UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MÉTODOS ELÉTRICOS: FUNDAMENTOS FENOMENOLÓGICOS E ELETRORRESISTIVIDADE SOBRE CONTATOS VERTICAIS

SÂMARA BRANDÃO SILVA

SALVADOR – BAHIA

FEVEREIRO – 2018

Métodos elétricos: Fundamentos fenomenológicos e eletrorresistividade sobre contatos verticais

por

Sâmara Brandão Silva

Orientador: Prof. Dr. Hédison Kiuity Sato

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Departamento de Geofísica

do

Instituto de Geociências

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

Dr. Hédison Kiuity Sato

Dra. Rimary Del Valle Valera Sifontes

Dra. Suzan Sousa de Vasconcelos

Data da aprovação: 26/fev/2018

Dedico este trabalho a todas
as pessoas, que me deram força
para vencer esta etapa tão
importante da minha vida, e,
em especial, à minha família.

Resumo

Usando algumas referências históricas, os conceitos fenomenológicos básicos dos métodos elétricos são apresentados, incluindo as diversas causas para explicar o potencial espontâneo e a polarização induzida. Em relação à polarização induzida, encontram-se os circuitos equivalentes atualizados considerados mais relevantes. A solução teórica para n camadas verticalizadas é apresentada e utilizada para simular o método da eletrorresistividade com os arranjos Wenner e dipolo-dipolo. Aplicada a um modelo de três camadas, com a camada central mais resistiva ou mais condutiva, demonstrou, através de gráficos, as dificuldades que podem surgir na interpretação dos dados de eletrorresistividade. O estudo com duas camadas condutoras a duas diferentes distâncias horizontais, entremeadas em três camadas resistivas, ou seja, um modelo com cinco camadas, demonstrou a perda de resolução horizontal nas seções de resitividade aparente em função dos parâmetros do arranjo dipolo-dipolo.

Abstract

Using some historical references, the basic phenomenological concepts of electrical methods are presented, including the various causes for explaining the spontaneous potential and induced polarization. In relation to the induced polarization, we find the updated equivalent circuits considered more relevant. The theoretical solution for vertical n layers is presented and used to simulate the electrorresistivity method with the Wenner and dipole-dipole arrangements. Applied to a three layer model, with the central layer having high or lower resistivity, showed using graphics, the difficulties that can arise with electroresistivity data interpretation. The study with two conductive layers at two different horizontal distances, interspersed in three resistive layers, ie a five-layer model, demonstrated the loss of horizontal resolution in the sections of apparent resistivity as a function of the parameters of the dipole-dipole array.

Sumário

Lista de Figuras

Introdução

Os métodos elétricos aplicados constituem um conjunto de técnicas importantes para o estudo das estruturas mais superficiais da Terra, mas podendo atingir alvos a alguns quilômetros de profundidade.

A resistividade elétrica das rochas é uma propriedade física fundamental para o método da eletrorresistividade, fazendo parte do arcabouço de outras propriedades e fenômenos, tais como o potencial espontâneo (SP) e a polarização elétrica induzida (IP).

Em função dos alvos pesquisados, os métodos elétricos usam, por exemplo, a resistividade elétrica para investigação de água subterrânea, contaminações que tenham afetado essa propriedade, mapeamento do embasamento para auxiliar nos projetos relacionados à engenharia geotécnica, e até reservatórios de óleo e gás em campos rasos.

Em relação à ação de eletricidade conectada a veios minerais, Fox (1830) comunica: "...eu tenho a satisfação de ter confirmado por experimentos em algumas minas de Corwall" e, prossegue: "não tenho dúvida da existência de eletricidade em veios metalíferos em circunstâncias similares...". Em torno de 1920, o uso do método SP tornou-se sistemático para a exploração mineral (Sato e Mooney, 1960).

Outros fatores causadores do SP existem associados ao fluxo de água subterrânea e aos contatos de eletrólitos com diferentes concentrações, de forma que o leque de aplicação são amplos, desde a exploração de petróleo e água subterrânea através das ferramentas de perfilagem de poços para avaliar, por exemplo, a porosidade (Lima, 2014).

O método IP foi usado por Conrad Schlumberger antes de 1920 (Bertin e Loeb, 1976), aplicado no domínio do tempo, para a exploração mineral. Com este foco, a primeira dissertação de mestrado na UFBA usando IP foi a de Dias (1972). Atualmente, o método é aplicado em diversos projetos de exploração e investigação em geral, por exemplo, na UFBA, em campo raso de petróleo (Mocitaiba, 2014) e no auxílio para delinear projetos ambientais (Araújo, 1997; Cavalcanti, 1999).

O método de IP são se separa do método da eletrorresistividade pois os equipamentos, que medem IP no domínio do tempo ou da frequência, medem, também a resistividade. Todavia, existem equipamentos que medem apenas a resistividade. Apesar do método IP estar atrelado ao da eletrorresistividade na aquisição e na interpretação, os aspectos teóricos do método da eletrorresistividade são investigados à parte, tratando de modelos geoelétricos complexos. De forma geral, esses problemas complexos são avaliados numericamente, enquanto as soluções analíticas ficam restritas a poucos modelos com geometrias simplificadas. Um desses modelos é o de camadas verticalizadas, cuja solução analítica foi apresentada por Sato (2002) nas aulas da disciplina GEO209–Métodos Elétricos e Radiométricos.

Então, neste trabalho, além de uma introdução básica dos métodos elétricos, será tratado modelos de camadas verticalizadas, estudados com os arranjos Wenner e dipolo-dipolo. Toda parte computacional foi feita com programas e procedimentos cedidos pelo orientador.

Capítulo 1

Métodos elétricos

Os métodos elétricos são utilizados em investigações aplicadas à exploração mineral, exploração de água subterrânea, questões relacionadas ao meio ambiente, à engenharia geotécnica e exploração de petróleo. Dessa forma, diversas técnicas foram desenvolvidas que incluem medidas:

- de potenciais elétricos naturais ou associados a correntes elétricas artificiais, e
- de campos magnéticos devido às correntes elétricas induzidas artificialmente, denominado método da resistividade magnetométrica, *Magnetometric Resistivity Method* – MMR, segundo Edwards e Nabighian (1991).

Os métodos elétricos com fontes de corrente elétrica, o fazem através de eletrodos em contato direto com a superfície da terra, derivando o nome de "métodos eletromagnéticos (EM) aterrados". Em geral, no trato teórico, são considerados como métodos EM a frequência zero, ou a corrente contínua, e os resultados teóricos e experimentais são usados mesmo quando a frequência não é nula, mas suficientemente baixa para se considerar que o fenômeno ainda satisfaz a equação de Laplace ou de Poisson.

Em geral, aplicações distintas têm sido feitas dispondo-se os eletrodos na superfície ou no interior da terra, com denominações diversas. Com os eletrodos localizados na superfície, a sua disposição (ou arranjo) determina diversos nomes: Wenner, Schlumberger, polo-dipolo, dipolo-dipolo, entre outros (Keller e Frischknecht, 1966; Telford et al., 1990). A inserção dos eletrodos dentro da terra constitui uma das técnicas da perfilagem geofísica de poços (Jorden e Campbell, 1986; Nery, 2013). Nos casos em que o alvo é um corpo condutor e ocorra a sua exposição, seja na superfície ou em profundidade, pode-se instalar um eletrodo de corrente nesse corpo e os outros dois eletrodos de potencial são movidos na superfície ou no interior da terra, e essa técnica é denominada *mise-à-la-masse* (Telford et al., 1990).

Contudo, o fenômeno elétrico é controlado por outros fatores além da resistividade elétrica das rochas que depende da sua matriz e da natureza do fluido nos seus poros (Lima, 2014), especialmente quanto à forma como ocorre ou se provoca as separações de cargas elétricas no interior da terra. Microscopicamente, a separação pode ocorrer: (i) naturalmente, constituindo-se no Potencial Espontâneo ou (ii) ser provocado, denominado Polarização Elétrica Induzida (IP).

1.1 Potencial espontâneo (SP)

O potencial espontâneo é um potencial elétrico devido as cargas elétricas separadas naturalmente por diversos fatores. Segundo Telford et al. (1990), esse potencial pode ser medido na superfície ou no interior terrestre, e os fatores são as atividades eletroquímica e eletrocinética. Esses potenciais são associados com alterações de corpos de sulfetos, variações nas propriedades das rochas, atividade bioelétrica de materiais orgânicos, corrosão, gradientes termais e de pressão nos fluídos subterrâneos. O método foi utilizado pela primeira vez para exploração mineral, depois foi aplicado em geotermia, engenharia e estudos ambientais.

O potencial espontâneo é um método de campo natural, pois não necessita de nenhum circuito elétrico para sua geração. Suas anomalias são geradas pelos fluxos de fluidos, calor e íons no subsolo. A principal vantagem é a simplicidade instrumental e o trabalho de campo, sendo, portanto, um método geofísico econômico. A literatura considera a existência de quatro mecanismos principais que produzem esses potenciais: potencial de mineralização, potencial de difusão, potencial de Nernst e potencial eletrocinético.

1.1.1 Potencial de mineralização

Em geral as anomalias SP desta natureza estão associadas a depósitos minerais, principalmente de sulfetos (Gallas, 2005). A pirita e a pirrotita são os minerais que produzem potencial espontâneo intenso de forma consistente, e estão associados a corpos mineralizados maciços ou veios contínuos, não sendo evidente o potencial em corpos mineralizados de forma disseminada. Outros minerais capazes, também, de produzirem fortes anomalias incluem a calcopirita, calcocita, covelita, grafita e antracita (Sato e Mooney, 1960).

A origem do fenômeno do potencial espontâneo em mineralizações é de natureza eletroquímica. Esses potenciais surgem de reações geoquímicas de oxirredução, similares às reações eletroquímicas que ocorrem em uma célula galvânica. Sato e Mooney (1960) propuseram o modelo, hoje clássico, citado na maioria dos livros. Segundo eles, quatro condições geológicas são necessárias para induzir o potencial espontâneo:

- O corpo de minério deve ser um condutor elétrico na forma de condução eletrônica, do que em eletrolítica.
- O minério deve estabelecer uma conexão quase contínua entre as águas em subsuperfície com diferentes potenciais de oxidação que encontram-se a diferentes níveis.
- O minério deve ser quimicamente estável ou inativo em relação aos potenciais de oxidação das soluções com as quais está em contato.
- Não se podem formar filmes isolantes permanentes na superfície do corpo mineralizado.

A grafite e a maioria dos sulfetos de ferro e cobre comuns satisfazem as condições citadas. A esfalerita falha devido à sua baixa condutividade. A galena geralmente ocorre formando corpos mineralizados separados, sem ligação elétrica entre si, e, além disso, forma-se um revestimento protetor de sulfato de chumbo ou carbonato que efetivamente impede as reações. Os hidróxidos de ferro são maus condutores. A diferença de potencial máximo disponível para a produção de correntes elétricas depende da estabilidade química do mineral.

Segundo Sato e Mooney (1960), a anomalia SP deve-se a reações eletroquímicas na interface entre o corpo e a rocha encaixante, as quais ocorrem em regiões acima e abaixo do lençol freático, com o corpo servindo de ponte de conexão elétrica entre elas. As substâncias dissolvidas ao redor da parte superior do corpo sofrem redução, tomando os elétrons do corpo, enquanto as substâncias dissolvidas se oxidam na parte inferior, cedendo elétrons ao corpo, que serve como condutor elétrico, conforme ilustrado na Figura 1.1.

A origem destas reações é explicada pela diferença do potencial de oxidação (E_h), também chamada de potencial redox, entre as soluções próximas da parte superior e inferior do corpo. Nas proximidades da parte superior do corpo sulfetado, as reações de redução prováveis envolvem o oxigênio livre e o íon férrico:

$$\mathrm{Fe^{+++}} + \mathrm{e^-} = \mathrm{Fe^{++}} \quad \text{e} \quad \mathrm{O_2} + 4\mathrm{H^+} + 4\mathrm{e^-} = 2\mathrm{H_2O}. \tag{1.1}$$

Na zona inferior, as reações de oxidação mais prováveis são as que envolvem o íon ferroso e o hidróxido ferroso:

$$\mathrm{Fe^{++}} + 3\mathrm{H_2O} = \mathrm{Fe(OH)_3} + 3\mathrm{H^+} + \mathrm{e^-} \quad \text{e} \quad \mathrm{Fe(OH)_2} + \mathrm{H_2O} = \mathrm{Fe(OH)_3} + \mathrm{H^+} + \mathrm{e^-}. \tag{1.2}$$

Nas reações que ocorrem na zona superior da mineralização sulfetada com continuidade elétrica, os elétrons necessários são oriundos das reações que acontecem na parte inferior do corpo condutor. A energia necessária para manutenção do processo provém do oxigênio atmosférico dissolvido nas águas pluviais as quais penetram no subsolo.

Para quantificar a teoria, Sato e Mooney (1960) utilizaram medidas diretas da variação do pH e o E_h no interior e proximidades de diversas mineralizações de sulfetos existentes em

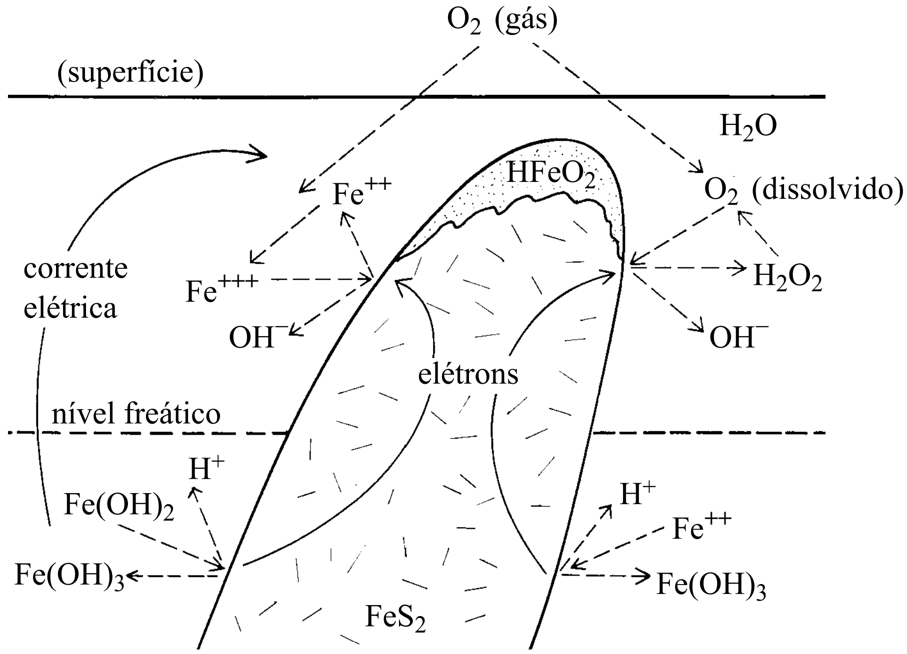


Figura 1.1: Mecanismo eletroquímico para o potencial de mineralização (adaptado de Sato e Mooney, 1960)

várias zonas mineiras dos estados do Arizona e Utah, Estados Unidos da América. Os autores concluíram que, na maioria dos casos, as condições naturais são tais que as mineralizações se encontram em seu "domínio de estabilidade", não participando das reações químicas que ocorrem, servindo apenas como condutores eletrônicos.

Segundo esses autores, se espera pequenos valores para o potencial espontâneo em regiões áridas. O baixo nível freático e zona de oxidação profunda são comuns em regiões desérticas. Grande parte da redução do potencial ocorre na vizinhança do topo não oxidado do corpo mineralizado, que encontra-se profundo. Além disso, a umidade do solo pode ser inadequado para sustentar as reações.

As regiões árticas são desfavoráveis ao fenômeno do potencial espontâneo. A baixa temperatura do solo retarda as taxas das reações químicas. O "permafrost" e outras camadas congeladas impedem fortemente a condução iônica.

A teoria destes autores implica que o fenômeno SP também pode ocorrer sob condições que anteriormente se julgavam inadequadas. Por exemplo, uma delas é a não necessidade de uma faixa contínua no corpo mineralizado, que posiciona-se parcialmente acima e abaixo do nível d'água. Então, seriam condições ideais, mas não imprescindíveis. Uma disseminação de sulfetos pode gerar polarização espontânea, desde que a separação entre grãos minerais seja pequena, e a condução entre eles possa ocorrer ionicamente dentro de certas condições.

1.1.2 Potencial de junção líquida ou difusão

O potencial de junção líquida, também conhecido como potencial de difusão, resulta da difusão seletiva dos íons entre duas soluções em contato, com diferentes concentrações iônicas. A difusão seletiva decorre da diferença entre as mobilidades dos cátions e dos ânions em solução. Dessa forma, a solução passa a ter a carga do íons de maior mobilidade. No caso envolvendo os íons Cl^- e Na^+, a mobilidade iônica do ânion é maior que a do cátion e o lado diluído da junção torna-se carregado negativamente e o lado concentrado carregado positivamente, como mostra a Figura 1.2. No equilíbrio, o potencial através da junção

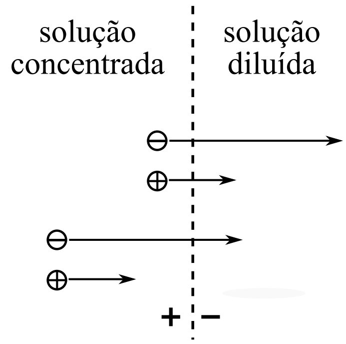


Figura 1.2: Esquema do potencial de junção líquido/líquido (modificado de Jorden e Campbell, 1986)

compensa exatamente a diferença de mobilidade, de modo que as taxas líquidas de difusão do Cl^- e Na^+ tornam-se iguais (Jorden e Campbell, 1986).

Para soluções diluídas de sais com diferentes concentrações, o potencial de difusão é dado por

$$E_d = \left[\frac{m_c - m_a}{m_c + m_a}\right] \frac{RT}{nF} \ln \frac{C_1}{C_2} \tag{1.3}$$

onde m_a e m_c são as mobilidades do ânion e cátion respectivamente em unidade de campo elétrico (m^2/Vs), n é a valência dos íons, R é a constante dos gases (8,314 J/°C), F é a constante de Faraday ($9{,}65 \times 10^4$ C/mol), T é a temperatura absoluta e C_1, C_2 são concentrações das soluções. Em soluções de NaCl, $m_a/m_c = 1{,}49$ a 25 °C.

O potencial espontâneo gerado pelo potencial de difusão é importante na perfilagem elétrica de poços para a determinação das porosidades das litologias.

1.1.3 Potencial de membrana ou Nernst

Segundo Jorden e Campbell (1986), o potencial de membrana, também chamado de potencial de Nernst, é gerado pela força elétrica e difusão. A força elétrica decorre da atração mútua entre partículas com cargas elétricas opostas (positivas e negativas) e a repulsão mútua entre partículas com o mesmo tipo de carga. A difusão surge da tendência estatística das partículas redistribuírem-se das regiões onde são concentradas para as regiões onde a concentração é baixa (devido à energia térmica). Considerando uma membrana composta de argila separando duas soluções iônicas com diferentes concentrações, mostrado na Figura 1.3, e que as

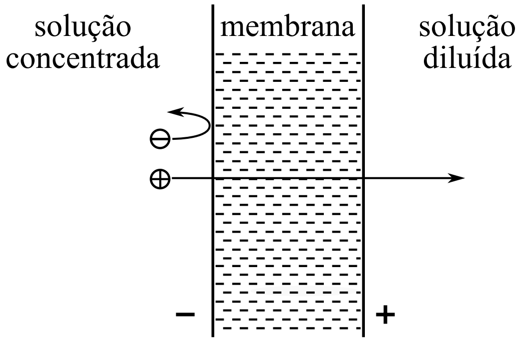


Figura 1.3: Esquema do potencial de membrana (modificado de Jorden e Campbell, 1986)

partículas de argila possuem carga elétrica negativa, a membrana permite a passagem dos cátions e inibe a passagem dos ânions.

A solução diluída torna-se carregada positivamente enquanto a solução concentrada carrega-se negativamente. O potencial de membrana é calculado através da expressão:

$$E_m = \frac{RT}{Fn} \ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right). \tag{1.4}$$

Cada folhelho apresenta um potencial de membrana diferente, a depender da sua composição mineralógica, do tipo e concentração dos seus argilominerais e da sua respectiva capacidade de troca iônica.

1.1.4 Potencial eletrocinético

Segundo Telford et al. (1976), o potencial eletrocinético, também chamado de potencial de transmissão, é um efeito observado quando uma solução de resistividade ρ e viscosidade η é forçada através de um meio capilar ou poroso. O potencial resultante entre as extremidades da passagem é dado por:

$$E_k = \frac{\phi \Delta P \varepsilon \rho}{4\pi\eta} \tag{1.5}$$

onde ϕ é potencial de adsorção, ΔP, a diferença de pressão e ε, a constante dielétrica da solução.

Devido à sua porosidade, a rochas pode ser considerada como uma rede de capilares, através dos quais podem infiltrar-se os eletrólitos. As paredes dos grãos minerais absorvem cargas de um sinal e o eletrólito a de sinal oposto, formando uma dupla camada elétrica (Lowrie, 2007).

Na perfuração de poço, o movimento do filtrado da lama através do reboco localizado na parede do poço gera uma força eletromotriz de origem eletrocinética E_{kmc}, e, também, se produz uma força eletromotriz eletrocinética através dos folhelhos E_{ksh}. Essas forças contribuem para maiores desvios da curva de Potencial Espontâneo.

O potencial eletrocinético é influenciado pela interação entre o líquido e a superfície do sólido (um efeito chamado potencial zeta). A tensão pode ser positiva ou negativa e pode ascender a algumas centenas de milivolts. Este tipo de auto potencial pode ser observado em conjunto com a infiltração de água de barragens no fluxo de água subterrânea através de diferentes unidades litológicas (Lowrie, 2007).

O potencial eletrocinético é variável com a temperatura pois este fator influencia a viscosidade e condutividade dos eletrólitos. Por ser variável com o tempo, a filtração dos eletrólitos através dos poros das rochas é dinâmica, podendo provocar variações nos valores do potencial espontâneo. Também, por depender da permeabilidade da rocha e do tamanho dos poros, o potencial varia mais rapidamente com a fluidez do líquido, portanto com a velocidade com a qual os íons podem ser transportados.

1.2 Polarização elétrica induzida (IP)

De acordo com Bertin e Loeb (1976), o cientista francês, Conrad Schlumberger, desenvolveu muitos trabalhos para o avanço da técnica de resistividade e potencial espontâneo, e a ele se credita a descoberta do fenômeno de polarização induzida (IP), tendo cunhado o conceito de “Polarização Provocada”. As primeiras medidas no domínio do tempo foram realizadas antes de 1920 em depósitos de sulfetos metálicos. Com a tecnologia da época, não houve sucesso na medida dos fracos sinais de IP, a ponto dele ter aplicado o método do potencial espontâneo para a exploração mineral, pois os sinais de SP são mais intensos e a operação de campo é mais simples que o do IP.

O fenômeno IP é conhecido atualmente pelos geofísicos como o comportamento elétrico das rochas, pelo qual elas se tornam, sob certas condições, mais condutivas eletricamente para valores crescentes de frequência. O fenômeno tem sido observado em ambos os domínios, do tempo e da frequência, no campo e no laboratório, com diversos tipos de rochas. A condição necessária é que a rocha seja mineralizada contendo materiais semicondutores, na forma de partículas disseminadas e veios, ou também que a rocha contenha partículas disseminadas de argilo-minerais ou de grafite (Dias, 2017).

A presença de minerais condutores ou semicondutores, como sulfetos, óxidos e metais, disseminados nas rochas, é um excelente alvo para o método IP, e, no entanto, a presença de argilo-minerais tem sido uma fonte perturbadora de ruído.

A condução de eletricidade nas rochas é devido, principalmente, à presença de soluções eletrolíticas nos espaços capilares dos seus poros. Dois mecanismos de polarização têm sido largamente aceitos como os principais responsáveis por esses fenômenos. O primeiro é conhecido como polarização de membrana. Trata-se do bloqueio parcial do caminho de passagem dos íons da solução iônica. O bloqueio é devido às partículas disseminadas de argilo-minerais depositadas nos poros da rocha. Essas partículas, trocam os íons positivos da sua rede cristalina por íons de menor valência da solução nas camadas mais superficiais do mineral, tornam-se carregadas negativamente, gerando assim uma superfície eletrizada (Dias, 2017). O segundo desses efeitos é conhecido como polarização de eletrodo. Trata-se do bloqueio do caminho dos íons da solução iônica, por partículas de minerais condutores disseminadas, mudando a forma de condução elétrica de iônica pra eletrônica nestas partículas.

1.2.1 Polarização de membrana

Quando minerais metálicos estão ausentes nas rochas ou ocorrem disseminados, a forma preponderante da condução elétrica é a eletrolítica. Portanto, é necessário a existência de poros na estrutura da rocha, para permitir o fluxo de corrente elétrica, através do deslocamento dos íons. A maioria dos minerais das rochas, especialmente as argilas, tem uma rede de cargas negativas na interface superfície-fluido do poro. Como consequência, os íons positivos são atraídos e os negativos são repelidos por essa interface, conforme esquema mostrado na Figura 1.4. Essa concentração de íons positivos pode se estabelecer na zona do fluído até

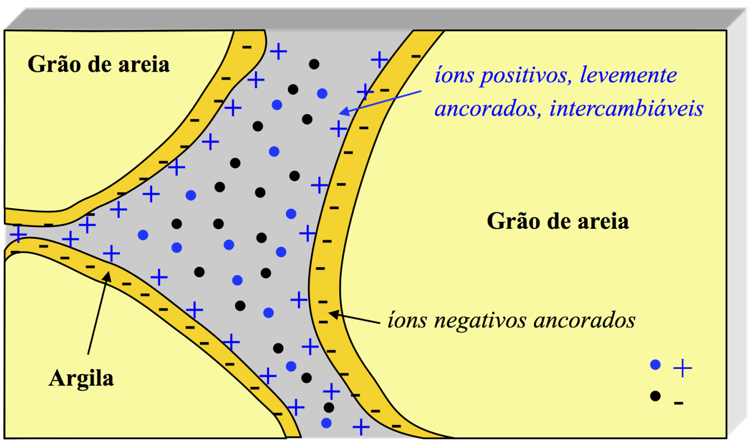


Figura 1.4: Ilustração do fenômeno de polarização de membrana (Sato, 2002).

a profundidade da espessura do próprio poro. Se isso ocorrer, quando um campo elétrico for aplicado, os íons negativos se acumularão em uma extremidade da zona, e deixarão a outra vazia, resultando na polarização, conforme ilustrado na Figura 1.5, e, como resultado,

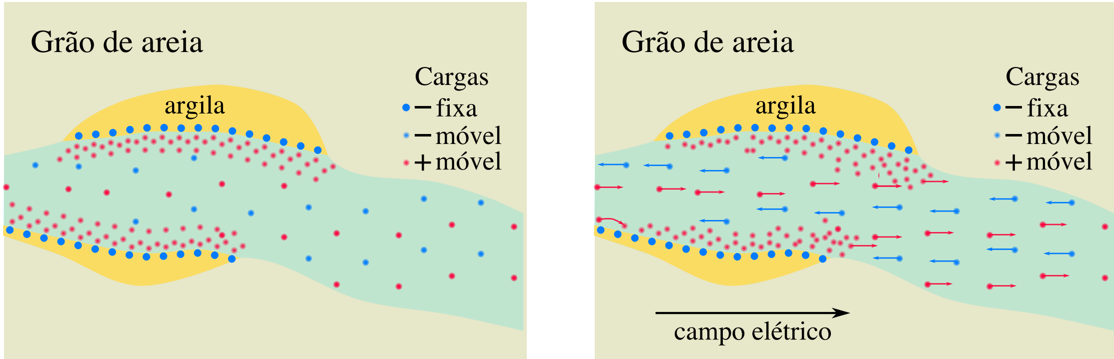


Figura 1.5: Polarização de membrana (Sato, 2002).

o fluxo iônico é impedido. Quando o campo elétrico externo é removido, os íons retornam às suas posições originais em um intervalo de tempo finito (Telford et al., 1990).

A magnitude da polarização de membrana é maior na presença de minerais de argilas. Entretanto, essa magnitude não cresce paulatinamente com a concentração de argila, mas atinge o máximo e decresce. Isso ocorre se houver uma passagem alternativa mais condutiva do que o caminho onde ocorre o acúmulo de íons, caso contrário tanto o fluxo de corrente elétrica como a polarização são reduzidos. O aumento da salinidade do fluido do poro também provoca uma queda no efeito de polarização.

1.2.2 Polarização de eletrodo

Esse tipo de polarização ocorre quando minerais metálicos estão presentes na rocha e o fluxo de corrente é parcialmente eletrônico e parcialmente eletrolítico, conforme ilustrado na Figura 1.6. Quando há um mineral metálico, nuvens de cargas de sinais opostos são

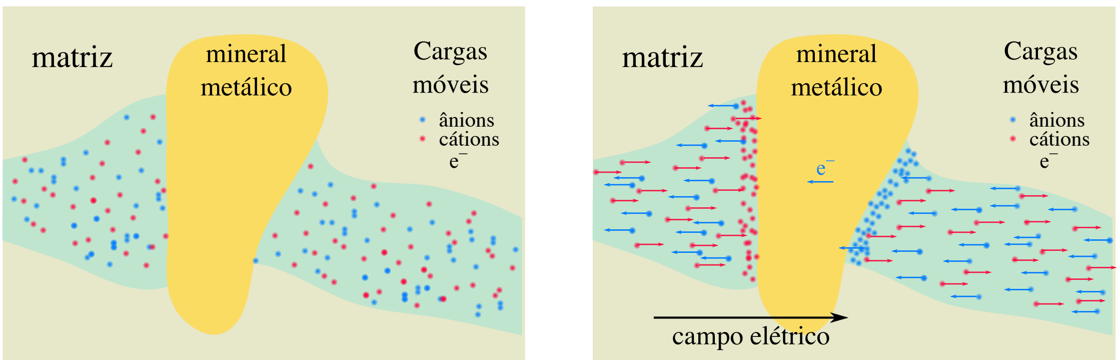


Figura 1.6: Ilustração do fenômeno de polarização de eletrodo (Sato, 2002).

formadas em cada face, resultando em um acúmulo de íons no eletrólito adjacente a cada face. A ação é de eletrólise, de forma que, quando a corrente elétrica flui, ocorrem trocas de elétrons entre o metal e os íons da solução, provocando uma variação de potencial elétrico conhecido como sobrevoltagem (*overvoltage*).

Esse efeito de sobrevoltagem é a energia potencial extra requerida para iniciar processos eletroquímicos, particularmente a transferência de elétrons. Outro aspecto que contribui para a sobrevoltagem é o gradiente de concentração iônica da solução na interface. Como a velocidade do fluxo de corrente no eletrólito é muito menor do que no metal, o acúmulo de íons é mantido pela voltagem externa. Quando a corrente é interrompida, a voltagem residual decai conforme os íons retornam ao seu estado de equilíbrio.

A magnitude de polarização de eletrodo depende do campo elétrico externo e também das características do meio. Ela varia diretamente com a concentração de minerais, mas, como é um fenômeno de superfície, deve ser maior quando o mineral é disseminado do que quando é maciço (Telford et al., 1990).

1.2.3 Modelos de circuitos equivalentes

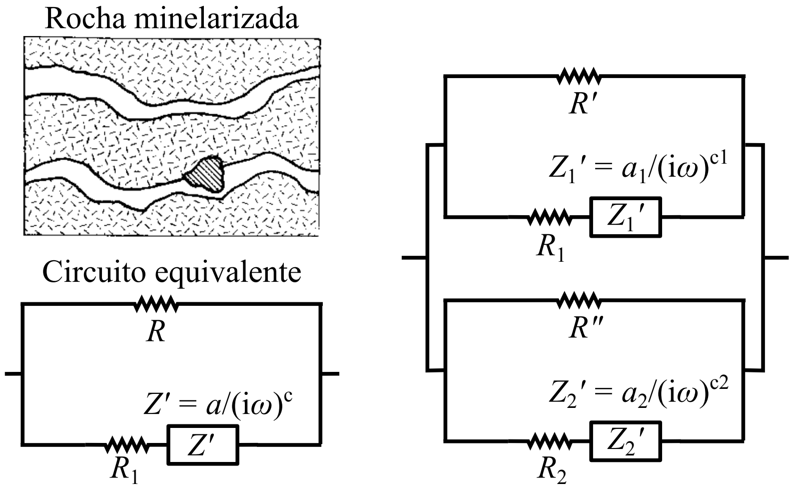
Modelos para representar o fenômeno da polarização elétrica induzida usando circuitos analógicos equivalentes e suas expressões analíticas correspondentes têm sido propostos por diversos autores (Dias, 2000; Lima, 2014).

A maneira de tratar utilizando circuitos analógicos reside na especificação, a nível microscópio, dos mecanismos físico-químicos que operam nos poros de rochas que possuem partículas metálicas ou argilas disseminadas. Essa identificação permite introduzir um elemento de circuito correspondente a cada mecanismo operante (Lima, 2014). Com base na Tabela 1 de Dias (2000), verifica-se que todos os modelos equivalentes apresentados contêm resistências elétricas, e, pelo menos, um elemento cuja impedância é uma função complexa da frequência. Em alguns casos, trata-se de um capacitor, cuja impedância é proporcional a $1/(\mathrm{i}\omega)$, e, em outros, trata-se de um elemento cuja impedância é proporcional a $1/(\mathrm{i}\omega)^c$, sendo denominada impedância de Warburg se $c = 1/2$.

Ainda, segundo Dias (2000), dois modelos podem ser considerados quando aplicados a dados experimentais por ele estudados. O modelo Multi Cole-Cole e o dele próprio que serão mostrados a seguir.

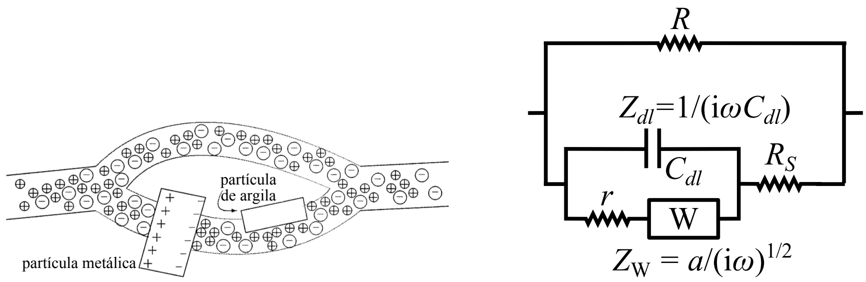
O modelo Multi Cole-Cole é constituído replicando-se o modelo Cole-Cole em um circuito paralelo (Pelton et al., 1978), ambos mostrados na Figura 1.7, e utilizam elementos de impedância proporcionais a $1/(\mathrm{i}\omega)^c$. Dias (2000) apresenta um modelo, conforme a Figura 1.8, que contém dois elementos cujas impedâncias variam de maneiras distintas: o tipo capacitivo, $1/(\mathrm{i}\omega)$, e o segundo é a impedância de Warburg, $1/(\mathrm{i}\omega)^{1/2}$.

Assim, usando a representação na forma de resistividade (Dias, 2000), considerando que ρ_0 é a resistividade à frequência zero, as expressões para esses três modelos são:



(a) Modelo Cole-Cole (b) Modelo Multi Cole-Cole

Figura 1.7: Modelos de polarização elétrica Cole-Cole e Multi Cole-Cole (adaptados de Pelton et al., 1978)



(a) Esquema da polarização elétrica de rocha a baixa frequência (b) Circuito análogo equivalente fundamental

Figura 1.8: Modelo de circuito de Dias para polarização de eletrodo e membrana (Dias, 2000)

Cole-Cole

$$\rho = \rho_0 \left[1 - m\left(1 - \frac{1}{1+(\mathrm{i}\omega\tau)^c}\right)\right], \tag{1.6}$$

onde $m = R/(R + R_1)$, e $\tau = [(R + R_1)/a]^{1/c}$.

Multi Cole-Cole

$$\rho = \rho_0 \left[1 - m_1\left(1 - \frac{1}{1+(\mathrm{i}\omega\tau_1)^{c_1}}\right)\right]\left[1 - m_2\left(1 - \frac{1}{1+(\mathrm{i}\omega\tau_2)^{c_2}}\right)\right], \tag{1.7}$$

onde $m_1 = R'/(R' + R_1)$, $\tau_1 = [(R' + R_1)/a_1]^{1/c_1}$, $m_2 = R''/(R'' + R_2)$, e $\tau_2 = [(R'' + R_2)/a_2]^{1/c_2}$.

Dias

$$\rho = \rho_0 \left[1 - m\left(1 - \frac{1}{1+\mathrm{i}\omega\tau'(1+1/\mu)}\right)\right], \tag{1.8}$$

onde $m = R/(R + R_S)$, $\tau' = (R + R_s)C_{dl}$, $\mu = \mathrm{i}\omega\tau + (\mathrm{i}\omega\tau'')^{1/2}$, sendo $\tau = rC_{dl}$, $\tau'' = (aC_{dl})^2$.

O parâmetro m (e também m_1 e m_2) é definido como "cargabilidade" (Pelton et al., 1978; Dias, 2000), sendo expresso por $m = (\rho_0 - \rho_\infty)/\rho_0$, onde ρ_∞ a resistividade a uma frequência muito alta. Este parâmetro é uma grandeza adimensional entre 0 e 1, corresponde à dispersão máxima na amplitude da resistividade como uma função da frequência, e seu valor mínimo ocorre nas altas frequências. Ainda, segundo Dias (2000), os tempos de relaxação (τ, τ', τ'') estão relacionados a diferentes modos de relaxação no circuito fundamental representado na Figura 1.8. Analogamente, esse conceito pode ser estendido aos parâmetros similares dos modelos Cole-Cole e Multi Cole-Cole.

1.2.4 Medição da polarização induzida

Como na eletrorresistividade, o efeito IP é medido pela aplicação de uma corrente elétrica artificial em um terreno através de dois eletrodos. A medição é feita durante o intervalo de tempo em que fluxo de corrente encontra-se cortado. Este processo é, tipicamente, da medição do IP no domínio do tempo. No domínio da frequência, as medidas de resistividade aparente são feitas em duas ou mais frequências.

Medida no domínio do tempo

No domínio do tempo, o comportamento da voltagem tem a forma indicada na Figura 1.9. A voltagem V_C é o valor antes do instante em que o campo elétrico externo, polarizador,

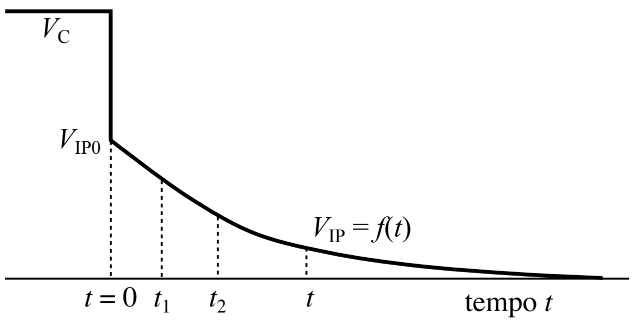


Figura 1.9: Decaimento do potencial após o corte do campo elétrico (Sato, 2002)

é anulado. Após essa interrupção, a voltagem cai rapidamente para o valor V_{IP0} e decai lentamente com o tempo.

Segundo Sato (2018), a técnica de se medir o fenômeno IP no domínio do tempo tem apresentado variações devido ao desenvolvimento tecnológico, especialmente, a eletrônica e o controle digital incluindo o processamento de dados. Na eletrônica, destacam-se os conversores analógico-digital (AD) e, no controle digital, o comando do equipamento é feito por sistemas computadorizados que analisam, em tempo real, a qualidade da medição.

- Polarizabilidade - Denomina-se Polarizabilidade (Bertin e Loeb, 1976), a razão da voltagem residual existente $V_{\text{IP}}(t)$ em um instante t após a corrente ter sido cortada, para a voltagem inicial V_C, estabelecida durante o intervalo em que o campo elétrico externo existia. A razão $V_{\text{IP}}(t)/V_C$ é expressa em mV/V e, nesse caso, varia com o tempo. Na prática, o intervalo de tempo analisado pode variar de 0,1 a 10 s. Ainda segundo esses autores, o valor V_{IP0} é equivalente a uma sobrevoltagem causada pelo fenômeno IP.

- "Cargabilidade" - A integração da curva de descarga durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, é expresso por

$$M = \frac{1}{V_C} \int_{t_1}^{t_2} V(t)\, \mathrm{d}t, \tag{1.9}$$

  é denominada "cargabilidade" aparente, e tem unidade de tempo. Se o intervalo de integração fosse de 0 a ∞, a grandeza seria a "cargabilidade". As medidas reais típicas são em milissegundos.

Medida no domínio da frequência

A medida no domínio da frequência é, em geral, a determinação da resistividade como função da frequência. Nos primórdios, não eram mais do que duas frequências. Com a evolução instrumental, tornou-se possível realizar a medição em inúmeras frequências, constituindo-se no método CR (*Complex resistivity*), que mede o valor absoluto e a fase dessa resistividade complexa.

Efeito de frequência (FE) Supondo duas medições da resistividade aparente, o efeito de frequência, FE (*Frequency Effect*), é definido de diversas formas (Bertin e Loeb, 1976), por exemplo,

$$\text{FE} = \frac{(\rho_{\text{dc}} - \rho_{\text{ac}})}{\rho_{\text{ac}}} \text{ ou FE} = \frac{(\rho_{\text{dc}} - \rho_{\text{ac}})}{\rho_{\text{dc}}} \text{ ou FE} = \frac{(\rho_{\text{dc}} - \rho_{\text{ac}})}{\sqrt{\rho_{\text{dc}}\rho_{\text{ac}}}}. \tag{1.10}$$

As resistividades ρ_{dc} e ρ_{ac} são resistividades aparentes medidas em corrente contínua, ou seja, frequência zero e em altas frequências. Na prática, as medidas são realizadas no intervalo de 0,1 a 10Hz, e ρ_{dc} é o valor obtido usando-se a menor frequência.

Por serem valores menores que um e pequenos, é usual referir-se ao FE na forma percentual:

$$\text{PFE} = \text{FE} \times 100\%. \tag{1.11}$$

Fator Metálico (MF) Pelo fato do FE variar com a resistividade efetiva da rocha encaixante (Telford et al., 1976), ou seja, depende do tipo de eletrólito, temperatura e o tamanho dos poros, se faz uma correção, originalmente sugerida por Marshall e Madden (1959 apud Telford et al., 1976), através da divisão do FE pela resistividade, em geral, resultando na equação

$$\mathrm{MF} = \frac{(\rho_{\mathrm{dc}} - \rho_{\mathrm{ac}})}{\rho_{\mathrm{dc}}\rho_{\mathrm{ac}}} = \frac{1}{\rho_{\mathrm{ac}}} - \frac{1}{\rho_{\mathrm{dc}}} \tag{1.12}$$

Esse conceito pode ser estendido para as medidas de IP no domínio do tempo, calculando-se a razão entre a polarizabilidade ou "cargabilidade" e a resistividade (Bertin e Loeb, 1976).

Relação entre as medidas nos domínios do tempo e da frequência

Seguindo Telford et al. (1990), existe, teoricamente, uma relação entre as medidas de IP nos dois domínios, todavia, na prática, essa transformação é difícil de ser feita.

1.3 Método da eletrorresistividade

O potencial elétrico na superfície ou no interior da terra depende das intensidades e localizações das fontes de correntes elétricas artificiais e das estruturas geoelétricas em subsuperfície, portanto, das suas formas e das resistividades das rochas que as compõem.

No método da eletrorresistividade, basicamente, usando valores de potenciais elétricos tomados em diversos pontos, procura-se inferir as formas das estruturas em subsuperfície e as resistividades elétricas. A resistividade elétrica das rochas relacionam-se aos mecanismos de condução elétrica nos materiais e, tipicamente, prevalece a condução eletrolítica nas soluções líquidas contidas nos poros das rochas. A presença de minerais metálicos e grafita na matriz das rochas pode contribuir desde que haja significativa continuidade para que a condução eletrônica contribua. Por isso, fica prejudicada a condução elétrica em rochas nos ambientes áridos ou congelados.

O método emprega uma corrente elétrica artificial contínua ou alternada de baixa frequência (inferior a 10 Hz), injetada no terreno por meio de dois eletrodos localizados na superfície ou no seu interior. Desta forma, a redistribuição de cargas elétricas superficiais e volumétricas contribuem para formar e sustentar um campo elétrico artificial em um volume em torno dos eletrodos. Através de outros eletrodos, mede-se a diferença de potencial entre pontos distribuídos na região.

Segundo Telford et al. (1976), a técnica de resistividade é mais preciso, pelo menos teoricamente, a todos os outros métodos elétricos, porque os resultados quantitativos são obtidos usando uma fonte controlada de dimensões específicas. Praticamente, como em outros métodos geofísicos, as potencialidades máximas de resistividade nunca são realizadas. A principal desvantagem é a sua alta sensibilidade a pequenas variações na condutividade perto da superfície, na linguagem eletrônica, o nível de ruído é alto.

1.3.1 Potencial elétrico em um meio homogêneo

Duas formulações de potencial elétrico são importantes considerando dois casos: (i) fonte de corrente pontual no interior de um espaço infinito e (ii) fonte de corrente pontual na interface, ou superfície, de um semiespaço infinito. Esses dois casos encontram-se vastamente documentados na literatura, por exemplo, Keller e Frischknecht (1966) e Telford et al. (1990). Assim, o potencial elétrico V é expresso por

$$V(r) = \frac{\rho I}{4\pi r}, \tag{1.13}$$

para o primeiro caso, e

$$V(r) = \frac{\rho I}{2\pi r}, \tag{1.14}$$

para o segundo caso, onde ρ é a resistividade elétrica do meio, I, a intensidade da fonte de corrente, r, a distância à fonte de corrente.

Considerando um ponto A, onde se localiza a fonte de corrente $+I$, um segundo ponto B, onde se localiza outra fonte de corrente $-I$, o potencial elétrico em um ponto M é expresso por

$$V_{\mathrm{M}} = V(\mathrm{AM}) - V(\mathrm{BM}). \tag{1.15}$$

Similarmente, o potencial em um ponto N é expresso por:

$$V_{\mathrm{N}} = V(\mathrm{AN}) - V(\mathrm{BN}), \tag{1.16}$$

de forma que a diferença de potencial entre M e N é dado por:

$$\Delta V_{\mathrm{MN}} = V_{\mathrm{M}} - V_{\mathrm{N}}. \tag{1.17}$$

Usando a expressão do potencial para o caso do espaço, a expressão para ΔV_{MN} fica

$$\Delta V_{\mathrm{MN}} = \frac{\rho I}{4\pi}\left(\frac{1}{\mathrm{AM}} - \frac{1}{\mathrm{BM}} - \frac{1}{\mathrm{AN}} + \frac{1}{\mathrm{BN}}\right), \tag{1.18}$$

enquanto que, para o caso do semiespaço, se tem

$$\Delta V_{\mathrm{MN}} = \frac{\rho I}{2\pi}\left(\frac{1}{\mathrm{AM}} - \frac{1}{\mathrm{BM}} - \frac{1}{\mathrm{AN}} + \frac{1}{\mathrm{BN}}\right), \tag{1.19}$$

onde AM, BM, AN, e BN são as distâncias entre os pontos A e B e os pontos M e N. Estas duas últimas expressões permitem estimar (calcular) o valor da diferença de potencial que seria medido nas condições de resistividade, intensidade de corrente e distâncias indicadas. Isolando-se a variável resistividade nestas duas expressões, se tem, respectivamente:

$$\rho = \frac{\Delta V_{\mathrm{MN}}}{I} \frac{4\pi}{\left(\frac{1}{\mathrm{AM}} - \frac{1}{\mathrm{BM}} - \frac{1}{\mathrm{AN}} + \frac{1}{\mathrm{BN}}\right)}, \tag{1.20}$$

$$\rho = \frac{\Delta V_{\mathrm{MN}}}{I} \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{\mathrm{AM}} - \frac{1}{\mathrm{BM}} - \frac{1}{\mathrm{AN}} + \frac{1}{\mathrm{BN}}\right)}. \tag{1.21}$$

1.3.2 Resistividade aparente

Enquanto as equações 1.18 e 1.19 estimam as diferenças de potenciais, as equações 1.20 e 1.21 podem ser usadas para calcular a resistividade do espaço ou do semiespaço, respectivamente, se fosse feito um experimento com os quatro eletrodos, injetando a corrente I e medindo-se a diferença de potencial.

Nada impede, contudo, que as equações 1.20 e 1.21 sejam utilizadas em condições de heterogeneidades e o valor da resistividade assim calculada é denominada resistividade aparente (ρ_a).

A equação 1.20 é utilizada para se definir a resistividade aparente para a perfilagem elétrica de poços. Por outro lado, a equação 1.21 define a resistividade aparente supondo medidas tomadas na superfície de um semiespaço, constituindo-se no método da eletrorresistividade.

1.3.3 Arranjo de eletrodos na superfície

Para realizar um levantamento elétrico, existem inúmeros arranjos padronizados (Keller e Frischknecht, 1966; Telford et al., 1990), os quais são escolhidos de acordo com o objetivo da aquisição geofísica. A seguir, apenas os arranjos Wenner e dipolo-dipolo serão considerados pois são os utilizados nos capítulos seguintes.

Arranjo Wenner

A configuração Wenner, conforme a Figura 1.10, constitui-se de quatro eletrodos em linha, sequencialmente equidistanciados. Fazendo a substituição das distâncias na equação 1.21, se tem

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I}\, 2\pi a \tag{1.22}$$

Para uma exploração em profundidade, os eletrodos são expandidos sobre um centro fixo, aumentando-se o espaçamento a em etapas. Para exploração ou mapeamento lateral, o espaçamento permanece constante e os quatro eletrodos são movidos ao longo da linha,

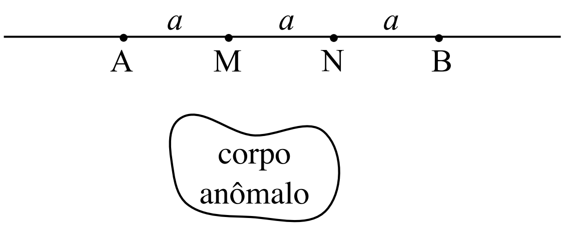


Figura 1.10: Arranjo Wenner

depois em outra linha e assim por diante. No mapeamento, a resistividade aparente para cada posição dos eletrodos é plotada na posição do seu centro (Telford et al., 1990).

Arranjo dipolo-dipolo

O arranjo dipolo-dipolo, conforme a Figura 1.11, é utilizado na mineração, prospecção de

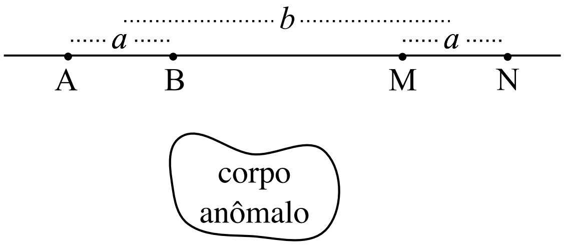


Figura 1.11: Arranjo dipolo-dipolo

água subterrânea, estudos ambientais e geologia de engenharia. Neste arranjo, os eletrodos são dispostos em linha e o espaçamento ou abertura entre os dois eletrodos de corrente e de potencial permanece fixo durante todo o levantamento. A aquisição dos dados de campo executa uma série de medidas mantendo-se fixo o espaçamento dos dipolos de emissão AB e recepção MN, aumentando-se a separação entre esses eletrodos.

Fazendo a substituição das distâncias na equação 1.21, se tem

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} \, \frac{\pi(b-a)\, b\, (b+a)}{a^2}. \tag{1.23}$$

É comum utilizar a distância $b = (n+1)a$, onde $n = 1, 2, 3, \ldots$. Nesse caso, a resistividade aparente é dada por

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} \, \pi a n (n+1)(n+2). \tag{1.24}$$

Cada valor de n corresponde a um nível de investigação em profundidade (Gandolfo, 2007).

Quanto maior for n, maiores profundidades poderão ser alcançadas. Para o caminhamento, todo arranjo é deslocado de uma distância geralmente igual a um espaçamento entre dipolos. O arranjo possui muitas vantagens: a principal delas é o fato de ser um arranjo simétrico, sendo mais fácil o correto posicionamento lateral de uma anomalia na interpretação qualitativa de uma seção.

A desvantagem do arranjo dipolo-dipolo é a baixa razão sinal/ruído que ele apresenta, quando torna-se grande a separação entre os pares de dipolos. Oferece grande desempenho no mapeamento de estruturas verticais, mas não é muito adequado para identificação de estruturas horizontais.

Dados de resistividade aparente obtidos com o arranjo dipolo-dipolo são lançados na forma de uma seção construída com pseudo profundidades. Cada medida é associado a um ponto localizado horizontalmente no ponto central entre os eletrodos e a uma pseudo profundidade igual à distância horizontal entre o centro do arranjo e o centro do dipolo AB ou do MN, conforme ilustrado na Figura 1.12.

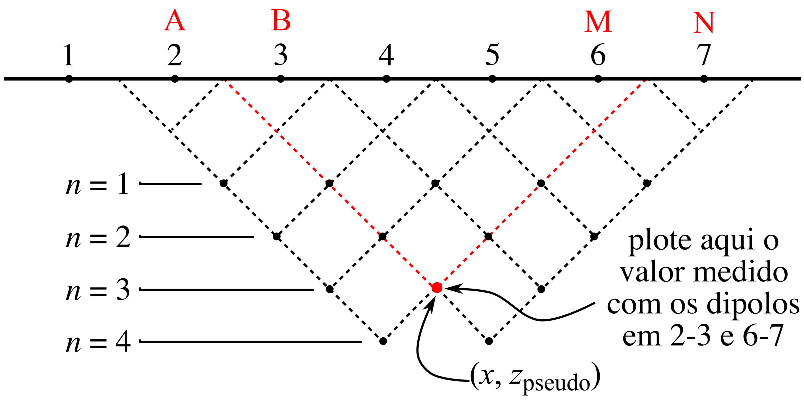


Figura 1.12: Esquema de construção de seção com pseudo profundidades (adaptado de Telford et al., 1976)

Capítulo 2

Solução para camadas verticalizadas

A solução para o problema elétrico em um modelo de camadas verticalizadas é construída com base na solução do potencial elétrico em qualquer local em um meio formado por uma sucessão de camadas condutivas, homogêneas e isotrópicas, separadas por interfaces plano-paralelas com uma fonte de corrente elétrica em qualquer camada, detalhado no Apêndice A.

2.1 n Interfaces verticais

Agora será apresentado a solução do potencial elétrico para uma sucessão de camadas condutivas, homogêneas e isotrópicas, separadas por interfaces verticais, conforme mostra a Figura 2.1. Para o cálculo do potencial são utilizadas duas fontes de mesma intensidade,

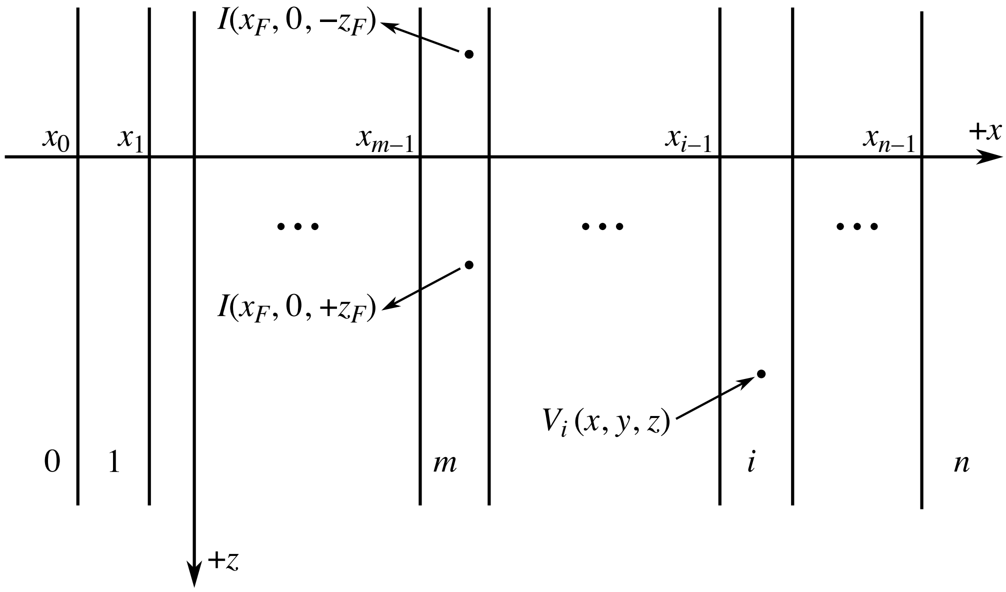


Figura 2.1: Modelo de camadas verticais com duas fontes de corrente (adaptado de Sato, 2002)

cujas posições estão entrelaçadas, e o potencial é calculado com base nessas fontes.

2.1.1 Potencial $V_{\perp i}$ da camada 0 a $\overline{m}$)

Repetindo a solução do potencial para n camadas horizontais dada pela equação A.29, para o intervalo de $i = 0, \ldots, \overline{m}$, se tem

$$V_i = \frac{I}{2\pi\sigma_m} \int_0^\infty \left[\frac{1 - g_i e^{-2\lambda(z - z_{i-1})}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(z_i - z_{i-1})}} \right] e^{-\lambda(z_F - z)} R_i J_0(\lambda r)\, d\lambda, \tag{2.1}$$

onde os parâmetros desta equação encontram-se discutidos e definidos no Apêndice A.

Fazendo as devidas substituições referente à mudança de coordenadas e considerando as duas fontes de corrente nas coordenadas $(x_F, 0, +z_F)$ e $(x_F, 0, -z_F)$, o potencial no ponto (x, y, z) é dado por

$$\begin{aligned} V_{\perp i} = \frac{I}{2\pi\sigma_m} \int_0^\infty & \left[\frac{1 - g_i e^{-2\lambda(x - x_{i-1})}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(x_i - x_{i-1})}} \right] e^{-\lambda(x_F - x)} R_i \\ & \left[J_0\left(\lambda\sqrt{(z - z_F)^2 + y^2}\right) + J_0\left(\lambda\sqrt{(z + z_F)^2 + y^2}\right) \right] d\lambda. \end{aligned} \tag{2.2}$$

2.1.2 Potencial $V_{\perp i}$ da camada $\underline{m}$ a n)

Analogamente à subseção prévia, repetindo a solução do potencial para n camadas horizontais dada pela equação A.29, para o intervalo de $i = \underline{m}, \ldots, n$, se tem

$$V_i = \frac{I}{2\pi\sigma_m} \int_0^\infty \left[\frac{1 - G_i e^{-2\lambda(z_i - z)}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(z_i - z_{i-1})}} \right] e^{-\lambda(z - z_F)} r_i J_0(\lambda r)\, d\lambda, \tag{2.3}$$

onde os parâmetros desta equação encontram-se discutidos e definidos no Apêndice A.

Fazendo as devidas substituições referente à mudança de coordenadas e considerando as duas fontes de corrente nas coordenadas $(x_F, 0, +z_F)$ e $(x_F, 0, -z_F)$, o potencial no ponto (x, y, z) é dado por

$$\begin{aligned} V_{\perp i} = \frac{I}{2\pi\sigma_m} \int_0^\infty & \left[\frac{1 - G_i e^{-2\lambda(x_i - x)}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(x_i - x_{i-1})}} \right] e^{-\lambda(x - x_F)} r_i \\ & \left[J_0\left(\lambda((z - z_F)^2 + y^2)^{1/2}\right) + J_0\left(\lambda((z + z_F)^2 + y^2)^{1/2}\right) \right] d\lambda. \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.2 Campos elétricos

Utilizando os resultados da seção anterior, serão obtidas as expressões para o campo elétrico $e_{\perp z,i}$ em qualquer ponto (x, y, z) no modelo ora sendo analisado.

Combinando os potenciais representados pelas equações 2.2 e 2.4, o campo elétrico na direção z pode ser expresso por

$$e_{\perp z,i} = \frac{I}{2\pi\sigma_m}\int_0^\infty \left[\frac{(z-z_F)J_1\left(\lambda((z-z_F)^2+y^2)^{1/2}\right)}{((z-z_F)^2+y^2)^{1/2}} + \frac{(z+z_F)J_1\left(\lambda((z+z_F)^2+y^2)^{1/2}\right)}{((z+z_F)^2+y^2)^{1/2}}\right] h_i\lambda\, d\lambda \tag{2.5}$$

onde

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{1-g_i e^{-2\lambda(x-x_{i-1})}}{1-g_iG_ie^{-2\lambda(x_i-x_{i-1})}} e^{-\lambda(x_F-x)}R_i & \text{quando } i = 0,\ldots,\overline{m} \\ \dfrac{1-G_i e^{-2\lambda(x_i-x)}}{1-g_iG_ie^{-2\lambda(x_i-x_{i-1})}} e^{-\lambda(x-x_F)}r_i & \text{quando } i = \underline{m},\ldots,n \end{cases}$$

2.2.1 Campo elétrico em $z = 0$

Fazendo $z = 0$ na expressão do campo elétrico $e_{\perp z,i}$ dada pela equação 2.5, se tem

$$e_{\perp z,i}\big|_{z=0} = \frac{I}{2\pi\sigma_m}\int_0^\infty \left[-\frac{z_FJ_1\left(\lambda(z_F^2+y^2)^{1/2}\right)}{(z_F^2+y^2)^{1/2}} + \frac{z_FJ_1\left(\lambda(z_F^2+y^2)^{1/2}\right)}{(z_F^2+y^2)^{1/2}}\right] h_i\lambda\, d\lambda \tag{2.6}$$

Nesta integral, o termo entre colchetes é nulo, e, portanto, o campo elétrico vertical é nulo em qualquer ponto do plano $z = 0$.

2.3 Potencial elétrico $V_{\perp z,i}(x, y, z)$

Então, como o modelo considerado é uma sucessão de camadas verticais em contato com um semiespaço infinitamente resistivo conforme mostra a Figura 2.2, o potencial elétrico deve

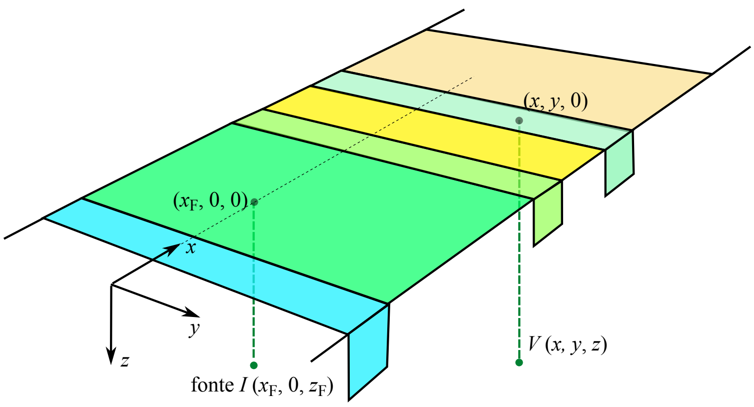


Figura 2.2: Modelo de uma terra com n camadas verticais (adaptado de Sato, 2002)

satisfazer à equação de Laplace em todos os pontos e às condições de contorno. A Figura 2.3 representa o plano $y = 0$, passando pela fonte de corrente. O potencial com duas fontes de

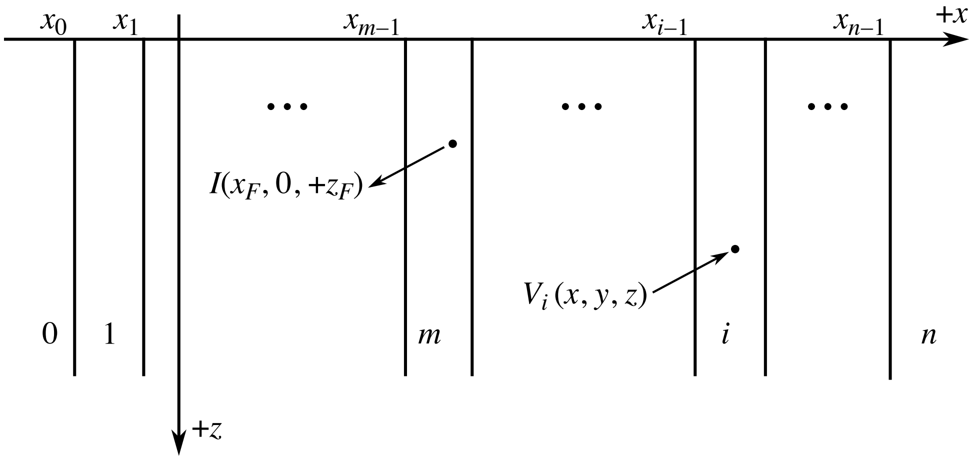


Figura 2.3: Modelo de uma terra com camadas verticais (adaptado de Sato, 2002)

corrente colocadas em uma posição estratégica satisfaz às equações de Laplace pela maneira como foi construída cada parcela, e sua combinação faz com que o campo elétrico vertical seja nulo em $z = 0$. Sendo assim, fica satisfeita a condição de Neumann devido a resistividade infinita do semiespaço representando o ar.

Concluindo, o potencial elétrico no interior de uma sucessão de contatos verticais é dado por

$$V_{\perp z,i} = \frac{I}{2\pi\sigma_m} \int_0^\infty h_i \left[J_0 \left(\lambda[(z - z_F)^2 + y^2]^{1/2} \right) \right. \\ \left. + J_0 \left(\lambda[(z + z_F)^2 + y^2]^{1/2} \right) \right] d\lambda \tag{2.7}$$

onde

$$h_i = \begin{cases} \dfrac{1 - g_i e^{-2\lambda(x - x_{i-1})}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(x_i - x_{i-1})}} e^{-\lambda(x_F - x)} R_i & \text{quando } i = 0, \ldots, \overline{m} \\ \dfrac{1 - G_i e^{-2\lambda(x_i - x)}}{1 - g_i G_i e^{-2\lambda(x_i - x_{i-1})}} e^{-\lambda(x - x_F)} r_i & \text{quando } i = \underline{m}, \ldots, n \end{cases}$$

e os demais parâmetros encontram-se definidos no Apêndice A.

Capítulo 3

Resistividade aparente Wenner sobre estruturas verticalizadas

As modelagens apresentadas a seguir são simulações de levantamento com o arranjo Wenner de forma que seus eletrodos são afastados gradativamente em direções formando ângulos variados em relação ao *strike* das camadas verticalizadas.

Para facilitar a análise, o número de camadas adotado será de três. Nas seções seguintes, encontram-se os estudos feitos com:

1. O centro do arranjo fixo colocado a diferentes distâncias da estrutura de três camadas como mostra a Figura 3.1, e a expansão nas direções formando ângulos de 90°, 60° ou 0°.

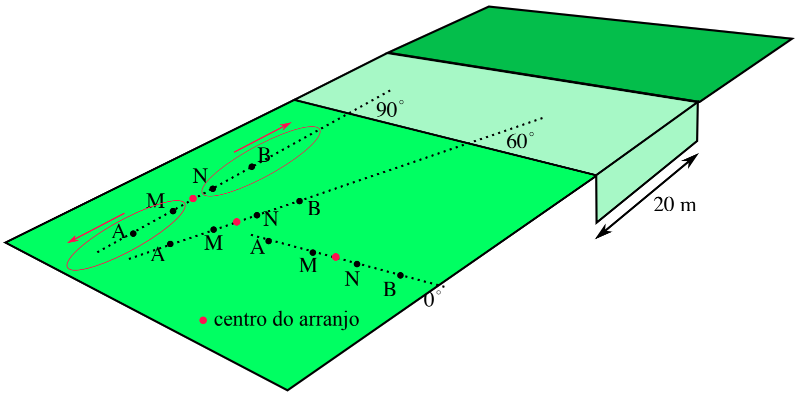


Figura 3.1: Esquema ilustrativo do arranjo Wenner com centro fixo.

2. O centro movendo-se com o parâmetro a fixo como mostra a Figura 3.2, nas direções formando ângulos de 90° ou 60°, com alguns valores do parâmetro a do arranjo Wenner.

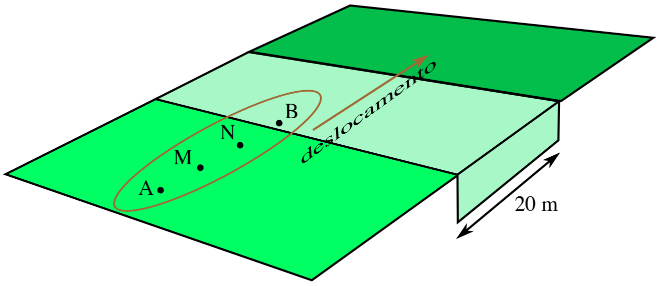


Figura 3.2: Esquema ilustrativo do arranjo Wenner com o parâmetro a fixo.

3.1 Expansão com centro fixo

É comum o método da eletrorresistividade com o arranjo Wenner ser realizado mantendo-se fixo o seu centro, com medidas tomadas para diversos valores de separação entre os eletrodos. Esse procedimento é conhecido como sondagem elétrica vertical (SEV), utilizado para estudos em ambientes geológicos onde se espera a predominância de camadas horizontalizadas.

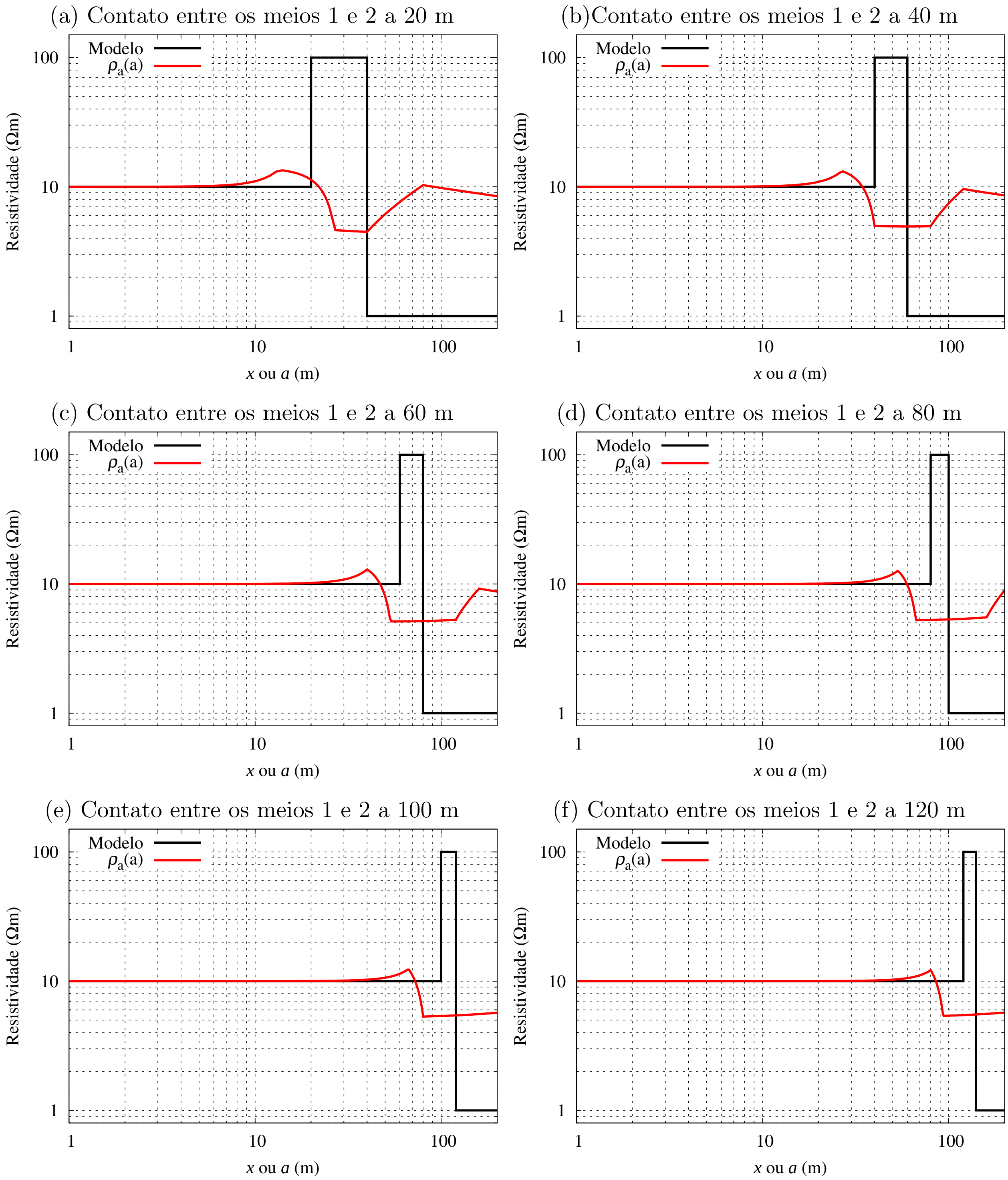
Neste estudo, as modelagens são feitas com o centro do arranjo fixo em um dos meios e a expansão em três direções distintas em relação ao "strike" das camadas: formando ângulos de 90°, 60° ou 0°.

3.1.1 Camada intermediária resistiva

A Figura 3.3 mostra a curvas das resistividades aparentes e a resistividade do modelo de três camadas verticalizadas com $\rho_1 = 10\ \Omega$m, $\rho_2 = 100\ \Omega$m e $\rho_3 = 1\ \Omega$m, com a segunda camada, de 20 m de largura, colocada a 6 distâncias do centro do arranjo, ou seja, o contato entre os meios 1 e 2 a 20, 40, 60, 80, 100 e 120 m. Em todos os casos, quando o arranjo Wenner é expandido perpendicularmente à estrutura de 3 camadas verticalizadas, as cúspides observadas nessas curvas ocorrem nos valores do parâmetro a em que os eletrodos B e N atingem sucessivamente as interfaces entre os meios. Para pequenos valores de a, o arranjo Wenner encontra-se totalmente instalado sobre o meio 1 e, portanto, a resistividade aparente é próximo de ρ_1.

Com o aumento do valor a, o eletrodo B aproxima-se do primeiro contato geoelétrico (meios 1 e 2), e a resistividade aumenta influenciado pela camada intermediária. Em seguida diminui para um patamar de resistividade aparente cujo valor encontra-se entre ρ_1 e ρ_2, e a sua largura aumenta com o afastamento do centro do arranjo, conforme se vê nas subfiguras (a) a (f). Este patamar é delimitado por duas cúspides associadas com a posição do eletrodo B no segundo contato e a do eletrodo N no primeiro.

Em seguida, a resistividade aparente eleva-se atingindo um valor quase constante, o qual, surpreendentemente, é bastante afastado do valor ρ_3. A causa desse comportamento



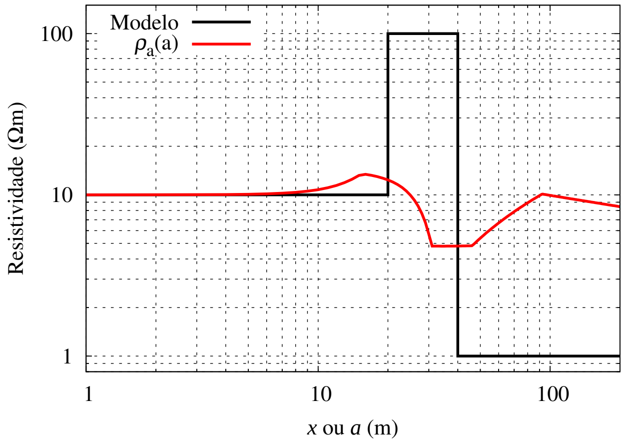
Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido perpendicularmente ao "strike" das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

Figura 3.3: Arranjo Wenner perpendicular a três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 100 Ωm, 1 Ωm com o aumento de a é o fato dos eletrodos A e M estarem no meio 1 e os eletrodos B e N no meio 3, e o valor da resistividade aparente deve ser um valor intermediário entre as resistividades dos meios 1 e 3.

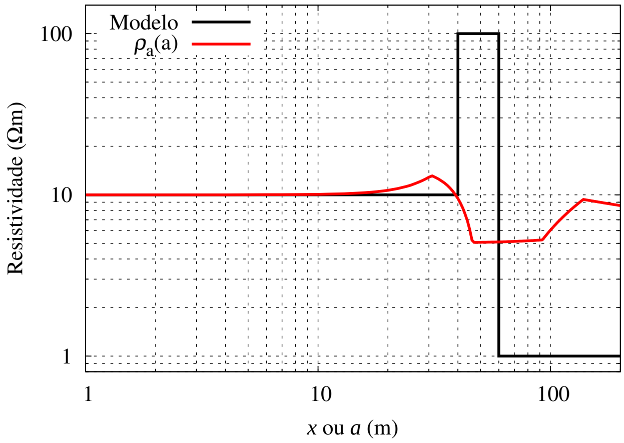
A Figura 3.4 mostra o caso em que a expansão do arranjo Wenner é feita em uma direção formando um ângulo de 60° em relação ao "strike" da estrutura de 3 camadas. Nessa situação, repetem-se os mesmos aspectos observados na situação em que a expansão foi feita a 90°, destacando-se os valores de a em que ocorrem as cúspides, maiores que os do caso anterior.

Na Figura 3.5, o arranjo Wenner é expandido paralelamente ao "strike" do modelo de três camadas verticalizadas. Neste caso, como é de se esperar, as curvas de resistividade aparente não define os contatos geoelétricos caracterizados pelas cúspides. A resistividade aparente para os valores menores de a se aproximam do valor da resistividade ρ_1. Com o aumento do valor de a, a resistividade aparente tem uma elevação influenciada pelo valor da resistividade da camada intermediária ($\rho_2 > \rho_1$) para, em seguida, reduzir influenciada pela terceira camada. Esse comportamento repete-se em menor intensidade à medida em que o centro do arranjo se afasta da camada intermediária. Na situação mostrada na Figura 3.5f, o comportamento da resistividade aparente é praticamente constante com a.

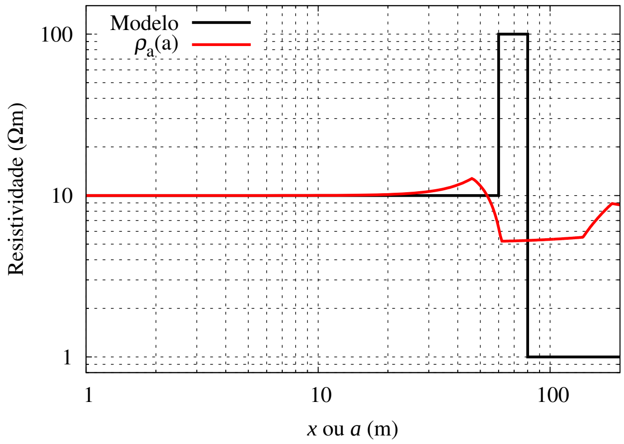
(a) Contato entre os meios 1 e 2 a 20 m



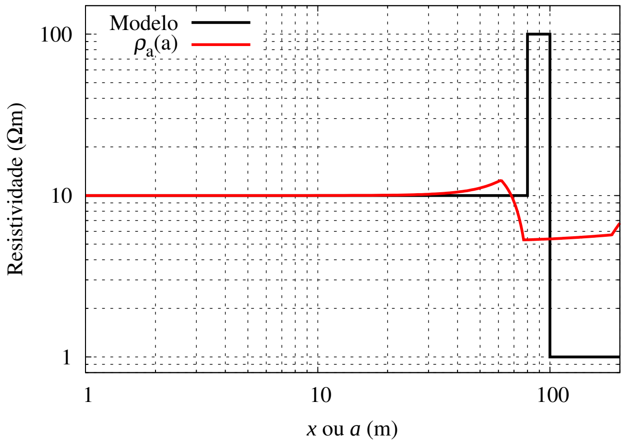
(b) Contato entre os meios 1 e 2 a40 m



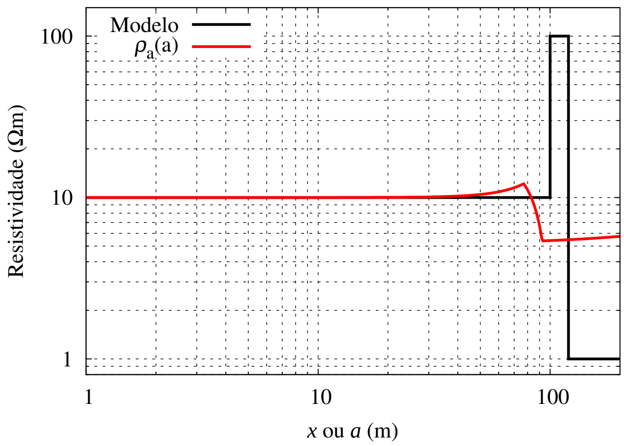
(c) Contato entre os meios 1 e 2 a 60 m



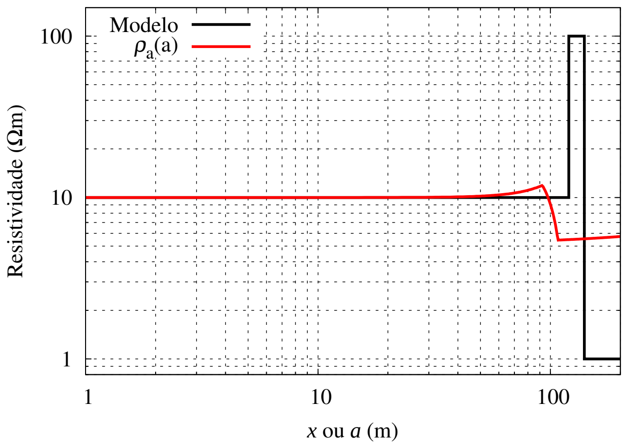
(d) Contato entre os meios 1 e 2 a 80 m



(e) Contato entre os meios 1 e 2 a 100 m

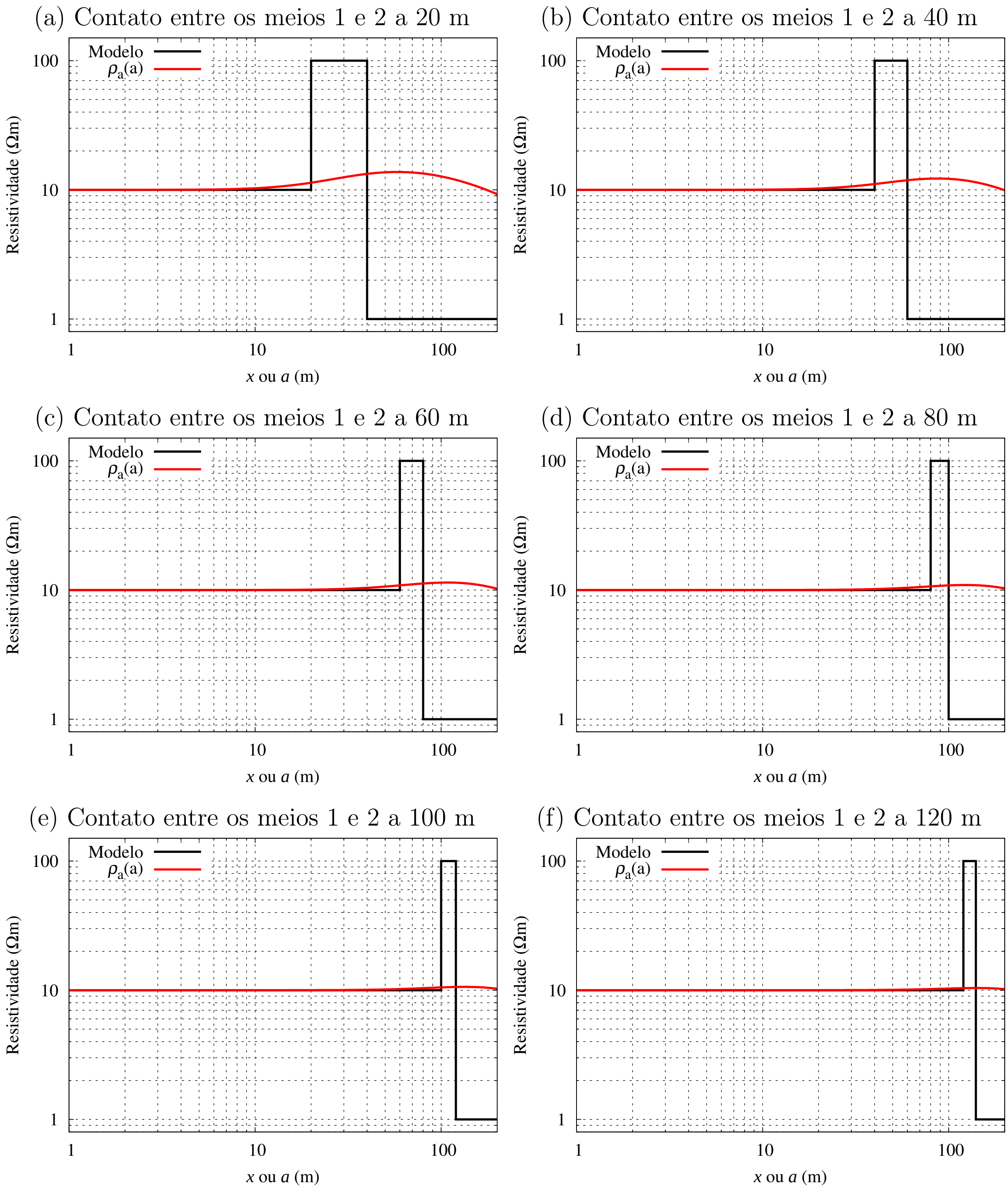


(f) Contato entre os meios 1 e 2 a 120 m



Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido em direção a 60° em relação ao "strike" das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

Figura 3.4: Arranjo Wenner a 60° em relação ao "strike" das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 100 Ωm, 1 Ωm



Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido paralelamente ao "strike" das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

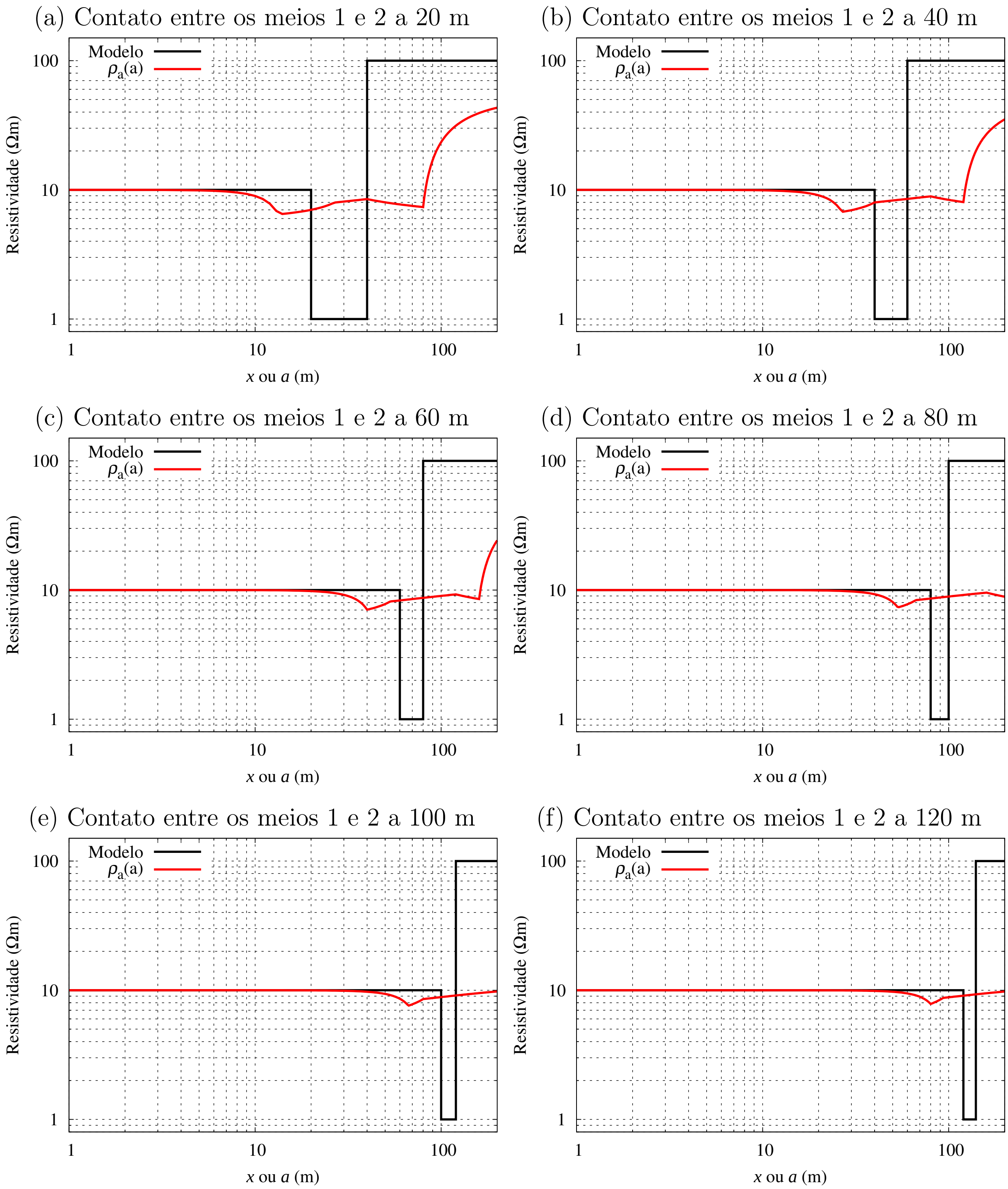
Figura 3.5: Arranjo Wenner expandido paralelamente "strike" das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 100 Ωm, 1 Ωm

3.1.2 Camada intermediária condutiva

Comparando-se os resultados desta seção com os da seção anterior, muitas similaridades existem, incluindo-se as cúspides. Então, na Figura 3.6, a partir dos valores menores do parâmetro a, os valores da resistividade aparente diminuem como o crescimento de a até a primeira cúspide, influenciado pela resistividade da camada intermediária. Em seguida, após um leve aumento, estacionam em um patamar para, em seguida, aumentar influenciado pela resistividade da terceira camada, que deixa de ser perceptível nas subfiguras (d) a (f) por não ter sido representado devido a escolha do limite da escala.

A Figura 3.7 mostra um comportamento similar ao caso da Figura 3.6 exceto o fato da resistividade aparente diminuir à medida que o valor de a aumenta dos menores valores até a ocorrência da primeira cúspide.

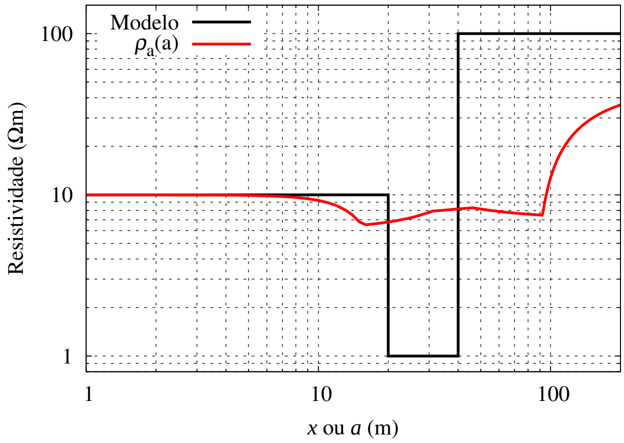
A Figura 3.8 mostra o resultado com o arranjo expandido paralelamente ao "strike" da estrutura. Nesse caso, a curva da resistividade aparente diminui e aumenta acompanhando a sequência das resistividades ρ_1, ρ_2 e ρ_3.



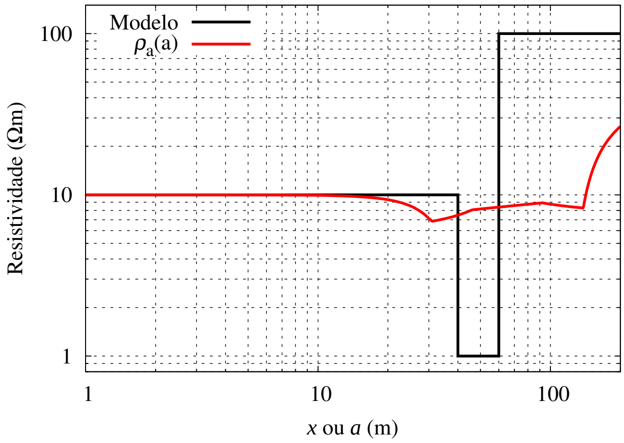
Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido perpendicularmente ao "strike" das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

Figura 3.6: Arranjo Wenner perpendicular a três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 1 Ωm, 100 Ωm

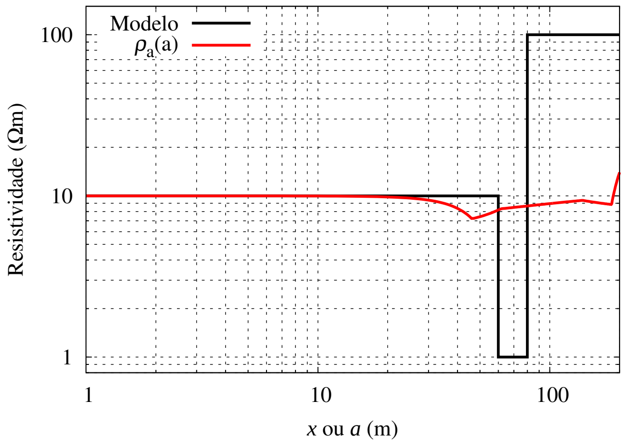
(a) Contato entre os meios 1 e 2 a 20 m



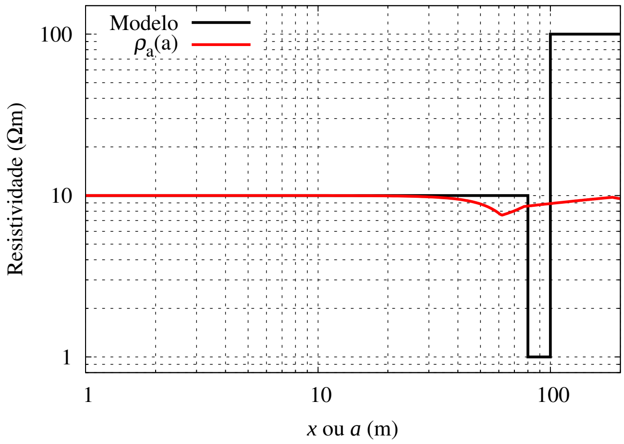
(b) Contato entre os meios 1 e 2 a 40 m



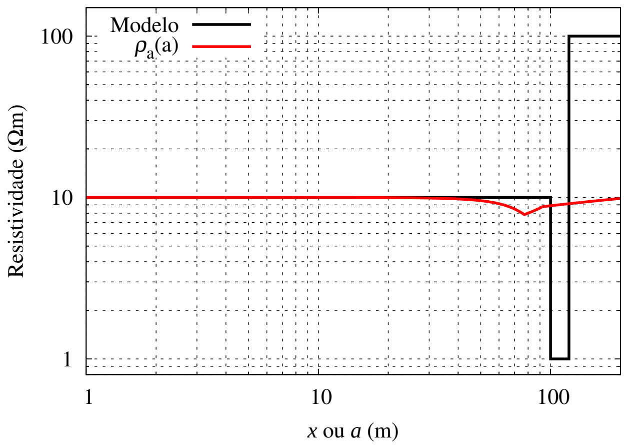
(c) Contato entre os meios 1 e 2 a 60 m



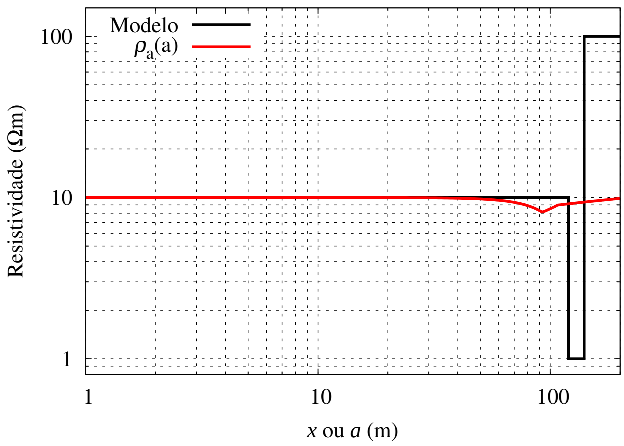
(d) Contato entre os meios 1 e 2 a 80 m



(e) Contato entre os meios 1 e 2 a 100 m



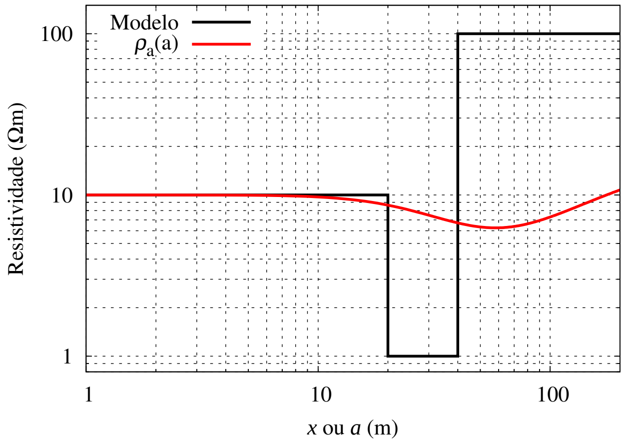
(f) Contato entre os meios 1 e 2 a 120 m



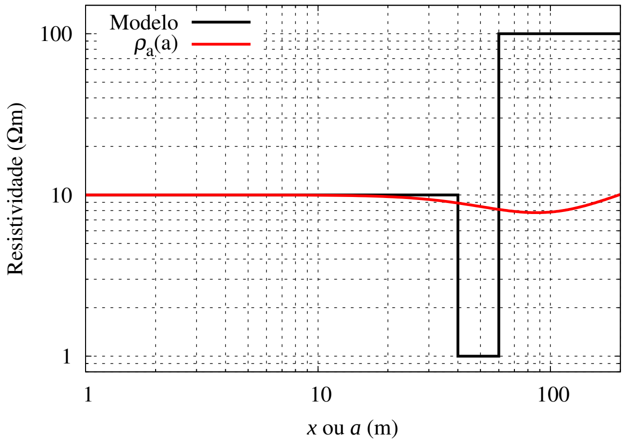
Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido em direção a 60° em relação ao "strike" das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

Figura 3.7: Arranjo Wenner a 60° em relação ao "strike" das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 1 Ωm, 100 Ωm

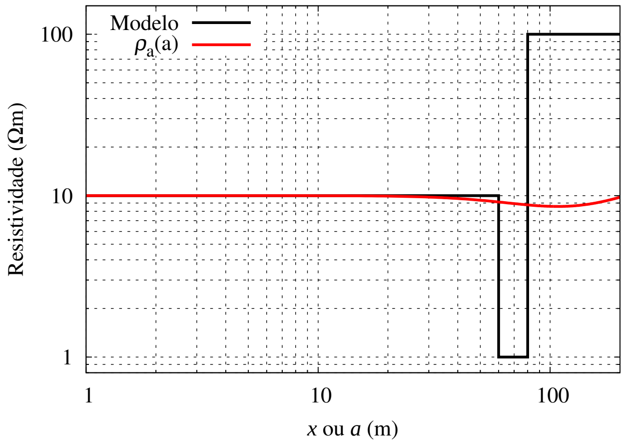
(a) Contato entre os meios 1 e 2 a 20 m



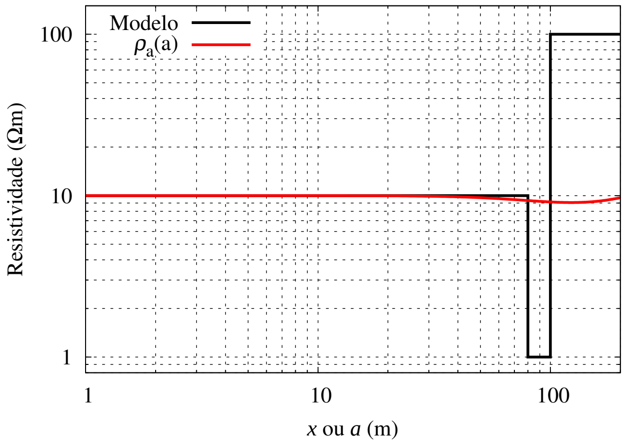
(b) Contato entre os meios 1 e 2 a 40 m



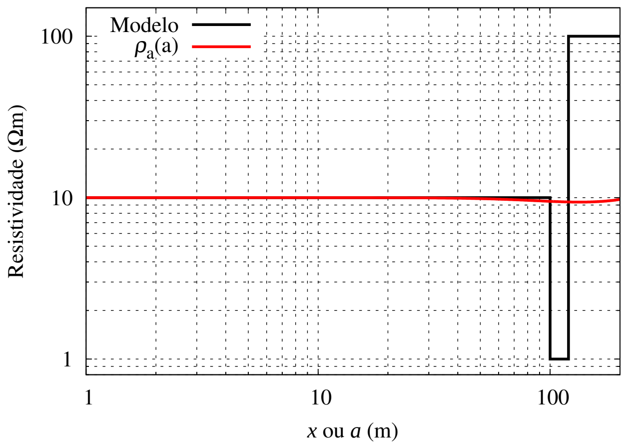
(c) Contato entre os meios 1 e 2 a 60 m



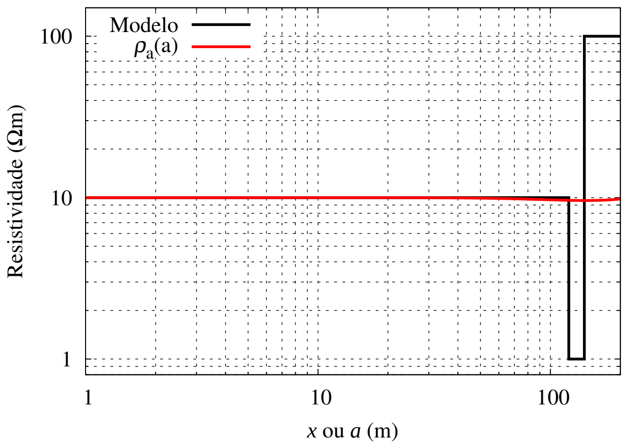
(d) Contato entre os meios 1 e 2 a 80 m



(e) Contato entre os meios 1 e 2 a 100 m



(f) Contato entre os meios 1 e 2 a 120 m



Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner expandido paralelamente ao “strike” das camadas verticalizadas, com o centro fixo na coordenada 0 e com a segunda camada com 20 m de largura.

Figura 3.8: Arranjo Wenner expandido paralelamente “strike” das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 1 Ωm, 100 Ωm

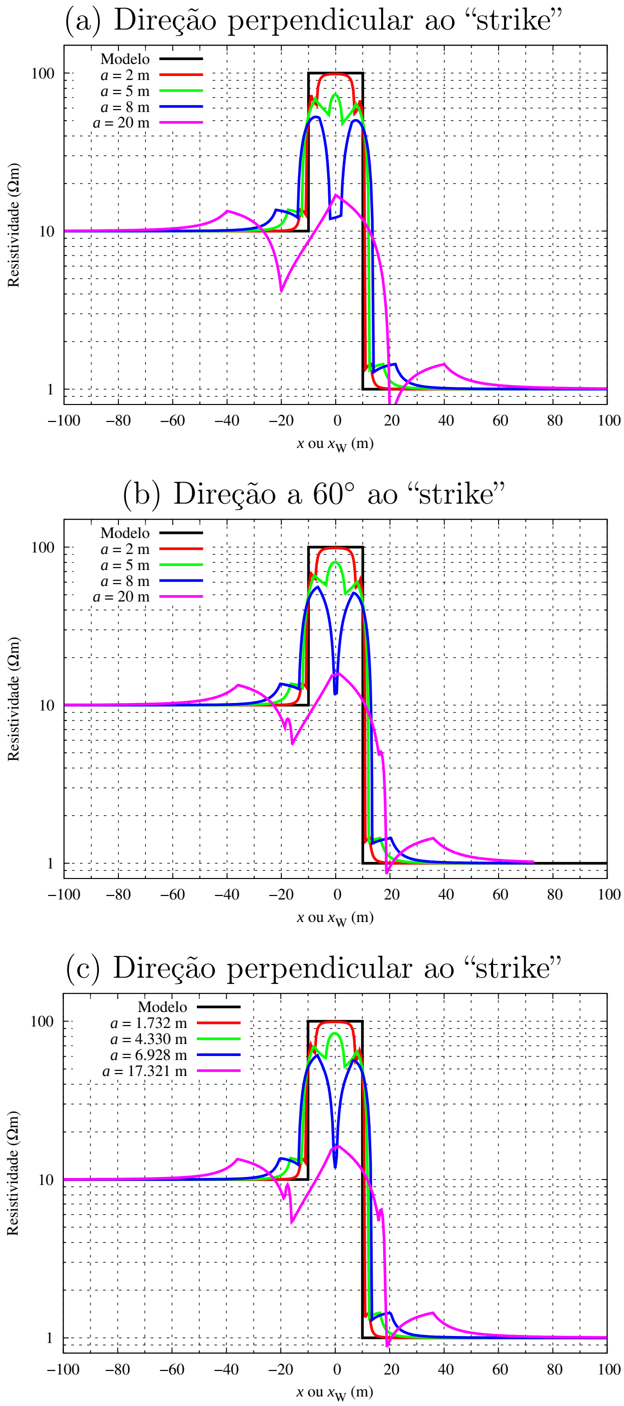
3.2 Caminhamento com o parâmetro a fixo

As Figuras 3.9 e 3.10 mostram perfilagens feitas ao longo de linhas que cruzam as camadas verticalizadas, em ângulos de 90° ou 60°, feitas com o parâmetro a fixo. Na Figura 3.9, a camada intermediária é resistiva enquanto que, na Figura 3.10, ela é condutiva. As duas subfiguras (a) mostram as simulações com o arranjo Wenner sendo deslocado ao longo de uma linha perpendicular ao "strike" da estrutura verticalizada (ângulo de 90°), enquanto as duas subfiguras (b) mostram as simulações para o caso em que a direção forma um ângulo de 60°.

Nesses casos, pode-se notar que foram utilizadas valores de $a = 2, 5, 8$ e 20 m, enquanto que nas duas subfiguras (c), os valores de a são diferentes mas são, de fato, os valores anteriores multiplicados pelo $\cos 60°$. O objetivo da construção dos gráficos da resistividade aparente mostrados nas subfiguras (c) foi mostrar que as cúspides localizam-se em posições idênticas às que são vistas nas duas subfiguras (b).

Para valores de a pequenos comparados à largura da camada intermediária, as curvas de resistividades aparentes são mais representativas das resistividades das três camadas mas deterioram-se ao representar a camada intermediária à medida que se aumenta o valor de a.

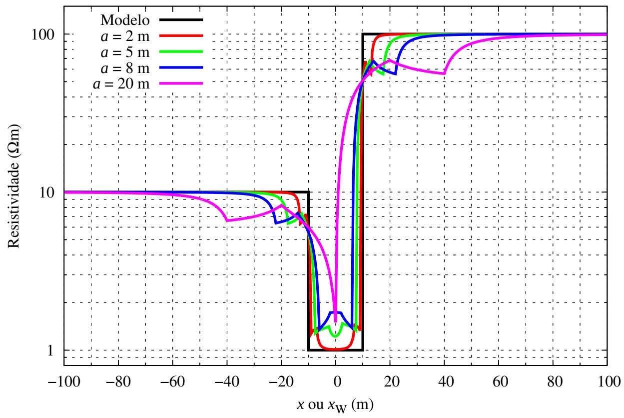
Um aspecto interessante é o número de cúspides. Considerando que existem dois contatos e que o arranjo é formado com quatro eletrodos, é oito o número esperado de cúspides. Na maior parte dos gráficos, esse aspecto é facilmente reconhecido, pela inspeção das curvas, exceto aquelas referentes ao valor de $a = 20$ m nas subfiguras (a), caso em que ocorrem apenas cinco cúspides. A separação de 20 m entre eletrodos coincide com a largura da camada intermediária, de forma que, aos pares, dois eletrodos encontram-se simultaneamente um em cada contato.



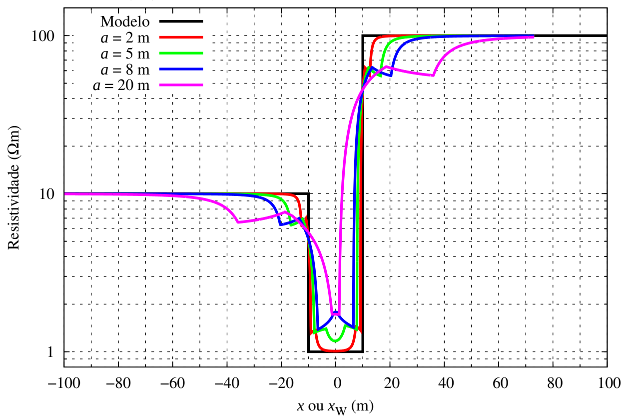
Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner movido com quatro valores de a, nas direções transversal e a 60° ao "strike" das três camadas verticalizadas.

Figura 3.9: Arranjo Wenner movido nas direções transversal e a 60° ao "strike" das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 100 Ωm, 1 Ωm

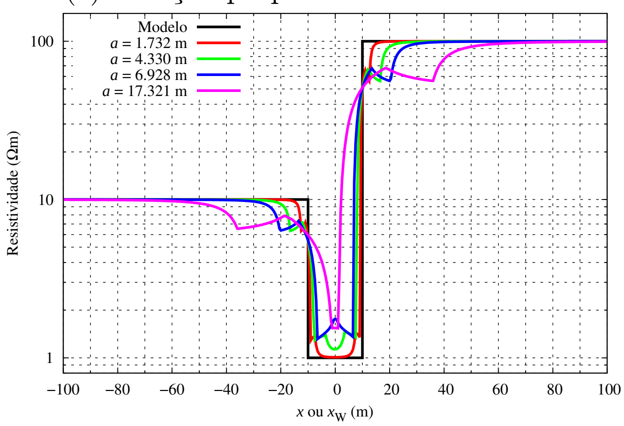
(a) Direção perpendicular ao "strike"



(b) Direção a 60° ao "strike"



(c) Direção perpendicular ao "strike"



Perfis de eletrorresistividade com o arranjo Wenner movido com quatro valores de a, nas direções transversal e a 60° ao "strike" das três camadas verticalizadas.

Figura 3.10: Arranjo Wenner movido nas direções transversal e a 60° ao "strike" das três camadas verticalizadas: 10 Ωm, 1 Ωm, 100 Ωm

Capítulo 4

Resistividade aparente dipolo-dipolo sobre estruturas verticalizadas

As modelagens apresentadas a seguir referem-se à disposição do arranjo dipolo-dipolo expandido perpendicularmente à direção das camadas verticalizadas, conforme o arranjo mostrado na Figura 4.1. Mantendo-se o mesmo modelo de três camadas verticalizadas, utilizado nos

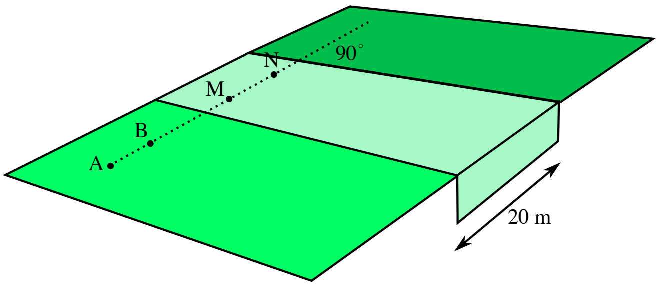


Figura 4.1: Esquema ilustrativo do arranjo dipolo-dipolo expandido perpendicularmente em relação ao "strike" das 3 camadas verticalizadas.

estudos anteriores, foram simulados perfis com alguns valores do parâmetro a (distâncias AB e MN) e $n = 1, \ldots, 7$, variando-se a posição do centro do arranjo.

Em uma segunda análise, foram simulados levantamentos típicos em que os eletrodos A, B, M e N são dispostos de forma que AB = MN = a, com o parâmetro $b = (n+1)a, n = 1, \ldots, 7$. Os dados foram representados na forma de seção de pseudo profundidade, conforme a Figura 1.12.

Na forma de seções de resistividade aparente, analisou-se um modelo com cinco camadas, formando uma estrutura em que, intercaladas entre uma primeira, terceira e quinta camadas de mesma resistividade, encontram-se uma segunda e quarta camadas igualmente condutivas, como mostra a Figura 4.2 a seguir:

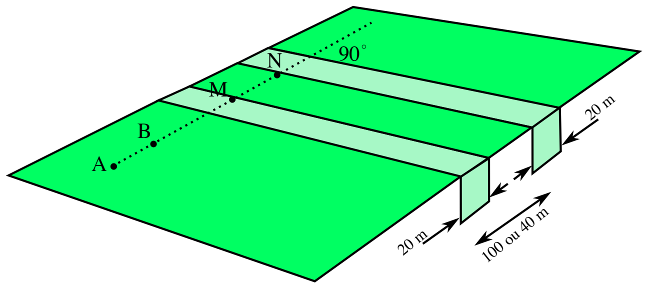


Figura 4.2: Esquema ilustrativo do arranjo dipolo-dipolo expandido perpendicularmente em relação ao "strike" das 5 camadas verticalizadas.

4.1 Perfis com o arranjo dipolo-dipolo, perpendicular ao "strike"

As Figuras 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 são gráficos da resistividade aparente em função do centro do arranjo dipolo-dipolo, atravessando o topo da camada intermediária mais condutiva, conforme se vê no modelo indicado nessas mesmas figuras. Além dessas, as Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 representam esses mesmos gráficos para a situação em que a camada intermediária é mais resistiva.

4.1.1 Camada intermediária condutiva

As curvas na Figura 4.3 referem-se ao espaçamento AB = MN = 3 m, com $n = 1$, 2, 3, 4, 5, 6 e 7. As resistividades aparentes tendem a seguir as resistividades das camadas à medida em que o arranjo move-se perpendicularmente ao "strike" da estrutura. Nas posições em que o centro do arranjo encontra-se na camada intermediária, a resistividade aparente mostra valores acima e abaixo do valor da resistividade da camada intermediária.

Ao se modificar o espaçamento AB = MN para 10 m, as curvas mostradas na Figura 4.4, no trecho com o centro na camada intermediária, apresentam valores de resistividade aparente maiores que o valor da resistividade da camada intermediária, exceto para $n = 1$, mostrando uma perda de precisão.

Aumentando-se o valor de AB = MN para 15 e 20 m, as Figuras 4.5 e 4.6 mostram resultados em que a "largura aparente" da camada intermediária torna-se bem maior que a largura real, e, na região da camada intermediária, os valores da resistividade aparente são todos mais elevados na posição exata sobre essa camada, porém ainda menores que a resistividade das camadas laterais.

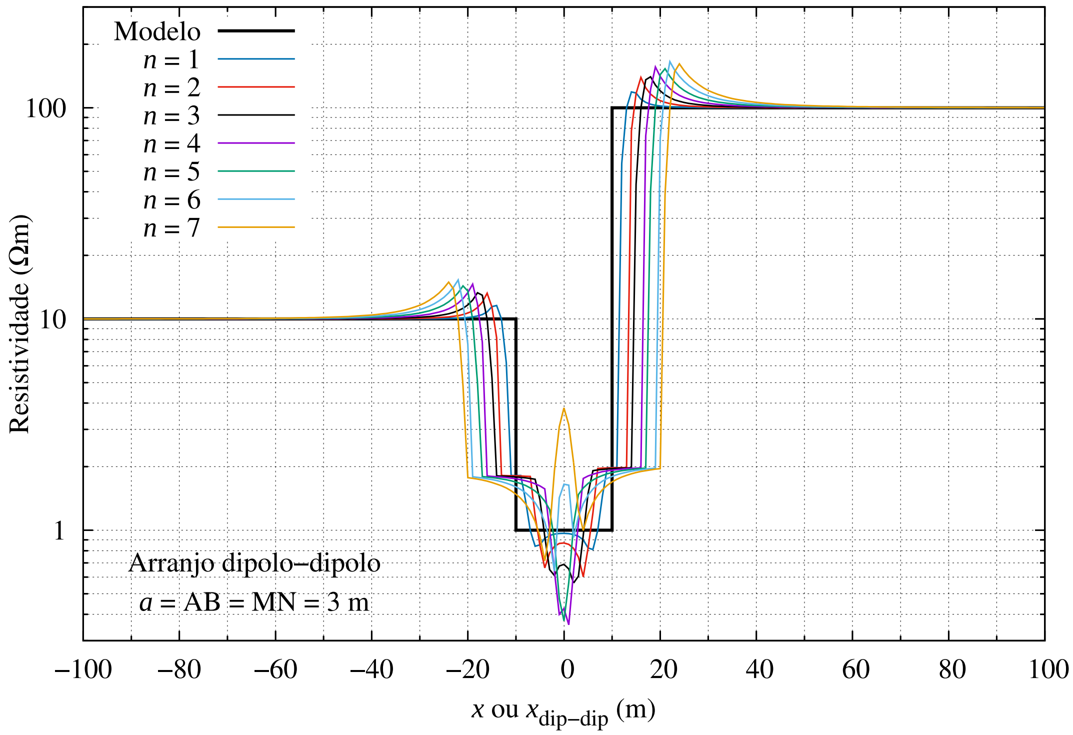


Figura 4.3: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 3 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária condutiva

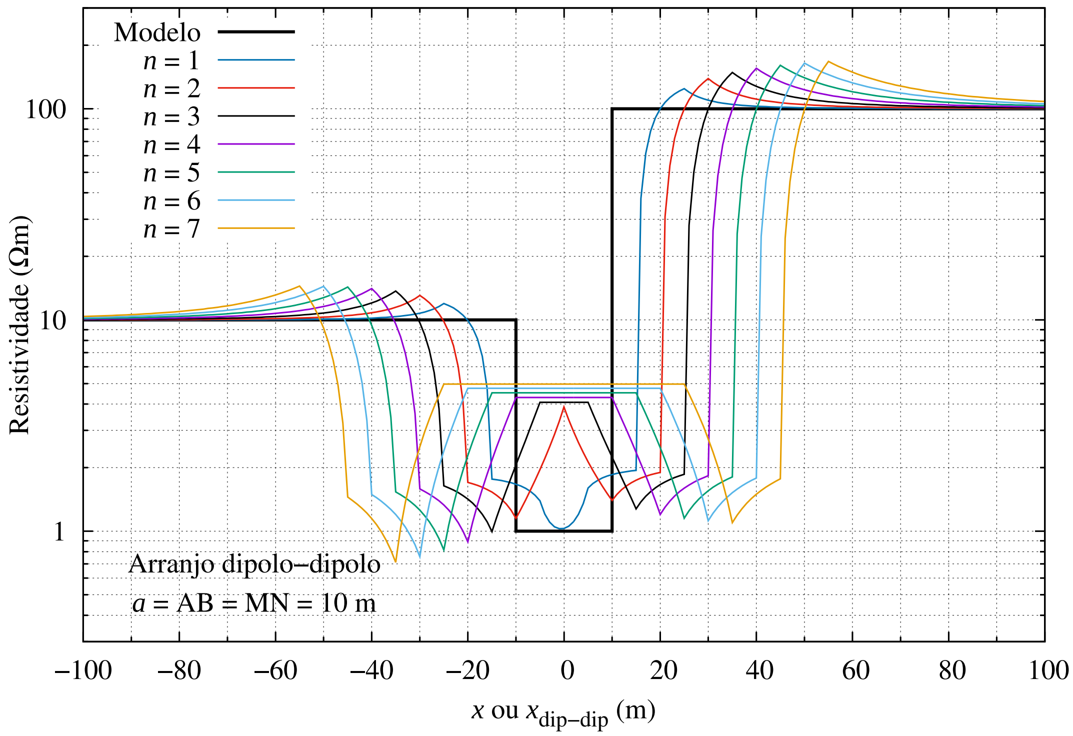


Figura 4.4: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 10 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária condutiva

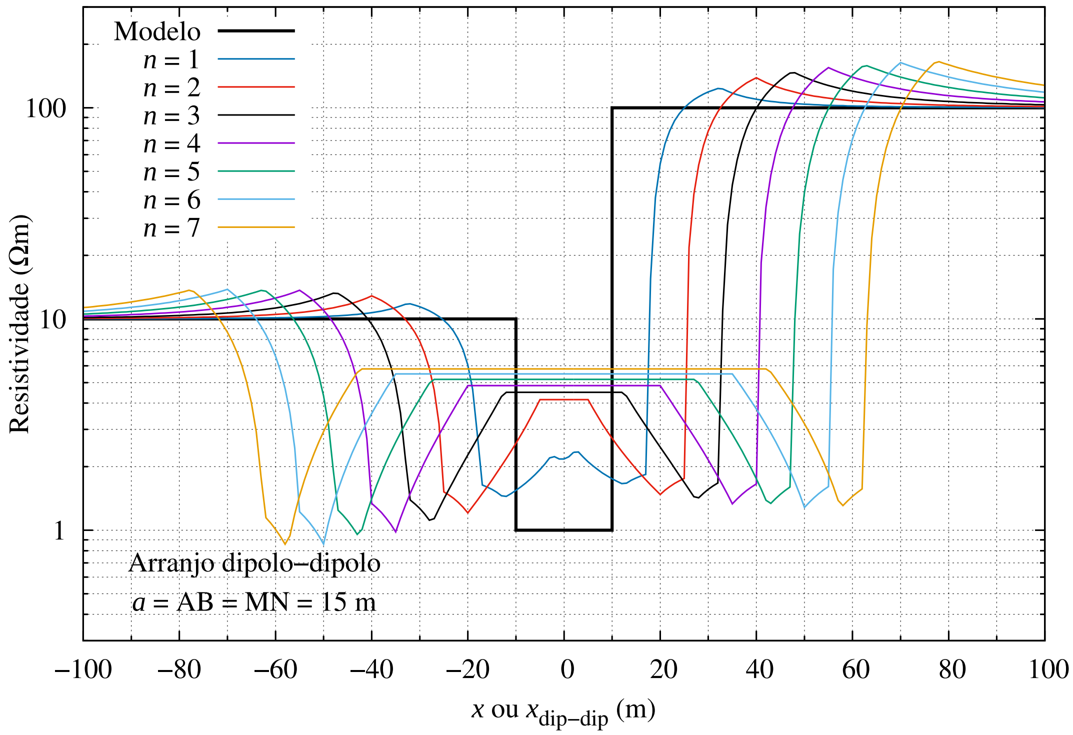


Figura 4.5: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 15 m, $n = 1, \dots, 7$ com a camada intermediária condutiva

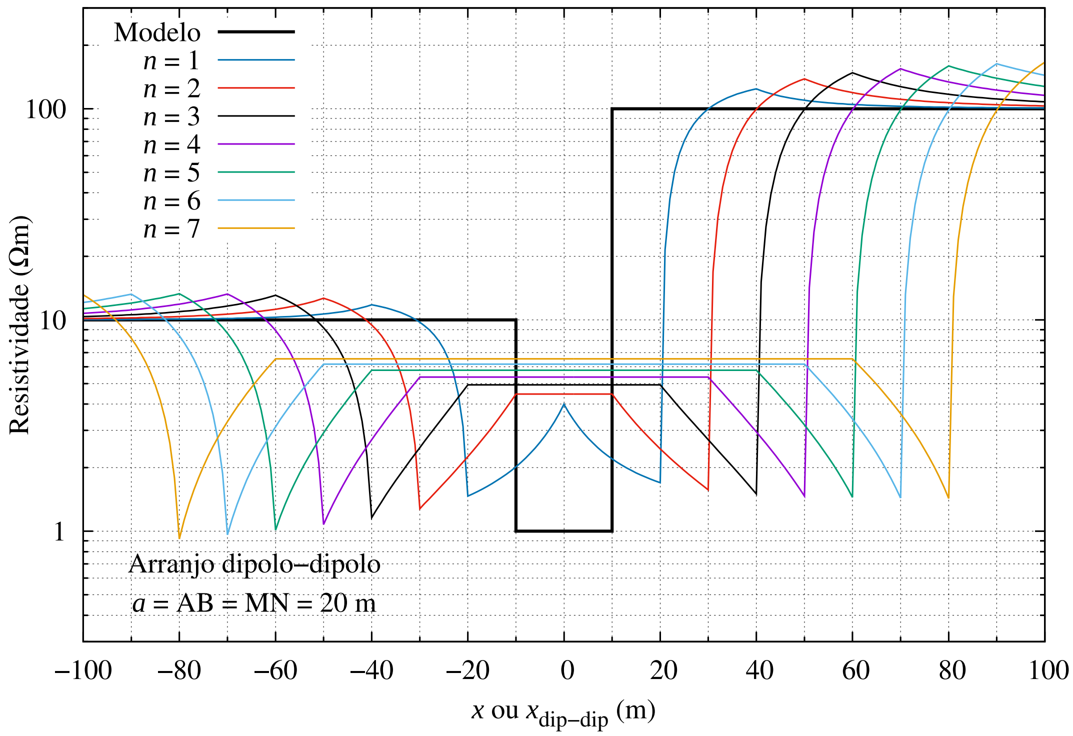


Figura 4.6: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 20 m, $n = 1, \dots, 7$ com a camada intermediária condutiva

4.1.2 Camada intermediária resistiva

Fazendo a camada intermediária resistiva em relação às camadas laterais, o caso em que AB = MN é igual a 3 m encontra-se mostrado na Figura 4.7. Os valores das resistividades

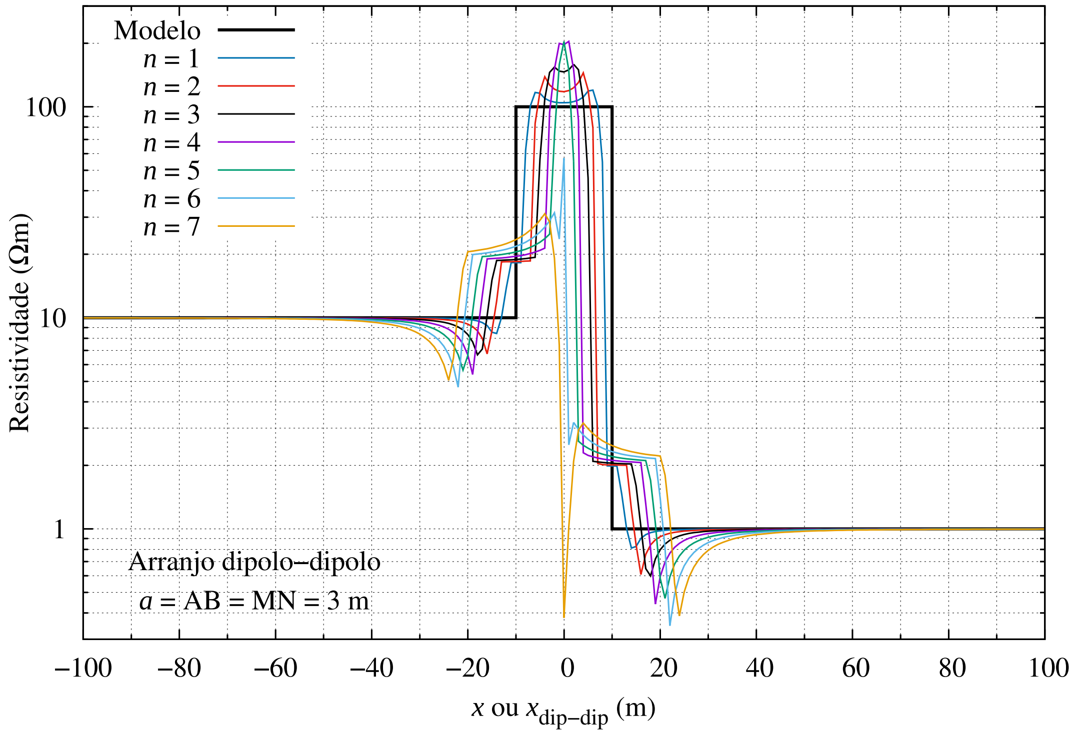


Figura 4.7: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 3 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária resistiva

acompanham razoavelmente a resistividade das camadas, exceto o caso $n = 7$. Comparado ao caso da camada intermediária condutiva mostrado na Figura 4.3, as curvas de resistividade aparente estreitam-se.

A Figura 4.8 mostra o resultado para AB = MN = 10 m. Nos pontos na faixa da camada intermediária, as curvas de resistividade aparente não mais acompanham a resistividade dessa camada, exceto para $n = 1$. De fato, os valores de resistividade aparente tornam-se muito baixos, como se a camada intermediária fosse condutiva.

Os casos em que AB = MN = 15 ou 20 m, mostrados nas Figuras 4.9 e 4.10 repetem curvas de resistividade aparente como esse comportamento condutivo, contrário ao caráter resistivo da camada intermediária. Em todos os casos, à medida em que o parâmetro AB ou MN aumenta, a "largura aparente" da camada intermediária apresenta-se aumentada.

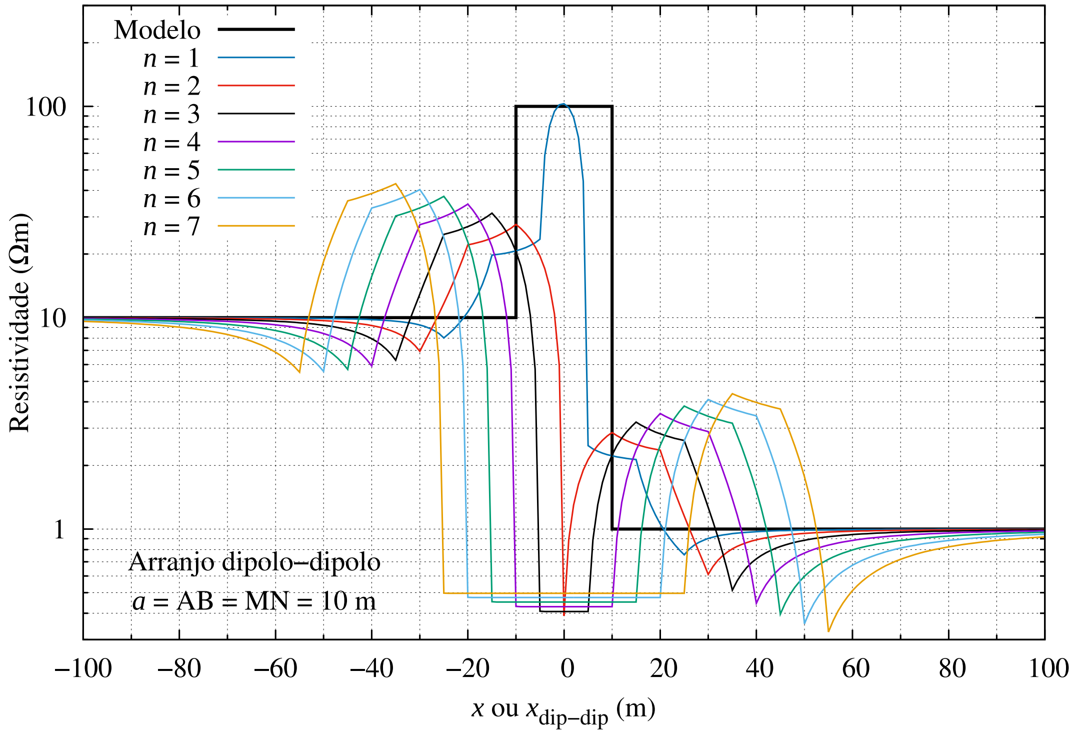


Figura 4.8: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 10 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária resistiva

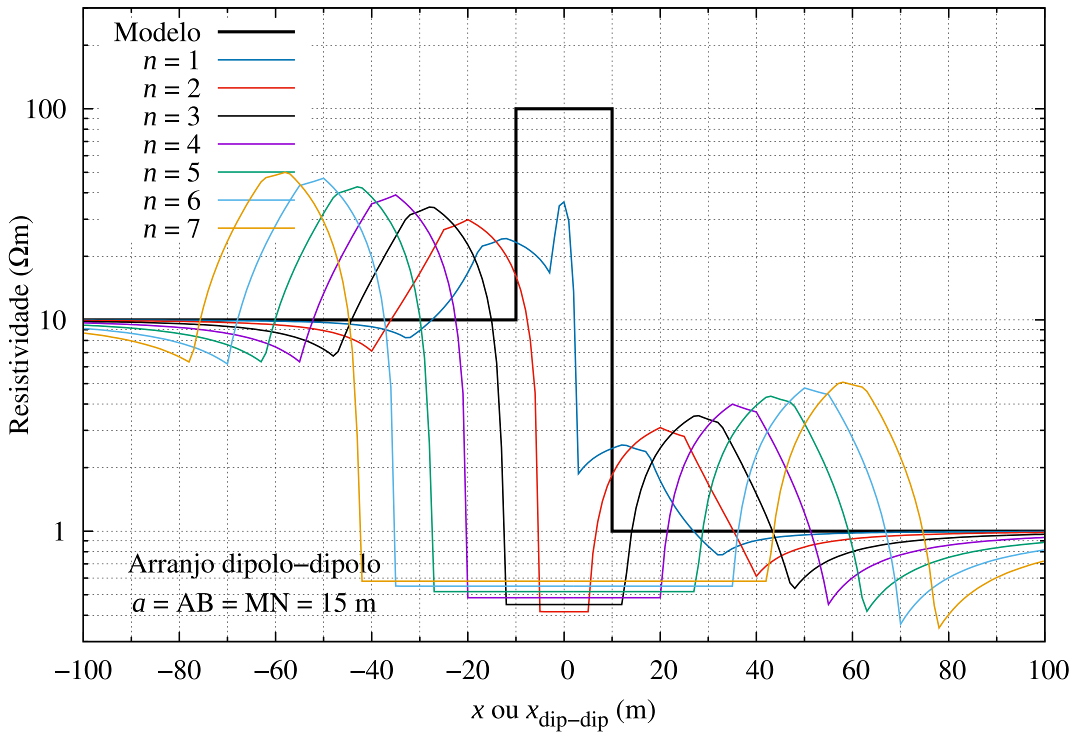


Figura 4.9: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 15 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária resistiva

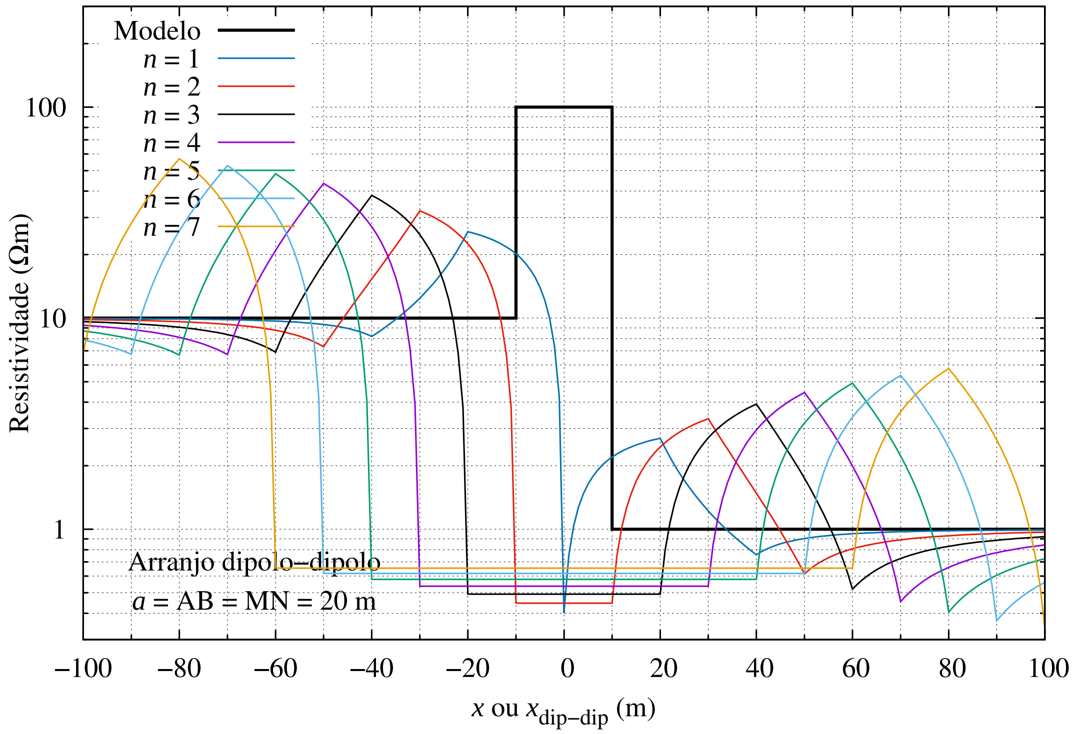


Figura 4.10: Perfis de resistividade aparente com AB = MN = 20 m, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária resistiva

4.2 Seções de resistividade aparente com o arranjo dipolo-dipolo, perpendicular ao "strike"

Na seção anterior, foram apresentados os gráficos de resistividade aparente com o arranjo dipolo-dipolo movido continuamente ao longo de uma linha perpendicular ao "strike" da estrutura de três camadas verticalizadas com a camada intermediária ora mais condutiva, ora mais resistiva que as camadas laterais.

Utilizando esses dois modelos, as simulações de um levantamento prático, em que os eletrodos do arranjo são movidos de forma equiespaçada com intervalo idêntico à separação AB ou MN, encontram-se nas Figuras 4.11 e 4.12, na forma de seções de resistividade aparente construídas com pseudo profundidades, conforme esquematizado na Figura 1.12.

Nessas figuras, encontram-se indicados o modelo, as seções feitas AB = MN = 3, 10, 15 e 20 m e $n = 1$, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, e a escala de cores. Para o caso da camada intermediária condutiva, a Figura 4.11 mostra seções que se alargam mais e mais em profundidade, com o aumento do parâmetro AB, mas que apresentam regiões condutivas em torno da parte central, destacando que, no topo e centro da seção com AB = MN = 3 m, aparece uma região mais condutiva que não se observa nas demais seções.

Nas seções feitas para o caso da camada intermediária resistiva, mostradas na Figura 4.12, somente a seção feita com AB = MN = 3 m traz, ainda, uma região resistiva correlacionada ao modelo utilizado. Nas demais seções com o aumento do parâmetro AB, a região central apresenta-se com valores de resistividade aparente menores até que o valor ρ_3, em total descompasso com o modelo geoelétrico.

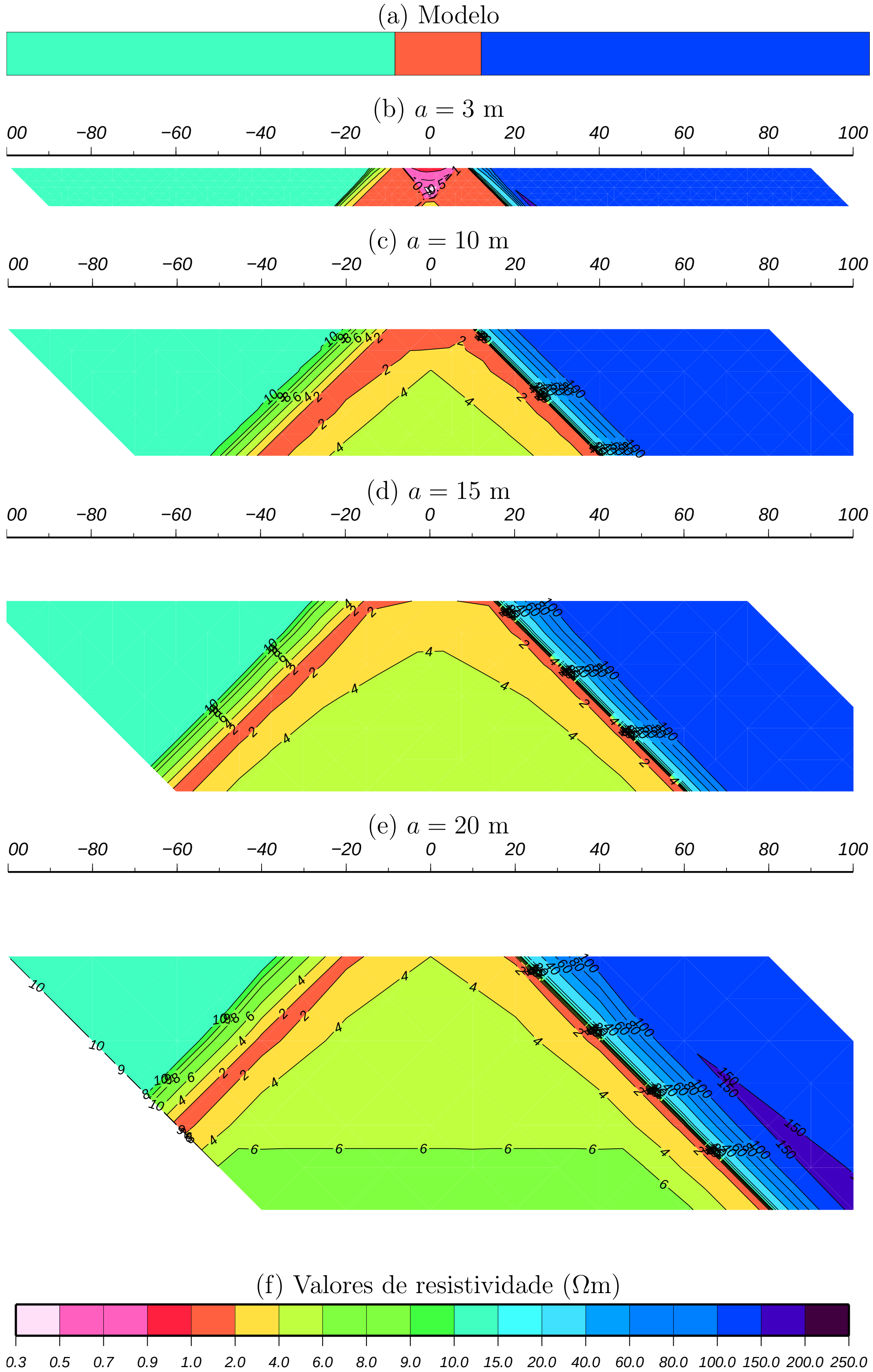


Figura 4.11: Seção de resistividade aparente, perpendicular, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária condutiva, com valores de a de 3, 10, 15 e 20 m.

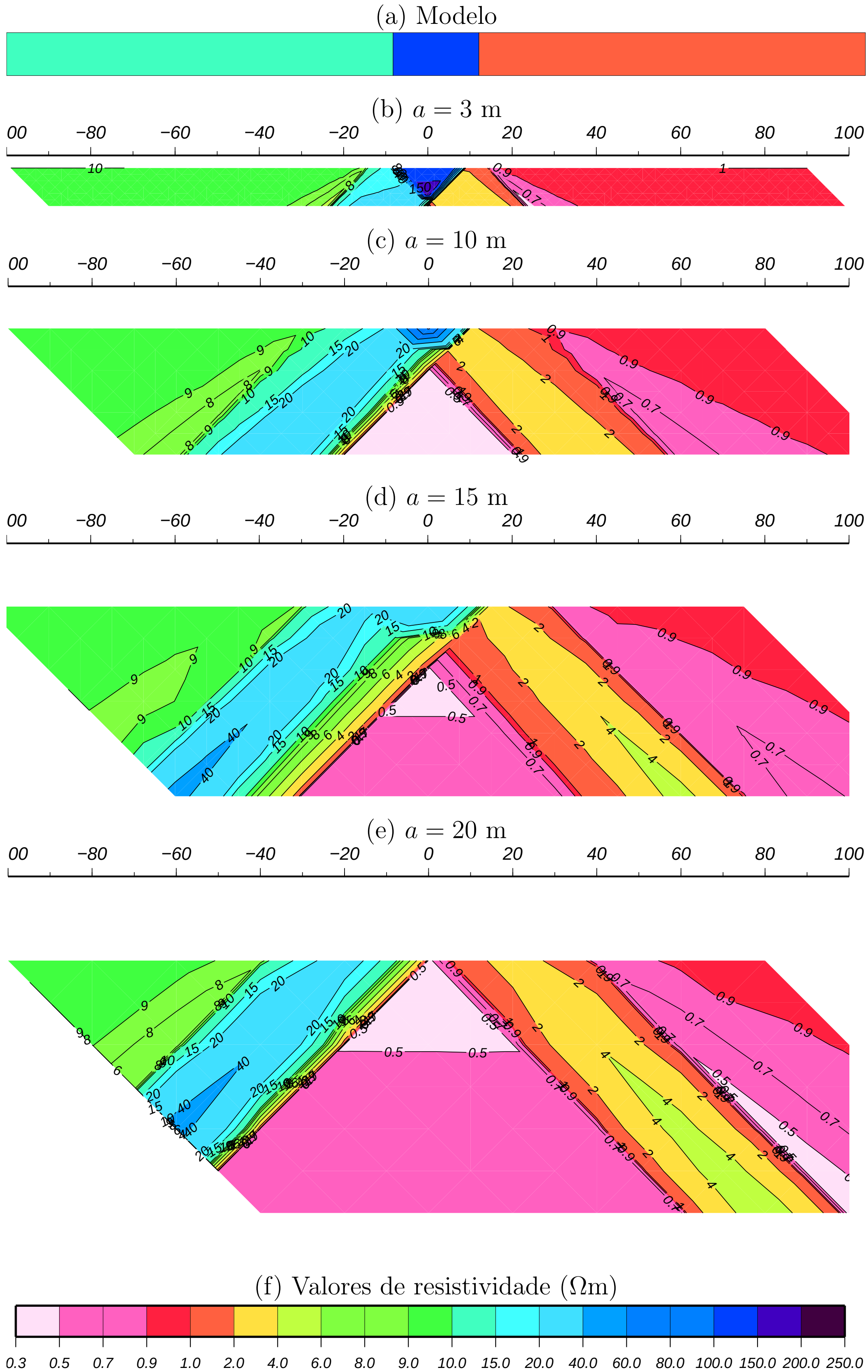


Figura 4.12: Seção de resistividade aparente, perpendicular, $n = 1, \ldots, 7$ com a camada intermediária resistiva, com valores de a de 3, 10, 15 e 20 m.

4.3 Resolução lateral do arranjo dipolo-dipolo

A resolução lateral é a capacidade de se perceber a existência de dois corpos à medida em que se aproximam. No caso do método da eletrorresistividade com o arranjo dipolo-dipolo, cujos dados são representados na forma de seção de resistividade aparente, se sabe, de antemão, que, com a profundidade representada, ocorre um alargamento da anomalia mostrada da seção, como representado nas Figuras 4.11 e 4.12.

Para investigar, considerou-se modelos com cinco camadas, formando uma estrutura em que, intercaladas entre uma primeira, terceira e quinta camadas de mesma resistividade, encontram-se uma segunda e quarta camadas igualmente condutivas, com a mesma largura de 20 m. Duas separações foram consideradas, estabelecendo-se a distância entre os centros das duas camadas condutivas como 100 m e 40 m.

A Figura 4.13 apresenta seções com AB = MN = 3 e 15 m obtidas com esses dois valores de afastamento. As subfiguras (a), (b) e (c) referem-se ao maior afastamento e as subfiguras (d), (e) e (f), ao menor.

Nas seções referentes ao maior afastamento, a seção construída com AB = MN = 3 m resolve com qualidade a presença das duas camadas condutivas, enquanto que a seção referente a AB = MN = 15 m mostra a interação das resistividades aparentes decorrente dos dois corpos, sugerindo, inclusive, a presença de um corpo condutor entre as duas camadas condutivas, e estas menos pronunciadas.

Nas seções de menor afastamento, a interação citada no parágrafo anterior intensifica-se, mesmo na seção construída com AB = MN = 3 m. Na seção referente a AB = MN = 15 m, a interação é tão intensa a ponto de induzir um intérprete a considerar a presença de um único corpo central.

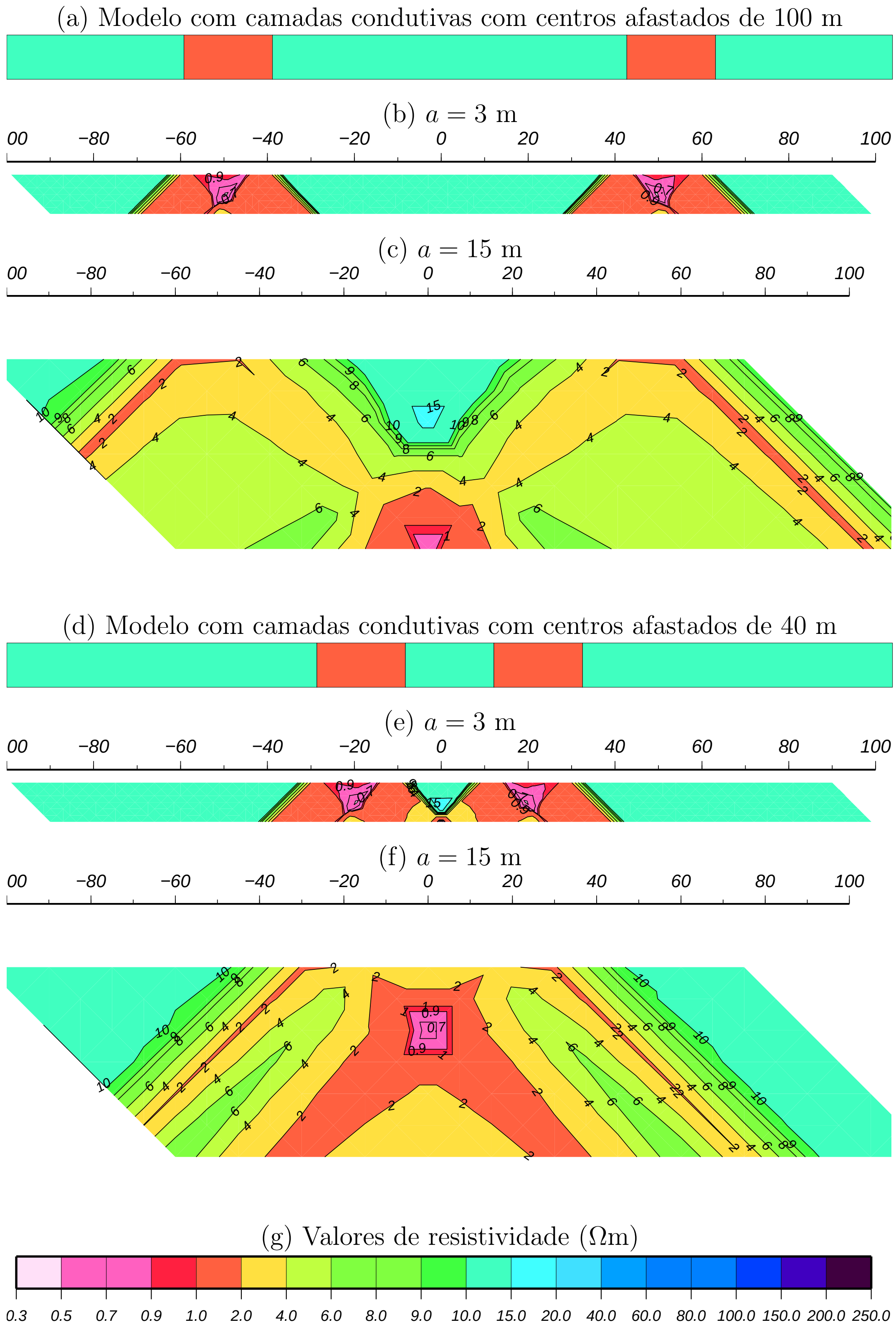


Figura 4.13: Seção de resistividade aparente, perpendicular, $n = 1, \ldots, 7$ com duas camadas condutivas a distâncias distintas.

Capítulo 5

Conclusões

Cabe destacar e recomendar, inicialmente, que os programas Inkscape (Inkscape, 2018), Gnuplot (Gnuplot, 2018) e GMT (Wessel et al., 2013), além de uso livre, produzem resultados de ótima qualidade. O Inkscape foi usado para o desenho de esquemas, circuitos elétricos e modelos, o Gnuplot para gráficos representando as funções de resistividade aparente, e o GMT para o desenho das seções de resistividade aparente.

No Capítulo 1, a revisão bibliográfica sobre os fundamentos fenomenológicos dos métodos elétricos, permitiu a atualização de diversos conceitos acerca do SP, IP, arranjos de eletrorresistividade e outros aspectos, que foram sintetizados. Historicamente, destacou-se o artigo de Fox (1830), sobre a eletricidade observada em minas de minerais metálicos na Inglaterra e a hipótese de que esse fenômeno estaria ocorrendo em situações similares em outras parte do mundo.

No Capítulo 2, foi sintetizada a formulação geral para uma sequência de n camadas verticalizadas, homogêneas e isotrópicas, com base nos trabalhos e notas de aula do Prof. Sato.

Nos Capítulos 3 e 4, as simulações com os arranjos Wenner e dipolo-dipolo trazem resultados interessantes. Os perfis com o arranjo Wenner sobre estruturas de três camadas verticalizadas mostram que existem poucas diferenças entre os perfis realizados em ângulo ou perpendicularmente ao "strike" da estrutura de três camadas, desde que os espaçamentos sejam corrigidos de forma que os arranjos tenham a mesma projeção na direção perpendicular ao "strike". Existe uma gradação dessa similaridade de forma que ela diminui com a redução desse ângulo até o limite em que ele se anula.

Este comportamento determina que o intérprete deve dispensar uma atenção especial sobre esse aspecto. Evidentemente, em uma investigação real, casos de três camadas aflorantes não deixam dúvidas, por si próprio, da sua existência. Todavia, provavelmente, esse mesmo comportamento deve acontecer se existir uma camada sobre essa estrutura. Apesar de não ter sido testado com o arranjo dipolo-dipolo, espera-se que um comportamento similar seja encontrado.

O uso do arranjo Wenner com o seu centro fixo e com a camada intermediária ora resistiva e ora condutiva mostrou que os resultados obtidos não satisfazem o modelo real, pois a medida que aumenta-se os valores de a a curva de resistividade aparente afasta-se bastante da curva de resistividade real. O aumento do espaçamento a é comum na investigação da variação da resistividade com a profundidade. Esta é a razão que justifica as simulações feitas. Quando a expansão do arranjo acontece cruzando os contatos, estes se mostram presentes na curva da resistividade aparente em função do espaçamento a. Todavia, no caso da expansão paralela à estrutura, essa curva se parece com curvas de camadas horizontais.

Analisando os resultados com o arranjo Wenner deslocado ao longo da direção perpendicular, percebe-se que, em linhas gerais, no intervalo de cobertura da camada intermediária, a resistividade aparente acompanha a camada intermediária, ou seja, tem valores elevados ou reduzidos influenciados pela resistividade dessa camada. O mesmo não se pode dizer sobre os resultados simulados obtidos com o arranjo dipolo-dipolo sendo movido ao longo da direção perpendicular ao "strike", pois camadas intermediárias condutivas ou resistivas podem aparecer como corpos condutivos nas seções de resistividade aparente. Porém, ainda com o arranjo dipolo-dipolo, uma particularidade se observa no caso em que $a = 3$ m e $n < 7$: as curvas de resistividade aparente se aproximam dos valores da resistividade real nos casos em que a camada intermediária é condutiva ou resistiva.

Os resultados das simulação de caminhamentos com o arranjo dipolo-dipolo, sobre duas estruturas de cinco camadas representando duas camadas condutivas mais afastadas ou mais próximas entre si, mostram as dificuldades que aparecem nas seções de resistividade aparente: desaparece a resolução lateral para a situação em que as duas camadas estão próximas, a ponto da seção mostrar a presença de um único corpo na posição entre os dois corpos condutivos.

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pelos momentos de força dado e por sempre me indicar o melhor caminho.

Gostaria de expressar a minha profunda gratidão à minha família, em especial à minha mãe Eliene Ribeiro, pelo incentivo e cuidado que sempre me levaram a seguir em frente, dando-me força para vencer os desafios encontrados. Ao meu padrasto, Lohic Alain, responsável pelo apoio e incentivo durante todos esses anos. À minha avó, Carlota Correia, por todo o amor dado.

Ao meu orientador Hédison Sato, por toda paciência, dedicação e conhecimento científico compartilhado que permitiu o desenvolvimento e a produção deste trabalho.

Agradeço às professoras Rimary Sifontes e Suzan Vasconcelos por aceitarem prontamente participar da minha banca e pelas contribuições para a melhoria desse trabalho.

Às pessoas queridas como Coleto Neto, que sempre esteve presente em todos os momentos, apoiando-me e dando força para enfrentar as dificuldades encontradas durante essa caminhada.

Aos amigos feitos na universidade, responsáveis por tornar possível essa luta, tornando as horas de estudos mais divertidas e menos desgastantes. Obrigado Leonardo Moreira, Lucas Bitencourt, Yan Viegas, Mariana Miranda, Lara Maria, Hellen Bispo e Renà Mendes.

Enfim, o meu muito obrigada a todos pelo carinho e por fazer parte dessa conquista.

Apêndice A

Modelo de camadas homogêneas horizontais

A solução para o problema elétrico em um modelo de camadas encontra-se em livros e artigos. Keller e Frischknecht (1966) apresenta a solução deste problema com a fonte de corrente colocada na superfície da primeira camada. Soluções para o potencial elétrico e fonte de corrente no interior de qualquer camada encontram-se em Sato (2000), com camadas cujas resistividades variam exponencialmente com a profundidade, e as notas de aula desse mesmo autor (Sato, 2002), considerando camadas homogêneas. É essa última referência que encontra-se tratada aqui.

A.1 O modelo e equações básicas

O modelo formado por uma sucessão de camadas numeradas de 0 a n, com resistividades elétricas $\rho_i, (i = 0, 1, \ldots, n)$, separadas por n interfaces plano-paralelas e a fonte de corrente elétrica pontual localizado no interior da camada m encontra-se representado na Figura A.1. Para tratar analiticamente esse problema, considera-se a camada m dividida por um plano paralelo às demais interfaces, passando pela fonte de corrente. Por conta dessa particularidade, o número de camadas do problema é acrescido de um, passando a ser $n + 2$. Então, as camadas serão denominadas pela sucessão 0, 1, …, $\overline{m}$, $\underline{m}$, …, $n - 1$, n, onde $\overline{m}$ denota a parte da camada m delimitada pelos planos $z = z_m - 1$ e $z = z_F$, $\underline{m}$ é a porte restante da camada m, ou seja, aquela delimitada pelos planos $z = z_F$ e $z =_m$.

Na ausência de fontes e considerando meios homogêneos e isotrópicos, com as condutividades não nulas, a função do potencial $\nabla^2 V_i$ é uma função harmônica e deve satisfazer à equação de Laplace (Keller e Frischknecht, 1966; Telford et al., 1990),

$$\nabla^2 V_i = 0, \text{ onde } i = 0, 1, \ldots, \overline{m}, \underline{m}, \ldots, n - 1, n. \tag{A.1}$$

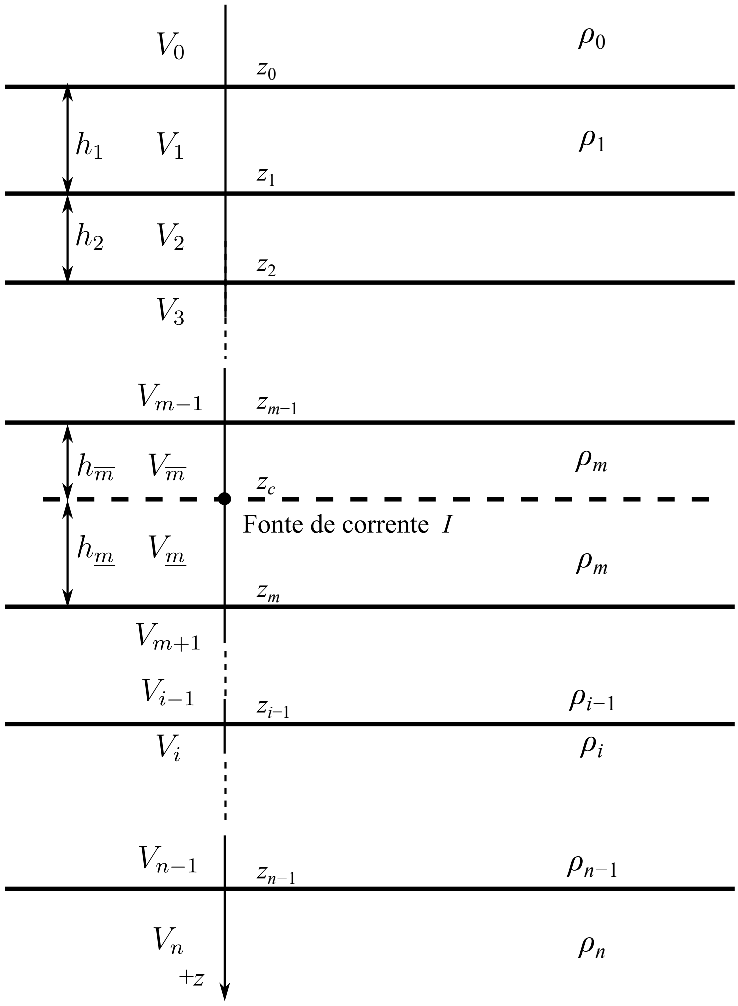


Figura A.1: Modelo de n-camadas horizontais com a fonte no interior da camada m (adaptado de Sato, 2002)

A.1.1 Solução da equação de Laplace

Conforme o modelo ilustrado na Figura A.1, existe uma simetria cilíndrica em torno do eixo z, e, consequentemente, é natural procurar-se por uma solução para os potenciais usando o sistema de coordenadas cilíndrica (r,θ, z). Devido à simetria cilíndrica, o potencial não depende da coordenada θ. Aplicando o método de separação de variáveis, o potencial elétrico pode ser escrito como:

$$V_i(r,z) = R_i(r)Z_i(z), \tag{A.2}$$

onde $R_i(r)$ é uma função de r e $Z_i(z)$, uma função de z.

Considerando o laplaciano em coordenadas cilíndricas, se tem:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial(R_iZ_i)}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2(R_iZ_i)}{\partial z^2} = Z_i\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial R_i}{\partial r}\right) + R_i\frac{\partial^2 Z_i}{\partial z^2} = 0. \tag{A.3}$$

Supondo que $R_iZ_i \neq 0$, divide-se a equação anterior por R_iZ_i, obtendo-se

$$\frac{1}{rR_i}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial R_i}{\partial r}\right) + \frac{1}{Z_i}\frac{\partial^2 Z_i}{\partial z^2} = 0. \tag{A.4}$$

A primeira parcela da soma dessa equação depende apenas de r e a segunda, apenas de z. Dessa forma, por serem parcelas independentes, considera-se que, respectivamente, essas parcelas são constante em r ou em z. Assim, na medida em que sua soma é nula, obtém-se as seguintes equações:

$$\frac{1}{rR_i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}R_i}{\mathrm{d}r}\right) = -\lambda^2, \text{ e} \tag{A.5}$$

$$\frac{1}{Z_i}\frac{\mathrm{d}^2 Z_i}{\mathrm{d}z^2} = \lambda^2. \tag{A.6}$$

Fazendo $r = u/\lambda$ na equação (A.5), mostra-se que ela é um caso particular ($\nu = 0$), da equação diferencial de Bessel (Erdélyi, 1953),

$$u^2\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}u^2} + u\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}u} + (u^2 - \nu^2)w = 0 \tag{A.7}$$

$$u\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left(u\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}u}\right) + (u^2 - \nu^2)w = 0,$$

cuja solução, é formada pelas funções de Bessel de primeira espécie, de ordem ν e $-\nu$, representadas por $J_\nu(u)$ e $J_{-\nu}(u)$. Também são soluções, as combinações lineares:

$$Y_\nu(u) = (\operatorname{sen}\nu\pi)^{-1}[J_\nu(u)\cos\nu\pi - J_{-\nu}(u)], \tag{A.8}$$

$$H_\nu^{(1)}(u) = J_\nu(u) + iY_\nu(u), \text{ e} \tag{A.9}$$

$$H_\nu^{(2)}(u) = J_\nu(u) - iY_\nu(u), \tag{A.10}$$

A função $Y_\nu(u)$ denomina-se função de Bessel de segunda espécie ou função de Neumann. As funções $H_\nu^{(1)}(u)$ e $H_\nu^{(2)}(u)$ são funções de Bessel de terceira espécie, também denominadas por primeira ou segunda função de Hankel.

Entretanto, a solução do nosso problema exige $\nu = 0$. Nesse caso, $J_{-\nu}(u)$ não pode ser a outra solução da equação diferencial. Sendo assim, usa-se a função $Y_0(u)$ como a segunda solução, de forma que a solução da equação (A.5) é uma combinação linear de $Y_0(\lambda r)$ e $J_0(\lambda r)$. A Figura A.2 mostra o comportamento das funções J_0, J_1, Y_0, e Y_1.

A equação A.6 é uma equação diferencial em z, e a sua solução é formada pela combinação linear das funções $exp(-\lambda z)$ e $exp(\lambda z)$. Então, o potencial V_i que satisfaz, em coordenadas cilíndricas, à equação A.3, é dado por:

$$V_i = \int_0^\infty [A_i(\lambda)\exp(-\lambda z) + B_i(\lambda)\exp(\lambda z)] \times$$
$$[C_i(\lambda)J_0(\lambda r) + D_i(\lambda)Y_0(\lambda r)]\,\mathrm{d}\lambda. \tag{A.11}$$

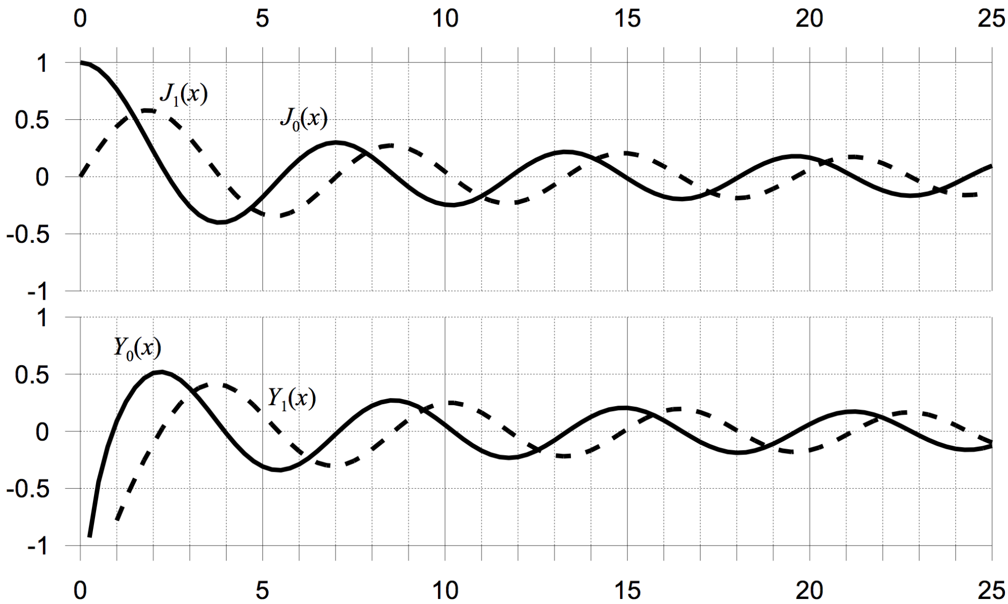


Figura A.2: Funções de Bessel $J_0(x), J_1(x), Y_0(x), Y_1(x)$

O fato da função de Bessel $Y_0(x)$ divergir quando o seu argumento é nulo, obriga o seu descarte da solução geral pois o potencia V_i também será avaliado em $r = 0$. Assim, o potencial V_i fica reduzido a:

$$V_i = \int_0^\infty \left[A_i(\lambda)\mathrm{e}^{-\lambda z} + B_i(\lambda)\mathrm{e}^{\lambda z}\right] J_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda. \tag{A.12}$$

A.1.2 Condições de Contorno

Tem-se $n + 2$ funções V_i a serem determinadas. Contudo, o resultado representado pela expressão (A.12), cada função V_i exige o conhecimento de duas outras funções de λ: A_i e B_i. Isto significa que se tem, também, $n + 2$ funções A_i e $n + 2$ funções B_i desconhecidas. Para viabilizar a solução deste problema, considera-se diversos aspectos físicos, visando o estabelecimento das $2n + 4$ equações necessárias.

Condições no infinito

Sabe-se que o potencial V_0 deve se anular à medida em que $z \to -\infty$, e que o potencial V_n deve, também, se anular à medida em que $z \to +\infty$, isso leva a escrever duas das $2n + 4$ equações:

$$A_0 = 0, \text{ e} \tag{A.13}$$

$$B_n = 0. \tag{A.14}$$

Condições de contorno nas interfaces

Em cada interfaces $z = z_i$, onde $i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$, devem ser satisfeitas as condições de continuidade do potencial elétrico e do componente normal do vetor da densidade de corrente elétrica.

Assim, a continuidade do potencial na interface $z = z_i$ estabelece que $V_i|_{z=z_i} = V_{i+1}|_{z=z_i}$. Usando a expressão (A.12), escreve-se

$$\int_0^\infty \left[A_i \mathrm{e}^{-\lambda z_i} + B_i \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] J_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda = \int_0^\infty \left[A_{i+1} \mathrm{e}^{-\lambda z_i} + B_{i+1} \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] J_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda. \tag{A.15}$$

Na medida em que essa igualdade deve ser satisfeita para qualquer r, os integrandos devem ser iguais,

$$A_i \mathrm{e}^{-\lambda z_i} + B_i \mathrm{e}^{\lambda z_i} - A_{i+1} \mathrm{e}^{-\lambda z_i} - B_{i+1} \mathrm{e}^{\lambda z_i} = 0. \tag{A.16}$$

A continuidade do componente normal do vetor da densidade de corrente impõe que

$$[\boldsymbol{j}_i \cdot \hat{\boldsymbol{z}}]|_{z=z_i} = [\boldsymbol{j}_{i+1} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}]|_{z=z_i}.$$

Considerando a expressão (A.12), esta última equação fica

$$\sigma_i \int_0^\infty \left[A_i \mathrm{e}^{-\lambda z_i} - B_i \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] J_0(\lambda r)\lambda \mathrm{d}\lambda = \sigma_{i+1} \int_0^\infty \left[A_{i+1} \mathrm{e}^{-\lambda z_i} - B_{i+1} \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] J_0(\lambda r)\lambda \mathrm{d}\lambda, \tag{A.17}$$

onde $\sigma_i = 1/\rho_i$, ou seja, a condutividade elétrica da camada i.

Novamente, como essa igualdade deve ser satisfeita para qualquer r, se tem

$$\sigma_i \left[A_i \mathrm{e}^{-\lambda z_i} - B_i \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] - \sigma_{i+1} \left[A_{i+1} \mathrm{e}^{-\lambda z_i} - B_{i+1} \mathrm{e}^{\lambda z_i}\right] = 0. \tag{A.18}$$

Nas equações acima, considerando a divisão da camada m pelo plano passando pela fonte de corrente, $i+1$ representa $\overline{m}$ quando $i = m-1$ e, quando $i = m$, se quer dizer $i = \underline{m}$.

Para finalizar, as equações resultantes da aplicação da continuidade do potencial elétrico como, também, do componente normal do vetor da densidade de corrente elétrica, permite obter $2n$ das $2n+4$ equações necessárias.

Condições impostas pela fonte de corrente

A fonte de corrente pontual merece uma atenção especial. Adotando a técnica utilizada por Sato (1996, 2000), a camada m contendo a fonte de corrente é dividida em duas partes ($\overline{m}$ e $\underline{m}$), por meio de um plano horizontal $z = z_F$. Assim, o meio denominado $\overline{m}$ é limitado superiormente pelo plano $z = z_{m-1}$ e, inferiormente, pelo plano $z = z_F$, enquanto o meio $\underline{m}$ é limitado inferiormente pelo plano $z = z_m$ e, superiormente, pelo plano $z = z_F$.

A continuidade do potencial elétrico, com exceção do ponto $r = 0$, estabelece que

$$\int_0^\infty \left[A_{\overline{m}} \mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}} \mathrm{e}^{\lambda z_F}\right] J_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda = \int_0^\infty \left[A_{\underline{m}} \mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\underline{m}} \mathrm{e}^{\lambda z_F}\right] J_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda, \tag{A.19}$$

ou seja,

$$A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F} - A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} - B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F} = 0. \tag{A.20}$$

Em relação à continuidade da corrente elétrica, considera-se que o fluxo total de corrente $\oint_S \boldsymbol{j}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = I$, onde S é uma superfície fechada envolvendo a fonte de corrente, como ilustra a Figura A.3. A superfície S é uma superfície cilíndrica, de raio R, altura $2h$, com bases de

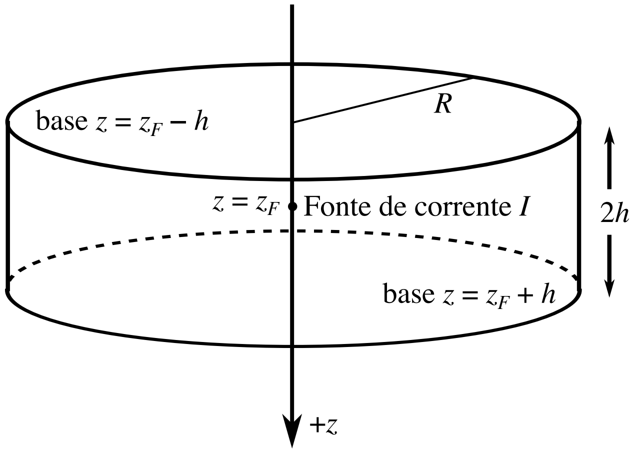


Figura A.3: Superfície cilíndrica envolvendo a fonte de corrente

coordenadas $z = z_f \pm h$, e a fonte de corrente localizada exatamente no centro geométrico.

O fluxo de corrente através da base $z = z_F - h$ é expresso por:

$$\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{r=0}^{R} \boldsymbol{j}_{\overline{m}}\cdot(-\hat{\boldsymbol{z}}\, r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta), \tag{A.21}$$

e o através da base $z = z_F + h$, por:

$$\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{r=0}^{R} \boldsymbol{j}_{\underline{m}}\cdot(\hat{\boldsymbol{z}}\, r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta). \tag{A.22}$$

Considerando que o fluxo através da lateral tende a zero quando $h \to 0$, desde que se considere finita a densidade de corrente na direção r, a soma das duas últimas integrais deve ser igual à intensidade da fonte de corrente I:

$$\begin{aligned}&\lim_{h\to 0} 2\pi\sigma_m \int_{r=0}^{R}\int_0^{\infty}\left[-A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda(z_F-h)} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda(z_F-h)}\right] J_0(\lambda r)\lambda\mathrm{d}\lambda\, r\mathrm{d}r\\ &\quad -\lim_{h\to 0} 2\pi\sigma_m \int_{r=0}^{R}\int_0^{\infty}\left[-A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda(z_F+h)} + B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda(z_F+h)}\right] J_0(\lambda r)\lambda\mathrm{d}\lambda\, r\mathrm{d}r = I.\end{aligned} \tag{A.23}$$

Fazendo os limites indicados e invertendo a ordem das integrações, se tem:

$$\begin{aligned}&2\pi\sigma_m \int_0^{\infty}\left[-A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F}\right]\left[\int_0^R J_0(\lambda r) r\mathrm{d}r\right]\lambda\mathrm{d}\lambda\\ &\quad -2\pi\sigma_m \int_0^{\infty}\left[-A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F}\right]\left[\int_0^R J_0(\lambda r) r\mathrm{d}r\right]\lambda\mathrm{d}\lambda = I.\end{aligned} \tag{A.24}$$

As integrais entre colchetes são idênticas e valem $(R/\lambda)J_1(\lambda R)$. Assim, a expressão anterior reescreve-se como

$$2\pi\sigma_m \int_0^\infty \left[-A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F}\right](R/\lambda)J_1(\lambda R)\lambda \mathrm{d}\lambda$$

$$-2\pi\sigma_m \int_0^\infty \left[-A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F}\right](R/\lambda)J_1(\lambda R)\lambda \mathrm{d}\lambda = I, \qquad \text{(A.25)}$$

ou, ainda,

$$\int_0^\infty \frac{2\pi\sigma_m}{I\lambda^{1/2}}\left[-A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F} + A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} - B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F}\right](\lambda R)^{1/2}J_1(\lambda R)\mathrm{d}\lambda = R^{-1/2}. \qquad \text{(A.26)}$$

Essa integral tem a forma

$$\int_0^\infty f(\lambda)(\lambda R)^{1/2}J_1(\lambda R)\mathrm{d}\lambda = R^{-1/2}, \qquad \text{(A.27)}$$

e é o resultado do fluxo total de corrente através da superfície cilíndrica de raio R qualquer. Esta última equação constitui-se numa transformada de Hankel que implica em $f(\lambda) = 1/\lambda^{1/2}$ (Erdélyi, 1954, p. 22). Assim, obtém-se a última das$2n + 4$ equações:

$$-A_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} + B_{\overline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F} + A_{\underline{m}}\mathrm{e}^{-\lambda z_F} - B_{\underline{m}}\mathrm{e}^{\lambda z_F} = \frac{I}{2\pi\sigma_m}. \qquad \text{(A.28)}$$

A.1.3 Potenciais elétricos

Com o uso das equações A.13, A.14, A.18, A.20 e A.28, pode-se estabelecer a expressão para o potencial elétrico em cada camada e os detalhes desse processo estão em Sato (2002). Sintetizando todos os processos, obtém-se os potenciais:

$$V_i = \begin{cases} \dfrac{I}{2\pi\sigma_m}\displaystyle\int_0^\infty \frac{1 - g_i\mathrm{e}^{-2\lambda(z-z_{i-1})}}{1 - g_iG_i\mathrm{e}^{-2\lambda(z_i-z_{i-1})}}\mathrm{e}^{-\lambda(z_F-z)}R_iJ_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda, & i = 0{,}1,\ldots,m-1,\overline{m} \\[2ex] \dfrac{I}{2\pi\sigma_m}\displaystyle\int_0^\infty \frac{1 - G_i\mathrm{e}^{-2\lambda(z_i-z)}}{1 - g_iG_i\mathrm{e}^{-2\lambda(z_i-z_{i-1})}}\mathrm{e}^{-\lambda(z-z_F)}r_iJ_0(\lambda r)\mathrm{d}\lambda, & i = \underline{m}, m+1,\ldots,n-1,n \end{cases} \qquad \text{(A.29)}$$

As funções g_i, G_i, r_i, R_i são escritas de forma recursiva, formando sequências. A função g_i inicia em g_0 e finaliza em g_n, a função G_i inicia em G_n e termina em G_0, a função r_i inicia em $r_{\underline{m}}$ e termina em r_n, e a função R_i, inicia em $R_{\overline{m}}$ e termina em R_0.

As sequências g_i e r_i têm partes em comum, dadas por:

$$g_0 = 0, \qquad \text{(A.30)}$$

$$g_i = \frac{1 - S_{i,i-1}f_i}{1 + S_{i,i-1}f_i}, \qquad f_i = \frac{1 - g_{i-1}\mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i-1}-z_{i-2})}}{1 + g_{i-1}\mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i-1}-z_{i-2})}}, \quad i = 1,\ldots,\overline{m}, \qquad \text{(A.31)}$$

$$g_{\underline{m}} = \frac{1 - f_{\underline{m}}}{1 + f_{\underline{m}}}, \qquad f_{\underline{m}} = \frac{1 - g_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-2\lambda(z_F-z_{m-1})}}{1 + g_{\overline{m}}\mathrm{e}^{-2\lambda(z_F-z_{m-1})}}, \qquad \text{(A.32)}$$

$$g_{m+1} = \frac{1 - S_{m+1,m} f_{m+1}}{1 + S_{m+1,m} f_{m+1}}, \qquad f_{m+1} = \frac{1 - g_{\underline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_m - z_F)}}{1 + g_{\underline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_m - z_F)}}, \tag{A.33}$$

$$g_i = \frac{1 - S_{i,i-1} f_i}{1 + S_{i,i-1} f_i}, \qquad f_i = \frac{1 - g_{i-1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i-1} - z_{i-2})}}{1 + g_{i-1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i-1} - z_{i-2})}}, \quad i = m+2, \ldots, n, \tag{A.34}$$

$$r_{\underline{m}} = \frac{f_{\underline{m}}}{1 + f_{\underline{m}}}, \tag{A.35}$$

$$r_i = r_{i-1} \times \frac{1 + f_i}{1 + S_{i,i-1} f_i}, \qquad i = m+1, \ldots, n. \tag{A.36}$$

Similarmente, as sequências G_i e R_i têm partes em comum, dadas por:

$$G_n = 0, \tag{A.37}$$

$$G_i = \frac{1 - S_{i,i+1} F_i}{1 + S_{i,i+1} F_i}, \qquad F_i = \frac{1 - G_{i+1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i+1} - z_i)}}{1 + G_{i+1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i+1} - z_i)}}, \quad i = n-1, \ldots, \underline{m}, \tag{A.38}$$

$$G_{\overline{m}} = \frac{1 - F_{\overline{m}}}{1 + F_{\overline{m}}}, \qquad F_{\overline{m}} = \frac{1 - G_{\underline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_m - z_F)}}{1 + G_{\underline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_m - z_F)}}, \tag{A.39}$$

$$G_{m-1} = \frac{1 - S_{m-1,m} F_{m-1}}{1 + S_{m-1,m} F_{m-1}}, \qquad F_{m-1} = \frac{1 - G_{\overline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_F - z_{m-1})}}{1 + G_{\overline{m}} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_F - z_{m-1})}}, \tag{A.40}$$

$$G_i = \frac{1 - S_{i,i+1} F_i}{1 + S_{i,i+1} F_i}, \qquad F_i = \frac{1 - G_{i+1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i+1} - z_i)}}{1 + G_{i+1} \mathrm{e}^{-2\lambda(z_{i+1} - z_i)}}, \quad i = m-2, \ldots, 0, \tag{A.41}$$

$$R_{\overline{m}} = \frac{F_{\overline{m}}}{1 + F_{\overline{m}}}, \tag{A.42}$$

$$R_i = R_{i+1} \times \frac{1 + F_i}{1 + S_{i,i+1} F_i}, \qquad i = m-1, \ldots, 0. \tag{A.43}$$

Nestas sequências, $S_{j,k} = \sigma_j / \sigma_k$. Outros detalhes importantes são:

- Na equação A.31, no caso $i = \overline{m}$, deve ser entendido que $S_{\overline{m},\overline{m}-1}$ refere-se a $S_{m,m-1}$, e que $(z_{\overline{m}-1} - z_{\overline{m}-2})$, a $(z_{m-1} - z_{m-2})$.
- Na equação A.36, no caso $i = m+1$, deve ser entendido que r_m refere-se a $r_{\underline{m}}$.
- Na equação A.38, no caso $i = \underline{m}$, deve ser entendido que $S_{\underline{m},\underline{m}+1}$ refere-se a $S_{m,m+1}$, e que $(z_{\underline{m}+1} - z_{\underline{m}})$, a $(z_{m+1} - z_m)$.
- Na equação A.43, no caso $i = m-1$, deve ser entendido que R_m refere-se a $R_{\overline{m}}$.

Referências

Araújo, F. F. S. (1997) Uso de GPR e IP-espectral na avaliação da contaminação industrial numa área do polo petroquímico de Camaçari, Dissert. de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Bertin, J. e Loeb, J. (1976) Experimental and Theoretical Aspects of Induced Polarization, vol. 1, Gebrüder Borntraeger, Berlin.

Cavalcanti, S. S. (1999) Hidrologia subterrânea na área do aterro sanitário de Salvador usando métodos geofísicos elétricos, Dissert. de Mestrado, Universidade Federal da Bahia.

Dias, A. C. (1972) Uma nova ocorrência do cobre determinada por métodos geofísicos na Fazenda Bela Vista - Bahia, Dissert. de Mestrado, Universidade Federal da Bahia.

Dias, C. A. (2000) Developments in a model to describe low-frequency electrical polarization of rocks, Geophysics, **65**(2):437–451.

Dias, C. A. (2017) Método Geofísico Eletromagnético a Multifrequência, Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro.

Edwards, R. N. e Nabighian, M. N. (1991) The magnetometric resistivity method, In: M. N. Nabighian, ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics, vol. 2, Application, Part A and B*, cap. 2, pp. 47–104, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma.

Erdélyi, A. (1953) Higher transcendental functions, vol. II, McGraw-Hill, New York.

Erdélyi, A. (1954) Tables of integral transforms, vol. II, McGraw-Hill, New York.

Fox, R. M. (1830) On the electromagnetic properties of metalliferous veins in the mines of Cornwall, Phil. Trans. R. Soc. Lond., **120**:399–414.

Gallas, J. D. F. (2005) Método do Potencial Espontâneo (SP)-uma revisão sobre suas causas, seu uso histórico e suas aplicações atuais, Revista Brasileira de Geofísica, **23**:133–144.

Gandolfo, O. C. B. (2007) Um estudo do imageamento geoelétrico na investigação rasa, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.

Gnuplot (2018) Gnuplot, http://www.gnuplot.info, Acessado em 13-fev-2018.

Inkscape (2018) INKSCAPE Desenhe Livremente, https://inkscape.org/pt-br/, Acessado em 13-fev-2018.

Jorden, J. R. e Campbell, F. L. (1986) Well logging II-Electric and Acoustic Logging, Society of Petroleum Engineers, New York.

Keller, G. V. e Frischknecht, F. C. (1966) Electrical Methods in Geophysical Prospecting, Pergamon Press, England.

Lima, O. A. L. (2014) Propriedades Físicas das Rochas: Bases da Geofíísica Aplicada, Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio Janeiro.

Lowrie, W. (2007) Fundamentals of Geophysics, Cambridge Un. Press, Cambridge, 2º edic..

Marshall, D. J. e Madden, T. R. (1959) Induced polarization, a study of its cause, Geophysics, **24**:790–816.

Mocitaiba, L. S. R. (2014) Análise da interferência do acoplamento eletromagnético na interpretação de dados de polarização induzida e resistividade, Trabalho de Graduação em Geofísica. Universidade Federal da Bahia.

Nery, G. G. (2013) Perfilagem Geofísica em Poço Aberto: Fundamentos Básicos com Ênfase em Petróleo, Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro.

Pelton, W. H.; Ward, S. H.; Hallof, P. G.; ; Sill, W. R. e Nelson, P. H. (1978) Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP, Geophysics, **43**(3):588–609.

Sato, H. K. (1996) Fonte de corrente elétrica no interior de camadas horizontais cujas condutividades variam potencialmente com a profundidade, Tese de Doutorado, Tese de Doutorado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia.

Sato, H. K. (2000) Potential field from a DC current source arbitrarily located in a nonuniform layered medium, Geophysics, **65**(6):1726–1732.

Sato, H. K. (2002) Métodos elétricos: Notas de aula, Depart. Geofísica, Inst. Geociências, Universidade Federal da Bahia.

Sato, H. K. (2018) Comunicação pessoal., Instituto de Geociências, UFBA, Brasil.

Sato, M. e Mooney, H. M. (1960) The electrochemical mechanism of sulfide self-potentials, Geophysics, **25**:226–249.

Telford, W. M.; Geldart, L. P.; Sheriff, R. E. e Keys, D. A. (1976) Applied Geophysics, Cambridge Un. Press, Cambridge.

Telford, W. M.; Geldart, L. P. e Sheriff, R. E. (1990) Applied Geophysics, Cambridge Un. Press, Cambridge.

Wessel, P.; Smith, W. H. F.; Scharroo, R.; Luis, J. F. e Wobb, F. (2013) Generic mapping tools: Improved version released, EOS Trans. AGU, **94**:409–410.