



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE
ELETORRESISTIVIDADE E POLARIZAÇÃO
INDUZIDA

WASHINGTON OLIVEIRA MARTINS

SALVADOR – BAHIA

OUTUBRO – 2000

INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS DE ELETRORRESISTIVIDADE E
POLARIZAÇÃO INDUZIDA

por

WASHINGTON OLIVEIRA MARTINS

GEO213 – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA APLICADA

DO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DA

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Comissão Examinadora

_____ Dr. Milton José Porsani - Orientador

_____ Dr. Olivar Antônio L. de Lima

_____ Dr. Wilson M. Figueiró

Data da aprovação: 10 de outubro de 2000

“Conhecer para criticar.”

Albert Einstein

A meus pais, Jayme e Altair

RESUMO

Este trabalho de graduação teve como propósito testar uma nova abordagem para a interpretação quantitativa conjunta de medidas geofísicas obtidas com o método da eletrorresistividade e de polarização induzida. Esta nova abordagem baseia-se no método iterativo de Gauss-Newton.

Utilizando-se dados de resistividade e cargabilidade aparentes obtidos no levantamento de uma curva de sondagem elétrica vertical, SEV, e fazendo uso da equação de Seigel (1959) que relaciona os valores de cargabilidade aparente e resistividade aparente do meio polarizado e não-polarizado, obtem-se duas curvas de SEVs associadas ao meio polarizado e não polarizado. Tais curvas são invertidas conjuntamente tendo em comum a geometria do modelo de camadas planas e horizontais. Conhecidos os valores de resistividades intrínsecas do meio polarizado e não-polarizado, são calculados os valores da cargabilidade das camadas. A nova abordagem utilizada, mostrou-se adequada para a inversão conjunta de dados de resistividade e cargabilidade aparente.

Para tanto fez-se um estudo bibliográfico preliminar para a fundamentação teórica dos métodos em questão. Em seguida propomos uma teoria matemática com base na formulação de Seigel para modelagem e inversão dos parâmetros físicos (resistividade e cargabilidade) e geométricos (espessura das camadas), dando origem ao nosso algoritmo.

Aplicamos o programa de inversão a dados sintéticos gerados através de modelagem direta, utilizando como exemplo diferentes tipos de curvas de resistividade e cargabilidade existentes na literatura. Posteriormente, adicionamos ruídos para simular dados de campo os quais foram testados exaustivamente a fim de ratificar a eficiência de nosso algoritmo. O método também foi testado sobre dados reais obtidos na área do Pólo-Petroquímico de Camaçari.

Os resultados da inversão foram analisados quantitativamente com base no cálculo do erro relativo entre os parâmetros dos modelos sintéticos e do grau de ajuste das curvas, sendo expostos em tabelas e gráficos. A interpretação final da inversão foi excelente quando aplicados a dados sintéticos e satisfatórios quando aplicados a dados reais. O algoritmo computacional desenvolvido em FORTRAN 77 mostrou-se numericamente estável.

ABSTRACT

This undergraduate work has the objective of testing a new approach for a joint quantitative interpretation of geophysical measurements associated with both the electroresistivity and the induced polarization methods. This new approach is based on the Gauss-Newton interactive method. Another objective is to test the effectiveness of the program implemented in FORTRAN 77 language based on the same theory using measurements of apparent resistivity and chargeability field data associated with a vertical electric sounding, VES, and using the Seigel (1959) equation, which relates apparent chargeability and apparent resistivity data of the polarized and non-polarized media, we can obtain two VES curves. Such VES curves are jointly inverted having in common the geometry of the model of flat and horizontal layers. Once the intrinsic resistivity data of the polarized and non-polarized medium are known, the chargeability data of the layers are calculated. The new approach has shown to be adequate to the joint inversion of apparent resistivity and chargeability data.

Bearing that in mind, a preliminary bibliography study was conducted in order to provide a theory base for the new inversion procedure. Then we propose a mathematical theory based on Seigel's formulation for modeling and inversion of the physical (resistivity and chargeability) and geometrical parameters, thus originating our algorithm.

We applied the inversion program to synthetic data generated through direct modeling, using as examples, resistivity and chargeability curves of different types mentioned in literature. We then added noise to simulate field data, which were then exhaustively tested in order to confirm the efficiency of our algorithm. The method was also tested on real data obtained in the Petro-chemical Pole, in Camaçari.

The results of the inversion were quantitatively analyzed based on the root mean square and on the degree of curve adjustments, and were presented in tables and charts. The interpretation was excellent when applied to synthetic data, and satisfactory when applied to real data.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE TABELAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Teoria dos Métodos	2
1.1 Método eletrorresistivo	2
1.1.1 Introdução	2
1.1.2 Método de Eletrorresistividade - Sondagem Elétrica Vertical (SEV)	2
1.1.3 Modelo de N-camadas horizontais	4
1.2 Método de polarização induzida no domínio do tempo.	5
1.2.1 Fenômenos de polarização	6
1.2.2 Formulação matemática do fenômeno de IP	6
CAPÍTULO 2 A Inversão Linearizada Conjunta	9
2.1 Introdução	9
2.2 A inversão linearizada conjunta de curvas de SEV e IP	10
2.2.1 Derivação das expressões iterativas	10
2.3 Avaliação do desempenho do modelo	15
CAPÍTULO 3 Resultados Numéricos	16
3.1 Inversão de dados sintéticos sem ruído	16
3.2 Inversão de dados sintéticos com ruído	24
3.3 Inversão de dados reais	30
3.3.1 Seção geoeletrica W - E	32
CAPÍTULO 4 Conclusões	43
AGRADECIMENTOS	45

APÊNDICE A	Algoritmo Conjugado Gradiente para Solução das Equações Normais	
	Normais	46
A.1	Resumo	46
A.2	Relacionamento Iterativo	46
Referências	50

ÍNDICE DE TABELAS

3.1	Curvas padrões de SEVs de 3 e 4 camadas.	16
3.2	Interpretação para a curva tipo Q.	37
3.3	Interpretação para a curva tipo H.	37
3.4	Interpretação para a curva tipo A.	38
3.5	Interpretação para a curva tipo K.	38
3.6	Interpretação para a curva tipo HK.	39
3.7	Interpretação para a curva SET-9.	40
3.8	Interpretação para a curva SEV-23.	41
3.9	Interpretação para a curva SEV-28.	42

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Esquema do arranjo Schlumberger de sondagem elétrica de superfície	4
1.2	Formas do sinal transmitido e recebido no domínio do tempo.	8
3.1	Gráficos mostrando as curvas de SEVs padrões A,H,K,Q e HK.	17
3.2	Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo Q. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	19
3.3	Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo H. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	20
3.4	Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo A. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	21
3.5	Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo K. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	22
3.6	Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo HK. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	23

3.7	Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo Q. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	25
3.8	Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo H. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	26
3.9	Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo A. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	27
3.10	Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo K. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	28
3.11	Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo HK. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	29
3.12	Mapa geológico e de localização da área estudada.	31
3.13	Mapa de localização dos centros das sondagens. A área escura refere-se as fábricas.	32
3.14	Seção geoeétrica interpretada com base nos resultados da inversão 1-D das SEVs disponíveis.	33

3.15	Inversão 1-D de dados reais para curva SET-9. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	34
3.16	Inversão 1-D de dados reais para curva SEV-23. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	35
3.17	Inversão 1-D de dados reais para curva SEV-28. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).	36

INTRODUÇÃO

A inversão é a essência do trabalho geofísico, especialmente em geofísica aplicada. É ainda pertinente à geofísica descrever como os dados se comportam para um determinado modelo e situação geológica bem definida. Este é o problema direto. O problema da construção de um modelo razoável da terra (descrever as propriedades físicas) baseado nos dados é chamado problema geofísico inverso. Os dados de levantamentos eletrorresistivo são usados rotineiramente em aplicações de mineração, água subterrânea e engenharia (Telford et al., 1976; Rijo et al., 1977 e Ward, 1983). Em aplicações ambientais, são capazes de mapear plumas de contaminação (Olivar e Porsani, 1994). Já os dados do método de polarização induzida, IP, é utilizado para detectar pequenas concentrações de minerais disseminados na exploração de metais (Sumner, 1976; Pelton et al., 1978). Seu emprego na exploração de água tem sido limitado (Vaquier et al., 1957). Patella (1973), Oldenburg e Li (1994) desenvolveram técnicas de inversão de IP no domínio do tempo. Através da definição de Seigel (1959), desenvolvemos um procedimento de inversão linearizada conjunta envolvendo dados de eletrorresistividade e polarização induzida. A fundamentação para nosso algoritmo é a suposição de que o principal efeito da cargabilidade é alterar a condutividade efetiva do meio quando da aplicação de uma corrente.

No capítulo 1, fazemos uma descrição sucinta da fundamentação teórica dos métodos geofísicos: eletrorresistividade e IP.

No capítulo 2, apresentamos a teoria da inversão linearizada e a derivação das expressões para a inversão conjunta.

No capítulo 3, fazemos a verificação da eficácia do método iterativo de inversão conjunta, quando aplicado para diferentes tipos de curvas para dados sintéticos sem ruído e com ruído randômico e para dados reais representativos da região do Pólo-Petroquímico de Camaçari, Bahia.

Por fim no capítulo 4, apresentamos as conclusões e sugestões para trabalhos posteriores.

CAPÍTULO 1

Teoria dos Métodos

1.1 Método eletrorresistivo

1.1.1 Introdução

O método eletrorresistivo caracteriza-se pela medida da diferença de potencial entre dois pontos devido à excitação de um substrato rochoso por campos elétricos artificiais criado pela injeção no solo de uma corrente elétrica contínua ou de frequência muito baixa.

O primeiro a introduzir correntes elétricas na terra, para que através da distribuição de potencial medida na superfície fosse possível estudar a subsuperfície, foi Conrad Schlumberger. Sua idéia consistia em comparar a distribuição de potencial conseguida por uma corrente aplicada à terra real, com a distribuição que existiria se a terra fosse homogênea (Johansen, 1977). Com base nestes estudos surgiu o método de eletrorresistividade que foi aplicado pela primeira vez em 1920 para a prospecção de ferro na Normandia.

Portanto, mapeando-se a distribuição do potencial elétrico por meio de dois eletrodos, obtém-se a resistividade elétrica das rochas que depende de fatores como seu conteúdo em fluido, a constituição mineralógica, a textura e a estrutura do material.

1.1.2 Método de Eletrorresistividade - Sondagem Elétrica Vertical (SEV)

O método de eletrorresistividade utiliza fontes artificiais que geram correntes (contínua ou alternada de baixa frequência), as quais são introduzidas na terra através de eletrodos. O método utiliza as medidas da distribuição de potencial causado pelas correntes induzidas para extrair informações a respeito da distribuição de resistividade em subsuperfície.

A expressão que relaciona a resistividade com o potencial elétrico é deduzida, assumindo-se um modelo de um semi-espaco condutor com a fonte na superfície, sendo representada pela equação,

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad (1.1)$$

Para a medida de diferença de potencial entre dois pontos M e N causado por um fluxo de corrente I transmitida à terra por uma fonte através de dois eletrodos de corrente A e B, sendo adotado para A (entrada) um sinal positivo e para B (saída) um sinal negativo, conforme ilustra a Fig(1.1). Os potenciais em M e N podem ser representados pelas expressões,

$$V_M = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_1} - \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (1.2)$$

$$V_N = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_3} - \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{r_4} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \quad (1.3)$$

A diferença de potencial entre os pontos M e N resulta,

$$V_{MN} = V_M - V_N \quad (1.4)$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right) \quad (1.5)$$

$$= \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} - \frac{1}{AN} \right) \quad (1.6)$$

Esta expressão pode ser rearrumada para termos o valor da resistividade em função dos demais parâmetros.

$$\rho = \frac{2\pi V_{MN}}{I} \left(\frac{1}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} - \frac{1}{AN}} \right) \quad (1.7)$$

ou

$$\rho = K \frac{V_{MN}}{I}$$

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} - \frac{1}{AN}} \quad (1.8)$$

onde K é chamado de fator geométrico.

A resistividade acima medida é aquela para um meio homogêneo e isotrópico, logo ela será constante em todo o meio estudado para qualquer corrente e arranjo de eletrodos utilizado,

isto é, para qualquer ponto do meio a razão $\frac{V_{MNK}}{I}$ permanecerá a mesma. No caso de um meio heterogêneo (a terra real), se mudarmos os espaçamentos dos eletrodos, ou se fixarmos os espaçamentos e andarmos com o arranjo ao longo da superfície do terreno, a razão $\frac{V_{MNK}}{I}$ irá mudar. Obteremos para cada medida um valor diferente para a resistividade, se existirem variações laterais da mesma dentro do meio. Esta quantidade medida é conhecida como **resistividade aparente** ρ_a .

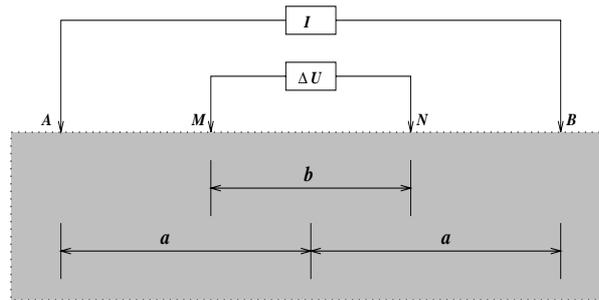


Figura 1.1: Esquema do arranjo Schlumberger de sondagem elétrica de superfície

1.1.3 Modelo de N-camadas horizontais

Até este ponto, calculamos a resistividade da terra utilizando um modelo de um semi-espaço homogêneo e condutivo com a fonte na superfície. Porém, sabemos através de estudos geológicos, que as rochas no substrato apresentam diversas variações de forma quando em conjunto, formando estruturas complexas. Dentre as várias estruturas possíveis, adotou-se para o modelamento da terra através da resistividade, o modelo de camadas estratificadas plano-horizontais, por motivos de simplificação matemática. A expressão do potencial para um meio estratificado plano-horizontal com uma fonte na superfície é encontrada em Sato (1996) sendo:

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left\{ \frac{1}{r} + \int_0^\infty \left[\frac{1 - G_1 e^{-2\lambda z_1}}{1 + G_1 e^{-2\lambda z_1}} - 1 \right] J_0(\lambda r) d\lambda \right\} \quad (1.9)$$

onde o índice 1 corresponde à primeira camada, λ é uma variável real de integração, $J_0(\lambda r)$ é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero, ρ_1 é a resistividade da primeira camada e G_1 pode ser obtido recursivamente por:

$$\begin{aligned}
G_i &= \frac{1 - (\rho_{i+1}/\rho_i)F_i}{1 + (\rho_{i+1}/\rho_i)F_i} \\
F_i &= \frac{1 - G_{i+1}e^{-2\lambda h_{i+1}}}{1 + G_{i+1}e^{-2\lambda h_{i+1}}} \\
G_{i+1} &= \dots \\
&\vdots \\
F_{n-1} &= 1 \\
G_n &= 0
\end{aligned}$$

Podemos mostrar, a partir destas expressões, que a expressão da resistividade aparente ρ_a para o arranjo Schlumberger considerando o modelo de N-camadas plano-horizontais é:

$$\begin{aligned}
\rho_{a,S} = \rho_1 \left\{ 1 + \left[\frac{a}{b} + \frac{1}{2} \right] (a - b/2) \int_0^\infty \left[\frac{1 - G_1 e^{-2\lambda z_1}}{1 + G_1 e^{-2\lambda z_1}} - 1 \right] J_0(\lambda(a - b/2)) d\lambda \right. \\
\left. - \left[\frac{a}{b} - \frac{1}{2} \right] (a + b/2) \int_0^\infty \left[\frac{1 - G_1 e^{-2\lambda z_1}}{1 + G_1 e^{-2\lambda z_1}} - 1 \right] J_0(\lambda(a + b/2)) d\lambda \right\} \quad (1.10)
\end{aligned}$$

1.2 Método de polarização induzida no domínio do tempo.

A polarização induzida é um fenômeno provocado pela corrente elétrica que causa um retardo na voltagem de resposta dos minerais da terra (Sumner, 1976). Portanto os mecanismos de polarização induzida, quais sejam, polarização de eletrodo e polarização de membrana devem ocorrer sob tais circunstâncias. O efeito de polarização induzida pode ser observado, por exemplo, no instante de desligamento de uma corrente contínua injetada num meio. Se o meio é polarizável, a voltagem no período de descarga não cairá imediatamente a zero, mas assumirá um valor finito e, então, decairá quase exponencialmente a zero. A presença deste potencial residual após o desligamento da corrente indica que o meio possui capacidade de reter cargas elétricas em resposta ao campo externo aplicado. Esta capacidade está relacionada às características mineralógicas, textuais e estruturais das rochas. Seigel (1959) introduziu um parâmetro físico macroscópico, chamado cargabilidade, para representar todos os fenômenos microscópico que governam a polarização elétrica. Com isso, um modelo de terra pode ser descrito por duas quantidades positivas: a condutividade elétrica, $\sigma(x, y, z)$, e a cargabilidade, $m(x, y, z)$, enquanto a condutividade varia em várias ordens de grandeza, a variação da cargabilidade está confinada ao intervalo (0,1).

1.2.1 Fenômenos de polarização

Existem duas formas básicas de fenômenos de polarização: a polarização de eletrodo e a polarização de membrana. A polarização de membrana surge em consequência da acumulação de cargas elétricas negativas na superfície de alguns minerais (argilas, principalmente). Este acúmulo de cargas tende a reter as cargas positivas na vizinhança do mineral, gerando uma concentração anômala de carga positiva conhecida como dupla camada. A extensão da dupla camada atinge a ordem de 10^{-6} cm, podendo ser da mesma ordem de grandeza dos poros da rocha (Telford et al., 1976). Quando isto ocorre, o fluxo de corrente elétrica pelos poros da rocha torna-se impedido. Esta oposição ao movimento dos íons induz o acúmulo de carga elétrica nos poros obstruídos, gerando, assim, a polarização.

A polarização de membrana está associada à presença de argila nas rochas, não havendo, entretanto, uma relação linear entre a quantidade deste mineral e a magnitude da polarização induzida. Nas rochas com muita argila, a magnitude da polarização é pequena porque existe uma baixa quantidade de cargas livres. A polarização de membrana é mais intensa em arenitos argilosos, principalmente, naqueles em que a argila apresenta-se dispersa nos poros da rocha. A salinidade da água de formação contribui para a diminuição do efeito de polarização. Tal fato pode ser interpretado levando em consideração que o aumento da salinidade cria mais opções para o fluxo de corrente elétrica através da rocha, diminuindo a quantidade de “armadilha” que impedem o seu livre trânsito. Pequenas variações na salinidade da água, na ordem de algumas partes por milhão, podem diminuir a polarização do meio.

Na polarização de eletrodo, a diferença de mobilidade das cargas elétricas é causada pela presença de minerais com alta condutividade eletrônica imersos em uma rocha mais, ou muito mais resistiva. O fenômeno torna-se particularmente mais intenso para minerais condutivos do tipo pórfiro ou do tipo filonar descontínuo, pois, nestes casos, é maior a área total das interfaces em que se acumulam as cargas. Rochas portadoras de sulfetos tendem a apresentar este tipo de polarização.

1.2.2 Formulação matemática do fenômeno de IP

O fenômeno da polarização, apesar de ter uma origem bastante complexa, pode ser descrito, simplificada, supondo que, em resposta a um campo elétrico externo \vec{E} , um meio homogêneo isotrópico, linear e polarizável adquire uma distribuição volumétrica de dipolos elétricos antiparalelos ao campo em cada ponto e meio. A densidade de corrente, que num meio sem polarização seria \vec{J} , torna-se num meio com polarização (Seigel, 1959):

$$\vec{J} = (1 - m)\vec{J}, \quad (1.11)$$

sendo m a cargabilidade intrínseca do meio. Considerando que:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (1.12)$$

temos que o meio polarizável possui uma condutividade elétrica equivalente à

$$\sigma' = (1 - m)\sigma, \quad (1.13)$$

ou, ainda, uma resistividade elétrica igual à

$$\rho' = \left(\frac{1}{1 - m}\right)\rho \quad (1.14)$$

O efeito da polarização induzida traduz-se, portanto, num aumento da resistividade elétrica do meio quando um campo externo é aplicado. A cargabilidade pode ser vista como uma função dependente do tempo de carga $m(t)$, que a cada instante descreve o grau de polarização do meio (Patella, 1973). Para tempos de injeção de corrente suficientemente longos, o meio atinge um estado estacionário com $m(t)$ constante e com uma resistividade máxima.

Se um meio é composto de n diferentes materiais de condutividades σ_i , $i = 1, \dots, n$, então, o potencial primário, na ausência de efeitos de IP, pode ser expresso como

$$V = V(\sigma_i) \quad (1.15)$$

Este é o potencial “instantâneo” presente quando a corrente é ligada. Se o meio é polarizável, então, o potencial V' , medido algum tempo após o início da injeção de corrente, irá diferir de V . A função será

$$V' = V(\sigma_i'), \quad (1.16)$$

onde

$$\sigma_i' = \sigma_i(1 - m_i), \quad (1.17)$$

e m_i , são as cargabilidades intrínsecas dos vários meios.

A cargabilidade aparente teórica para o meio é definida pela razão do potencial secundário V_s , medido imediatamente após a interrupção da corrente, pelo potencial de estado estacionário V' medido pouco antes da corrente ser desligada (Seigel, 1959):

$$m_{ap} = \frac{V_s}{V'} = \frac{V' - V}{V'}, \quad (1.18)$$

ou de forma análoga,

$$m_{ap} = \frac{\rho'_a - \rho_a}{\rho'_a}, \quad (1.19)$$

onde ρ'_a é a resistividade aparente do meio para tempos de carga suficientemente longos (caso estacionário) e ρ_a é a resistividade aparente para os meios sem polarização.

Na detecção dos efeitos de IP no domínio do tempo, utiliza-se o procedimento de energizar o terreno com uma corrente eléctrica contínua durante um certo período T , desligá-la em seguida durante T , e iniciar outro ciclo de corrente contínua de polaridade reversa. Nos intervalos de injeção, mede-se V' . Nos períodos desligados, observa-se o potencial secundário V_s em função do tempo. A cargabilidade aparente pode ser definida a cada instante t da curva de decaimento do potencial eléctrico como:

$$m_{ap} = \frac{V_s(t)}{V'} \quad (1.20)$$

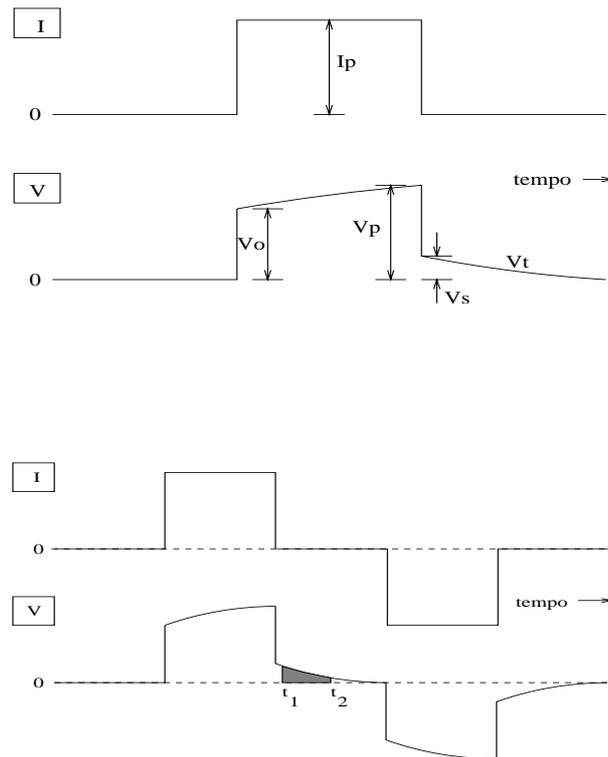


Figura 1.2: Formas do sinal transmitido e recebido no domínio do tempo.

CAPÍTULO 2

A Inversão Linearizada Conjunta

2.1 Introdução

Antes da interpretação faz-se necessário a etapa de processamento que consiste em determinar os parâmetros do modelo, utilizando uma função matemática pré estabelecida que descreva o comportamento dos parâmetros físicos e geométricos envolvidos, ajustando-a da melhor maneira possível aos dados de campo. Contudo, são utilizados vários métodos, dentre os quais pode-se citar os métodos de Lagrange, Newton, Gauss-Newton, interpolação polinomial e mínimos quadrados. Em todos esses métodos, é preciso ter conhecimento da função matemática a qual se deseja ajustar os dados que, por sua vez, muitas vezes têm um comportamento não-linear.

Com o propósito de se resolver o problema de ajuste das funções não lineares, surgiu o método de inversão linearizada ou de Gauss-Newton, que tem por objetivo linearizar a função através da expansão de Taylor de primeira ordem, em torno do modelo corrente. Desta maneira, pode-se obter uma forma quadrática cujo ponto de mínimo pode ser calculado com o método de mínimos quadrados. A linearização através da utilização da expansão por série de Taylor, produz uma expressão linear para aproximar a função não linear em torno do modelo corrente. O somatório do erro quadrático, que corresponderá a equação de um parabolóide de dimensão n no espaço dos n parâmetros, é apenas uma aproximação da função original e só poderá ser utilizada para valores próximos ao ponto inicial tomado. A linearização não resolve entretanto o problema da convergência para mínimos locais que afeta o processo de minimização de funções não lineares. Acontece que a expressão que define o somatório do erro quadrático em função do vetor de parâmetros para uma função linear, por ser um parabolóide, possui apenas um mínimo. A função-objetivo, da qual se deseja obter o mínimo global, não é um parabolóide, e portanto poderá ter vários mínimos locais, neste caso, o mínimo para o qual o método convergirá, dependerá do vetor de parâmetros iniciais adotado.

2.2 A inversão linearizada conjunta de curvas de SEV e IP

Dispondo-se das medidas de resistividade e cargabilidade aparentes, $\{\rho'_a(x_i), m_a(x_i)\}$, correspondentes a uma sondagem elétrica vertical, (SEV), deseja-se obter as resistividades ρ_j , espessuras h_j e as cargabilidades intrínsecas m_j das camadas da subsuperfície.

Os valores de $\rho'_a(x_i)$ da SEV estão associados ao meio polarizado. Sabe-se também que as resistividades aparentes do meio não polarizado, $\rho_a(x_i)$, podem ser obtidas a partir dos pares de medidas $\{\rho'_a(x_i), m_a(x_i)\}$, através da equação $\rho_a(x_i) = \rho'_a(x_i)(1 - m_a(x_i))$.

Dessa forma podemos obter os valores de resistividades aparentes dos meios polarizado e não-polarizado $\{\rho'_a(x_i), \rho_a(x_i)\}$ que formam duas curvas de SEV's. Essas curvas podem ser invertidas conjuntamente fornecendo o conjunto de parâmetros $\{\boldsymbol{\rho}', h, \boldsymbol{\rho}\}$, onde $\{\boldsymbol{\rho}', h\} = \{\rho'_1, \rho'_2, \dots, \rho'_N, h_1, h_2, \dots, h_{N-1}\}$ e $\{\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}\} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, h_1, h_2, \dots, h_{N-1}\}$ correspondem aos modelos com e sem polarização que invertem as curvas das SEV's com dados polarizados, $\rho'_a(x_i)$ e não-polarizados, $\rho_a(x_i)$, respectivamente. Conhecendo-se as resistividades $\{\rho'_j, \rho_j\}$, calcula-se a cargabilidade intrínseca m_j , através da relação $m_j = 1 - (\rho_j/\rho'_j)$.

2.2.1 Derivação das expressões iterativas

Dispondo-se dos pares de valores $\{\rho'_a(x_i), m_a(x_i)\}$, correspondentes as medidas de resistividade aparente do meio polarizado e de cargabilidade aparente; e utilizando a equação de Seigel (1959) que relaciona estas medidas com a resistividade aparente do meio não-polarizado, $\rho_a(x_i)$,

$$m_a(x_i) = \frac{\rho'_a(x_i) - \rho_a(x_i)}{\rho'_a(x_i)}, \quad (2.1)$$

podemos obter a expressão para o cálculo dos valores de $\rho_a(x_i)$,

$$\rho_a(x_i) = \rho'_a(x_i)(1 - m_a(x_i)). \quad (2.2)$$

Dessa forma podemos calcular as resistividades aparentes correspondentes ao meio não-polarizado e dispor dos pares de valores de resistividade aparente $\{\rho'_a(x_i), \rho_a(x_i)\}$, $i = 1, 2, \dots, M$, que, no caso das SEV's representarão os dados das SEV's polarizada e não-polarizada, respectivamente.

O problema de inversão a ser resolvido consiste em obter os parâmetros de resistividades do meio polarizado, ρ'_j , e os correspondentes valores de cargabilidade intrínseca m_j .

Para maior simplicidade, vamos considerar que o meio investigado seja constituído de camadas plano-paralelas horizontais, homogêneas e isotrópicas. Este, corresponde ao modelo

simplificado usualmente utilizado para interpretação quantitativa dos dados de sondagem elétrica vertical.

Seja $g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)$ a função que calcula o modelo direto, $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N\}^T$ e $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_{N-1})^T$, que representam os parâmetros de resistividades e espessuras de um modelo de n camadas. Deseja-se, pois, obter um conjunto de parâmetros $\{\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}\}$ que melhor descrevam/ajustem os dados de resistividade aparente, $\{\rho'_a(x_i), \rho_a(x_i)\}$, $i = 1, \dots, M$ ($M > N$).

Para um modelo arbitrário com polarização $\{\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}\}$, o desvio entre o valor de resistividade aparente observado na posição x , $\rho'_a(x)$, e calculado pela função g é dado por

$$\Delta d(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, x) = \rho'_a(x) - g(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, x). \quad (2.3)$$

Analogamente, para o modelo sem polarização, cujos parâmetros são $\{\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}\}$, o desvio é dado por

$$\Delta f(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x) = \rho_a(x) - g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x) \quad (2.4)$$

Seja $Q(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, \boldsymbol{\rho})$ a função positiva, definida em termos do quadrado dos desvios como

$$Q(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^M \Delta d^2(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, x_i) + \Delta f^2(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x_i). \quad (2.5)$$

O modelo considerado ótimo $\{*\boldsymbol{\rho}', *\mathbf{h}, *\boldsymbol{\rho}\}$ é aquele que leva a função Q ao seu valor mínimo. Uma vez que a função utilizada para cálculo dos valores teóricos de resistividade aparente, $g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)$, é uma função não-linear nos parâmetros $\{\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}\}$, também as equações (2.3) e (2.4) também serão não-lineares. Isso implica que a equação (2.5) não tenha necessariamente um único mínimo. Conseqüentemente, o modelo ótimo não pode ser obtido de forma simples e direta, resolvendo-se um único sistema de equações, conforme seria o caso de problemas lineares, nos quais a equação (2.5) representaria a equação de um parabolóide.

O procedimento adotado nesse caso consiste na obtenção de uma aproximação linear das equações (2.3) e (2.4) através da expansão em série de Taylor, tomando-se apenas os termos de primeira ordem, gerando-se assim sistemas lineares de equações que podem ser resolvidos conjuntamente com o método dos mínimos quadrados. Esse procedimento dá origem ao método iterativo de Gauss-Newton, utilizado na solução de problemas não-lineares. Nesse método, parte-se de um modelo inicial, que representa uma estimativa do modelo ótimo, que é atualizado em cada passo do processo iterativo, conforme descrito a seguir.

Expandindo-se a equação (2.3) em série de Taylor em torno do modelo corrente da iteração

k , $\{\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k\}$, tomando-se apenas os termos até a primeira ordem, avaliando a aproximação nos pontos de observação $\{x_i\}$ e representando os resultados em notação matricial e vetorial, obtém-se

$$\Delta d(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, x) \cong \tilde{\Delta} d(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, x) = \Delta d(\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x}) - \mathbf{D}\boldsymbol{\rho}'_k \Delta \boldsymbol{\rho}' - \mathbf{D}h_k \Delta h_k, \quad (2.6)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_1, x_2, \dots, x_M\}^T \\ \Delta \boldsymbol{\rho}' &= \boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}'_k, \\ \Delta h &= \mathbf{h} - \mathbf{h}_k, \end{aligned}$$

$\mathbf{D}\boldsymbol{\rho}'_k$ e $\mathbf{D}h_k$ representam as matrizes sensibilidade relacionadas às resistividades e espessuras, cujas j -ésimas colunas são dadas por

$$\begin{aligned} {}^k \mathbf{d}\boldsymbol{\rho}_j &= \left(\left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial \rho_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, x_1}, \dots, \left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial \rho_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, x_M} \right)^T, \quad j = 1, 2, \dots, N \\ {}^k \mathbf{d}h_j &= \left(\left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial h_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, x_1}, \dots, \left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial h_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, x_M} \right)^T, \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned}$$

Procedendo de forma similar com a equação (2.4), obtém-se

$$\Delta f(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, \mathbf{x}) \cong \tilde{\Delta} f(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, \mathbf{x}) = \Delta f(\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x}) - \mathbf{F}_{\rho_k} \Delta \boldsymbol{\rho} - \mathbf{F}_{h_k} \Delta h \quad (2.7)$$

onde

$$\Delta \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_k$$

e \mathbf{F}_{ρ_k} e \mathbf{F}_{h_k} representam as matrizes sensibilidade relacionadas às resistividades e espessuras,

cujas j -ésimas colunas são dadas por

$${}^k \mathbf{f} \rho_j = \left(\left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial \rho_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, x_1}, \dots, \left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial \rho_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, x_M} \right)^T, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$${}^k \mathbf{f} h_j = \left(\left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial h_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, x_1}, \dots, \left. \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, x)}{\partial h_j} \right|_{\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, x_M} \right)^T, \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

Para simplicidade de notação, podemos abandonar os índices dos vetores dos desvios nas equações (2.6) e (2.7),

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} d &= \tilde{\Delta} d(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{h}, \mathbf{x}), \\ \tilde{\Delta} d_k &= \tilde{\Delta} d(\boldsymbol{\rho}'_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x}), \\ \tilde{\Delta} f &= \tilde{\Delta} f(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{h}, \mathbf{x}), \\ \tilde{\Delta} f_k &= \tilde{\Delta} f(\boldsymbol{\rho}_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x}). \end{aligned}$$

Assim, as equações (2.6) e (2.7) podem ser representadas como se segue:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} d &= \begin{bmatrix} \Delta d_k & \mathbf{D} \rho'_k & \mathbf{D} h_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\Delta \rho' \\ -\Delta h \end{bmatrix} \\ \tilde{\Delta} f &= \begin{bmatrix} \Delta f_k & \mathbf{F} \rho_k & \mathbf{F} h_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\Delta \rho \\ -\Delta h \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Combinando as equações acima obtém-se o sistema linear de equações correspondente aos desvios linearizados (aproximados), tanto para os dados com polarização, $\tilde{\Delta} d$, quanto para os sem polarização, $\tilde{\Delta} f$,

$$\begin{pmatrix} \tilde{\Delta} d \\ \tilde{\Delta} f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta d_k & \mathbf{D} \rho'_k & \mathbf{D} h_k & \mathbf{O} \\ \Delta f_k & \mathbf{O} & \mathbf{F} h_k & \mathbf{F} \rho_k \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\Delta \rho' \\ -\Delta h \\ -\Delta \rho \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde \mathbf{O} representa a matriz nula $M \times N$.

Os vetores deslocamento nos parâmetros $\Delta \rho'$, Δh e $\Delta \rho$ são obtidos através do método dos mínimos quadrados.

Minimizando a forma quadrática

$$\tilde{Q}(\rho', \mathbf{h}, \rho) = \tilde{\Delta} d^T \tilde{\Delta} d + \tilde{\Delta} f^T \tilde{\Delta} f$$

com relação aos parâmetros $\{\rho_j, \rho'_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$ e $\{h_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N - 1$, obtém-se o sistema de equações normais, cuja solução fornece os vetores deslocamento para a atualização do modelo corrente,

$$\begin{pmatrix} \rho'_{k+1} \\ \mathbf{h}_{k+1} \\ \rho_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho'_k \\ \mathbf{h}_k \\ \rho_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta \rho' \\ \Delta h \\ \Delta \rho \end{pmatrix}.$$

Notamos que a solução mínimos quadrados do sistema linear de equações, representado pela equação (2.8) terá o compromisso duplo de minimizar tanto o quadrado dos desvios relativos à curva da SEV polarizada quanto aqueles relativos à curva de SEV com resistividades aparentes não-polarizadas. O algoritmo iterativo mínimos quadrados, para inversão conjunta das duas curvas de SEV, está apresentado a seguir:

Início.

Modelo inicial:

$$\{\rho'_0, \mathbf{h}_0, \rho_0\},$$

Medidas de resistividades e cargabilidades aparentes:

$$\{\rho'_a(x_i), m_a(x_i)\}$$

$$\rho_a(x_i) = \rho'_a(x_i)(1 - m_a(x_i)), i = 1, 2, \dots, M$$

DO $k = 0$, N -iterações

$$\Delta d_k = \rho'_a(\mathbf{x}) - g(\rho'_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x})$$

$$\Delta f_k = \rho_a(\mathbf{x}) - g(\rho_k, \mathbf{h}_k, \mathbf{x})$$

- Obtenção das matrizes sensibilidades:

$$\{\mathbf{D}\rho'_k, \mathbf{D}h_k, \mathbf{F}\rho_k, \mathbf{F}h_k\},$$

- Obtenção da solução mínimos quadrados do sistema linear:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}\rho'_k & \mathbf{D}h_k & \emptyset \\ \emptyset & \mathbf{F}h_k & \mathbf{F}\rho_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \rho' \\ \Delta h \\ \Delta \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta d_k \\ \Delta f_k \end{pmatrix}$$

- Atualização do modelo.

$$\begin{pmatrix} \rho'_{k+1} \\ \mathbf{h}_{k+1} \\ \rho_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho'_k \\ \mathbf{h}_k \\ \rho_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta \rho' \\ \Delta \mathbf{h} \\ \Delta \rho \end{pmatrix}$$

END DO .

A solução mínimos quadrados do sistema linear relacionado aos deslocamentos $\Delta \rho'$, $\Delta \mathbf{h}$, $\Delta \rho$ foi obtida através do algoritmo conjugado gradiente apresentado no apêndice A.

2.3 Avaliação do desempenho do modelo

A avaliação dos respectivos grau de ajuste dos modelos inferidos, foi realizado a partir da utilização da expressão definida por Porsani et. al. (1993) qual seja,

$$f(\alpha) = 1 - \frac{2 \sum_{j=1}^M |y_j - x_j|^\alpha}{\sum_{j=1}^M |y_j - x_j|^\alpha + \sum_{j=1}^M |y_j + x_j|^\alpha} \quad (2.9)$$

onde f é a função a ser minimizada, y_j é a j -ésima componente do vetor de dados observados, x_j é a j -ésima componente do vetor de dados calculados. Determinou-se $\alpha = 2$ como sendo aquele que fornece melhores resultados, após vários testes através de experimentos com a inversão de dados sintéticos. A utilização de α permite apenas quantificar quão bem os dados calculados se aproximam dos dados observados através de uma única função objetivo. Nota-se que a equação (2.9) resulta no valor 1 qualquer que seja α quando $y_j = x_j$.

CAPÍTULO 3

Resultados Numéricos

3.1 Inversão de dados sintéticos sem ruído

Os dados sintéticos foram gerados a partir de um programa Fortran 77 de modelagem direta, fazendo uso das formulações matemáticas de Seigel equação (1.19) para a cargabilidade e da expressão Schlumberger ideal equação (1.10) para a resistividade. Os parâmetros dos modelos utilizados são pertencentes a Patella (1973) onde retiramos os valores de resistividades verdadeiras e cargabilidades intrínsecas. Para tanto utilizamos os modelos de curvas padrões de SEVs de três camadas Q,H,K e A e uma curva mista sendo uma composição das curvas HK, vistos na tabela 3.1 e figura 3.1 .

Modelos	
tipo A	$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$
tipo H	$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$
tipo K	$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$
tipo Q	$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$
tipo HK	$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$

Tabela 3.1: Curvas padrões de SEVs de 3 e 4 camadas.

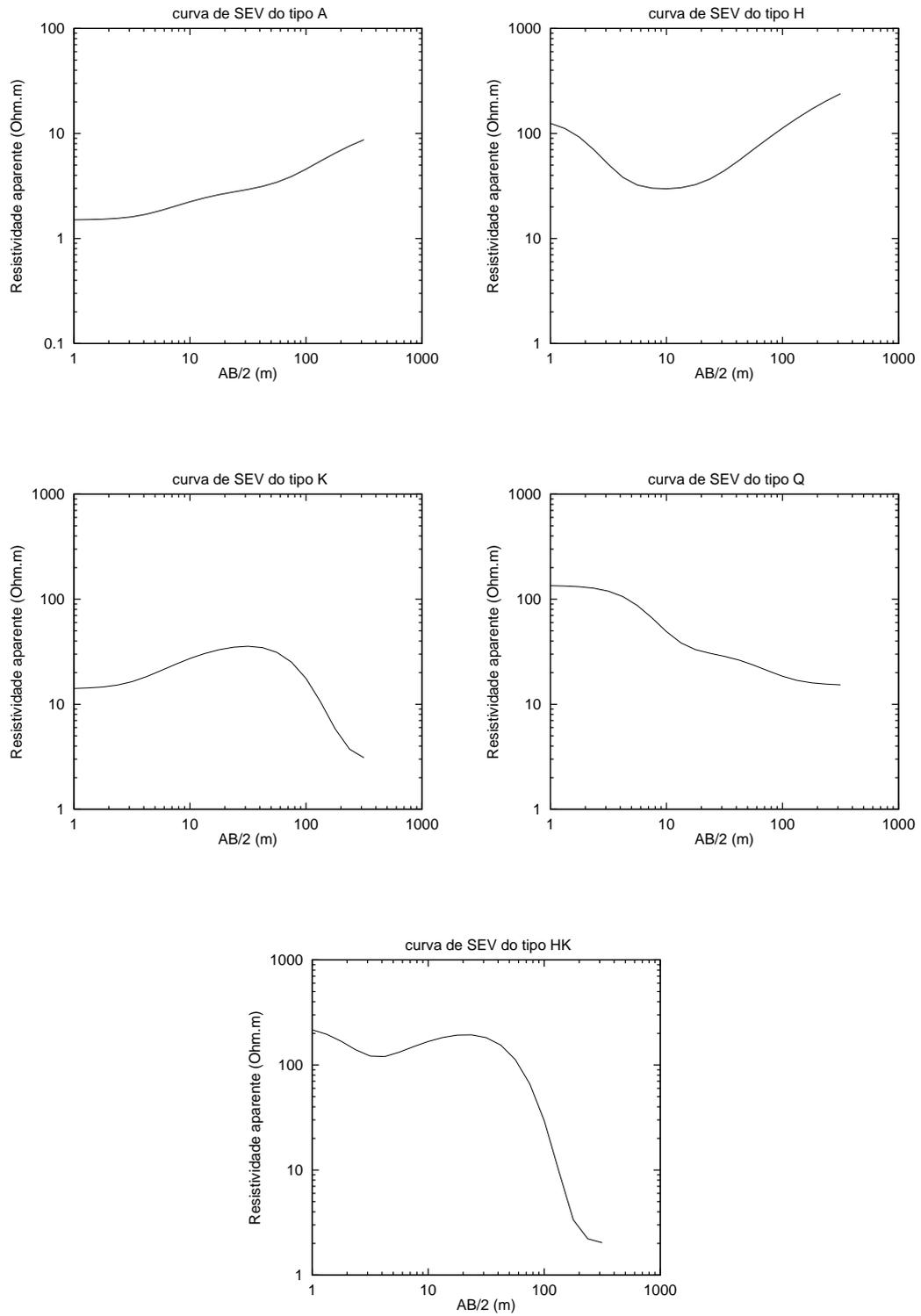


Figura 3.1: Gráficos mostrando as curvas de SEVs padrões A,H,K,Q e HK.

A inversão das quatro primeiras curvas tiveram ajustes notáveis, tanto para os dados de resistividade quanto para os de cargabilidade. Observa-se claramente a superposição das curvas dos modelos de camada verdadeira em relação ao modelo invertido ficando o erro relativo dos parâmetros praticamente iguais a zero. Entretanto a inversão da curva do tipo HK mostrou comparativamente leve discrepância dos valores invertidos em relação aos parâmetros verdadeiros. Este fato pode ser explicado em virtude da complexidade do modelo teórico, porém o ajuste final da inversão ficou em torno de 99,99%. Os resultados podem ser observados através das figuras 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6. Os resultados da interpretação quantitativa estão expostos nas tabelas apresentadas a seguir.

Nesta etapa do trabalho não se notou grandes desvios entre as resistividades aparentes do meio polarizado e do meio sem polarização, em virtude dos pequenos valores de cargabilidade utilizados nos exemplos. Nota-se que a inversão conjunta permitiu recuperar, não só as resistividades verdadeiras dos meios com polarização e sem polarização, como também as cargabilidades intrínsecas dos meios.

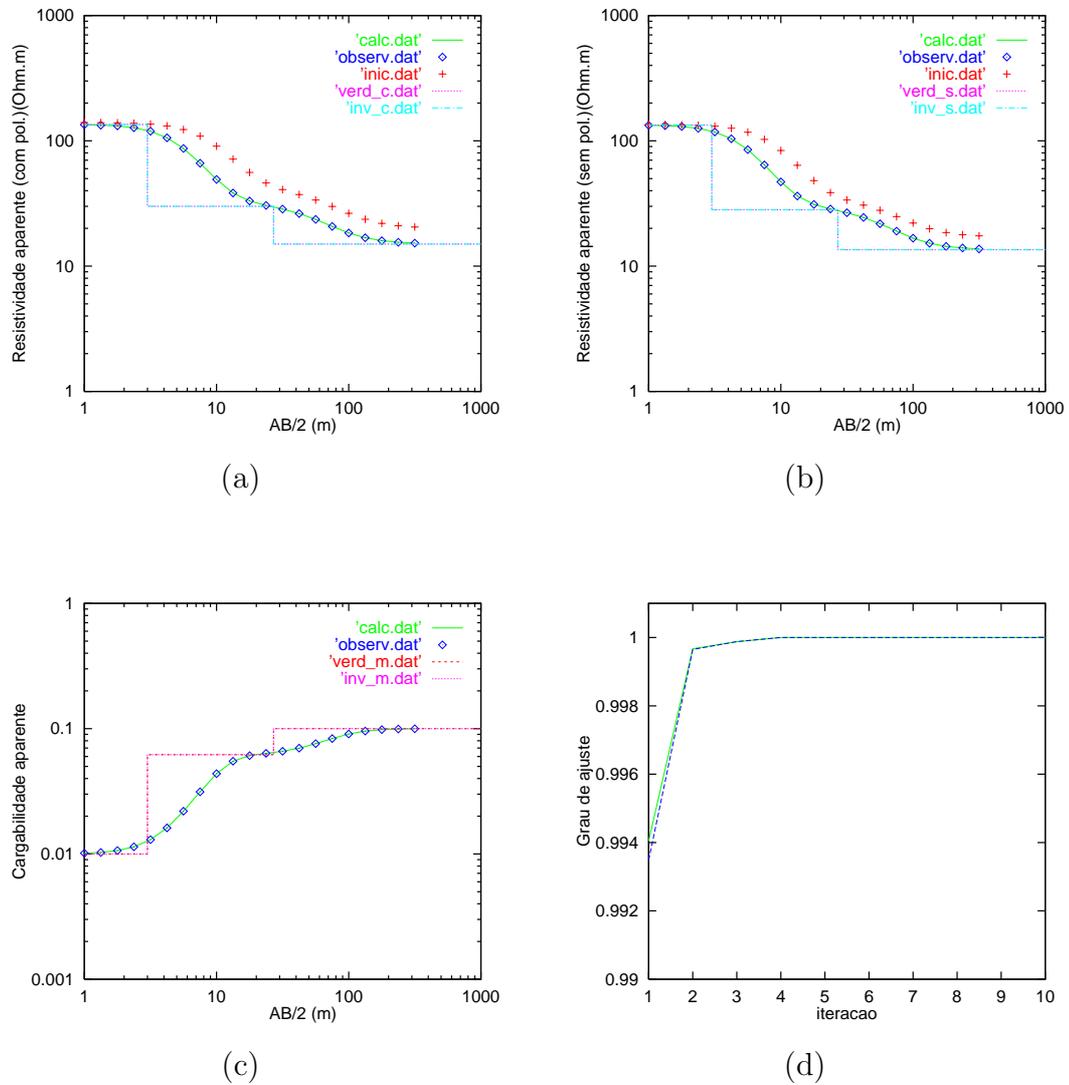


Figura 3.2: Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo Q. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

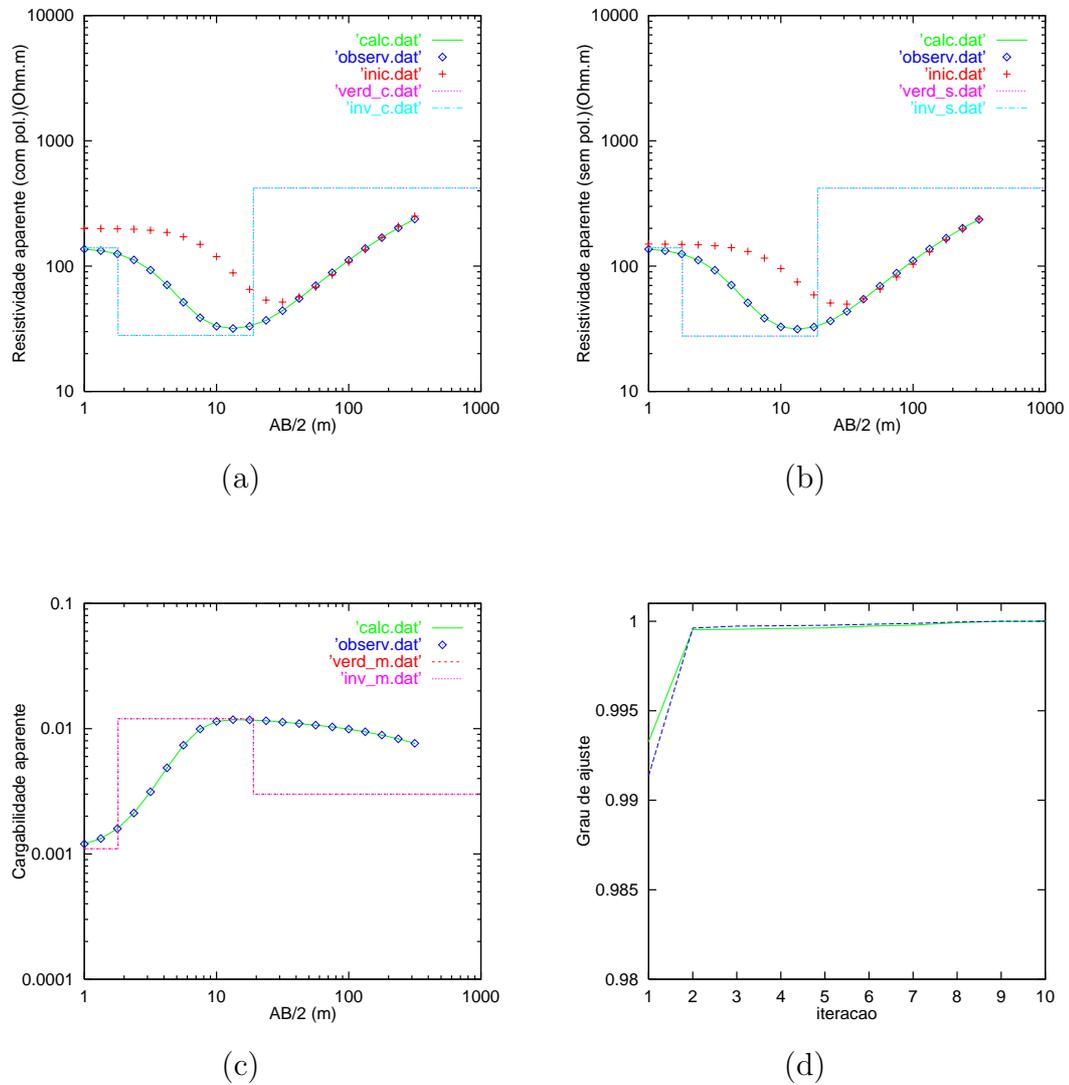


Figura 3.3: Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo H. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

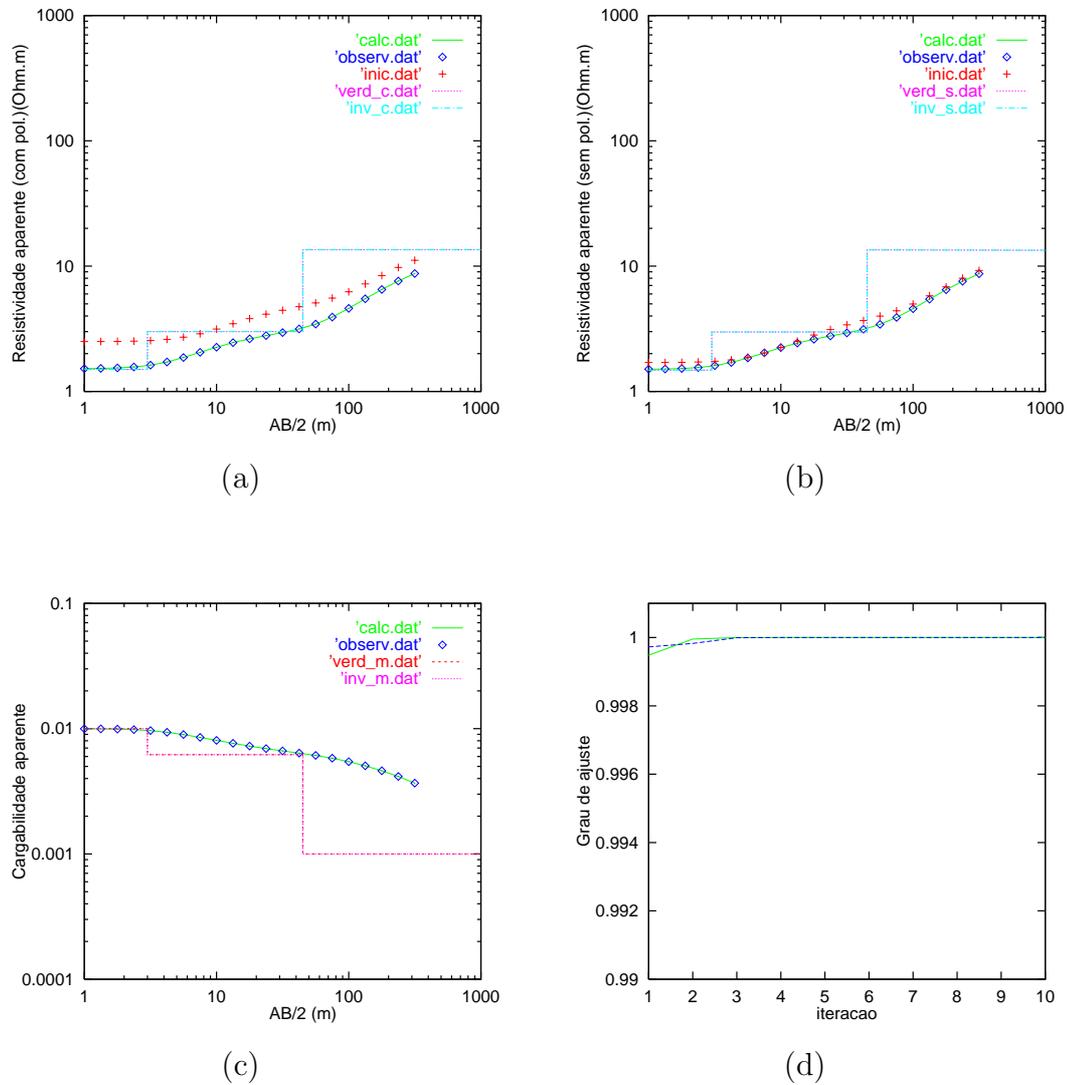


Figura 3.4: Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo A. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

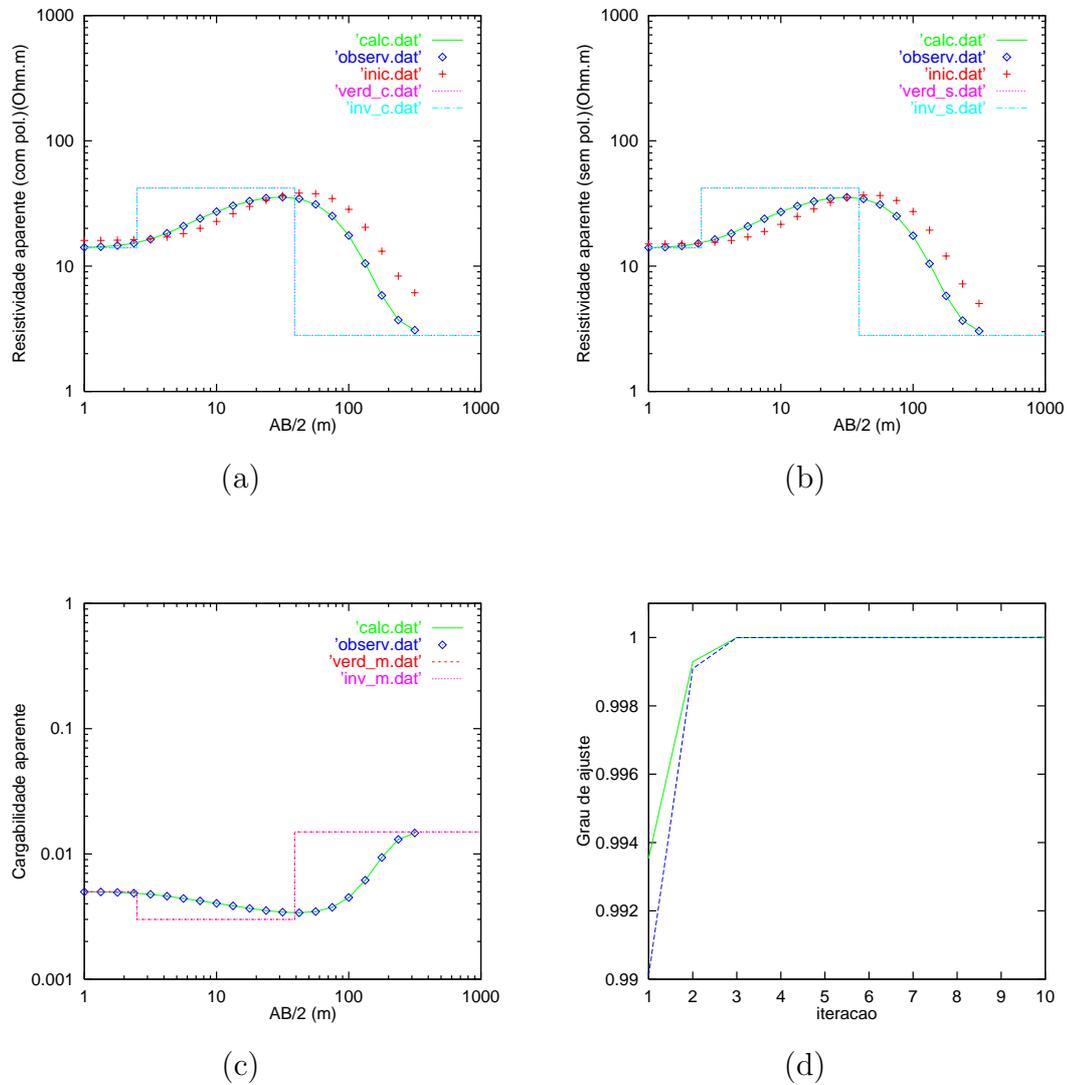


Figura 3.5: Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo K. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

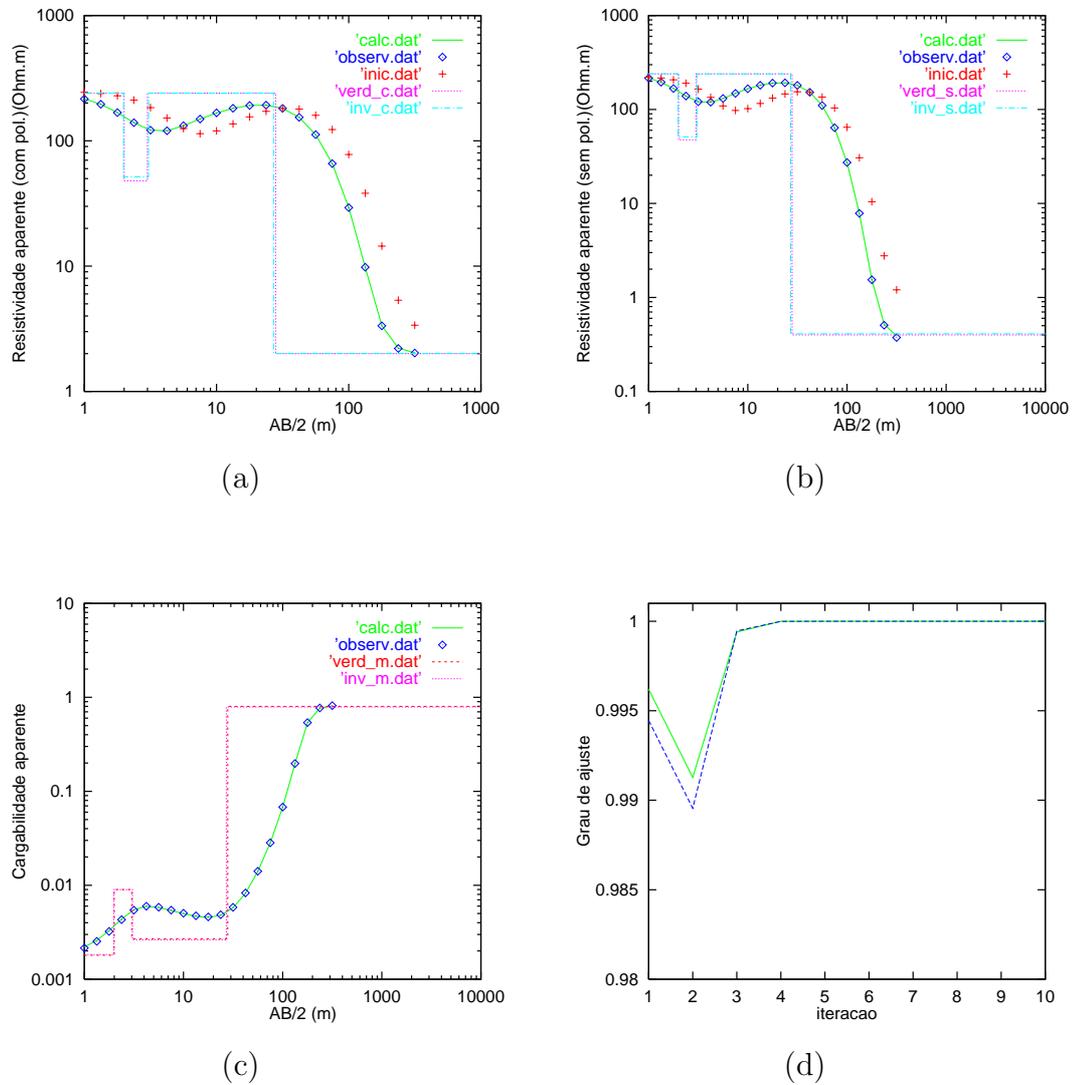


Figura 3.6: Inversão 1-D de dados sintéticos sem ruído para uma curva do tipo HK. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

3.2 Inversão de dados sintéticos com ruído

Aos dados sintéticos foi adicionado ruído aleatório em alguns pontos variando entre 5% e 20% para simular uma situação real.

Nas figuras 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11 está apresentado o resultado do ajuste obtido para a inversão destes dados. Pode ser visto claramente que apesar do modelo inicial proposto para alguns casos ser relativamente distante do verdadeiro, logo nas iterações iniciais a inversão converge para o ajuste considerado ótimo. Em soluções onde a relação $\rho'_i > \rho_i$ a positividade da cargabilidade intrínseca é mantida. Todavia esta relação pode não ocorrer na prática se os dados estiverem contaminados por ruídos. Numericamente observa-se através das tabelas as discrepâncias dos valores verdadeiros comparados aos valores invertidos no que diz respeito aos modelos. Este resultado já era esperado por se tratar de dados contaminados, contudo o erro relativo calculado para os parâmetros mostrou-se em níveis aceitáveis ficando em média menor que 10% na maioria dos exemplos propostos.

A partir do momento em que foi confirmado a eficiência do programa, partiu-se para a inversão de curvas de SEVs e de cargabilidade obtidas para dados reais.

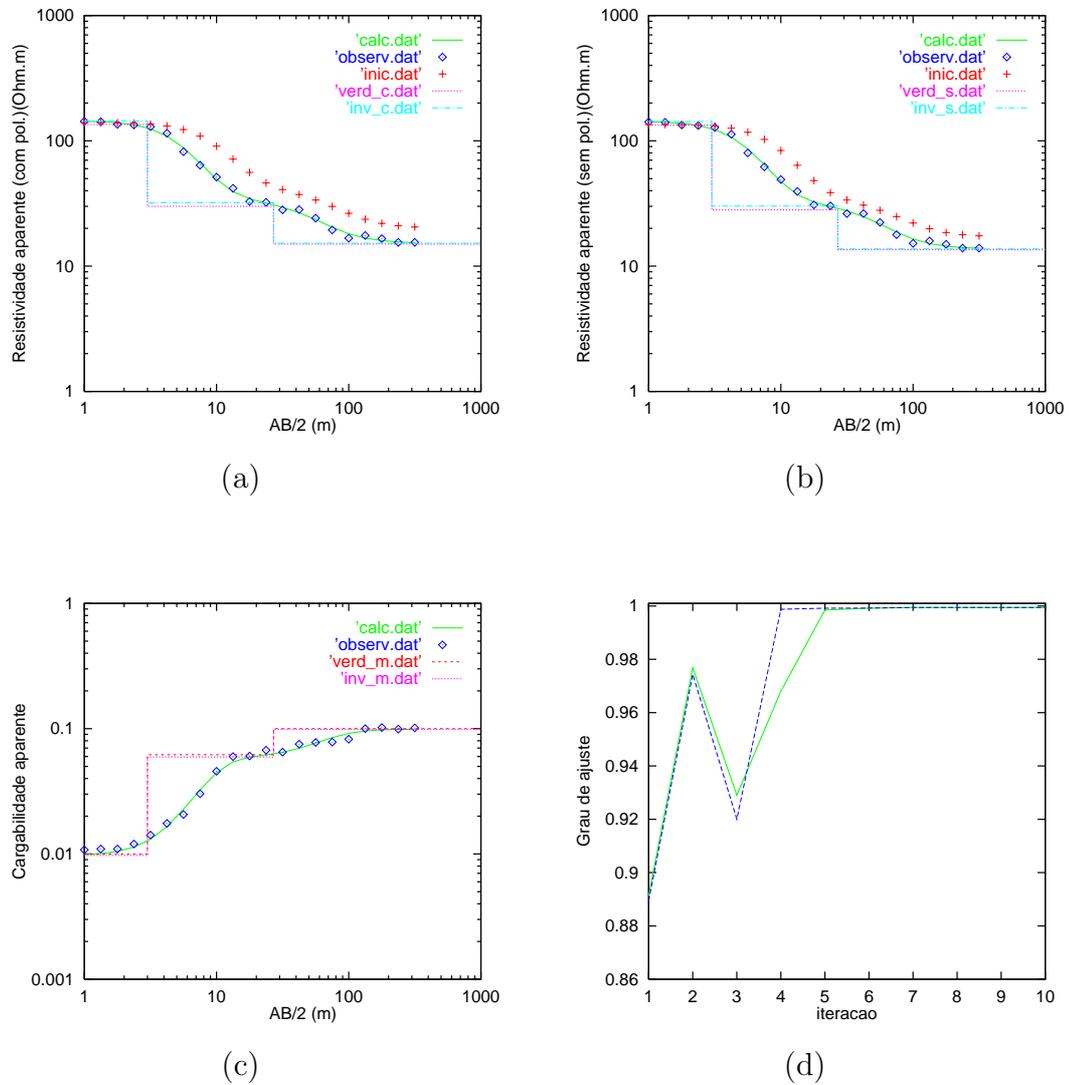


Figura 3.7: Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo Q. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de condutividade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

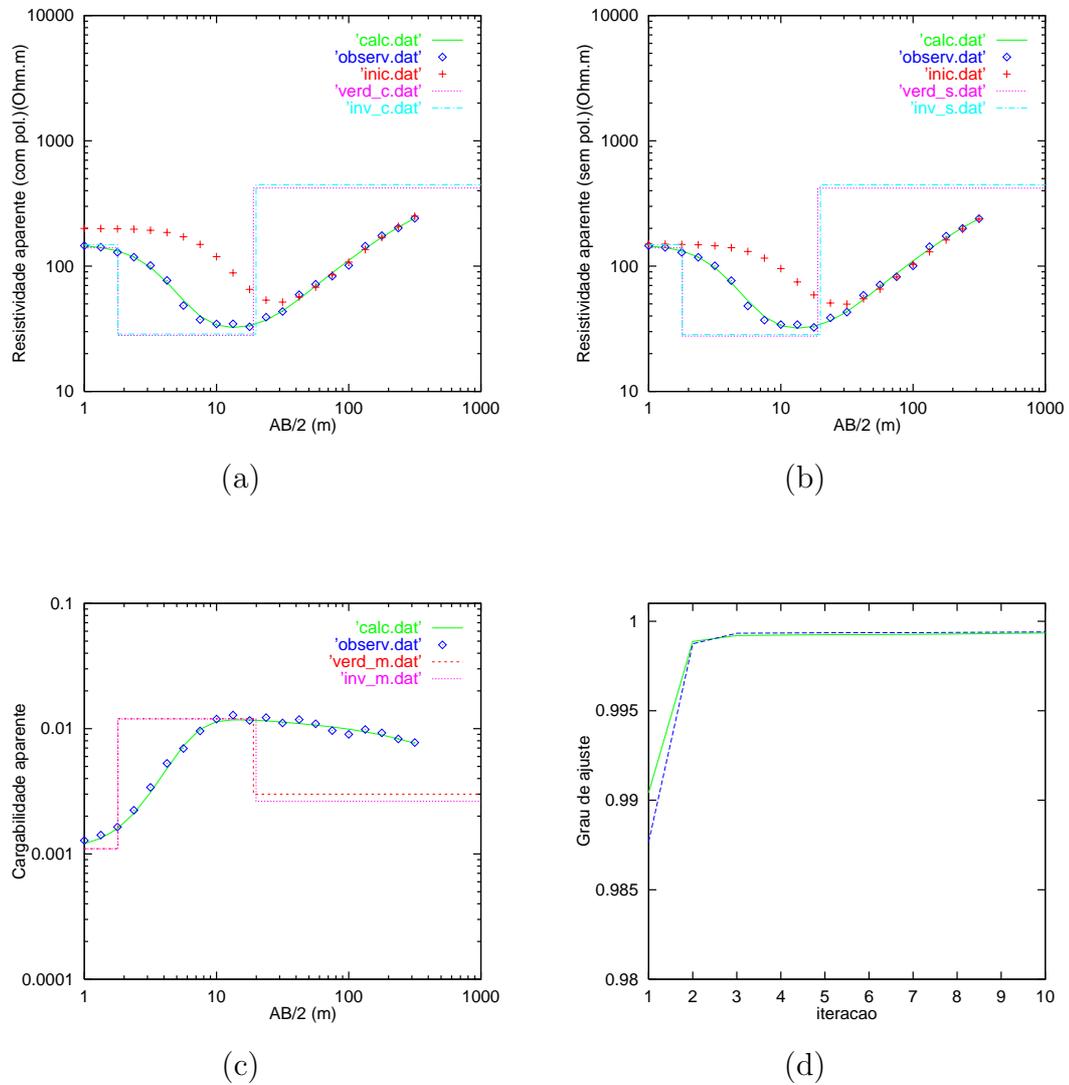


Figura 3.8: Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo H. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

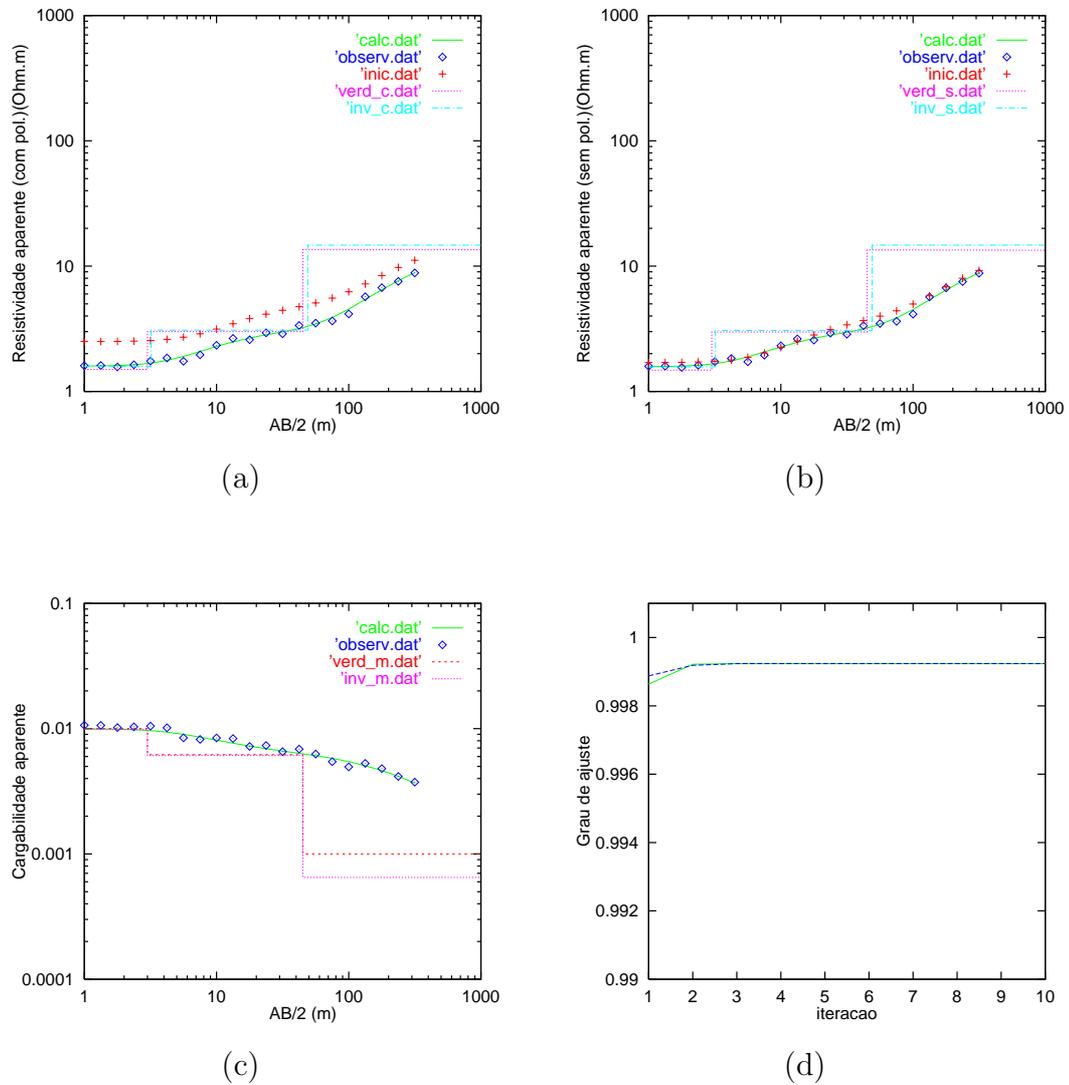


Figura 3.9: Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo A. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

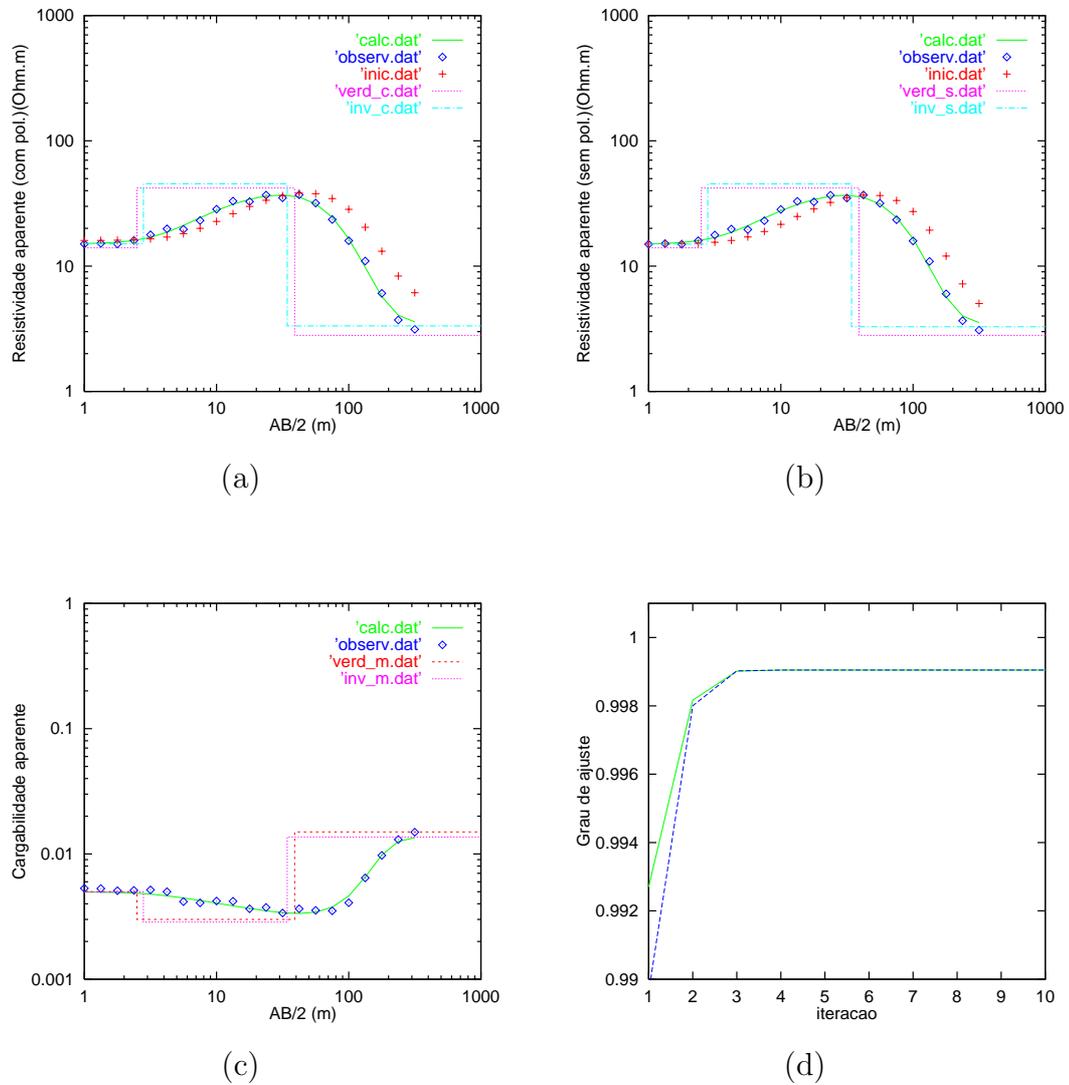


Figura 3.10: Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo K. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

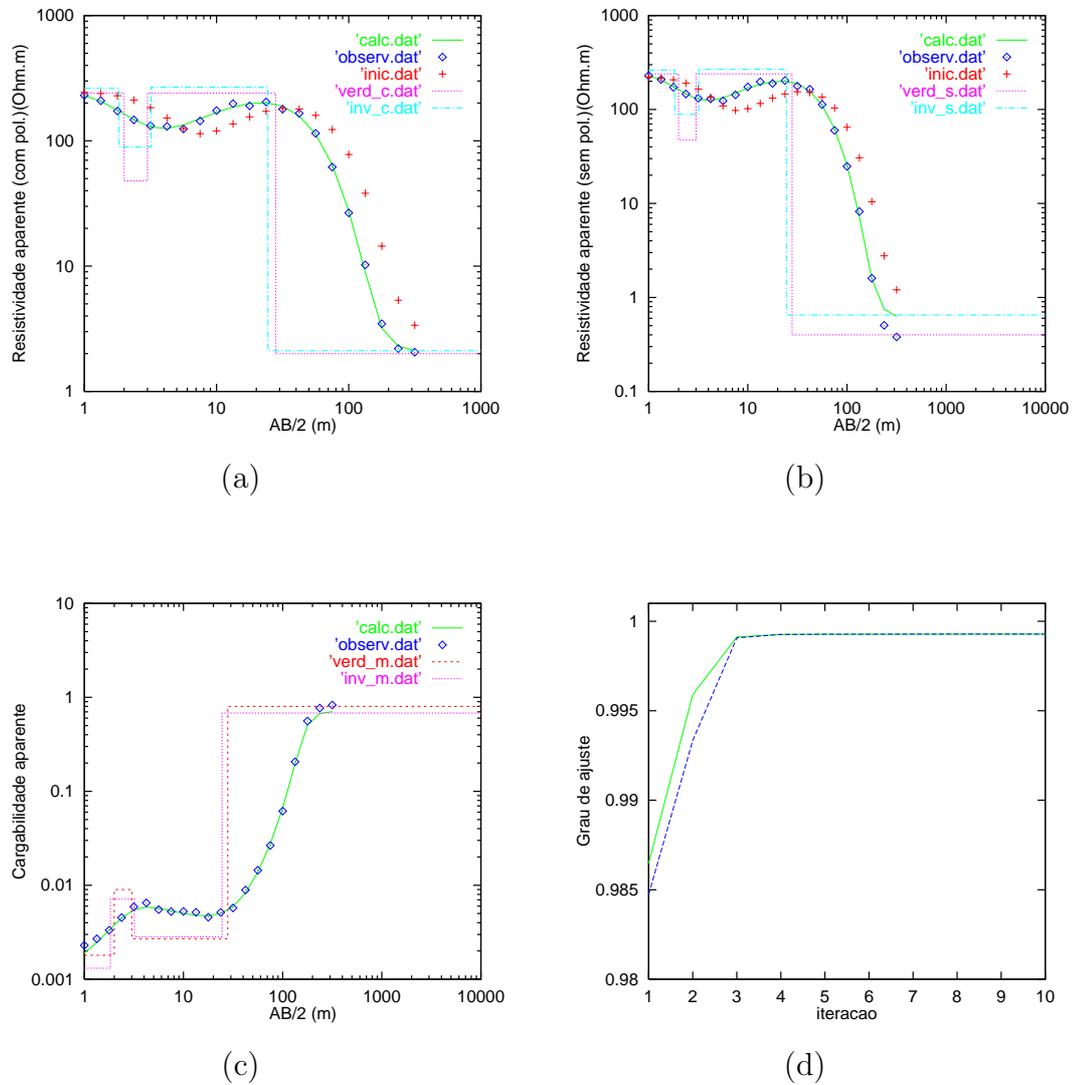


Figura 3.11: Inversão 1-D de dados sintéticos com ruído para uma curva do tipo HK. (a) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado, inicial, verdadeiro e invertido para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado, observado, verdadeiro e invertido; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

3.3 Inversão de dados reais

Os dados reais utilizados foram obtidos sobre uma região da bacia do recôncavo, localizado ao perímetro norte da indústria Polialden no município de Camaçari-BA (ver Fig.3.12), onde ocorre a Formação Marizal do Super grupo Bahia, que compreende uma espessa seqüência de arenitos, folhelhos e calcário. A Formação Marizal é caracterizada por níveis de conglomerados basais maciços ou estratificados, por arenitos variegados normalmente caulínicos e contendo, localmente, folhelhos e argilitos. Sua espessura, no Recôncavo, não ultrapassa 50m. Trata-se de uma unidade pós-rifteana, depositada em sistemas fluviais e de leques aluviais (Lima, 1991).

Na interpretação das curvas SET-9, SEV-23 e SEV-28 de sondagens elétricas foi utilizado um procedimento de inversão iterativa e ajuste, usando modelos teóricos de acamamento horizontal. Os modelos iniciais foram obtidos através de uma interpretação preliminar, usando curvas teóricas de duas camadas em conjunção com o método do ponto auxiliar.

A curva SET-9 foi interpretada como sendo constituída de cinco camadas, o ajuste final das curvas de resistividade para dados polarizados e sem polarização foram excelentes, enquanto a de cargabilidade aparente pode ser considerada razoável conforme ilustra a figura 3.13. A interpretação quantitativa pode ser visualizada através da tabela 3.7.

A curva SEV-23 interpretamos também como sendo de cinco camadas, o grau de ajuste foi considerado muito bom tanto para os dados de resistividade quanto para a curva de cargabilidade (ver fig. 3.14). Na tabela 3.8 estão representados os dados numéricos para a inversão final do referido dado.

Já a curva SEV-28 foi caracterizada como constituída de quatro camadas, os ajustes das curvas de resistividade foram excelentes e satisfatórias para a curva de cargabilidade. Os resultados numéricos bem como o grau de ajuste podem ser visualizados através da tabela 3.9 e figura 3.15, respectivamente.

Em seguida mostramos uma seção transversal esquemática W-E, resultante da inversão 1-D das sondagens supra citadas.

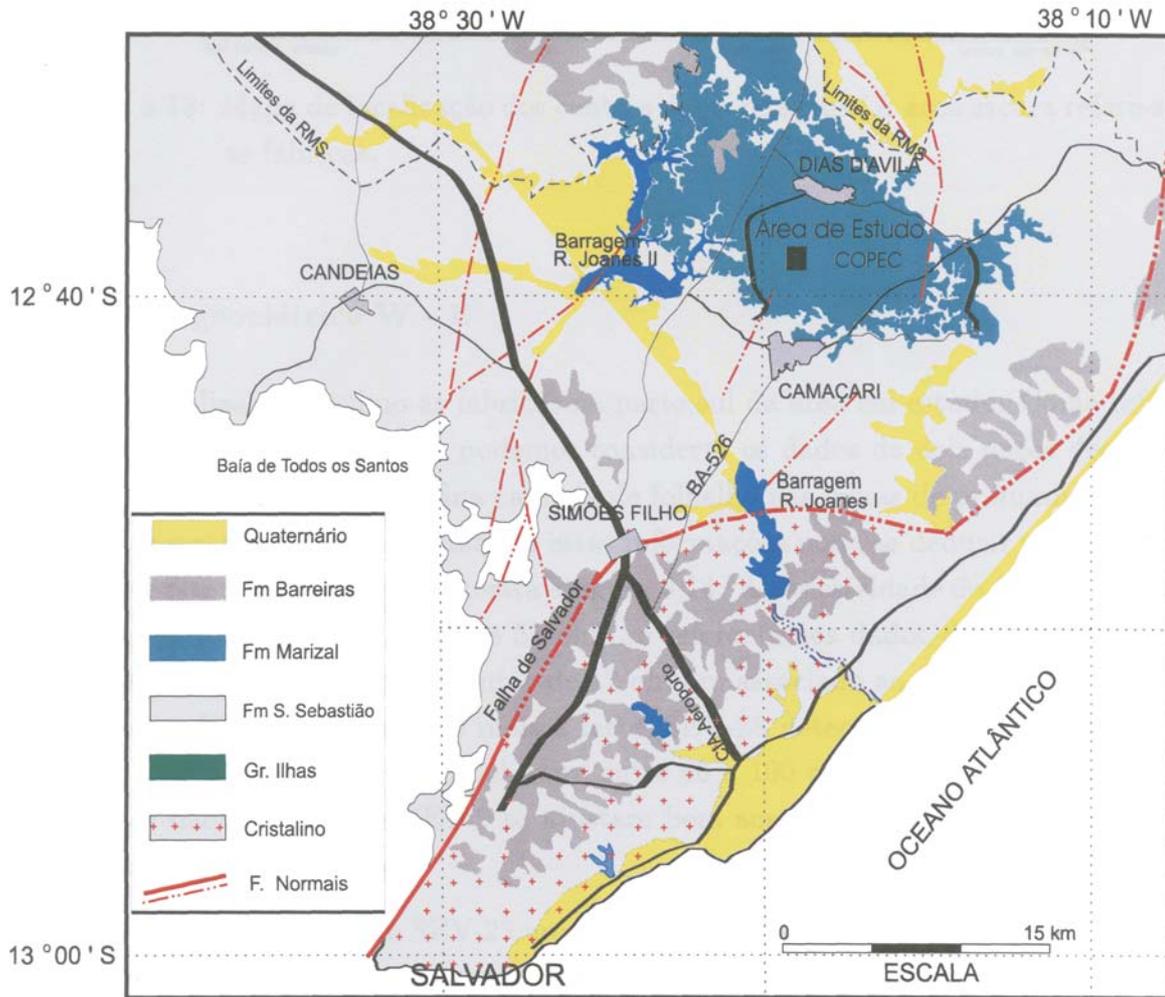


Figura 3.12: Mapa geológico e de localização da área estudada.

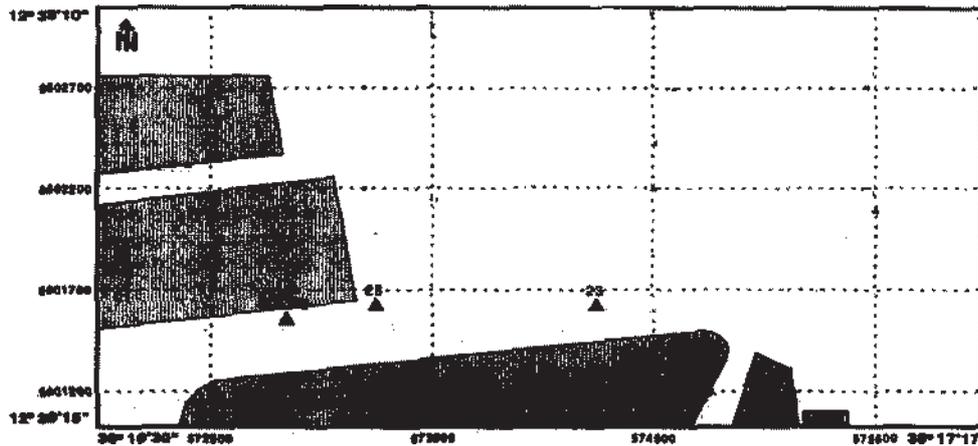


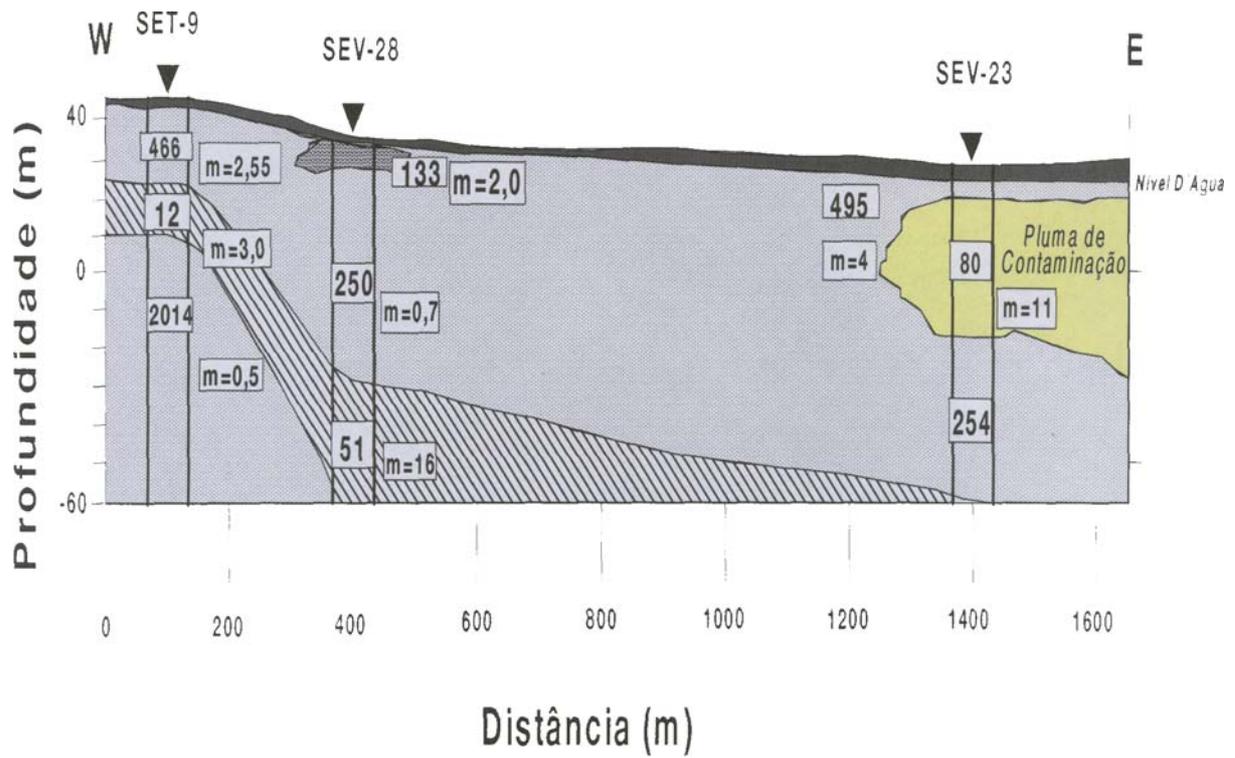
Figura 3.13: Mapa de localização dos centros das sondagens. A área escura refere-se às fábricas.

3.3.1 Seção geométrica W - E

A seção localiza-se próximo às fábricas na parte sul da área em estudo. Como referência para o acamamento geológico nós podemos considerar os dados de dois poços desta região. Cada um dos perfis exibem uma fina camada de folhelho nas faixas de profundidade de 16 a 32 metros, respectivamente, combinando estas informações pode-se deduzir um aquífugo declinando de oeste para leste como mostra a figura 3.14. A resistividade do folhelho detectado pela sondagem é calibrada entre 12 e 51 ohm.m referente aos dados de poços. A interpretação de SET-9 exhibe um bom condutor de 12 ohm.m associado ao folhelho concordante ao dado de poço. Situado 400 metros mais a leste, SEV-28 detecta um condutor de resistividade mais alta, nomeadamente 51 ohm.m, entre 60 e 100 metros de profundidade. Como resultado, os dados SEV-28 e SET-9 se ajustam bem aos resultados dos perfis e delineiam bem a continuação do aquífugo.

Para leste, encontramos em SEV-23 um condutor de 80 ohm.m, entre as profundidades de 10 e 50 metros, caracterizado como uma pluma de contaminação. Subjacente a este condutor detectou-se uma camada de média resistividade (254 ohm.m). Este valor está ainda bem abaixo dos valores típicos de 1000 ohm.m para a resistividade de arenito e pode indicar uma zona de menor salinidade que a referida acima.

Uma camada com resistividade similar, 250 ohm.m é deduzida de SEV-28 entre 10 e 50 metros de profundidade, cerca de 1000 metros para oeste. A resistividade da camada abaixo detectada, de 51 ohm.m pode também indicar contaminação. Todavia a ausência de sondagens nessa direção torna esta suposição ainda especulativa e uma caracterização conclusiva da estrutura de resistividade entre SEV-28 e SEV-23 não pode ser garantida.



Legenda :

- Solo
- Arenito Saturado
- Argila
- Folhelho

Figura 3.14: Seção geoeétrica interpretada com base nos resultados da inversão 1-D das SEVs disponíveis.

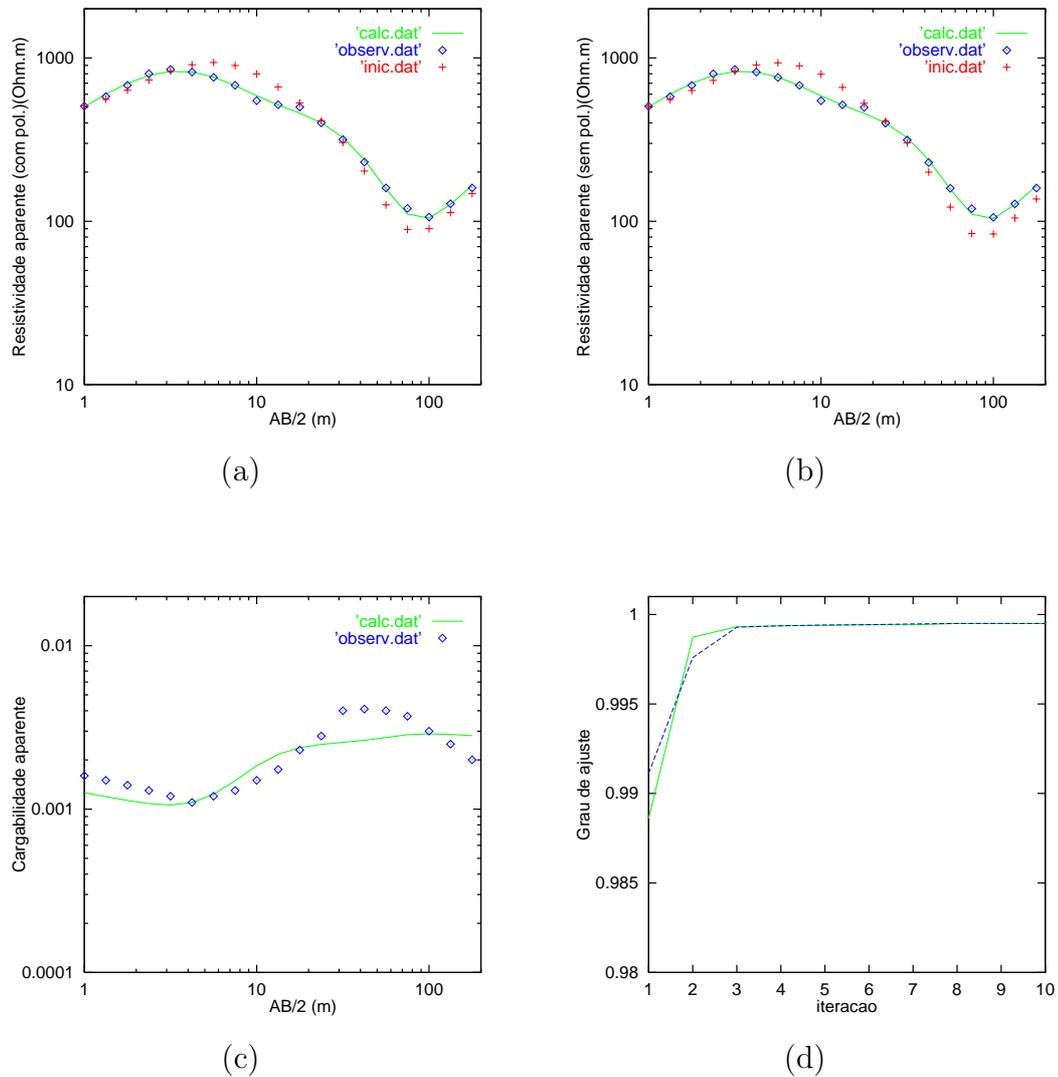


Figura 3.15: Inversão 1-D de dados reais para curva SET-9. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

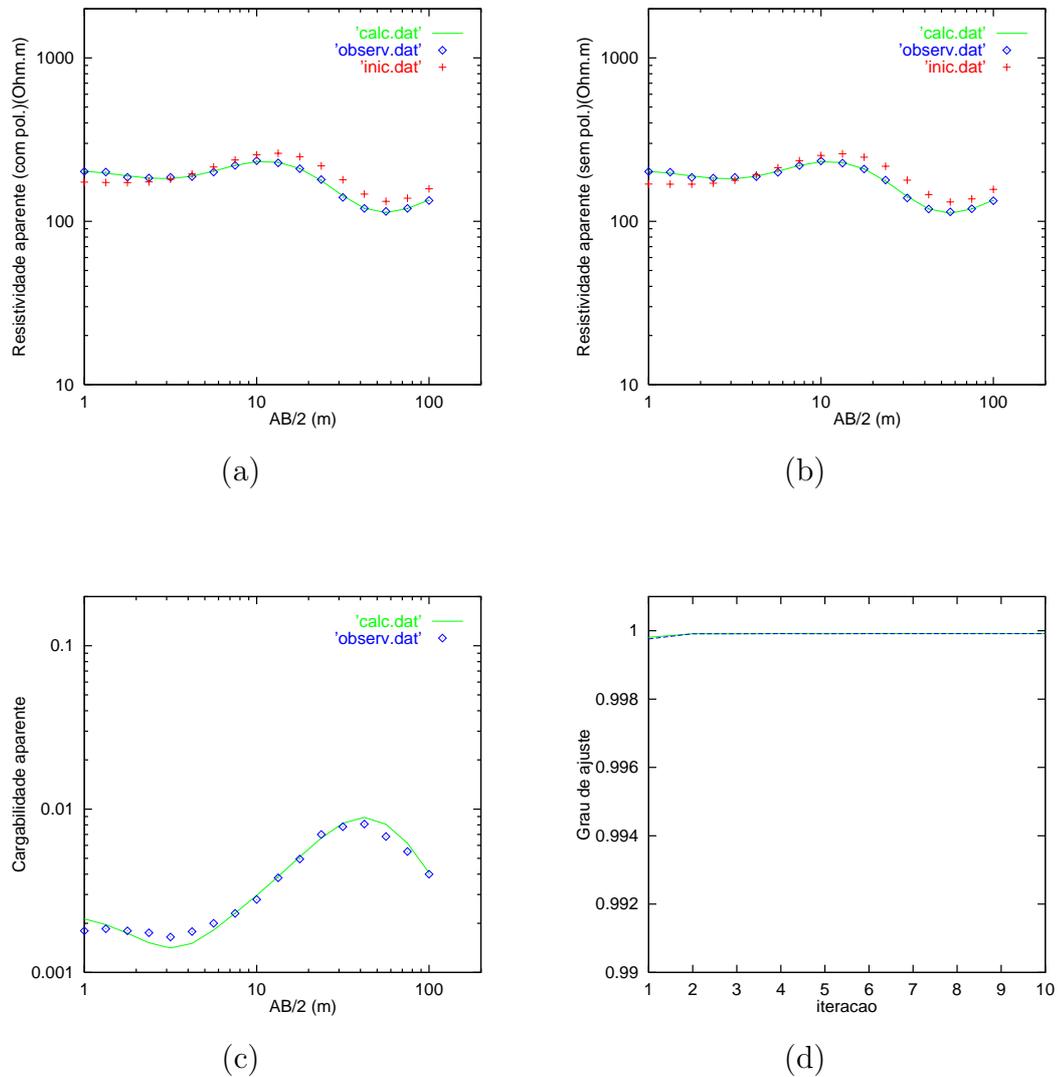


Figura 3.16: Inversão 1-D de dados reais para curva SEV-23. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

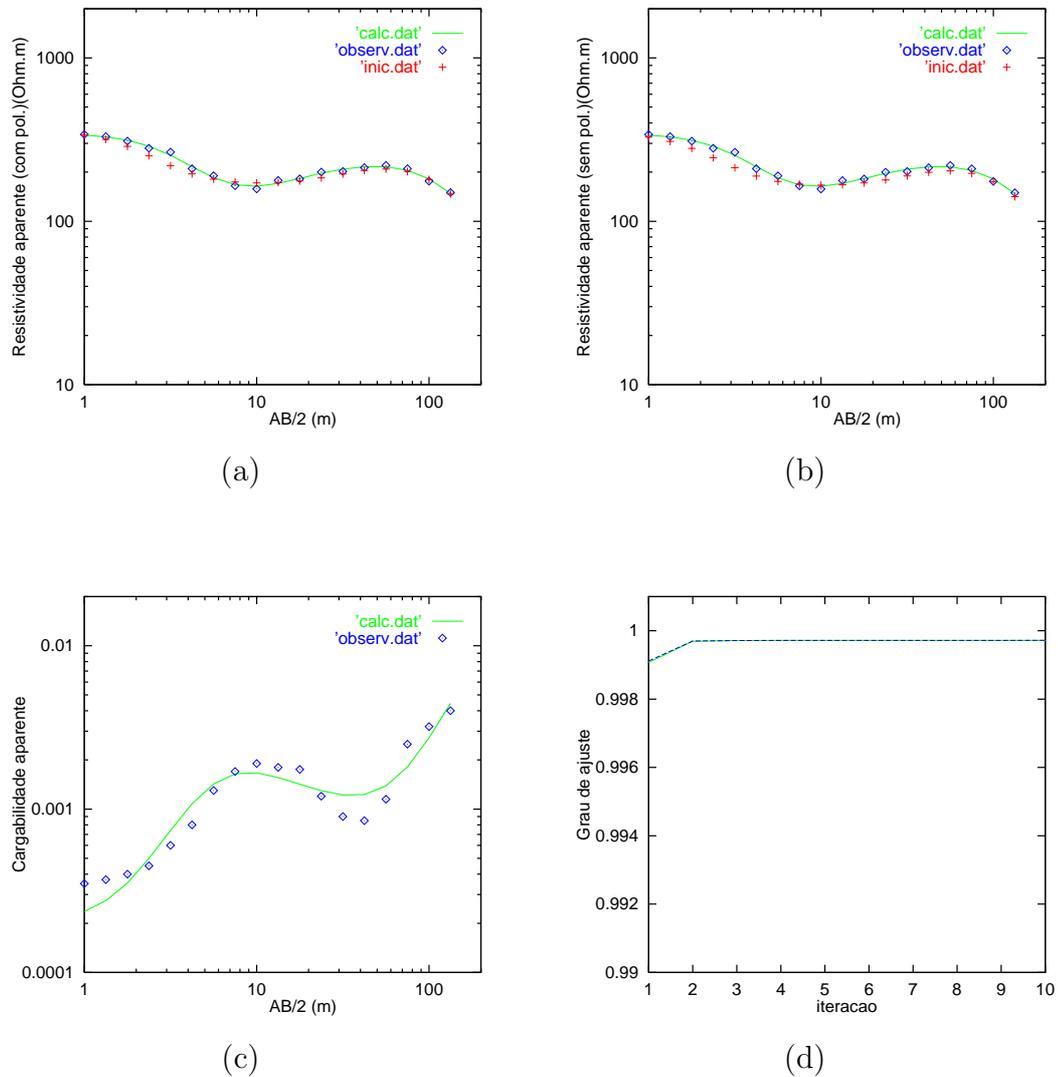


Figura 3.17: Inversão 1-D de dados reais para curva SEV-28. (a) modelos calculado, observado e inicial para dados com polarização; (b) modelos calculado, observado e inicial para dados sem polarização; (c) modelos de cargabilidade calculado e observado; (d) grau de ajuste dos modelos com polarização (em azul) e sem polarização (em verde).

Parâmetros	Modelos					
	inicial	verdadeiro	invertido s/ ruído	<i>erro</i> (%)	invertido c/ ruído	<i>erro</i> (%)
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	140,00	135,00	135,00	0,00	144,06	6,70
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	39,00	30,00	30,00	0,00	32,04	6,80
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	20,00	15,00	15,00	0,00	15,21	1,40
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	135,00	133,65	133,65	0,00	142,65	6,70
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	32,00	28,14	28,14	0,00	30,14	7,10
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	17,00	13,50	13,50	0,00	13,70	1,40
$h_1(m)$	5,00	3,00	2,99	0,33	2,82	6,00
$h_2(m)$	32,00	27,00	26,99	0,03	24,03	11,00
$m_1(10^{-3})$	-	10,00	10,00	0,00	9,74	2,60
$m_2(10^{-3})$	-	62,00	61,99	0,01	59,36	4,20
$m_3(10^{-3})$	-	100,00	99,99	0,01	98,98	1,00

Tabela 3.2: Interpretação para a curva tipo Q.

Parâmetros	Modelos					
	inicial	verdadeiro	invertido s/ ruído	<i>erro</i> (%)	invertido c/ ruído	<i>erro</i> (%)
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	200,00	140,00	140,00	0,00	148,44	6,00
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	40,00	28,00	27,99	0,03	28,72	2,57
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	550,00	420,00	420,00	0,00	445,83	6,15
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	150,00	139,84	139,84	0,00	148,28	6,03
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	39,00	27,66	27,66	0,00	28,37	2,56
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	510,00	418,74	418,74	0,00	444,66	6,18
$h_1(m)$	5,00	1,80	1,80	0,00	1,79	0,55
$h_2(m)$	30,00	19,00	19,00	0,00	19,92	4,84
$m_1(10^{-3})$	-	1,10	1,10	0,00	1,10	0,00
$m_2(10^{-3})$	-	12,00	12,00	0,00	11,94	0,50
$m_3(10^{-3})$	-	3,00	3,00	0,00	2,63	12,00

Tabela 3.3: Interpretação para a curva tipo H.

Parâmetros	Modelos					
	inicial	verdadeiro	invertido s/ ruído	<i>erro</i> (%)	invertido c/ ruído	<i>erro</i> (%)
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	2,50	1,50	1,50	0,00	1,58	5,33
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	5,00	3,00	3,00	0,00	3,08	2,66
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	17,00	13,50	13,50	0,00	14,69	8,81
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	1,70	1,48	1,48	0,00	1,57	6,08
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	4,00	2,98	2,98	0,00	3,07	3,02
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	15,00	13,48	13,48	0,00	14,68	8,90
$h_1(m)$	5,00	3,00	3,00	0,00	3,20	6,66
$h_2(m)$	57,00	45,00	45,00	0,00	49,00	8,88
$m_1(10^{-3})$	-	10,00	10,00	0,00	9,90	1,00
$m_2(10^{-3})$	-	6,20	6,20	0,00	6,10	1,62
$m_3(10^{-3})$	-	1,00	1,00	0,00	0,65	35,00

Tabela 3.4: Interpretação para a curva tipo A.

Parâmetros	Modelos					
	inicial	verdadeiro	invertido s/ ruído	<i>erro</i> (%)	invertido c/ ruído	<i>erro</i> (%)
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	16,00	14,00	14,00	0,00	15,06	7,57
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	50,00	42,00	42,00	0,00	45,43	8,16
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	5,00	2,80	2,80	0,00	3,33	18,92
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	15,00	13,93	13,93	0,00	14,98	7,53
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	49,00	41,87	41,87	0,00	45,30	8,19
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	4,00	2,75	2,75	0,00	3,28	19,27
$h_1(m)$	5,00	2,50	2,50	0,00	2,80	12,00
$h_2(m)$	45,00	39,00	39,00	0,00	34,26	12,15
$m_1(10^{-3})$	-	5,00	5,00	0,00	4,97	0,60
$m_2(10^{-3})$	-	3,00	3,00	0,00	2,86	4,66
$m_3(10^{-3})$	-	15,00	15,00	0,00	13,65	9,00

Tabela 3.5: Interpretação para a curva tipo K.

Parâmetros	Modelos					
	inicial	verdadeiro	invertido s/ ruído	<i>erro</i> (%)	invertido c/ ruído	<i>erro</i> (%)
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	248,00	240,00	240,41	0,17	262,66	9,44
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	50,00	48,00	51,63	7,56	89,41	86,27
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	270,00	240,00	240,29	0,12	268,37	11,82
$\rho'_4 (\Omega \cdot m)$	3,00	2,00	2,01	0,50	2,11	5,50
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	225,00	239,57	239,97	0,16	262,31	9,49
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	42,00	47,57	51,17	7,56	88,77	86,60
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	230,00	239,35	239,66	0,12	267,61	11,80
$\rho_4 (\Omega \cdot m)$	1,00	0,4	0,41	2,50	0,65	62,50
$h_1(m)$	2,00	1,00	0,98	2,00	0,83	17,00
$h_2(m)$	2,50	1,00	1,08	0,08	2,37	1,37
$h_3(m)$	30,00	25,00	24,94	0,24	22,10	11,60
$m_1(10^{-3})$	-	1,80	1,83	1,66	1,31	27,22
$m_2(10^{-3})$	-	9,00	8,97	0,33	7,11	21,00
$m_3(10^{-3})$	-	2,70	2,62	2,96	2,83	4,81
m_4	-	0,80	0,79	1,25	0,68	15,00

Tabela 3.6: Interpretação para a curva tipo HK.

Parâmetros	Modelos	
	inicial	invertido
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	455,00	288,99
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	1940,00	1945,94
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	440,00	466,14
$\rho'_4 (\Omega \cdot m)$	25,00	12,16
$\rho'_5 (\Omega \cdot m)$	2015,00	2014,47
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	453,00	288,56
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	1930,00	1945,78
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	439,00	464,95
$\rho_4 (\Omega \cdot m)$	23,00	12,13
$\rho_5 (\Omega \cdot m)$	2014,00	2013,49
$h_1(m)$	1,00	0,44
$h_2(m)$	2,00	1,00
$h_3(m)$	17,00	20,26
$h_4(m)$	27,00	11,57
$m_1(10^{-3})$	-	1,48
$m_2(10^{-3})$	-	0,08
$m_3(10^{-3})$	-	2,55
$m_4(10^{-3})$	-	3,01
$m_5(10^{-3})$	-	0,48

Tabela 3.7: Interpretação para a curva SET-9.

Parâmetros	Modelos	
	inicial	invertido
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	175,00	210,73
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	150,00	153,64
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	400,00	494,15
$\rho'_4 (\Omega \cdot m)$	80,00	80,79
$\rho'_5 (\Omega \cdot m)$	350,00	254,33
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	170,00	210,24
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	149,00	153,54
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	399,00	492,07
$\rho_4 (\Omega \cdot m)$	79,00	79,89
$\rho_5 (\Omega \cdot m)$	349,00	256,77
$h_1(m)$	1,00	0,84
$h_2(m)$	1,60	2,44
$h_3(m)$	7,80	4,18
$h_4(m)$	31,00	35,20
$m_1(10^{-3})$	-	2,33
$m_2(10^{-3})$	-	0,65
$m_3(10^{-3})$	-	4,21
$m_4(10^{-3})$	-	11,10
$m_5(10^{-3})$	-	-9,58

Tabela 3.8: Interpretação para a curva SEV-23.

Parâmetros	Modelos	
	inicial	invertido
$\rho'_1 (\Omega \cdot m)$	360,00	343,74
$\rho'_2 (\Omega \cdot m)$	165,00	133,75
$\rho'_3 (\Omega \cdot m)$	285,00	250,53
$\rho'_4 (\Omega \cdot m)$	55,00	51,69
$\rho_1 (\Omega \cdot m)$	350,00	343,67
$\rho_2 (\Omega \cdot m)$	160,00	133,48
$\rho_3 (\Omega \cdot m)$	280,00	250,35
$\rho_4 (\Omega \cdot m)$	50,00	50,87
$h_1(m)$	1,00	1,64
$h_2(m)$	15,00	5,91
$h_3(m)$	41,00	56,28
$m_1(10^{-3})$	-	0,20
$m_2(10^{-3})$	-	2,01
$m_3(10^{-3})$	-	0,71
$m_4(10^{-3})$	-	15,90

Tabela 3.9: Interpretação para a curva SEV-28.

CAPÍTULO 4

Conclusões

A inversão conjunta de dados de eletrorresistividade e polarização induzida mostraram resultados animadores. No teste com dados sintéticos sem ruído obteve-se ajustes excelentes, com erros menores que 1% para a inversão dos diferentes tipos de curvas (Q,H,A,K e HK), mostrando rápida convergência e boa estabilidade numérica do algoritmo.

Na fase de testes com dados onde foram acrescentados ruído, percebeu-se pequenas discrepâncias para alguns valores dos parâmetros do modelo invertido em relação ao modelo verdadeiro. Foram utilizadas nesta etapa do trabalho os tipos de curvas supra citadas, tendo a curva do tipo (HK) apresentado discrepâncias mais significativas devido a maior complexidade do modelo, contudo o grau de ajuste final apresentou-se superior a 99%, podendo este exemplo ser explicado, pelo princípio de equivalência entre camadas. A convergência rápida e a estabilidade do processo de inversão também foram observados.

Na etapa de inversão para dados reais notamos que nem sempre um bom ajuste das curvas de resistividade (dados polarizados e sem polarização), traduz em consequência um ajuste recíproco para a curva de cargabilidade, provavelmente a grande quantidade de ruídos contidos nos dados de campo acarretam problemas ao processo de inversão. A experiência mostrou que quanto melhor o modelo inicial de resistividade, melhor o grau de ajuste na curva de cargabilidade e que também pequenas variações nos valores de resistividade produzem variações significativas nos valores de cargabilidade. Todavia a inversão desses dados mostraram baixo tempo de processamento e notável estabilidade, que podem ser ratificados através das curvas de grau de ajuste apresentando erros percentuais em torno de 1%.

Um fato a ser observado é a eficácia da técnica do ponto auxiliar, que apesar de trabalhoso, por consistir na manipulação de curvas pré-calculadas, ainda pode ser considerada como uma ferramenta poderosa para auxiliar no processo interpretativo, pois fornece bons modelos iniciais para serem utilizados no processo de inversão.

A teoria da inversão conjunta proposta neste trabalho de graduação mostrou boa qualidade de resposta aos problemas inerentes ao processo de inversão, servindo como uma excelente técnica de refinamento para a interpretação quantitativa, a fim de propor modelos

geo-elétricos que caracterizem a subsuperfície.

Por fim, acreditamos que a combinação deste método de inversão com o conceito de inversão linearizada com reponderação múltipla dos desvios (Porsani et al, 2000) venha a fornecer resultados ainda mais animadores no que diz respeito à exatidão dos modelos invertidos. Este refinamento no método de inversão conjunta, proposto neste trabalho, será investigado em trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao prof. Milton J. Porsani pela indispensável orientação na realização desse trabalho.

Agradeço ao prof. Olivar A. L. de Lima por ter cedido gentilmente os dados de campo.

Agradeço também aos professores do CPGG, por contribuírem na minha formação profissional.

À comissão examinadora pelas sugestões oferecidas para o aprimoramento deste trabalho.

Ao CPGG/UFBa pela estrutura e suporte computacional e aos colegas pelas dicas e pelas palavras de incentivo, em especial a Gustavo R. Gomes pelo auxílio em programação.

Aos meus pais pelo apoio e dedicação.

APÊNDICE A

Algoritmo Conjugado Gradiente para Solução das Equações Normais

A.1 Resumo

Versão do algoritmo Conjugado Gradiente que resolve as equações normais trabalhando diretamente sobre o sistema $\mathbf{Xh} = \mathbf{y}$ sem precisar da matriz $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ de forma explícita.

A.2 Relacionamento Iterativo

O relacionamento iterativo do vetor h é dado pela expressão

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_j \end{pmatrix} + \alpha_{j+1} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v}_j \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Pré-multiplicando a equação (A.1) por $(\mathbf{y} \ \mathbf{X})$ temos

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{j+1} &= (\mathbf{y} \ \mathbf{X}) \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_{j+1} \end{pmatrix} \\ &= (\mathbf{y} \ \mathbf{X}) \left[\begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_j \end{pmatrix} + \alpha_{j+1} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v}_j \end{pmatrix} \right] \\ &= \mathbf{e}_j + \alpha_{j+1} \mathbf{Xv}_j \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

definindo

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{Xv}_j, \quad (\text{A.3})$$

podemos reescrever a equação (A.2) como

$$\mathbf{e}_{j+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j & \mathbf{p}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_{j+1} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Dessa maneira, a forma quadrática associada a equação (A.4) é

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_{j+1} &= \mathbf{e}_{j+1}^T \mathbf{e}_{j+1} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & \alpha_{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j^T \\ \mathbf{p}_j^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j & \mathbf{p}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_{j+1} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & \alpha_{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j & \mathbf{e}_j^T \mathbf{p}_j \\ \mathbf{p}_j^T \mathbf{e}_j & \mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_{j+1} \end{pmatrix}, \tag{A.5}
\end{aligned}$$

onde \mathbf{Q}_{j+1} é o erro quadrático que deve ser mínimo. Minimizando \mathbf{Q}_{j+1} com respeito a α_{j+1} obtém-se a seguinte relação

$$\alpha_{j+1} = -\frac{\mathbf{p}_j^T \mathbf{e}_j}{\mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j}. \tag{A.6}$$

Seja

$$\begin{aligned}
\mathbf{p}_j^T \mathbf{e}_j &= \mathbf{v}_j^T \mathbf{X}^T \mathbf{e}_j \\
&= \mathbf{v}_j^T \mathbf{X}^T \begin{pmatrix} \mathbf{y} & \mathbf{X} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{h}_j \end{pmatrix} \\
&= \mathbf{v}_j^T \mathbf{g}_j, \tag{A.7}
\end{aligned}$$

então

$$\alpha_{j+1} = -\frac{\mathbf{v}_j^T \mathbf{g}_j}{\mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j}. \tag{A.8}$$

O valor do erro mínimo é dado pela outra equação normal. Então,

$$\begin{aligned}
\min(\mathbf{Q}_{j+1}) &= \mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j + \mathbf{e}_j^T \mathbf{p}_j \alpha_{j+1} \\
&= \mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j - \frac{(\mathbf{e}_j^T \mathbf{p}_j)^2}{\mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j} \\
&= \mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j \left(1 - \frac{(\mathbf{e}_j^T \mathbf{p}_j)^2}{(\mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j)(\mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j)} \right), \tag{A.9}
\end{aligned}$$

ou seja, quanto menor $\mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j$ maior é o rebaixamento da soma total do erro quadrado entre dois estágios consecutivos \mathbf{Q}_j e \mathbf{Q}_{j+1} . A forma quadrática associada a \mathbf{p}_j é

$$\mathbf{Q}(\mathbf{v}_j) = \mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_j = \mathbf{v}_j^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{v}_j. \tag{A.10}$$

O relacionamento iterativo do vetor \mathbf{v}_j é dado pela expressão

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{g}_j + \beta_j \mathbf{v}_{j-1}. \tag{A.11}$$

Representando a equação (A.10) em termos da equação (A.11) chega-se ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}(\beta_j) &= \begin{pmatrix} 1 & \beta_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_j^T \\ \mathbf{v}_{j-1}^T \end{pmatrix} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_j & \mathbf{v}_{j-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_j \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & \beta_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_j^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{g}_j & \mathbf{g}_j^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{v}_{j-1} \\ \mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{g}_j & \mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{v}_{j-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_j \end{pmatrix} e \tag{A.12}
\end{aligned}$$

minimizando com respeito a β_j chega-se a expressão

$$\underbrace{\overbrace{\mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}}^{\mathbf{p}_{j-1}^T} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_j & \mathbf{v}_{j-1} \end{pmatrix}}_{\mathbf{p}_j} \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_j \end{pmatrix} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Então, o valor de β_j que resolve a equação (A.13) faz com que os vetores \mathbf{p}_{j-1} e \mathbf{p}_j sejam ortogonais, ou seja

$$\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{p}_j = 0.$$

O valor de β_j que resolve a equação (A.13) é

$$\beta_j = -\frac{\mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{g}_j}{\mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{v}_{j-1}} = -\frac{\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{X} \mathbf{g}_j}{\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{p}_{j-1}}, \quad (\text{A.14})$$

definindo

$$\mathbf{q}_{j-1}^T = \mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{X} \quad (\text{A.15})$$

podemos reescrever a equação (A.14) como

$$\beta_j = -\frac{\mathbf{q}_{j-1}^T \mathbf{g}_j}{\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{p}_{j-1}}. \quad (\text{A.16})$$

A expressão para atualizar \mathbf{g}_{j+1} pode ser obtida pré-multiplicando a equação (A.4) por \mathbf{X}^T . Assim,

$$\mathbf{g}_{j+1} = \mathbf{X}^T \mathbf{e}_{j+1} = \mathbf{X}^T \mathbf{e}_j + \underbrace{\mathbf{X}^T \mathbf{p}_j}_{\mathbf{q}_j} \alpha_{j+1} = \mathbf{g}_j + \alpha_{j+1} \mathbf{q}_j. \quad (\text{A.17})$$

Os passos do algoritmo Conjugado Gradiente para resolver as equações normais associadas ao sistema $\mathbf{X}\mathbf{h} = \mathbf{y}$, sem precisar explicitamente das matrizes $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ e do vetor $\mathbf{X}^T \mathbf{y}$ é o

seguinte:

Início

$$\mathbf{h}_0 = 0$$

$$\mathbf{e}_0 = -\mathbf{y}$$

$$\mathbf{g}_0 = \mathbf{X}^T \mathbf{e}_0$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{g}_0$$

DO $j = 1, N$

$$\mathbf{p}_{j-1} = \mathbf{X} \mathbf{v}_{j-1}$$

$$\mathbf{q}_{j-1} = \mathbf{X}^T \mathbf{p}_{j-1}$$

$$\alpha_j = -\frac{\mathbf{v}_{j-1}^T \mathbf{g}_{j-1}}{\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{p}_{j-1}}$$

$$\mathbf{h}_j = \mathbf{h}_{j-1} + \alpha_j \mathbf{v}_{j-1}$$

$$\mathbf{g}_j = \mathbf{g}_{j-1} + \alpha_j \mathbf{q}_{j-1}$$

$$\beta_j = -\frac{\mathbf{q}_{j-1}^T \mathbf{g}_j}{\mathbf{p}_{j-1}^T \mathbf{p}_{j-1}}$$

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{g}_j + \beta_j \mathbf{v}_{j-1}$$

END DO.

Referências

- Ferreira, N. R., 1999, Inversão de dados de eletrorresistividade em meios bidimensionais (Tese de Doutorado).
- Ferreira, N.R., Porsani, M.J., 1997, Inversão de sondagem elétrica vertical utilizando algoritmos genéticos combinado com inversão linearizada. 5º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, resumos expandidos. S.P. 646-648.
- Ferreira, N.R., Porsani, M.J., 1995, Inversão linearizada de sondagem elétrica vertical utilizando norma Lp. 4º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, resumos expandidos. R.J. 555-558
- Figueirola, J.C., 1974, Tratado de geofísica aplicada. Madrid, 379-433.
- Holland, J.H., 1975, Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, USA.
- Johansen, H, K, 1977, A man/computer interpretation system for resistivity soundings over a horizontally stratified Earth, Geophysical Prospecting 25, 667-691.
- Lima, O.A.L. e Porsani, M.J., 1994, Monitoramento geo-elétrico da contaminação aquífera no pólo petroquímico de Camaçari, Bahia: Rev. Bras. Geof. vol.12(2).
- Lines, L.R., 1981, Inversion of geophysical data, Geophysics reprint series, SEG.
- Menke, W., 1984, Geophysical data analysis, Discrete inverse theory.
- Patella, D., 1973, A new parameter for the interpretation of induced polarization field prospecting (time-domain): Geophysical Prospecting, 21, 315-329.
- Porsani, M.J., 1993, Linearized inversion with arbitrary norm. CPGG/UFBa.
- Porsani, M.J., 1996, Processamento de dados em geofísica, notas de aula. CPGG/UFBa.
- Rijo, L., Pelton, W.H., Feitosa, E.C., Ward, S.H., 1977, Interpretation of apparent resistivity data from apodi Valley, Rio Grande do Norte, Brazil. Geophysics, 42, 811-822.
- Sato, H.K., 1998, Métodos elétricos, notas de aula. CPGG/UFBa. Univ. Federal da Bahia.
- Sato, H. K., 1996, Fonte de corrente elétrica no interior de camadas horizontais cujas condutividades variam potencialmente com a profundidade (Tese de Doutorado).
- Scales, J.A., Gersztenkorn, A., Treitel, S. and Lines, L.R., 1988, Robust optimization methods in geophysical inverse theory: SEG, expanded abstract, 827-830.
- Seigel, H.O., 1959, Mathematical formulation and type curves for induced polarization: Geophysics, 24, 547-565.

- Sumner, J.S., 1976, Principles of induced polarization for geophysical exploration. Elsevier scientific publishing company.
- Tarantola, A., 1987, Inverse problem theory, Methods for data fitting and model parameters estimation: Elsevier, Amsterdam.
- Ward, S.H., 1980, Resistivity and induced polarization methods. Geotechnical and Environmental Geophysics. 147-185.
- Vacquier, V.; Holmes, C.R.; Kintzinger, P.R. e Lavergne, M., 1957, Prospecting for ground water by induced electrical polarization: Geophysics, 22, 660-687.