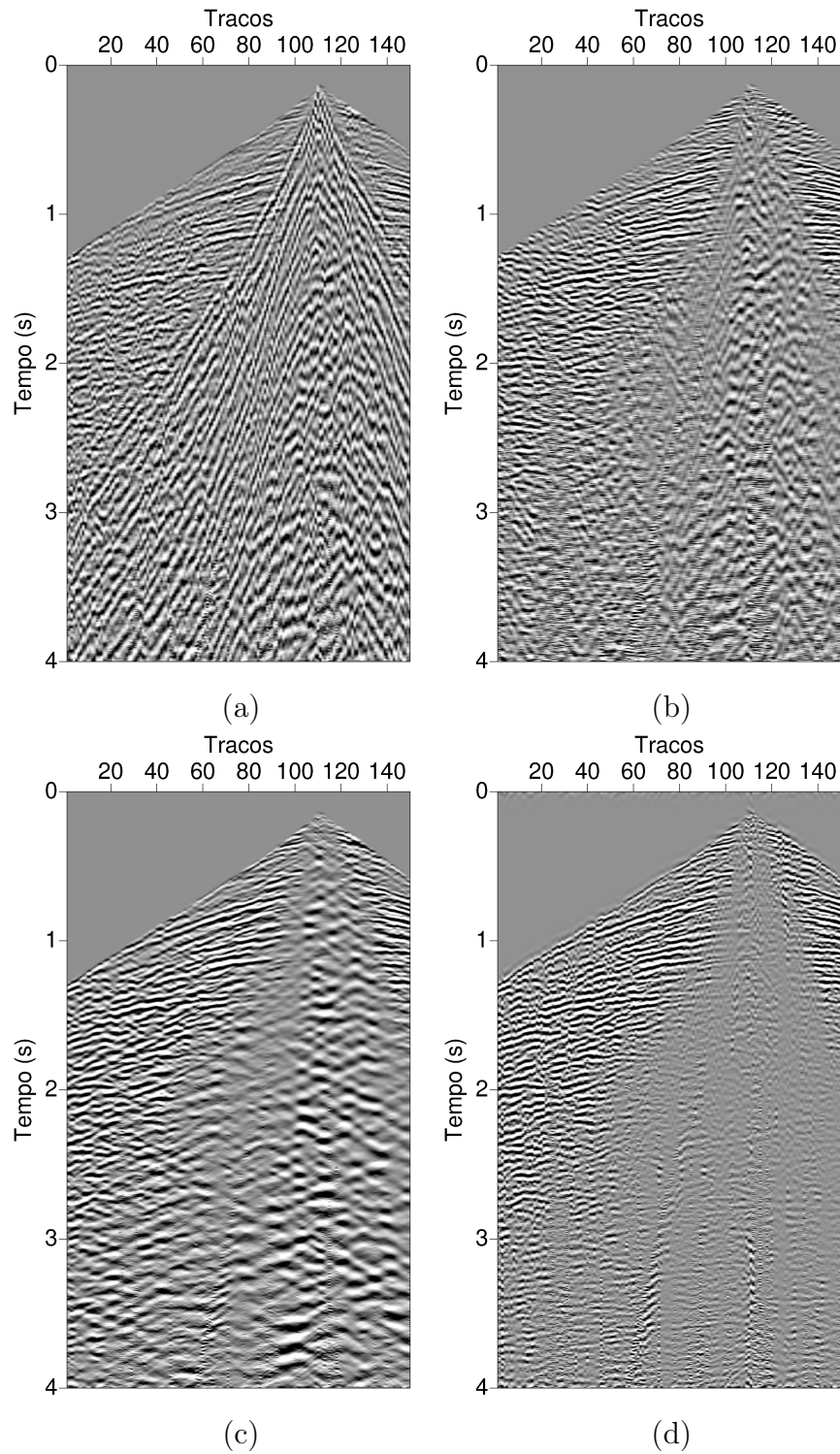


Figura 3.22: Em (a) Dado original, (b) Dado filtrado com a derivada radial, (c) Dado filtrado com o filtro FK, (d) Dado filtrado com o filtro passa alta.

A Figura 3.23 (a) mostra o Espectro FK do dado sem onda direta, comparando a Figura 3.2 (b) é possível notar que neste espectro apenas a onda direta foi removida, comparando agora as Figuras 3.19 (a) e 3.23 (b) observa-se que a onda direta foi melhor removida

na segunda figura quando comparada a primeira, mostrando que o método não é tão eficiente na remoção da deste evento quando comparada á atenuação do *ground-roll*, as Figuras 3.23 (c) e 3.23 (d), assim como as Figuras 3.19 (b) e 3.19 (c) demonstram a grande perda dos conteúdos de frequência dos cortes no domínio FK e passa alta, respectivamente, especialmente do segundo método de filtragem.

Assim como a Figura 3.20, a Figura 3.24, mostra o espectro de amplitude dos diversos métodos de filtragem, com as amplitudes da derivada radial sendo multiplicadas por 12. Esta figura representa a quantidade do conteúdo de Frequência que é perdida na filtragem passa alta, perda esta atenuada, mas não eliminada, no corte no espectro FK, nota-se também que o melhor balanceamento entre baixas e altas amplitudes ocorre no método da derivada radial.

A Figura 3.25 mostra o Espectro de velocidades do CDP 344. É possível notar que a maior parte da energia do espectro representado na Figura 3.25 (a) se encontra nos primeiros e últimos milissegundos, apresentando assim menos coerência que os demais espectros, comparando esta com a Figura 3.25 (b), referente ao dado filtrado com a derivada radial, esta se encontra com os picos mais centralizados, obtendo um tendência de velocidades mais visível e alcançando uma melhor coerência, a Figura 3.25 (c) foi o pior resultado dos filtrados. Pois apresenta energias mais esparramadas e uma menor coerência quando comparado aos demais CDPs filtrados. A Figura 3.25 (d) apresentou um resultado similar ao CDP filtrado com a derivada radial, e obteve uma alta resolução devido ao descarte de baixas frequências, assim, apesar deste aumento de resolução há uma perda de informação neste CDP.

Comparando as Figuras 3.21 (b) e 3.25 (b) nota-se que não houve mudanças significativas no espectro de velocidades entre a família CDP derivada com a remoção da onda direta e sem esta remoção.

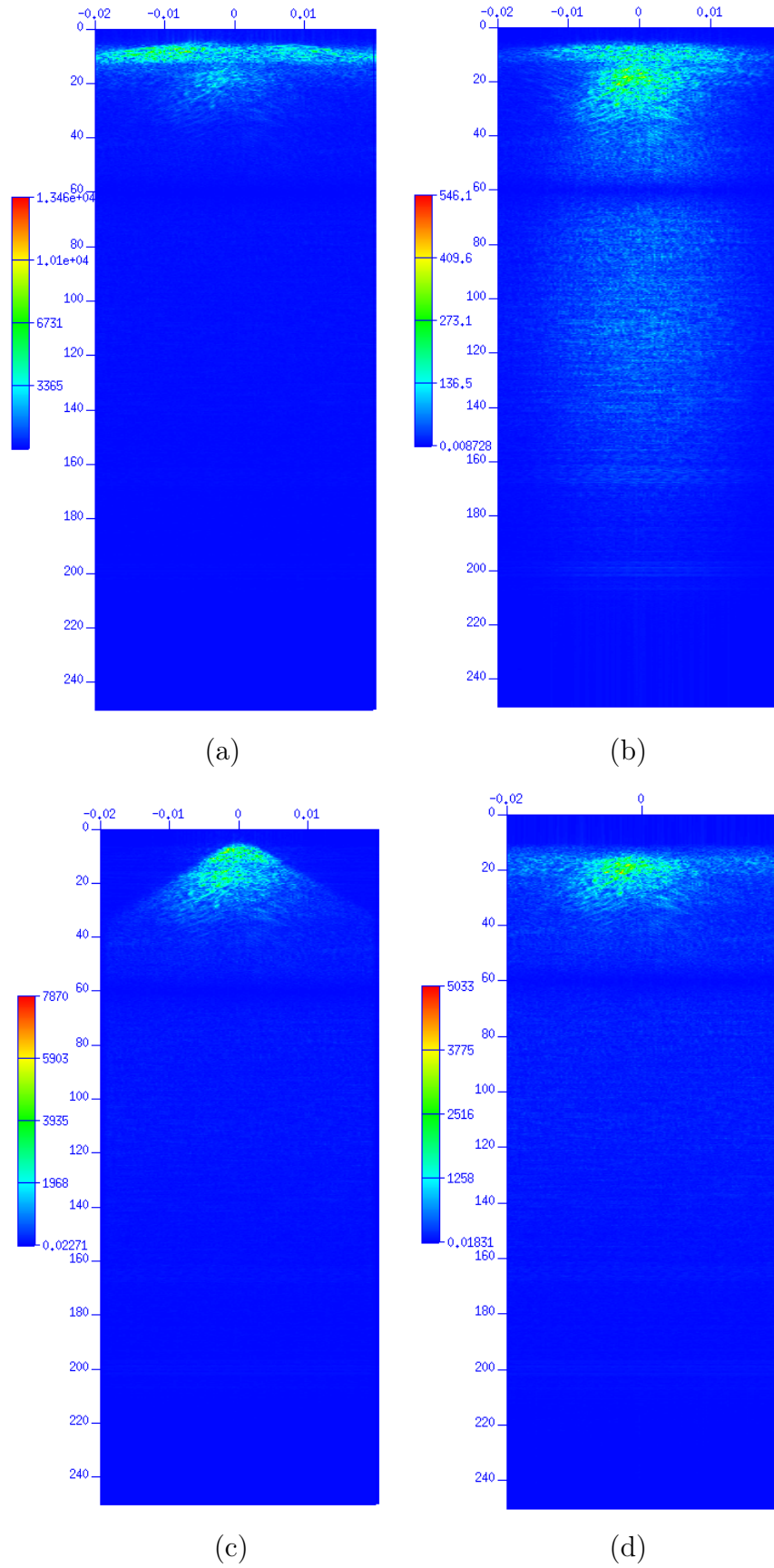


Figura 3.23: Espectro FK do dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial, (c) Filtrado com o filtro FK, (d) Filtrado com o filtro passa alta.

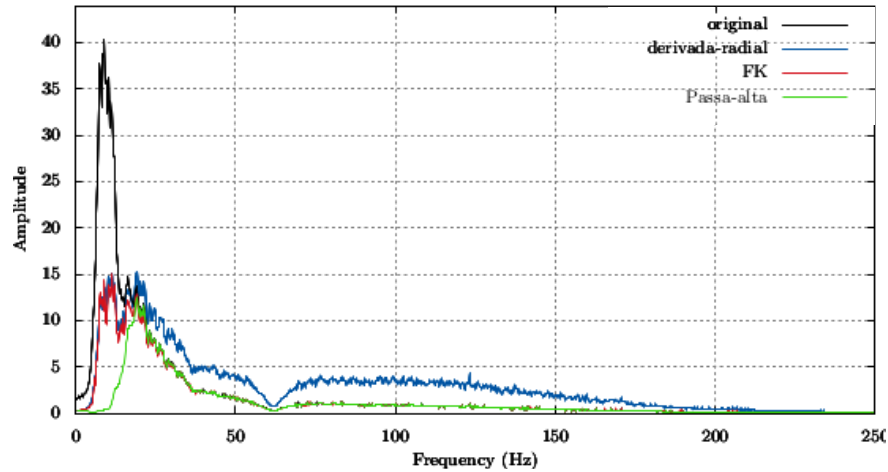


Figura 3.24: Espectro de amplitude dos dados original e filtrados com diferentes filtros.

3.5 Seções empilhadas

O *ground-roll*, em uma seção empilhada, se apresenta na forma de eventos lineares e inclinados que se estendem em duas direções. Estes eventos acabam por interferir na interpretação, atrapalhando o mapeamento de refletores sísmicos e suas continuidades. As Figuras 3.26 e 3.27 apresentam, respectivamente as seções não filtradas com a onda direta e sem este evento. Observa-se que a razão sinal/ruído da seção é baixa, pois ambas as seções estão contaminadas com o *ground-roll*. Nota-se também que a seção empilhada com a onda direta apresenta uma alta amplitude inicial referente a este evento, que a seção sem esta onda não possui, a seção sem a onda direta possui um resultado ligeiramente superior quando comparada a seção sem esta, pois possui uma maior continuidade dos refletores iniciais, acima de 1 segundo.

A Figura 3.28 apresenta a seção empilhada e filtrada com o método da derivada radial. Nota-se que esta seção possui uma menor quantidade de *ground-roll*, melhorando a continuidade dos refletores quando comparada às Figuras 3.26 e 3.27, como é possível notar nos refletores entre 0 e 1,5 segundos. Conseguindo, inclusive, destacar eventos no centro da seção abaixo de 3 segundos.

Comparando a Figura 3.29, referente a seção empilhada da linha filtrada com a derivada radial e sem a onda direta, e a Figura 3.28, referente a seção filtrada com o mesmo método, no entanto com a onda direta, percebe-se que a segunda possui uma forte amplitude inicial referente a onda direta. No entanto a principal diferença se encontra nos refletores que ocorrem por volta de 5 km e em um tempo de 1 segundo. Os refletores desta região se encontram mais contínuos na seção sem onda direta.

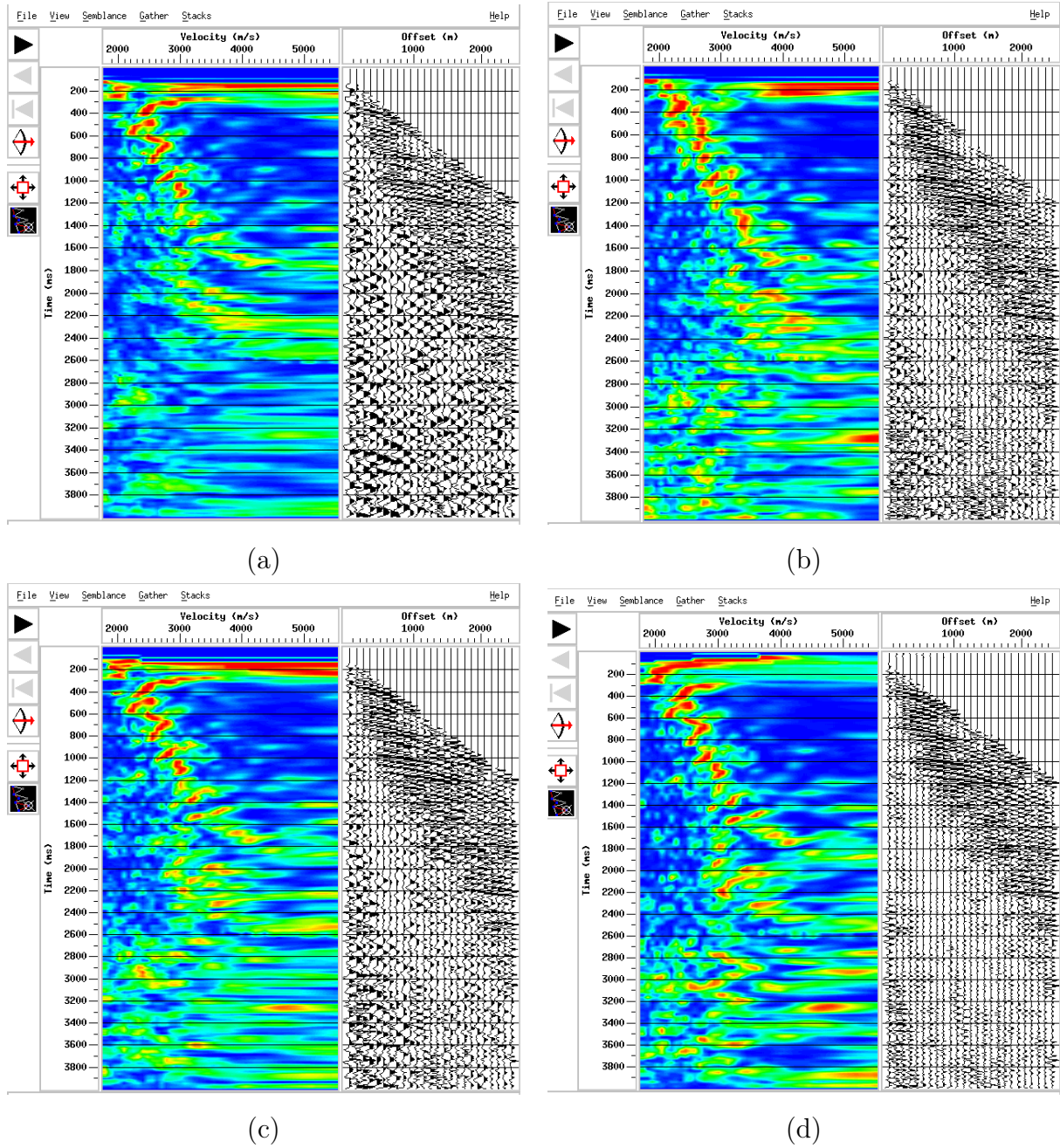


Figura 3.25: Espectro de velocidades do CDP 344 (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial, (c) Filtrado com o filtro FK, (d) Filtrado com o filtro passa alta.

A Figura 3.30 mostra a seção empilhada e filtrada com cortes no domínio FK, esta apresentou um resultado ruim. Pois na seção filtrada com este método aparecem diversos artefatos, mascarando as reflexões profundas e contaminando as superiores, dificultando qualquer interpretação com base nesta seção.

A Figura 3.31 apresenta a seção filtrada com o filtro passa alta. É possível notar que esta seção obteve sucesso em filtrar o *ground-roll*, conseguindo melhorar a continuidade dos refletores, obtendo sucesso, inclusive na filtragem de *ground-roll* na borda do dado. A

reflexão em entre 3 e 4 segundos destacada na na seção empilhada com a derivada radial também se encontra presente nesta seção. Uma pequena quantidade de *ground-roll* residual pode ser vista nesta seção, este sucesso na remoção do *ground-roll* no entanto vem com o custo da perda de informações de baixa frequência, que não podem mais ser vistas na seção.

Portanto, o filtro da derivada radial obteve os resultados mais balanceados, pois conseguiu gerar uma seção seção interpretável com uma alta razão sinal/ruído sem perda de informação, apesar de conter uma quantidade de *ground-roll* residual pouco maior que a seção filtrada com o filtro passa alta, não possui a perda de informações das baixa frequências que podem constituir uma importante informação do dado.

3.6 Derivada radial 3D

Essa seção visa realizar o teste da derivada radial 3D, as equações referentes ao operador 3D de filtragem buscam por uma coerência radial do ruído a ser filtrado, em um dado 3D no domínio *tiro-offset* nem sempre este aspecto do *ground-roll* e onda direta é garantido. Para resolver este problema o dado é passado para o domínio *cross-spread*, neste, a interferência do *ground-roll* se apresenta na forma de cone, assim selecionando um P_f que coincide com o vértice superior do cone, semelhante ao discutido na Subseção 3.3.1, assim o dado será derivado radialmente a partir deste ponto, atenuando o *ground-roll*. Todas as propriedades do operador discutidas na Seção 3.2, referentes ao operador 2D são válidas para o 3D. As subrotinas utilizadas no cálculo da função peso e derivada radial 3D se encontram respectivamente nos Apêndices C e D.

A Figura 3.32 (a) apresenta o plano $y = 30$ de um *Cross-spread* do dado localizado no campo de *Blackfoot*, este plano foi escolhido pois contém o ponto do foco, que se localiza em $P_f(25, 30, 28)$, e pelo motivo de o plano $x = 25$ conter menos traços que a fatia trabalhada. Nesta figura é possível observar que o dado se encontra contaminado com *ground-roll*, que atrapalha a boa visualização das reflexões além de perturbar futuras etapas do processamento e interpretação.

A Figura 3.32 (b) apresenta o mesmo plano do dado apresentado na Figura 3.32 (a), no entanto essa apresenta a seção filtrada a partir da derivada radial 3D com $p = 0,5$, $L_x = L_z = 1$ e $\Delta x = \Delta t = 1$, analisando a figura filtrada observa-se que comparando-a com a original, essa possui uma quantidade menor de baixa frequência, principalmente as radiais que partem do P_f escolhido, portanto o ruído referente ao *ground-roll* foi satisfatoriamente atenuado, analisando as reflexões contida na amostra 600 é possível notar que esta se encontra continua na Figura 3.32 (b), devido a atenuação dos ruídos lineares de baixa frequência.

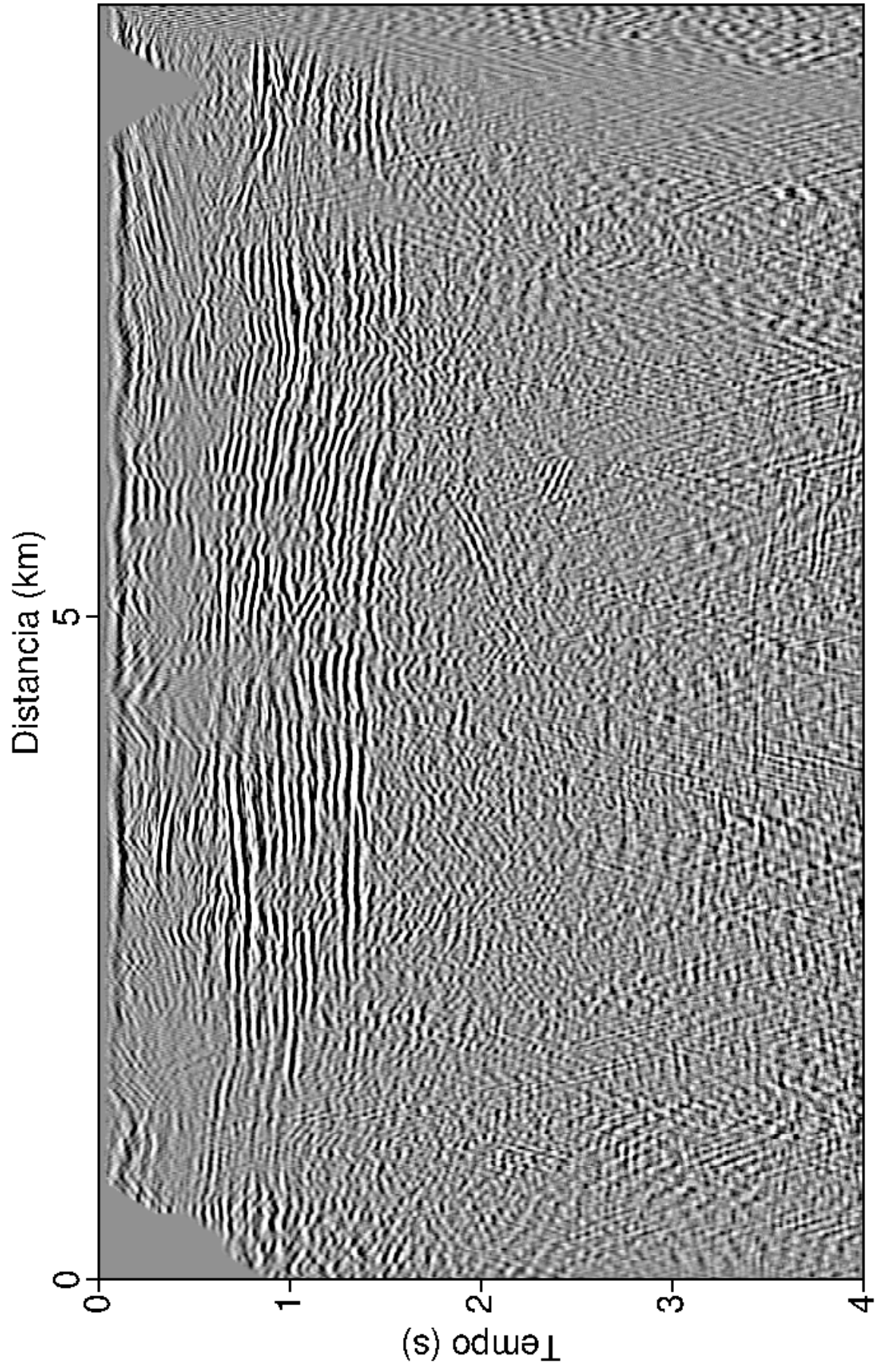


Figura 3.26: Seção empilhada do dado não filtrado.

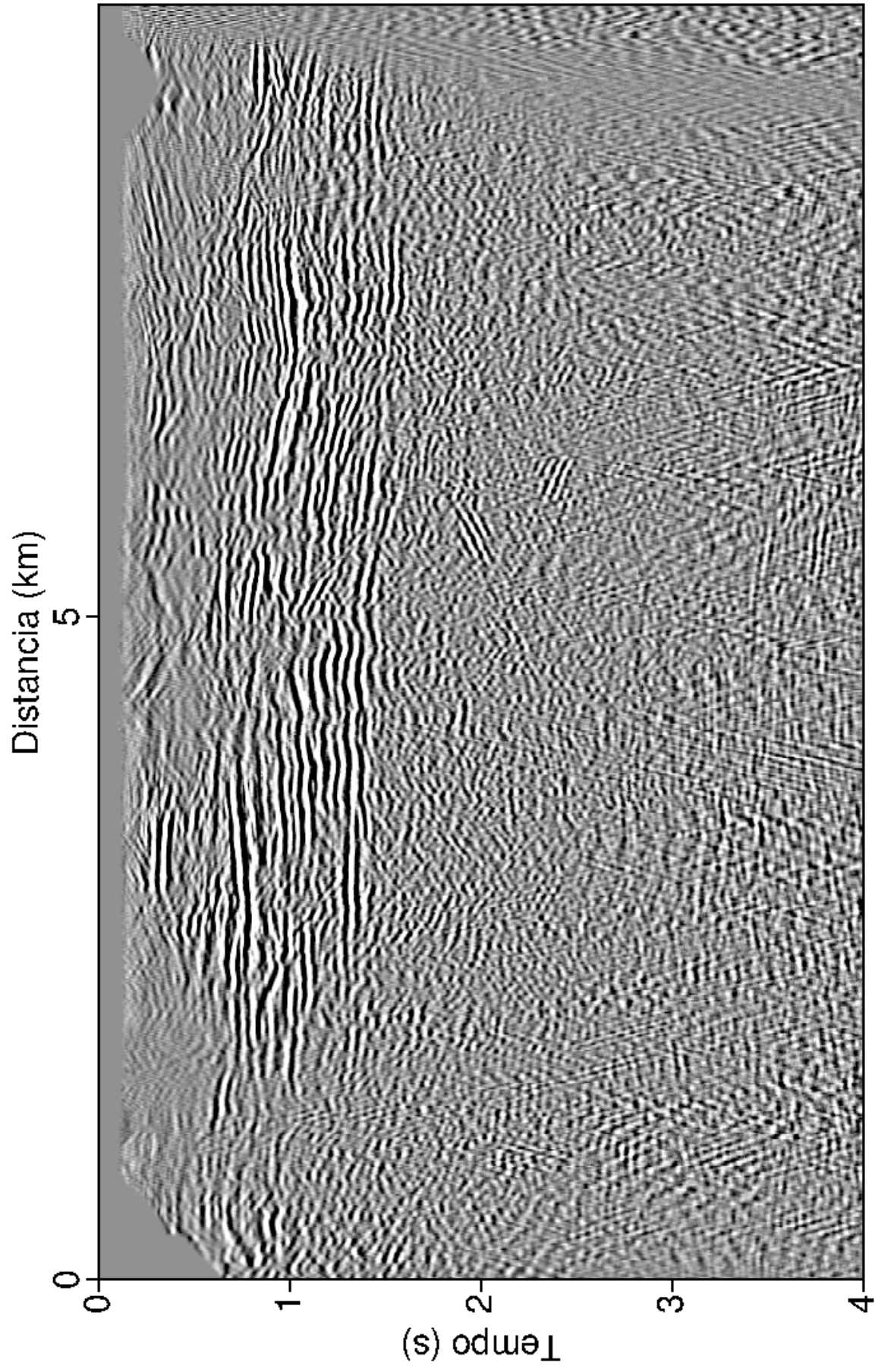


Figura 3.27: Seção empilhada do dado filtrado e sem a onda direta.

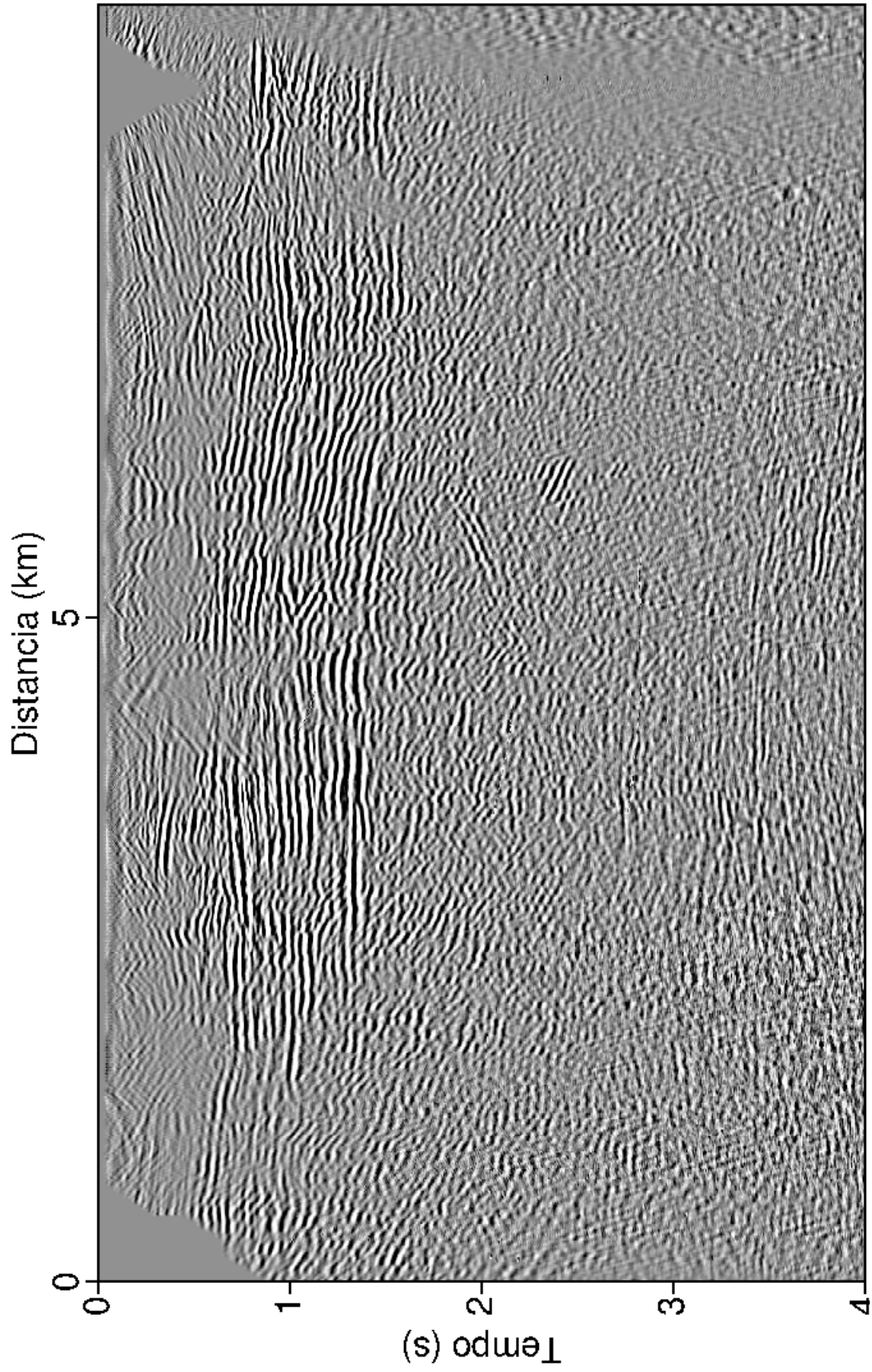


Figura 3.28: Seção empilhada filtrada com a derivada radial.

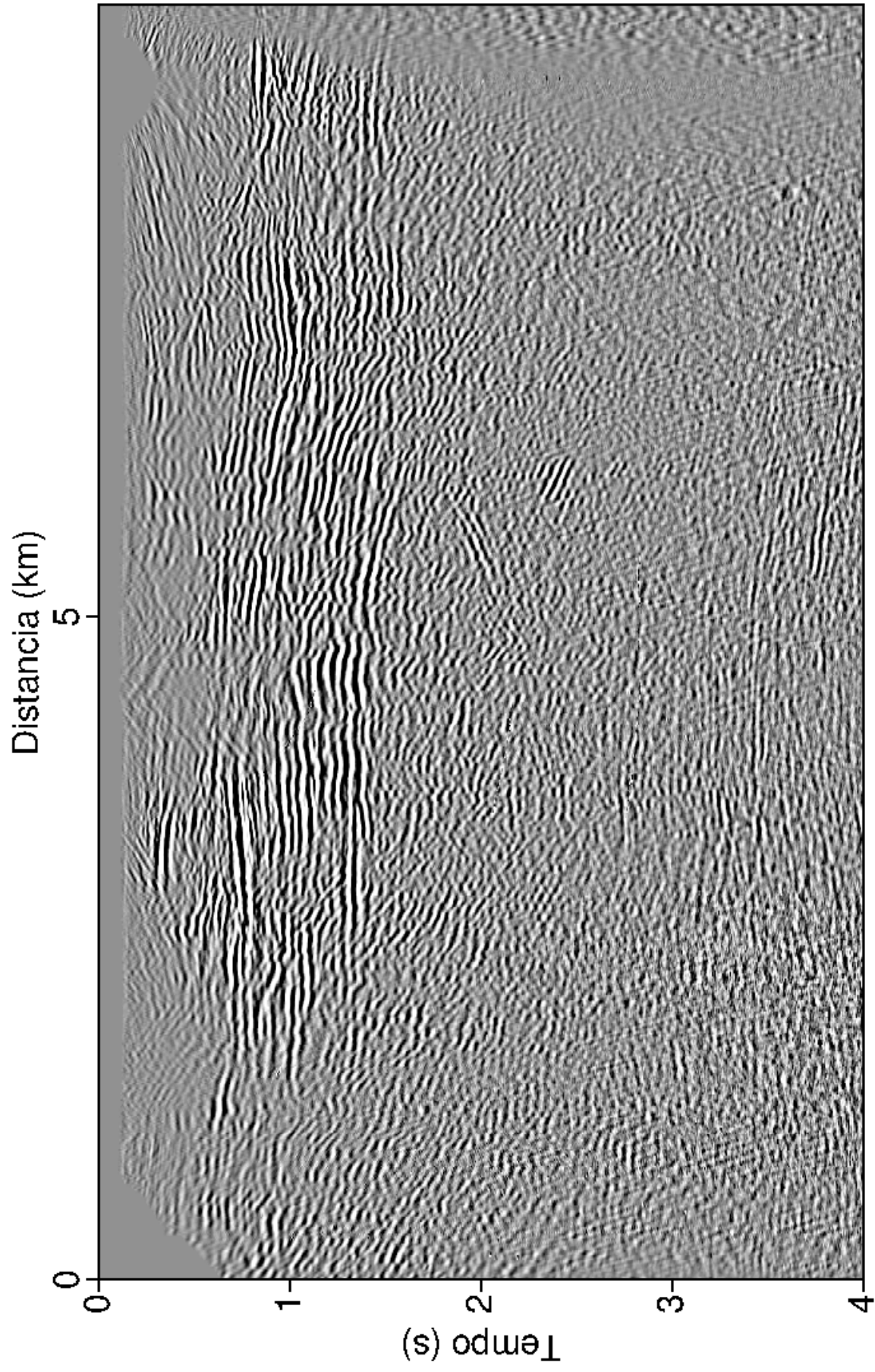


Figura 3.29: Seção empilhada do dado sem a onda direta filtrada com a derivada radial.

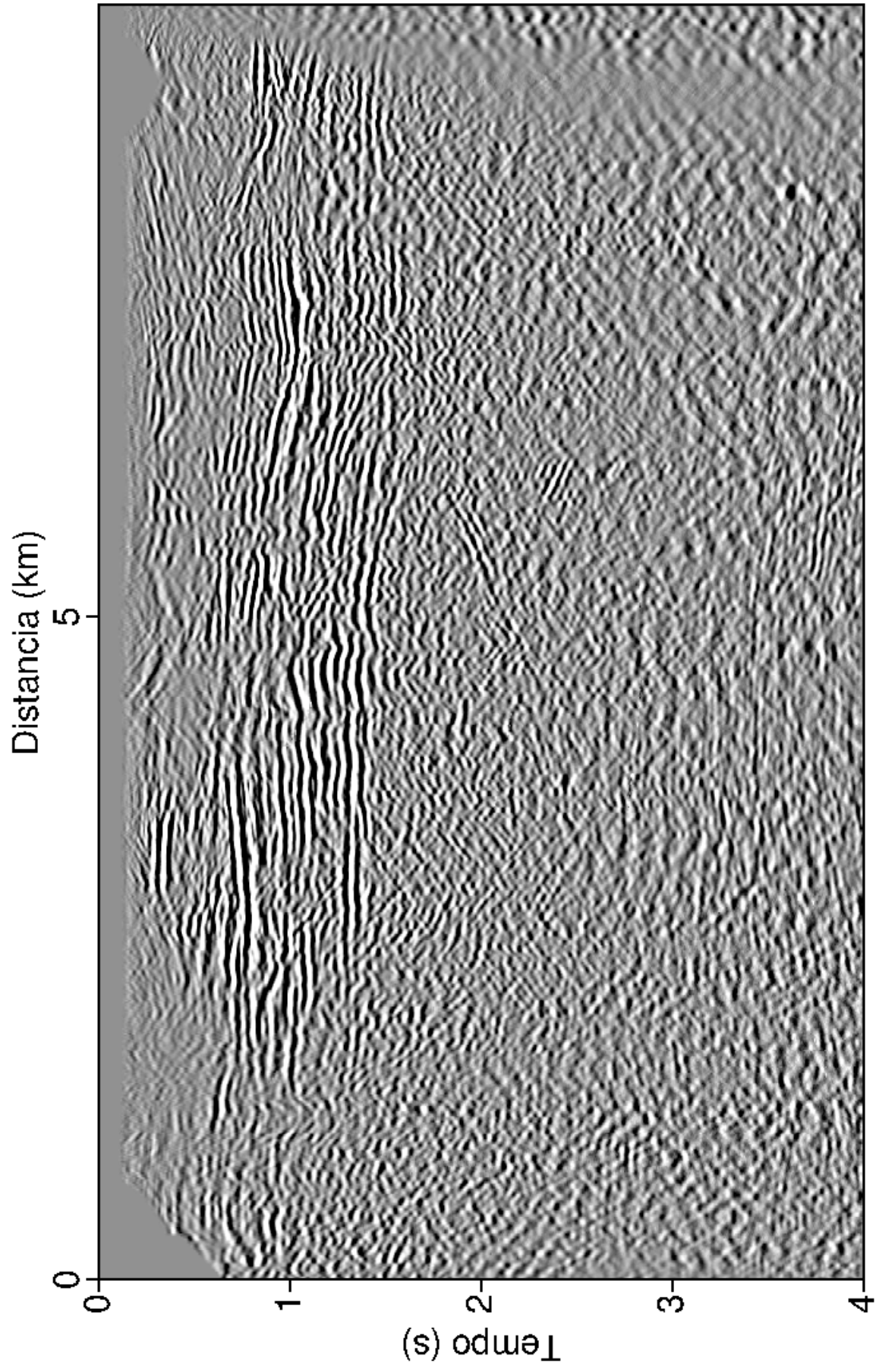


Figura 3.30: Seção empilhada filtrada com o filtro FK.

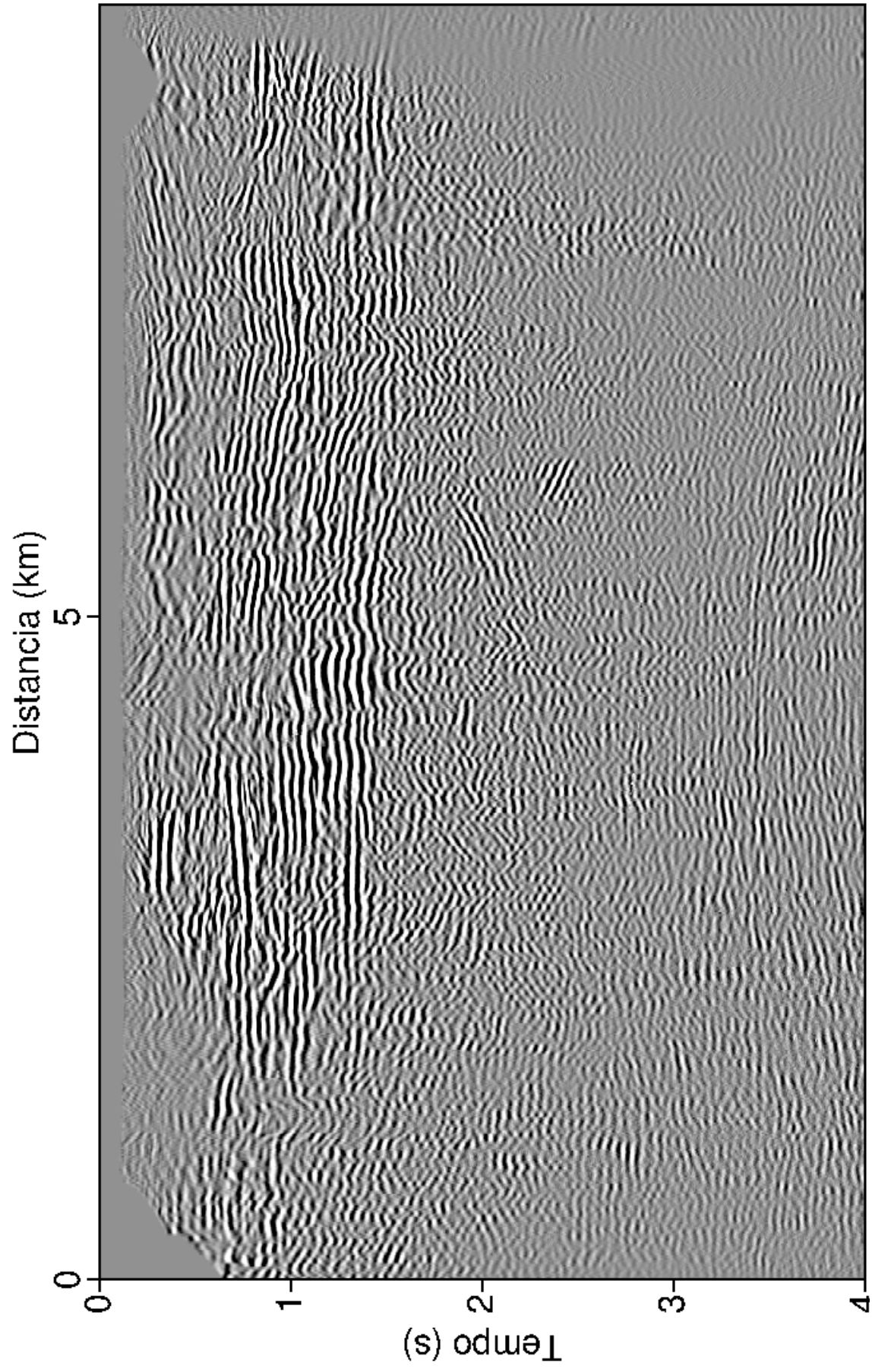


Figura 3.31: Seção empilhada filtrada com o filtro passa alta.

As demais reflexões do sismograma foram igualmente ressaltadas na Figura 3.32 (b) quando comparadas às suas correspondentes na Figura 3.32 (a) assim o operador tridimensional aplicado no domínio *cross-spread* obteve êxito na filtragem do *ground-roll*.

Na Figura 3.32 (b), observa-se que a região onde o *ground-roll* se encontra mais presente no *cross-spread* não filtrado, entre os traços 20 e 30, a partir da amostra 200, se torna apagada na seção filtrada, isto ocorre pois o *ground-roll* e reflexões se encontram com alto acoplamento nesta região, não sendo um problema do filtro, e sim dos parâmetros adotados na aquisição.

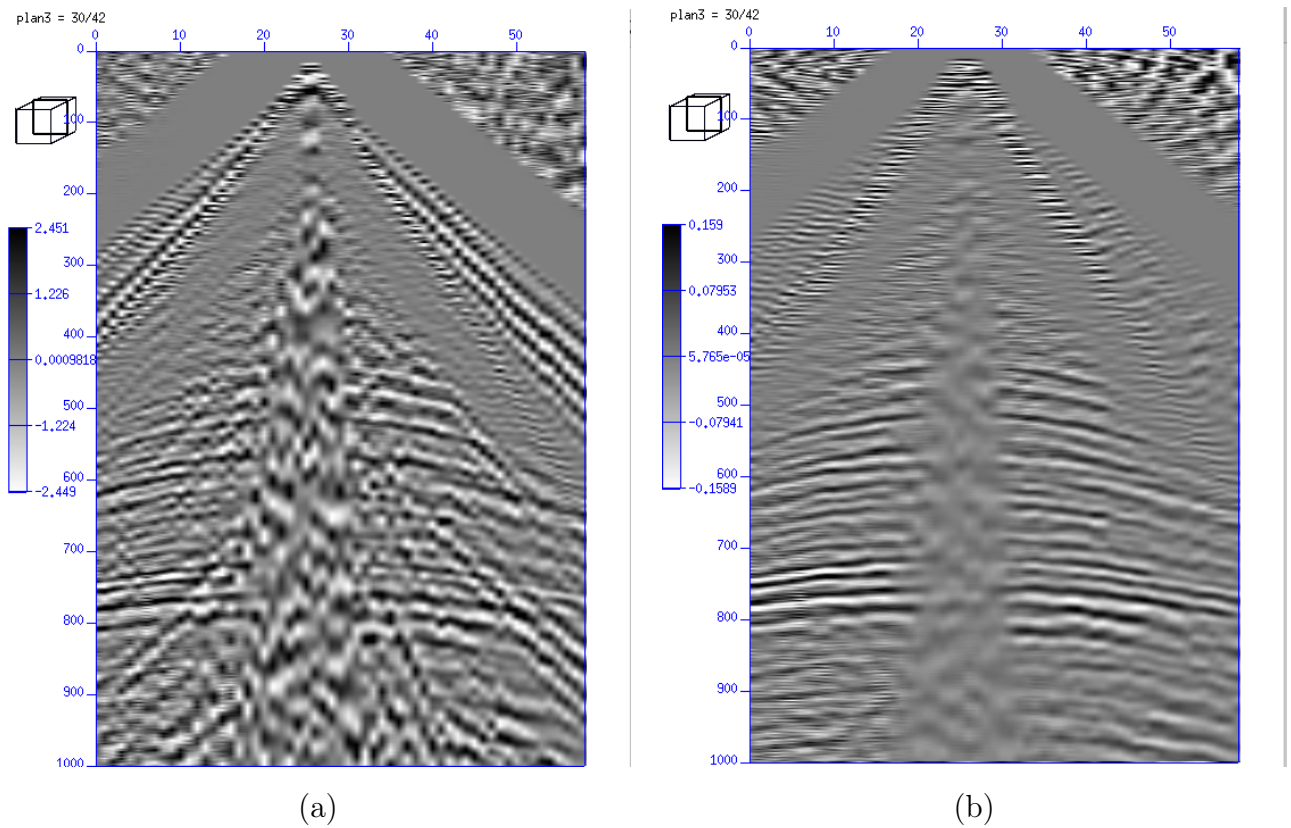


Figura 3.32: Dado (a) Original, (b) Filtrado com a derivada radial 3D.

A Figura 3.33 mostra o espectro médio de amplitude no domínio *cross-spread* do dado original e filtrado com a derivada radial 3D, é possível notar que quando comparada aos demais espectros de amplitude apresentados no capítulo 3 este é mais suave que os demais, isto ocorre devido ao número de traços, enquanto o tiro 126 possui um total de 150 traços, o *cross-spread* possui 2478. Similarmente às demais filtragens bem sucedidas neste capítulo, a derivada radial 3D conseguiu atenuar as baixas frequências, sem elimina-las, e permitindo que estas sejam utilizadas na interpretação do dado, e concedendo á este um balanceamento entre baixas e altas frequências.

A partir desta seção é possível notar que a Derivada radial 3D, se aplicada no domínio

cross-spread possui potencial para a filtragem de *ground-roll*, podendo ser uma alternativa de filtro deste ruído, e pode ser aplicado ainda na atenuação da onda direta.

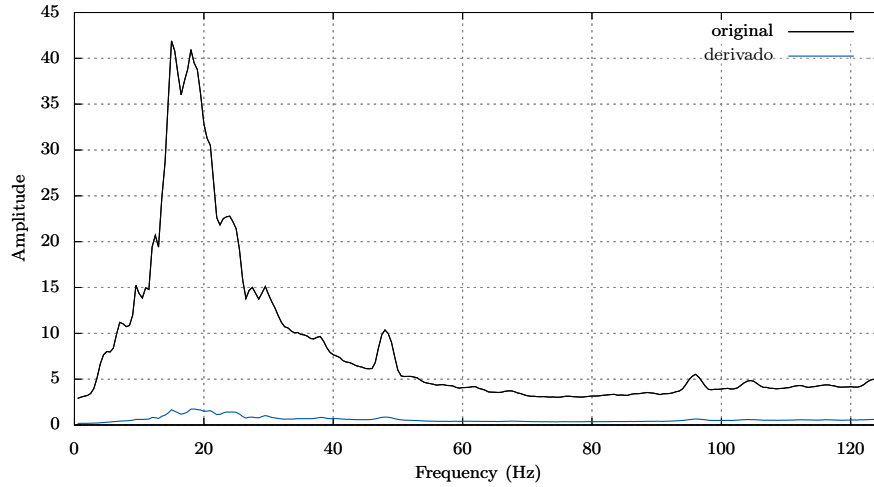


Figura 3.33: Espectro de amplitude dos dados original e filtrado.

3.7 Derivada direcional

A derivada direcional se difere da derivada radial pois essa possui apenas uma direção de derivação, independente da localização do operador no dado, portanto exigindo um menor custo computacional quando comparada a derivada radial, no entanto devido a direção de derivação essa não possui eficácia na filtragem do *ground-roll*. As demais propriedades apresentadas na Seção 3.2 também são válidas para a derivada direcional.

A Derivada direcional é um método útil para a interpretação de dados sísmicos. Pois considerando a propriedade do operador de atenuar eventos paralelos a direção de derivação é possível notar que tomando evento com direção θ , este ângulo é definido na Figura 3.34, com $z = kt$, conforme discutido na sub-seção 3.2, se por algum motivo deseja-se atenuar a presença deste evento deve-se tomar a direção de derivação paralelo ao ângulo, dada pelo vetor unitário:

$$\vec{u}_{dir} = \frac{1}{\sqrt{x_d^2 + z_d^2}}(x_d, z_d) \quad (3.1)$$

para se obter x_d e z_d da equação (3.1) simplesmente usa-se a equação (3.2):

$$\begin{cases} z_f = x_f \tan(\theta) & , 0 \neq \tan(\theta) < \infty \\ x_f = 1 & , \tan(\theta) = 0 \\ z_f = 1 & , \tan(\theta) \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.2)$$

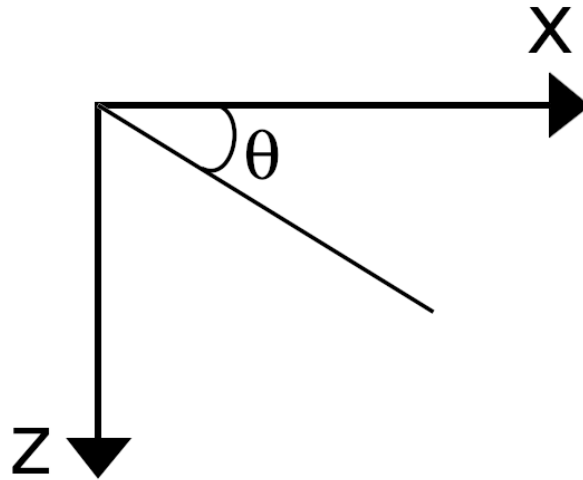


Figura 3.34: Definição do ângulo θ .

então os passos para a atenuação de um evento em uma seção empilhada envolve os seguintes passos:

1. Estimar o ângulo de mergulho θ
2. Usar a equação (3.2) para a determinação de x_d e z_d e portanto a direção de derivação.
3. Aplicar a derivada direcional usando a equação (2.108).

Outra possibilidade é a necessidade de se ressaltar um determinado evento linear, como uma reflexão importante por exemplo, para que isto seja feito é necessário se determinar uma direção θ_1 em que a derivada o ressalte, através de testes, e da própria definição de derivada percebe-se que considerando um evento com mergulho θ , $\theta_1 = \theta \pm 90^\circ$, a fim de definir uma derivada que sempre aponte para baixo, utilizando restrições do ângulo θ que serão discutidas ao longo desta seção, escolhe-se $\theta_1 = \theta - 90^\circ$, portanto o x_d e z_d que ressaltam este evento é definido pela equação (3.3)

$$\begin{cases} z_f = x_f \tan \theta_1 = x_f \tan(\theta - 90^\circ) & , 0 \neq \tan(\theta_1) > \infty \\ x_f = 1 & , \tan(\theta_1) = 0 \\ z_f = 1 & , \tan(\theta_1) \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.3)$$

então, os passos para o ressalte de eventos utilizando a derivada direcional são:

1. Estimar o ângulo de mergulho θ
2. Usar a equação (3.3) para a determinação de x_d e z_d e portanto a direção de derivação.

3. Aplicar a derivada direcional usando a equação (2.108).

considera-se nas equações (3.2) e (3.3) que $0 \geq \theta < 180$ e se $\theta > 90$, então $x_f < 0$ se for desejado atenuar o evento, e $x_f > 0$ para ressaltar o mesmo, garantindo assim que a derivada direcional sempre irá apontar para a direção crescente de z (para baixo).

A Figura 3.35 mostra o dado demonstrativo do *Opendtect*. Este dado foi escolhido para o teste do método pois contém refletores em diversas direções, assim sendo um bom teste para o método, nota-se que há refletores sub-horizontais na seção sísmica, que se estendem de pouco antes de 0.5 até 0.7 segundos. Abaixo destas reflexões observa-se um refletor inclinado acima de 1 segundo, seguido de um forte refletor com falhas, abaixo de 1 segundo, estas possuem uma atitude sub-vertical, logo abaixo é possível observar um refletor curvo e falhado.

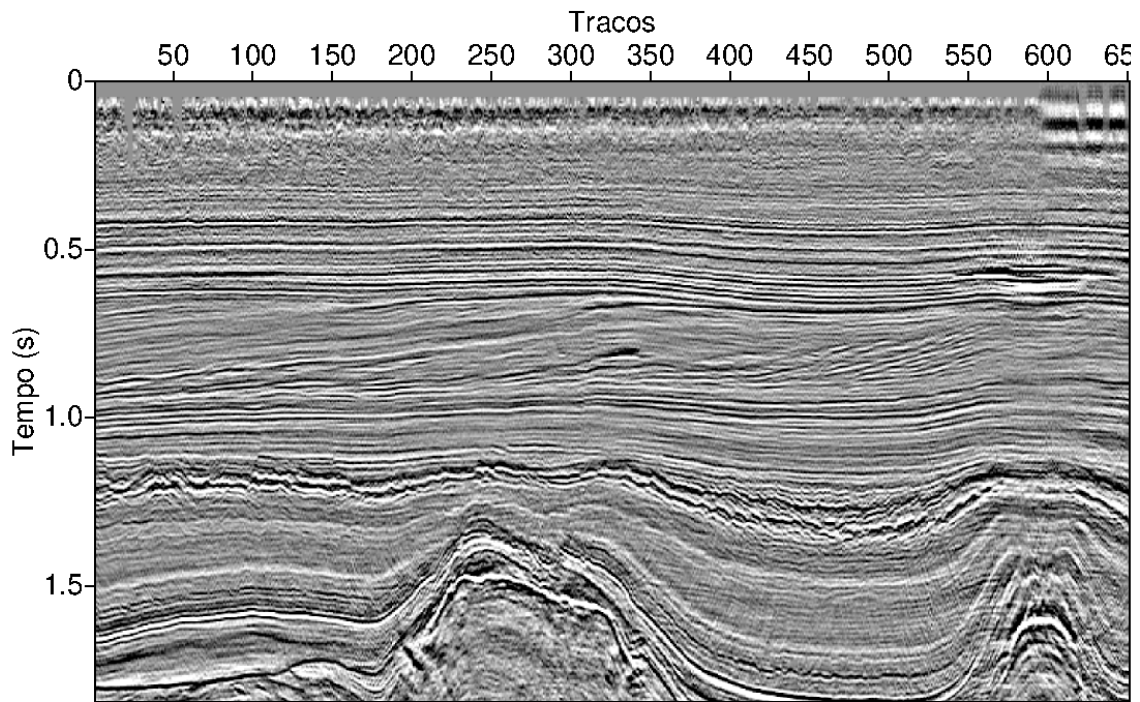


Figura 3.35: Dado original.

A Figura 3.36 apresenta a derivada horizontal do dado. nota-se que os refletores sub-horizontais da seção nos primeiros 0.7 segundos foram atenuados, quando comparado a seção original, os únicos refletores iniciais que restaram possuem uma ligeira inclinação, sendo atenuados mas não removidos, os refletores inclinados que se estendem entre 0,7 e 1 segundo também foram atenuados, indicando assim que estes possuem uma inclinação pequena, o maior ressalte da derivada horizontal foram nas falhas sub-verticais entre 1 e 1,5 segundos que foram evidenciadas ao longo todo o refletor, a reflexão dobrada que ocorre entre 1,5

segundos e o fim da seção foi atenuada nas partes sub-horizontais e ressaltada na região dobrada, entre os traços 250 e 350 foi observado o ressalte de falhas que antes eram de difícil visualização no refletor dobrado, observa-se também um forte incremento na resposta da dobra localizada no canto inferior direito, quando se compara com o dado original.

A Figura 3.37 mostra a derivada direcional com a direção de derivação igual a 45° , como é possível notar esta figura e na 3.35, não existem eventos com inclinações próximas a este ângulo na seção, portanto espera-se que esta derivada não produza uma grande diferença de resposta quando comparada a original, e nessa figura observa-se um ganho relativo de respostas com alta frequência, especialmente a partir do traço 550, quando comparado ao dado original, eventos lineares de altas frequências e inclinações, são melhor observados na seção derivada, é possível notar também a atenuação das falhas abaixo de 1 segundo nos traços iniciais e um incremento destas entre os traços 450 e 550, no entanto as respostas da Figura 3.36 foram melhores devido às atitudes dos eventos.

A Figura 3.38 mostra a seção filtrada com a derivada vertical. Nota-se que os refletores sub-horizontais foram ressaltados quando comparados a seção original, os refletores levemente inclinados que ocorrem em torno de 1 segundo também foram mantidas, devido a sua baixa inclinação, as falhas que ocorrem abaixo de 1 segundo foram bastante atenuados, restando pouca, destas, com a maior parte dessas informações ocorrendo em torno dos traços 400 e 550, os refletores falhados são sub-horizontais, então apesar de a derivada atenuar as falhas ela consegue ressaltar o refletor, ajudando na visualização da continuidade deste, a resposta da dobra foi atenuada nas partes mais íngremes, entre os traços 300 e 350, a dobra do canto inferior direito foi atenuada, quando comparada seção original e principalmente com a seção derivada horizontal, e preservando as regiões horizontais desta camada. É possível notar que somando as seções derivadas horizontal e vertical o resultado será a seção da Figura 3.37.

A Figura 3.39 mostra a seção derivada com uma direção de 135° a exemplo da 3.39 sofre com a falta de eventos que possuam uma direção próxima ou perpendicular a esta direção, pelas propriedades do operador nota-se que os eventos ressaltados com a derivada a 135° são atenuados pela 45° e vice-versa. Nota-se que o principal efeito da derivada foi aumentar o conteúdo de alta frequência do dado, especialmente a partir do traço 550, nota-se também que as falhas ocorrendo abaixo de 1 segundo e acima de 1,5 segundos nos traços iniciais foram atenuadas, e as que ainda podem ser vistas possuem atitude opostas às que podem ser notadas na mesma região da seção filtrada com o operador de derivação a 45° , este operador consegue ainda dar um leve incremento nas falhas que ocorrem entre os traços 350 e 450, nesta seção também nota-se os eventos lineares inclinados e com alta frequência abaixo do refletor falhado, no entanto os que possuíam o maior incremento de amplitude na seção derivada com a direção de 135° , foi os que possuíam o menor incremento na direção 45° e

vice-versa, pela definição das derivadas a 135° e 45° nota-se que a soma das seções derivadas por estas devem resultar na seção de derivada vertical, apresentado na Figura 3.38.

A Figura 3.40 apresenta a seção derivada com uma direção de 180° , nota-se que em termos de resposta a mesma não possui diferença com a Figura 3.36, pois as duas derivadas atenuam eventos sub-horizontais e ressaltam sub-verticais, portanto os eventos atenuados na derivada a 180° também foram na derivada horizontal, o mesmo ocorre com os eventos ressaltados. A diferença entre as duas seções se encontra na fase dos traços. Que são opostos, assim amplitudes positivas na Figura 3.40 são negativas em 3.36 e vice-versa, assim, a realização de derivadas direcionais com θ acima de 180° não irá obter informações adicionais, obterá apenas uma rotação de fase a 180° de uma resposta que pode ser obtida com um ângulo menor, logo uma derivada com direção de 225° possui a mesma resposta de uma seção derivada com direção 45° , portanto limitando θ entre 0° e 180° não irá implicar em uma perda de resposta. Se for realizada a soma entre as seções derivadas a 180° e 0° será obtida uma seção com valores nulos.

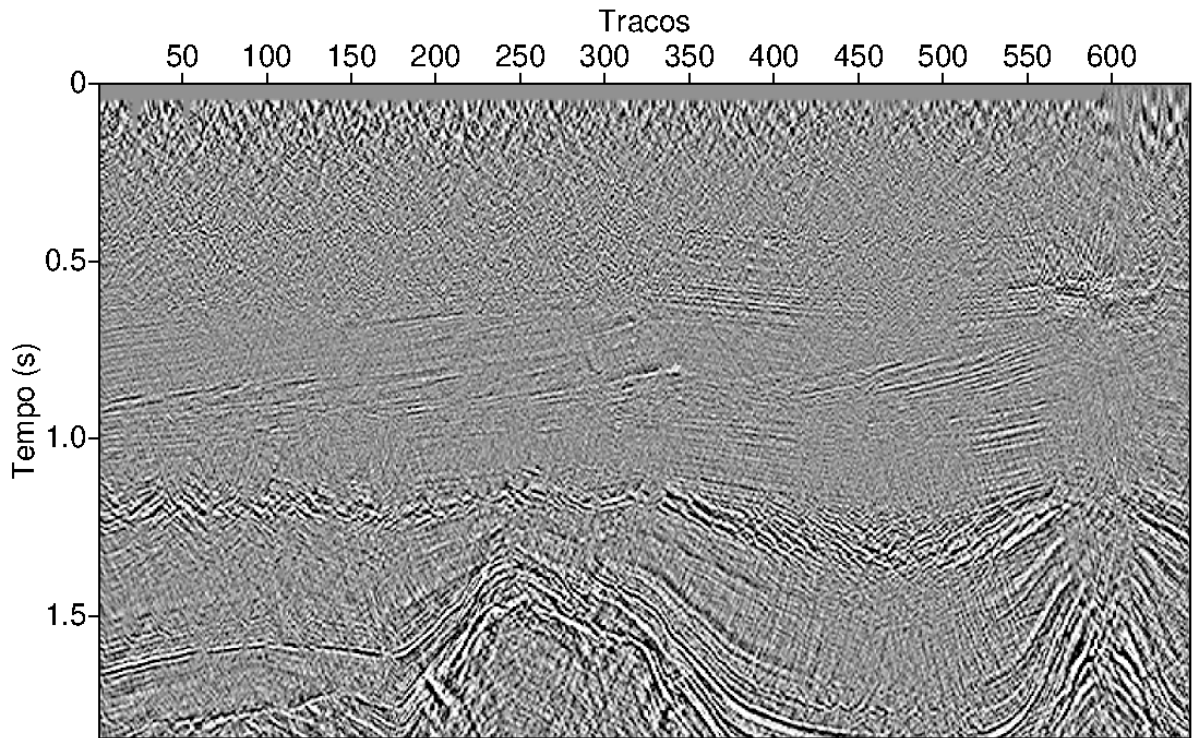


Figura 3.36: Derivada horizontal.

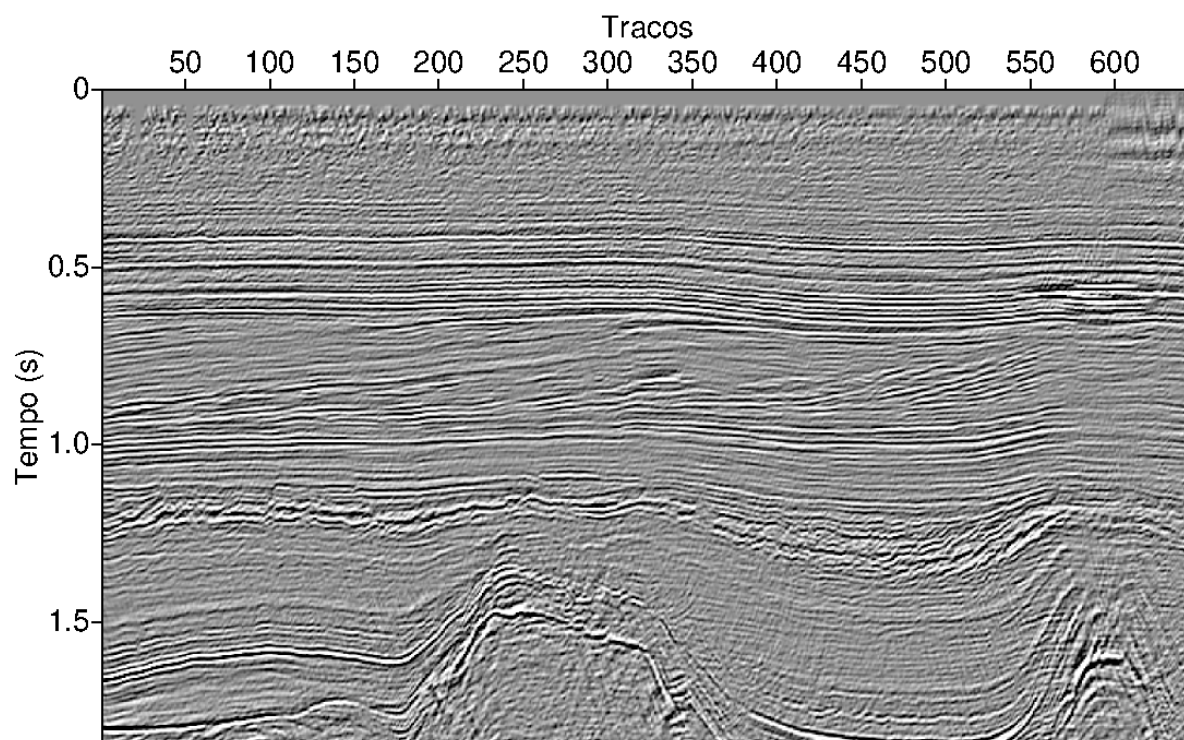


Figura 3.37: Derivada com direção de 45°.

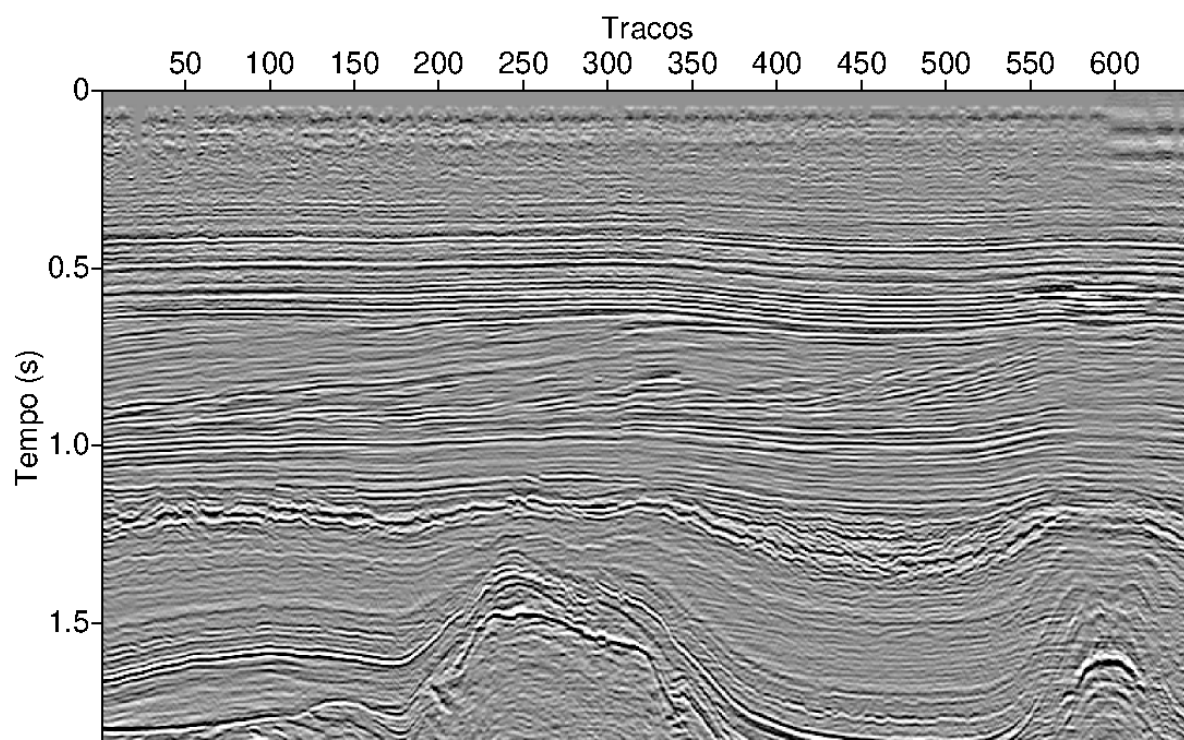


Figura 3.38: Derivada vertical.

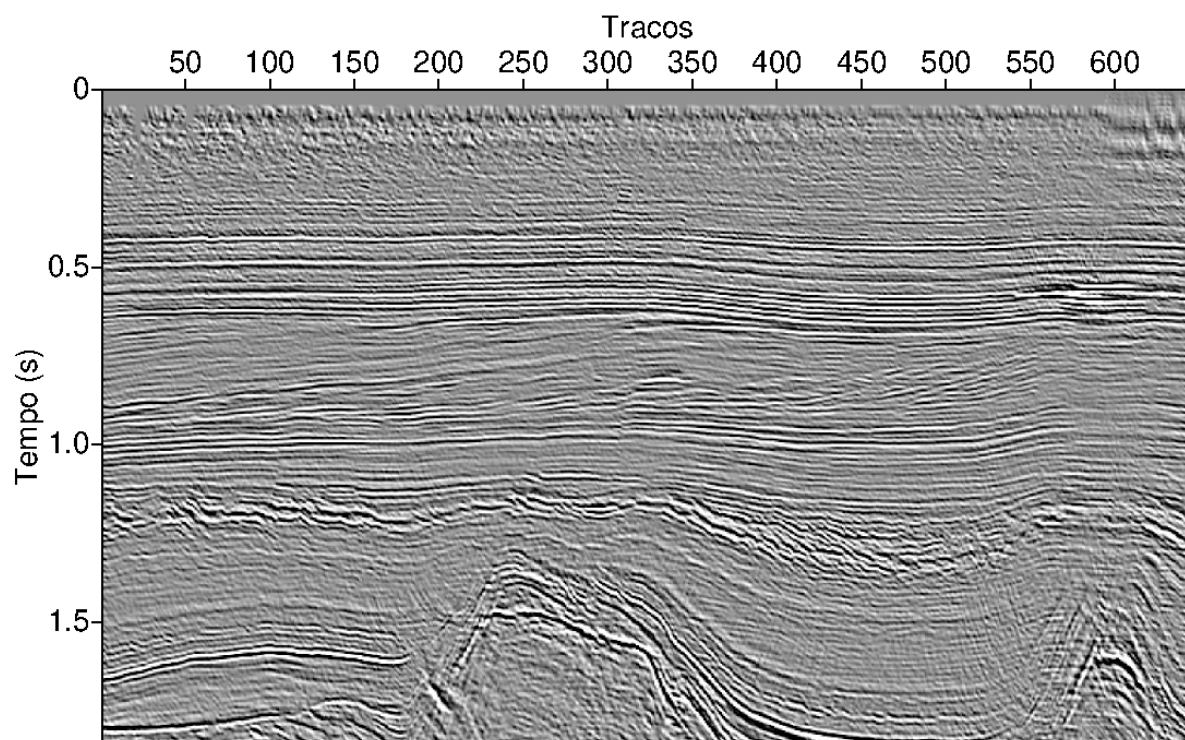


Figura 3.39: Derivada com direção de 135° .

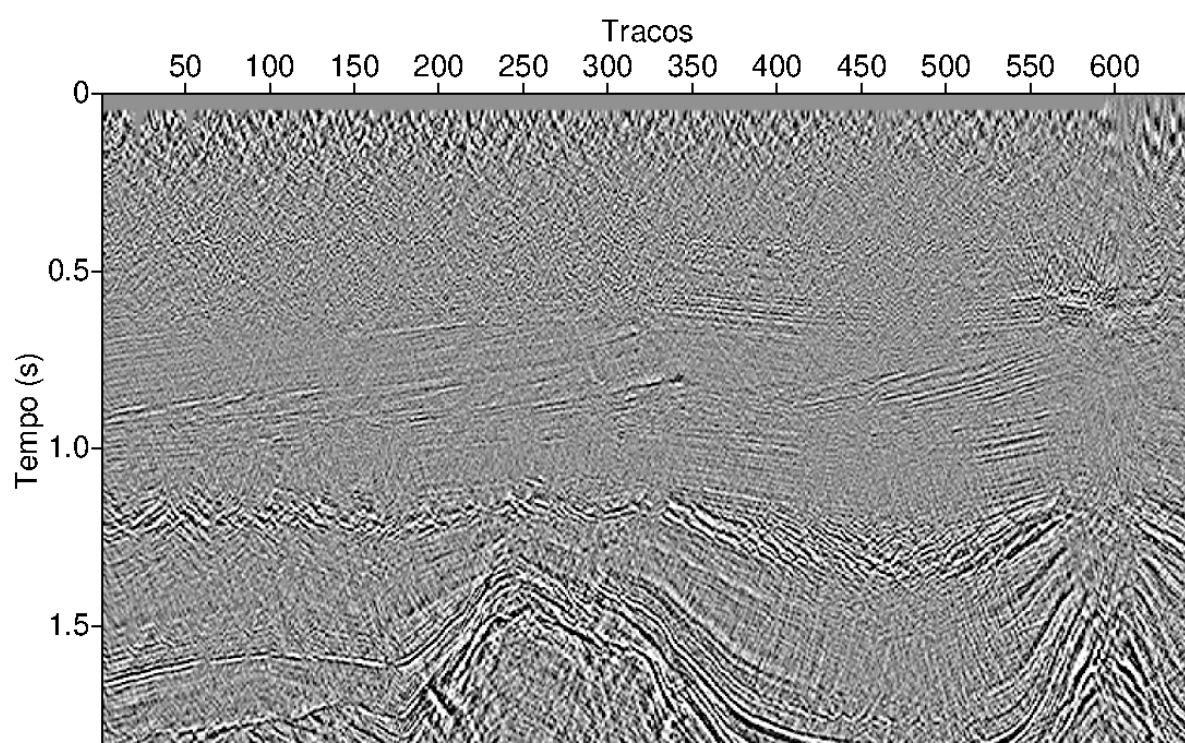


Figura 3.40: Derivada 180° .

Capítulo 4

Conclusões

A derivada radial se mostra um útil método de filtragem do *ground-roll*. Pois, os filtros FK e passa alta, utilizados convencionalmente na indústria do petróleo e gás, levam a uma perda do sinal sísmico de baixa frequência. Gerando um grande problema, especialmente na exploração de gás. Pois, zonas com este produto estão associados a anomalias de baixa frequência em um sismograma, assim, o filtro proposto neste trabalho corresponde a uma engenhosa solução para a filtragem de *ground-roll* sem a perda de baixas frequências.

O método proposto, desenvolvido pelo LAGEP-UFBA, com apoio do projeto GAS-BRAS, além de evitar a perda de baixa frequência associada ao sinal, mostra ao longo do trabalho um resultado superior quando comprado aos métodos convencionais de filtragem. Pois, além da vantagem já exposta, o método, quando apropriadamente parametrizado, consegue filtrar o *ground-roll* sem a criação de artefatos tanto no dado antes quanto após o empilhamento, sendo mais fácil a realização de uma boa análise de velocidade e interpretação do dado. Gerando um sinal com alta razão sinal ruído, e com aumento relativo de altas frequências, além da atenuação bem sucedida do *ground-roll* quando a derivada radial é apropriadamente aplicada em uma seção sísmica, esta também obteve sucesso na atenuação da onda direta.

A derivada radial, pode ser feita de forma automática. sendo necessário apenas informações contidas no *header* para sua realização. Estas são: número de traços por tiro, número de amostras por traço e localização do *offset* mínimo do dado. Assim não sendo necessária a análise do geofísico na construção de polígonos de corte, como no caso do filtro FK, ou eliminação de bandas de frequência, no caso do filtro passa alta. Além do caráter automático do método, este ainda possui um relativo baixo custo computacional, pois não se utiliza de mudanças de domínio para sua realização. O método necessita apenas da construção do operador derivada, que por sua vez depende apenas de informações geométricas do tiro. Uma vez calculado, o dado filtrado será apenas a correlação entre o dado original e

o operador, e este pode ser aplicado em todos os tiros que possuam as mesmas características geométricas do sismograma que foi usado na construção do operador, só precisando ser recalculado quando o número do traço for modificado ou a localização do *offset* mínimo for modificada.

Um outro método de derivada proposto e aplicado no trabalho foi a derivada direcional, que, embora não possua aplicação na filtragem de *ground-roll*, pode ser utilizada em seções empilhadas para a atenuação ou ressalte de eventos, especialmente os lineares, assim, podendo auxiliar na interpretação destes dados, através do incremento das informações que se deseja interpretar, como reflexões importantes, falhas e informações afins, ou atenuar eventos que não se deseja interpretar. Além desta característica, o operador de derivada direcional é menor que o operador de derivada radial, assim necessitando de um menor número de cálculos de seus elementos, além disto a derivada direcional depende apenas de parâmetros internos do operador, assim, podendo ser utilizada em diversas seções sem grandes alterações.

O presente trabalho aplicou uma extensão do filtro da derivada radial para 3 dimensões, mostrando que no domínio *cross-spread* este filtro possui bons resultados, assim podendo ser melhor estudado neste domínio, gerar mais resultados, como gerar seções empilhadas para verificar se este filtro melhora continuidade dos refletores. Assim, podendo avaliar o quão eficiente é o método para a filtragem do *ground-roll* em dados 3D.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer, inicialmente, aos meus pais, Rosana Moreira Silva Paulo e Antônio Paulo Júnior, por todo o apoio dado ao longo da minha vida, por terem me educado, ensinado valores que levarei para vida e por ter me ensinado a importância da educação e estudo, Agradeço à minha avó Maria Antônia.

Aos meus amigos de colégio, Ariel, Clara, Amanda, Vini Letícia, Salles e Larissa, por todo apoio e diversão, Agradeço também a minha eterna amiga Victória.

Aos meus colegas do *Geofit*, Ana clara, Josafat e Mari, que me acompanharam ao longo da minha jornada na universidade, pelas infindáveis conversas e por todo o apoio que foi dado ao longo da graduação

Agradeço também a David Lenon, Adilson, caio, Milton Jhon Richards, Vittu , Nilo e todo o grupo pelos ensinamentos na arte do dominó, Agradeço também a Letícia, pela parceria no campeonato da referida arte.

A Rita barral que confiou no meu potencial e me ajudou no meu desenvolvimento motor.

Um agradecimento especial à Leonardo Moreira Batista, pelas infindáveis ajudas que me deu ao longo da graduação, agradeço também a Laila, pelas ideias dadas para a apresentação do meu filtro.

À Roger Waters, David Gilmour, Nick Mason, Richard Wright e Syd Barrett, pelas músicas que mudaram minha vida e concepção de mundo.

Ao meu orientador Dr. Milton José Porsani, pela orientação, paciência, e por todo o conhecimento que foi passado para mim. Agradeço também pela ideia da linha de pesquisa, e atenção durante o processo de iniciação, além disto agradeço pela oportunidade de poder trabalhar na universidade.

À Dr. Michelangelo por ter me ensinado processamento de dados sísmicos e por diversas ajudas ao longo do meu projeto.

À Dr. Hedisson K. Sato por ter me ensinado Fortran, a fim de obter códigos mais enxutos e eficientes, além de ter elucidado as diversas dúvidas que tive ao longo das matérias.

À Marco Botelho por passar conhecimento referente ao método sísmico.

Agradeço à todos os professores do CPGG, Marco Botelho, Wilson Figueiró, Suzan, Jo-

elson, Alexandre, Suzana, Marcos, e aos meus professores do IF e IM, pelo comprometimento e boas aulas ofertadas.

Agradeço a instituição UFBA, por ter oferecido estrutura e uma boa educação pública de qualidade que me foi oferecida, e que não pode ser perdida.

Agradeço ao LAGEP e CPGG pelos recursos e pela estrutura disponibilizada ao longo da minha graduação, agradeço também à FINEP, FAPESB, PETROBRAS, ANP e CNPq (Projeto INCT-GP), Brasil por suporte financeiro, e a Landmark pelas licenças educacionais concedida ao centro de pesquisa em Geofísica e Geologia (CPGG- UFBA).

Apêndice A

Cálculo das distâncias e pesos 2D

```
subroutine get_wj_di(lz2, lx2, wj, di, deltz, deltx, p)
!
!Obtêm as distâncias de cada ponto ao centro da janela
!e os pesos associados a estes.
integer, intent(in)::lz2, lx2
!lz2, lx2: dimensões reduzidas em z, x.
!as dimensões das matrizes são:(2lz2+1)(2lx2+1).
real, intent(out), dimension(-lz2:lx2, -lx2:lx2)::di, wj
!di:matriz das distâncias, wj:matriz dos pesos.
real, intent(in)::deltz, deltx, p
!deltz:espaçamento em z, deltx:espaçamento em x.
!p:expoente da func. peso
real::soma!soma dos elementos de di.
integer::i, j
!
di=0.0
wj=0.0
soma=0.0
!
!cálculo das distâncias para z=0
do j=1, lx2
    di(0, j)=j*deltx
    di(0, -j)=di(0, j)! espelhando
    soma=soma+2./((di(0, j))**p)
end do
!
!cálculo das distâncias para x=0
```

```

do i=1,lz2
    di(i,0)=i*deltz
    di(-i,0)=di(i,0)! espelhando
    soma=soma+2./((di(i,0))**p)
end do
!
!cálculo das distâncias para os índices diferentes de zero
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        di(i,j)=sqrt((j*deltx)**2+(i*deltz)**2)
        di(-i,-j)=di(i,j)! espelhando
        di(-i,j)=di(i,j)! espelhando
        di(i,-j)=di(i,j)! espelhando
        soma=soma+4./((di(i,j))**p)
    end do
end do
!
!cálculo dos pesos para z=0
do j=1,lx2
    wj(0,j)=(1./((di(0,j))**p)/soma
    wj(0,-j)=wj(0,j)! espelhando
end do
!
!cálculo dos pesos para x=0
do i=1,lz2
    wj(i,0)=(1./((di(i,0))**p)/soma
    wj(-i,0)=wj(i,0)! espelhando
end do
!
!cálculo dos pesos para os índices diferentes de zero
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        wj(i,j)=((1./di(i,j))**p)/soma
        wj(-i,-j)=wj(i,j)! espelhando
        wj(-i,j)=wj(i,j)! espelhando
        wj(i,-j)=wj(i,j)! espelhando

    end do
end do

```

end

Apêndice B

Cálculo do operador derivada radial 2D

```
subroutine get_der_geom (lz2 ,lx2 ,x0 ,z0 ,i ,j ,deltz ,deltx ,wj ,di ,w,p)
!_____
!obtem a derivada direcional no elemento (i,j) da matriz dos dados do associado
!ao do ponto do foco (z0,x0)
!Autoria Rafael Moreira Paulo
real ,dimension(-lz2:lz2,-lx2:lx2),intent(in)::di,wj
!di:matriz das distâncias , wj:matriz dos pesos
real ,dimension(-lz2:lz2,-lx2:lx2),intent(out)::w !matriz das derivadas
real ,intent(in)::x0,z0,deltz,deltx,p
!x0:x do foco ,z0:z do foco ,p:expoente da func.peso.
!deltz:espaçamento em z , deltx:espaçamento em x.
real::x,z,r
integer ,intent(in)::i,j,lz2,lx2
!i:posição do operador em z , j:posição do operador em x.
!lz2 ,lx2 ,ly2: dimensões reduzidas em z e x.
!as dimensões das matrizes são:(2lz2+1)(2lx2+1)
integer::ii,jj
!w=matriz das derivadas direcionais de wj
!_____

x=x0-j*deltx
z=z0-i*deltz
r=sqrt(x**2+z**2)!distância entre o centro do operador e o foco
w=0.0
!_____

!cálculo do operador derivada para z=0
do jj=1,lx2
```

```

        w(0,jj)=p*(wj(0,jj)*x)/(r*di(0,jj))
        w(0,-jj)=-w(0,jj)!espelhando

    end do

!-----
!estes 3 loops poderiam ser condensados no loop comentado,
!no entanto para funcionar no caso unidimensional
!eles foram separados.
!-----
!cálculo do operador derivada para z=0
do ii=1,lz2
    w(ii,0)=p*(wj(ii,0)*z)/(r*di(ii,0))
    w(-ii,0)=-w(ii,0)!espelhando
end do
!-----
!cálculo do operador derivada para o os indices diferentes
do ii=1,lz2
    do jj=-lx2,-1
        w(ii,jj)=p*wj(ii,jj)*(jj*deltx*x+ii*deltz*z)/(r*(di(ii,jj)**2))
        w(-ii,-jj)=-w(ii,jj)!espelhando
    end do
end do
!-----
!cálculo do operador derivada para o os indices iguais
do ii=1,lz2
    do jj=1,lx2
        w(ii,jj)=p*wj(ii,jj)*(jj*deltx*x+ii*deltz*z)/(r*(di(ii,jj)**2))
        w(-ii,-jj)=-w(ii,jj)!espelhando
    end do
end do
!-----
end

```

Apêndice C

Cálculo das distâncias e pesos 3D

```
subroutine get_wj_di3d(lz2, lx2, ly2, wj, di, deltz, deltx, delty, p)
!
!Obtêm as distâncias de cada ponto ao centro da janela 3D,
!e os pesos associados a estes.
!Autoria Rafael Moreira Paulo
integer, intent(in)::lz2, lx2, ly2
!lz2, lx2, ly2: dimensões reduzidas em z, x e y
!as dimensões das matrizes são:(2lz2+1)(2lx2+1)(2ly2+1)
real, intent(out), dimension(-lz2: lz2, -lx2: lx2, -ly2: ly2)::di, wj
!di:matriz das distâncias, wj:matriz dos pesos.
real, intent(in)::deltz, deltx, delty, p
!deltz:espaçamento em z, deltx:espaçamento em x, delty:espaçamento em y
!p:expoente da func. peso
real::soma !soma dos elementos de di.
integer::i, j, k
di=0.0
wj=0.0
soma=0.0
!
!cálculo das distâncias para x=z=0
do k=1, ly2
    di(0, 0, k)=k*delty
    di(0, 0, -k)=di(0, 0, k)!espelhando
    soma=soma+2./((di(0, 0, k))**p)!Soma dos elementos
end do
!
!cálculo das distâncias para z=y=0
```

```

do j=1,lx2
    di(0,j,0)=j*deltx
    di(0,-j,0)=di(0,j,0)!espelhando
    soma=soma+2./((di(0,j,0))**p)!Soma dos elementos
end do
!-----
!cálculo das distâncias para x=y=0
do i=1,lz2
    di(i,0,0)=i*deltz
    di(-i,0,0)=di(i,0,0)!espelhando
    soma=soma+2./((di(i,0,0))**p)!Soma dos elementos
end do
!-----
!cálculo das distâncias para y=0
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        di(i,j,0)=sqrt((j*deltx)**2+(i*deltz)**2)
        di(-i,-j,0)=di(i,j,0)!espelhando
        di(-i,j,0)=di(i,j,0)!espelhando
        di(i,-j,0)=di(i,j,0)!espelhando
        soma=soma+4./((di(i,j,0))**p)!Soma dos elementos
    end do
end do
!-----
!cálculo das distâncias para z=0
do j=1,lx2
    do k=1,ly2
        di(0,j,k)=sqrt((j*deltx)**2+(k*dely)**2)
        di(0,-j,-k)=di(0,j,k)!espelhando
        di(0,-j,k)=di(0,j,k)!espelhando
        di(0,j,-k)=di(0,j,k)!espelhando
        soma=soma+4./((di(0,j,k))**p)!Soma dos elementos
    end do
end do
!-----
!cálculo das distâncias para x=0
do i=1,lz2
    do k=1,ly2
        di(i,0,k)=sqrt((k*dely)**2+(i*deltz)**2)

```

```

        di(-i,0,-k)=di(i,0,k)!espelhando
        di(-i,0,k)=di(i,0,k)!espelhando
        di(i,0,-k)=di(i,0,k)!espelhando
        soma=soma+4./((di(i,0,k))**p)!Soma dos elementos
    end do
end do
!_____
!cálculo das distâncias para os índices diferentes de zero
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        do k=1,ly2
            di(i,j,k)=sqrt((j*deltx)**2+(k*deltz)**2+(i*deltz)**2)
            di(-i,-j,-k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(-i,j,k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(i,-j,k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(i,j,-k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(-i,-j,k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(i,-j,-k)=di(i,j,k)!espelhando
            di(-i,j,-k)=di(i,j,k)!espelhando
            soma=soma+8./((di(i,j,k))**p)!Soma dos elementos
        end do
    end do
end do
!_____
!cálculo dos pesos para x=z=0
do k=1,ly2
    wj(0,0,k)=(1./(di(0,0,k))**p)/soma
    wj(0,0,-k)=wj(0,0,k)!espelhando
end do
!_____
!cálculo dos pesos para y=z=0
do j=1,lx2
    wj(0,j,0)=(1./(di(0,j,0))**p)/soma
    wj(0,-j,0)=wj(0,j,0)!espelhando
end do
!_____
!cálculo dos pesos para y=x=0
do i=1,lz2
    wj(i,0,0)=(1./(di(i,0,0))**p)/soma

```

```

        wj(-i,0,0)=wj(i,0,0)!espelhando
    end do
!-----
!càlculo dos pesos para y=0
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        wj(i,j,0)=(1./di(i,j,0))**p)/soma
        wj(-i,-j,0)=wj(i,j,0)!espelhando
        wj(-i,j,0)=wj(i,j,0)!espelhando
        wj(i,-j,0)=wj(i,j,0)!espelhando
    end do
end do
!-----
!càlculo dos pesos para z=0
do j=1,lx2
    do k=1,ly2
        wj(0,j,k)=(1./(di(0,j,k))**p)/soma
        wj(0,-j,-k)=wj(0,j,k)!espelhando
        wj(0,-j,k)=wj(0,j,k)!espelhando
        wj(0,j,-k)=wj(0,j,k)!espelhando
    end do
end do
!-----
!càlculo dos pesos para x=0
do i=1,lz2
    do k=1,ly2
        wj(i,0,k)=(1./(di(i,0,k))**p)/soma
        wj(-i,0,-k)=wj(i,0,k)!espelhando
        wj(-i,0,k)=wj(i,0,k)!espelhando
        wj(i,0,-k)=wj(i,0,k)!espelhando
    end do
end do
!-----
!càlculo das distâncias para os índices positivos
do i=1,lz2
    do j=1,lx2
        do k=1,ly2
            wj(i,j,k)=(1./(di(i,j,k))**p)/soma
            wj(-i,-j,-k)=wj(i,j,k)!espelhando

```

```
        wj(-i,-j,k)=wj(i,j,k)!espelhando
        wj(i,-j,-k)=wj(i,j,k)!espelhando
        wj(-i,j,-k)=wj(i,j,k)!espelhando
        wj(-i,j,k)=wj(i,j,k)!espelhando
        wj(i,-j,k)=wj(i,j,k)!espelhando
        wj(i,j,-k)=wj(i,j,k)!espelhando
    end do
end do
end do
end
```

Apêndice D

Cálculo da derivada radial 3D

```
subroutine getder_geom3d(lz2, lx2, ly2, x0, z0, y0, i, j, k, deltz, deltx, delty, wj, di, w, p)
!obtem a matriz de derivada direcional 3D no elemento (i,j,k) da matriz dos
!dados, associado ao ponto do foco (z0,x0,y0)
!Autoria:Rafael Moreira Paulo
!_____
real, dimension(-lz2: lz2, -lx2: lx2, -ly2: ly2), intent(in):: di, wj
!di:matriz das distâncias, wj:matriz dos pesos
real, dimension(-lz2: lz2, -lx2: lx2, -ly2: ly2), intent(out):: w !matriz das derivadas
real, intent(in):: x0, z0, y0, deltz, deltx, delty, p
!x0:x do foco, y0:y do foco, z0:z do foco, p:expoente da func.peso
!deltz:espaçamento em z, deltx:espaçamento em x, delty:espaçamento em y
integer, intent(in):: i, j, k, lz2, ly2, lx2
!i:posição do operador em z, j:posição do operador em x
!k:posição do operador em y
!lz2, lx2, ly2: dimensões reduzidas em z, x e y
!as dimensões das matrizes são:(2 lz2 +1)(2 lx2 +1)(2 ly2 +1)
real:: x, z, y, r
integer:: ii, jj, kk
!_____
x=x0-j*deltx
y=y0-k*delty
z=z0-i*deltz
r=sqrt(x**2+y**2+z**2)!distância entre foco e centro do operador
w=0.0
!write(*,*)'ponto:'
!write(*,*)i, j, k
!_____
```

```

!cálculo do operador derivada para z=y=0
do jj=1,lx2
    w(0,jj,0)=p*(wj(0,jj,0)*x)/(r*di(0,jj,0))
    w(0,-jj,0)=-w(0,jj,0)! espelhando
end do
!
!cálculo para x=y=0
do ii=1,lz2
    w(ii,0,0)=p*(wj(ii,0,0)*z)/(r*di(ii,0,0))
    w(-ii,0,0)=-w(ii,0,0)! espelhando
end do
!
!cálculo do operador derivada para x=z=0
do kk=1,ly2
    w(0,0,kk)=p*(wj(0,0,kk)*y)/(r*di(0,0,kk))
    w(0,0,-kk)=-w(0,0,kk)! espelhando
end do
!
!cálculo do operador derivada para y=0
do ii=1,lz2
    do jj=-lx2,-1
        w(ii,jj,0)=p*wj(ii,jj,0)*(jj*deltx*x+ii*deltz*z)/&
            (r*di(ii,jj,0)**2)
        w(-ii,-jj,0)=-w(ii,jj,0)! espelhando
    end do
end do
do ii=1,lz2
    do jj=1,lx2
        w(ii,jj,0)=p*wj(ii,jj,0)*(jj*deltx*x+ii*deltz*z)/&
            (r*di(ii,jj,0)**2)
        w(-ii,-jj,0)=-w(ii,jj,0)! espelhando
    end do
end do
!
!cálculo do operador derivada para z=0
do kk=1,ly2
    do jj=-lx2,-1
        w(0,jj,kk)=p*wj(0,jj,kk)*(jj*deltx*x+kk*deltz*z)/&
            (r*di(0,jj,kk)**2)
    end do
end do

```

```

        w(0,-jj,-kk)=-w(0,jj,kk)! espelhando
    end do
end do
do kk=1,ly2
    do jj=1,lx2
        w(0,jj,kk)=p*wj(0,jj,kk)*(jj*deltx*x+kk*delt y*y)/&
        (r*di(0,jj,kk)**2)
        w(0,-jj,-kk)=-w(0,jj,kk)! espelhando
    end do
end do
!-----
!cálculo do operador derivada para x=0
do ii=1,lz2
    do kk=-ly2,-1
        w(ii,0,kk)=p*wj(ii,0,kk)*(kk*delt y*y+ii*delt z*z)/&
        (r*di(ii,0,kk)**2)
        w(-ii,0,-kk)=-w(ii,0,kk)! espelhando
    end do
end do
do ii=1,lz2
    do kk=1,ly2
        w(ii,0,kk)=p*wj(ii,0,kk)*(kk*delt y*y+ii*delt z*z)/&
        (r*di(ii,0,kk)**2)
        w(-ii,0,-kk)=-w(ii,0,kk)! espelhando
    end do
end do
!-----
!cálculo do operador derivada para o os indices iguais
do ii=1,lz2
    do jj=1,lx2
        do kk=1,ly2
            w(ii,jj,kk)=p*wj(ii,jj,kk)*&
            (jj*deltx*x+kk*delt y*y+ii*delt z*z)/&
            (r*di(ii,jj,kk)**2)
            w(-ii,-jj,-kk)=-w(ii,jj,kk)! espelhando
        end do
    end do
end do
!-----

```

```

!càlculo do operador derivada para x e y iguais , e z diferente
do ii=1,lz2
    do jj=-lx2,-1
        do kk=-ly2,-1
            w(ii,jj,kk)=p*wj(ii,jj,kk)*&
                (jj*deltx*x+kk*delty*y+ii*deltz*z)/(r*di(ii,jj,kk)**2)
            w(-ii,-jj,-kk)=-w(ii,jj,kk)! espelhando
        end do
    end do
end do
!_____
!càlculo do operador derivada para z e y iguais , e x diferente
do ii=1,lz2
    do jj=-lx2,-1
        do kk=1,ly2
            w(ii,jj,kk)=p*wj(ii,jj,kk)*&
                (jj*deltx*x+kk*delty*y+ii*deltz*z)/(r*di(ii,jj,kk)**2)
            w(-ii,-jj,-kk)=-w(ii,jj,kk)! espelhando
        end do
    end do
end do
!_____
!càlculo do operador derivada para x e z iguais , e z diferente
do ii=1,lz2
    do jj=1,lx2
        do kk=-ly2,-1
            w(ii,jj,kk)=p*wj(ii,jj,kk)*&
                (jj*deltx*x+kk*delty*y+ii*deltz*z)/(r*di(ii,jj,kk)**2)
            w(-ii,-jj,-kk)=-w(ii,jj,kk)! espelhando
        end do
    end do
end do
end

```

Referências

- ANP (2019) Webmaps, <http://webmaps.anp.gov.br/mapas/Lists/DSPAppPages/MapasBrasil.aspx>, Acessado: 9-07-2019.
- Encyclopedia.com (2019) Common depth point, <https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/common-depth-point>, Acessado: 9-07-2019.
- Manenti, R. (2013) O uso da transformada radial e filtros svd e derivada temporal 2d para atenuação do ground-roll, Trabalho de Conclusão de Curso em Geofísica. Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Melo, P. E.; Porsani, M. J. e Silva, M. G. (2009) Ground-roll attenuation using a 2d time-derivative filter, *Geophysical Prospecting*, **57**(3):343–353.
- Melo, P. E. M. (1996) Novos método para filtragem de dados sísmicos de reflexão, Tese de Doutorado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Ottolini, R. (1979) Migration of radial trace sections, Standford Exploration Project Report, SEP-20, pp. 97–115.
- Santos, A. S. (2014) Atenuação do ground-roll utilizando a filtragem direcional radial, Trabalho de Conclusão de Curso em Geofísica. Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Shepard, D. (1968) A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data, In: *Proceedings of the 1968 23rd ACM National Conference*, ACM '68, pp. 517–524, New York, NY, USA, ACM.
- Silva, M. G. (2004) Processamento de dados sísmicos da bacia do Tacutu, Dissert. de Mestrado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Souza, W. E. (2016) Determinação automática das primeiras quebras e aplicações na correção estática e processamento sísmicos da bacia do Parnaíba., Dissert. de Mestrado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.
- Telford, W.; Geldart, L. e Sheriff, R. (1990) *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.

- Yilmaz, O. (1980) Seismic Data Processing, vol. 1, Society of Exploration Geophysicists.
- Zhou, H. (2014) Pratical Seismic Data Analysis, Cambridge University Press.